

Országos Szilárd Leó Fizikaverseny 2017–2022



Feladatok és megoldások

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny Versenybizottsága

Budapest, 2022

ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ
FIZIKAVERSENY
2017–2022

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

Budapest, 2022

ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY 2017–2022
FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

Szerkesztette:

DR. PAPP GERGELY ÉS DR. TARJÁN PÉTER

Lektorálta:

DR. SÜKÖSD CSABA

© Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny Versenybizottsága, 2022

© Feladatok és megoldások: a feladatok kitűzői, 2017–2022

A szellemi tulajdonra vonatkozó jogokkal kapcsolatban lásd:

Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike (CC BY-NC-SA 4.0)

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.hu>

Az ábrák egy része nyomtatva fekete-fehér, az elektronikus verzióban színes.

Borítóterv: Dr. Jarosievitz Beáta

A címlapon: A harmadik helyezett versenyzők Szilárd Leó „bronz”-érme.

A hátsó borítón: A Versenyt szervező és támogató szervezetek.

ISBN 978-615-01-5926-3

Kiadja: Magyar Nukleáris Társaság

Felelős kiadó: Dr. Sükösd Csaba

Nyomtatás és kötés: RContact Kft, Budapest, 2022.

Elektronikus verzió, 1. (javított) kiadás, frissítve: 2024. május 16.

Tartalomjegyzék

Bevezetés	5
A verseny szervezői, versenybizottság	12
Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny versenyszabályzata	14
A 2021. évi döntő lebonyolítása	19
1 Elméleti feladatok	23
2017 Elődöntő	24
2017 Döntő	27
2018 Elődöntő	32
2018 Döntő	35
2019 Elődöntő	39
2019 Döntő	42
2020 Elődöntő	46
2020 Döntő	48
2021 Elődöntő	49
2021 Döntő	51
2022 Elődöntő	55
2022 Döntő	58
2 Mérési feladatok	63
Jegyzőkönyv tanácsok	64
Mérések bizonytalansága	65
2017 – Fluoreszkáló festék	67
2018 – e/k hányados	72
2019 – Koncentráció meghatározása	76
2020 – Elmaradt	78
2021 – Elmaradt	78
2022 – Fotonok polarizációja	79

3 Szimulációs feladatok	85
2017 – Gamma-sugarak rezonanciaabszorpciója	86
2018 – Compton-szórás vizsgálata	92
2019 – Villamosenergia-rendszer.	97
2020 – Elmaradt	102
2021 – PET.	103
2022 – Tömegspektrométer	111
 4 Elméleti feladatok megoldásai	 121
2017 Elődöntő – Megoldások	122
2017 Döntő – Megoldások	130
2018 Elődöntő – Megoldások	145
2018 Döntő – Megoldások	153
2019 Elődöntő – Megoldások	168
2019 Döntő – Megoldások	177
2020 Elődöntő – Megoldások	190
2020 Döntő – Megoldások	198
2021 Elődöntő – Megoldások	199
2021 Döntő – Megoldások	207
2022 Elődöntő – Megoldások	221
2022 Döntő – Megoldások	231
 5 Mérés – Tanulságok, mintajegyzőkönyvek	 243
2017 – Megemlékezés	244
2018 – e/k hányados – Mintajegyzőkönyv	245
2019 – Koncentráció meghatározása – Mintajegyzőkönyv	250
2022 – Fotonok polarizációja – Mintajegyzőkönyv.	252
 6 Szimuláció – Tanulságok, mintajegyzőkönyvek	 261
2017 – Gamma-sugarak rezonanciaabszorpciója – Hogy kellett?	262
2018 – Compton-szórás vizsgálata – Mintajegyzőkönyv	267
2019 – Villamosenergia-rendszer – Mintajegyzőkönyv	278
2021 – PET – Mintajegyzőkönyv	287
2022 – Tömegspektrométer – Mintajegyzőkönyv	296
 7 Eredmények	 305
Eredmények 2017–2022	306
A Marx György Vándordíj nyertesei	321
Szilárd Leó Tanári Delfin-díj díjazottak	322

Bevezetés

Ez a könyv a verseny történetét bemutató könyvsorozat¹ negyedik részeként az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny 2017 és 2022 közötti történetét foglalja össze. Tartalmazza a versenyek feladatait, azok megoldásait, valamint a kísérleti és számítógépes szimulációs feladatokat és azok megoldásait. Természetesen nem maradhat ki a dicsőségtábla, a verseny nyerteseinek és felkészítő tanáraiknak neve sem. A könyvet haszonnal forgathatják az Országos Szilárd Leó Fizikaversenyre készülők, a modern fizikai témák – hangsúlyozottan a nukleáris témák – iránt érdeklődő középiskolás diákok és tanárok. Első éves egyetemisták is sok érdekességet találhatnak a feladatok között.

Azok számára, akik az elméleti feladatokat először saját maguk kívánják megoldani, a könyv 1. részében csak a feladatok szövegét közöljük. A feladatok megoldásait a 4. részben ismertetjük, a könnyebb olvashatóságért a feladatok megismételt szövegével együtt. Vannak feladatok, amelyeket az itt közölt megoldásoktól eltérő módon is meg lehet oldani. Ha egy versenyző az ittenitől eltérő helyes megoldást adott, azt is teljes értékű megoldásnak fogadtuk el.

A verseny számítógépes szimulációs feladatai letölthetők az alábbi weblapról: <https://sukjaro.hu/oszlv/>. Ebben a könyvben azokat az útmutatókat közöljük, amelyeket a versenyzők kaptak a verseny során (3. rész). Ugyanez érvényes a verseny kísérleti feladataira is, amelyeket a könyv 2. részében gyűjtöttünk össze. Több esetben „mintajegyzőkönyvet” is készítettünk mind a mérési (5. rész), mind a szimulációs feladatokról (6. rész), amely a feladatok megoldásának a lépéseit ismerteti. Ezek a jegyzőkönyvek kombinálva vannak útmutatással és magyarázatokkal, emiatt sokkal részletesebbek, mint amit a versenyzőktől elvártunk. A könyvben szereplő feladatokhoz további elektronikus segédanyagok tölthetők le a <https://sukjaro.hu/oszlv-konyv2022/> címről.

¹Országos Szilárd Leó Fizikaverseny 1998-2004
(Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány 2005, Paks)
Országos Szilárd Leó Fizikaverseny 2005-2010
(Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány 2011, Paks) ISBN 978-963-08-1215-3
Országos Szilárd Leó Fizikaverseny 2011-2016
(Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány 2017, Paks) ISBN 978-963-12-7817-0

Jóllehet a fentebb említett könyvsorozat korábbi köteteiből az érdeklődők minden részletet megtudhattak az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny létrejöttéről és eddigi történetéről, a legfontosabbakat az alábbiakban itt is összefoglaljuk. Számot adunk továbbá a Versenyre jelentkezők létszámának alakulásáról, a szponzori támogatásokról, valamint arról is, hogy hogyan érintette a 2019-2021-es COVID19 pandémia a Verseny megrendezését.

A Verseny 2017 és 2022 közötti történetének rövid áttekintése

Az Országos Szilárd Leó Fizikaversenyt néhai Marx György professzor alapította 1998-ban, Szilárd Leó születésének centenáriumán. Ő is vezette a versenyt egészen 2002-ben bekövetkezett haláláig.

A Verseny azonban tovább élt, és 2022-ben immár a jubileumi, huszonötödik versenyt rendeztük meg. Különleges éveket jelentett a 2020-as és a 2021-es év, amikor a COVID19 pandémia miatt a versenyt csak szűkített formában tudtuk lebonyolítani. Az első forduló – amelynek helyszíne a résztvevők iskolája – mindkét évben sikeresen lezajlott, de különleges kihívást jelentett, hogy ezekben az években nem lehetett a második fordulót a hagyományos módon, közösen, Pakson, jelenléti formában végrehajtani. 2020-ban először csak elhalasztottuk a második fordulót az eredetileg tervezett áprilisi időpontról abban a reményben, hogy majd ősszel lesz rá lehetőség. Ám a pandémia következő hulláma az őszi megrendezést is megghiúsította, így abban az évben a versenyzők első fordulóban elért pontszámai alapján hirdettünk eredményt. 2021-ben már jobban felkészültünk, és a második forduló elméleti és számítógépes szimulációs feladatait is a résztvevők iskolájában bonyolítottuk le. A kísérleti fordulóról azonban ebben az évben is le kellett mondanunk, mert annak iskolai lebonyolítása lehetetlen lett volna. A második forduló végrehajtása így is különleges logisztikai feladat elé állította mind a Versenybizottságot, mind pedig az iskolákat, hiszen a Verseny tisztasága érdekében biztosítanunk kellett azt, hogy a meg nem engedett segítségnyújtásnak még a gyanúja se merülhessen fel. Külön problémát jelentett, hogy a számítógépes szimulációs feladatnak a versenyzők gépére való telepítéséhez, valamint az eredményeknek a zsűri számára való elküldéséhez internetes kapcsolatra lett volna szükség, a feladat végrehajtásakor azonban a gépeknek le kellett kapcsolódnia az internetről, nehogy a versenyzők meg nem engedett kommunikációt folytathassanak. (Ezt ugyan nem tételtztük fel senkiről, de még a gyanú árnyékát is el szeretnénk volna kerülni.) Ezeknek a problémáknak a megoldásáról egy későbbi szakaszban (19. oldal) még szólnunk.

A Versenyen résztvevők létszámának alakulása

A COVID19 pandémia az egész társadalmat és gazdasági életet többféle módon is sújtotta, és ebből sajnos az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny sem maradt ki.

A pandémia következtében a versenyre jelentkező diákok létszáma komoly mértékben lecsökkent. Ennek elsődleges okát abban látjuk, hogy a digitális oktatási rend bevezetésével jelentősen csökkent – több hónapra teljesen meg is szakadt – a tanárok és a diákok személyes találkozása, és ez erősen lerontotta a tanárok lehetőségeit a diákok motiválására. Korábban sem vártunk ezres jelentkezéseket, hiszen ez a verseny az egyik legmagasabb színvonalú fizikaverseny az országban, ezeket a feladatokat csak a legjobbaknak van esélye megoldani. A korábbi években 300 és 400 között mozgott a versenyre jelentkezett tanulók száma, ezekben az években ez hirtelen lecsökkent 200 környékére – egyik évben még valamivel 200 alá is. (Történt még egy csökkenés korábban is, amikor a verseny nyerteseinek korábbi felvételi kedvezményeit az oktatási kormányzat az érettségi és a felvételi rendszer megújítása során eltörölte.)

A Verseny résztvevői

A versenyen résztvevő diákok tipikusan a középfokú oktatási intézmények (gimnázium, technikum, szakgimnázium, szakközépiskola stb.) tanulói, ám volt már néhány 8. osztályos általános iskolás versenyzőnk is. Életkor szerint két kategóriába soroljuk a versenyzőket: a „**Szenior**” (korábban I.) kategóriába azok a diákok tartoznak, akik várhatóan a verseny évében, vagy az azt követő évben tesznek érettségit. A „**Junior**” (korábban II.) kategóriába pedig a náluk fiatalabbak. A versenyre a tanulók iskolája (többnyire a fizikatanárunk) nevezi be a versenyzőket. Bár a versenyben – a versenyszabályzat szerint – az alsó korhatár 12 év, a nevezést lebonyolító tanárok általában meg tudják ítélni, hogy melyik tanulónak van esélye a verseny által állított követelmények legalább részbeni teljesítésére.

A Verseny lebonyolítása

A verseny kétfordulós. Az **első forduló** a tanulók iskolájában zajlik: 180 perc alatt 10 „elméleti” (számításos) feladatot kell megoldani a versenyzőknek, amelyet a tanáraik javítanak és pontoznak a Feladatkitűző Bizottság által küldött megoldókulcs alapján. A feladatok megoldása során minden segédeszköz használható – a telekommunikációs eszközök és az internet kivételével. A Szenior kategória legalább 60%-os, és a Junior kategória legalább 40%-os eredményt elért dolgozatait az iskolák továbbküldik a BME Nukleáris Technikai Intézetébe, ahol egyetemi oktatókból álló bizottság újrapontozza őket. A Szenior kategória legjobb 20 versenyzőjét, valamint a Junior kategória legjobb 10 versenyzőjét hívja be a Versenybizottság a második fordulóra. Volt néhány kivételes eset (holtverseny, visszalépések stb.) amikor a Versenybizottság döntése alapján a második fordulóban résztvevő diákok száma egy-két fővel eltért a fenti számoktól.

A **második forduló**t hagyományosan Pakson, az ESZI-ben, az Energetikai Technikum és Kollégiumban (korábbi nevén Energetikai Szakközépiskola és Kollégium)

tartjuk. 2019-ben a Paksi Vak Bottyán Gimnázium is bekapcsolódott a Verseny döntőjének a megrendezésébe. A résztvevők és kísérő tanáraik szállása az ESZI Kollégiumában van. A fordulót általában egy áprilisi hétvégén rendezzük meg, ügyelve arra, hogy lehetőleg ne ütközzön más, természettudományos témakörben tartott országos versennyel. A péntek déli megérkezést követően a versenyzők és kísérőtanáraik részt vesznek egy több órás vezetett látogatáson a Paksi Atomerőműben, ahol a Látogatóközpont és a 4. blokki Látogatófolyosó mellett testközelből is megtekinthetik az atomerőmű főbb alkotóelemeit a Karbantartó és Gyakorló Központban. Szombaton délelőtt a versenyzőknek 10 elméleti (számítási) feladatot kell megoldaniuk 180 perc alatt, délután pedig egy kísérleti forduló (90 perc) és egy számítógépes, szimulációs forduló (90 perc) feladataival kell megbirkózniuk. A számításos feladatok között vannak kizárólag a Juniorok számára készített könnyebb feladatok is. Vasárnap délelőtt a Versenybizottság ismerteti a feladatok megoldási lehetőségeit („Hogyan kellett megoldani?”), majd ünnepélyes eredményhirdetés keretében a versenyzők megtudják, hogy kinek hogyan sikerült a verseny, és átveszik a jutalmaikat. Az ünnepélyes eredményhirdetés során a felajánlott különdíjak átadása is megtörténik.

A Verseny díjai

Hála a szponzori támogatásoknak, a döntőbe jutott minden versenyző kap könyvjutalmat. A Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány a két kategória első három versenyzőjének arany- ezüst- ill. bronz bevonatú emlékérmét, és pénzjutalmat is ad. A Magyar Nukleáris Társaság a két kategória első három helyezettjének kedvezményes árú részvételt ajándékoz az MNT által szervezett egyhetes nyári Nukleáris Szaktáborba, a legsikeresebb lányversenyzőt pedig egy napra vendégül látják a Paksi Atomerőműben az MNT hölgytagozatának (WIN) képviselői.

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat a két kategória első öt helyezettjének egy éves ingyenes Fizikai Szemle előfizetést ajánl fel, továbbá esetenként könyvjutalommal is hozzájárul a versenyzők díjazásához. Dr. Papp Gergely, a Versenybizottság tagja – korábbi versenyző – különdíjként könyvjutalmakat ajánl fel általa kiválasztott, egyes szakaszokban kiemelkedő teljesítményt nyújtott tanulóknak.

2001-ben a Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány **Szilárd Leó Tanári Delfindíjat** alapított. A díj Farkas Pál szekszárdi szobrászművész alkotása. A díjhoz a Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány pénzjutalmat is ad. A díj alapításának célja, hogy a felkészítő tanárok áldozatos munkáját méltó módon ismerjük el.

2003-ban – a Versenyt alapító Marx György professzor halála után, az ő emlékére – a Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány és az Eötvös Loránd Fizikai Társulat **Marx György Vándordíjat** alapított, amelyet minden évben a Verseny döntőjében legjobban szereplő iskola őrizhet egy évig. A díjjal ráirányítjuk a figyelmet azokra a pedagógiai műhelyekre és iskolákra, ahol jelentős tehetséggondozó tevékenység folyik.



A Szilárd Leó Tanári Delfin-díj (bal) és Marx György Vándordíj (jobb) fotói.

A Verseny tematikája

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny tematikája hagyományosan az úgynevezett „modern fizika”. Ez is az alapító Marx György professzortól ered, akinek meggyőződése volt, hogy a fiatalok érdeklődését sokkal inkább fel lehet keltetni az izgalmas modern tudományos eredményekkel, mint a tradicionális fizikakönyvekben található példákkal. Természetesen a modern tematikájú feladatok sem oldhatók meg a klasszikus fizika tudása nélkül, ám a modern fizikával kapcsolatos izgalmas kérdések – időnként újfajta szemléletet, fantáziát és gondolkodást igénylő – megoldása sokkal nagyobb motivációt jelent a fiatalok számára. A modern fizika által motivált fiatalok pedig – a feladatok megoldása során szinte észrevétlenül – megtanulják alkalmazni a klasszikus fizikát is.

A Verseny színvonala magas, az Országos Középiskolai Tanulmányi Versennyel (OKTV) összemérhető. Ezt mutatja az is, hogy a felvételi rendszer átalakítása előtt azok az egyetemek és szakok, ahol a fizika felvételi tárgy volt, felmentették a fizika felvételi vizsga alól a Szenior kategória első öt helyezettjét. A felvételi rendszer átalakításával és az egyetemi felvételi vizsga eltörlésével megszűnt ez a lehetőség, de az Országos Szilárd Leó Verseny színvonalát továbbra is elismerik a fizikatanárok és a diákok is: minden évben a második fordulóba jutott versenyzők között szerepelnek az OKTV és a Fizikai Diákolimpiai csapat legjobb versenyzői.

Ezek a diákok fontosnak tartják, hogy az Országos Szilárd Leó Versenyen is megmérettessék magukat és versenyezzenek egymással. Van olyan versenyző, aki úgy nyilatkozott, hogy azonnal elcsérelné az OKTV első helyét a Szilárd Leó Verseny első helyére.

A Verseny magas szakmai színvonalát és minőségét biztosítja, hogy a Versenybizottságban – a gyakorló fizikatanárok mellett – számos egyetemi oktató, illetve kutató fizikus is helyet kapott. A támogató szervezetek – a Magyar Nukleáris Társaság és az Eötvös Loránd Fizikai Társulat – folyamatos ellenőrzése is biztosítja a magas szakmai minőségnek.

A Verseny finanszírozása

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny nem önállóan gazdálkodó jogi személy, finanszírozásához háttérintézményként valamilyen gazdálkodó szervezetre van szüksége. Ezt a feladatot 2018-ig a Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány vállalta fel, elsősorban a Paksi Atomerőmű Zrt, valamint a Nemzeti Tehetség Programhoz évente benyújtott pályázati támogatás segítségével. 2018-tól a Magyar Nukleáris Társaság vette át a fő pályázó és finanszírozó feladatát. Az Alapítvány továbbra is hozzájárul a Verseny lebonyolításához: működteti a Verseny weblapját (<https://szilardverseny.hu>), finanszírozza a Szilárd Leó Tanári Delfin-díj elkészítését és a vele járó pénzjutalmat, valamint finanszírozza a Verseny két kategóriájában az első három helyezettnek járó emlékérmek elkészítését és a pénzjutalmakat. A Marx György Vándordíjjal járó eseti kiadásokat is az Alapítvány finanszírozza. A Magyar Nukleáris Társaság pályázik évente a Nemzeti Tehetség Programhoz (<https://emet.gov.hu/nemzeti-tehetseg-program/>) a verseny lebonyolításának finanszírozása érdekében. A nyert támogatás biztosítja, hogy sem a résztvevő diákoknak, sem a kísérő tanáraiknak **semmilyen részvételi vagy regisztrációs díjat nem kell fizetni**, sőt a második forduló paksi **szállása és ellátása is teljesen ingyenes** a számukra. A pályázaton nyert összeget kiegészítette még az Emberi Erőforrások Minisztériuma által a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Természettudományi Karának adott célzott támogatás, amelynek egy része kifejezetten az Országos Szilárd Leó Verseny támogatására érkezett, és amely a BME Nukleáris Technikai Intézetén keresztül jutott el a Verseny számára. Jutalomkönyvekkel, illetve folyóirat-előfizetésekkel fontos támogatást ad még az Eötvös Loránd Fizikai Társulat is.

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny teljesíti azokat a célokat, amelyeket néhai Marx György professzor tűzött ki: sikeresen kutatja fel a középiskolákban a műszaki-természettudományos területen tehetséges tanulókat, és megmutatja a tehetséges középiskolás tanulók számára a (modern) fizika szépségeit.

Reméljük, hogy a könyv olvasása közben az Olvasó is sok intellektuális élménnyel gazdagodik – ehhez kívánunk sok sikert!

Budapest, 2022. július 23.

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny szervezői nevében
Dr. Sükösd Csaba c. egy. tanár, a Versenybizottság vezetője.



A Versenybizottság Pakson jelenlévő tagjai 2022-ben. Balról: Dr. Ujvári Sándor, Dr. Halász Máté, Dr. Borbély Venczel, Dr. Jarosievitz Beáta, Dr. Sükösd Csaba, Gyenizse Zsuzsanna, Dr. Szűcs József, Dr. Tarján Péter és Dr. Papp Gergely. 2022-ben a paksi döntőn személyesen nem tudott részt venni Mester András és Dr. Radnóti Katalin. A könyvben azonban ők is felbukkannak más években (144. oldal és 308. oldal).

A verseny szervezői, versenybizottság

Név	Munkahely	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Dr. Babcsány Boglárka	tudományos munkatárs, BME NTI		F	J			
Birkás Józsefné	gazdasági ügyintéző, Paks	H,E	H,E	H,E	H,E	H,E	H,E
Dr. Borbély Venczel	Piarista Gimnázium és Kollégium, Vác; Technoorg Linda Kft.					K	K
Csajági Sándor	középiskolai fizikatanár, Paks; ESZI ig.helyettes; Paksi Vak Bottyán Gimnázium, ig.	H,E	H,E	H,E	H,E	E	E
Csanádi Zoltán	villamosmérnök, mérnöktanár, Paks ESZI, igazgató			H			H
Csapó János	oktatás-technikus, Paks, ESZI	H,K	H,K	H,K		H,K	H,K
Ercsey Tamás	ügyvezető, Energo Hungary kft. (korábbi versenyző)			J			
Dr. Fábián Margit	titkár, Magyar Nukleáris Társaság	E	E				E
Gyénizse Zsuzsanna	középiskolai fizikatanár, Budapest						J
Dr. Halász Máté Gergely	fizikus, Quantitative Model Developer, Morgan Stanley	F,J,Sz,T	F,J,Sz,T	F,J,Sz,T	F,J,Sz,T	F,J,Sz,T	F,J,Sz,T
Horváth András	mesteroktató, BME NTI	F,J	F,J,K	F,J,K	J	J	J
Dr. Jarosievitz Beáta	főiskolai tanár, Gábor Dénes Főiskola; középiskolai fizikatanár, Budapest						J
Dr. Kis Dániel Péter	egyetemi docens, BME NTI	F,J	F,J	F,J	F,J	J	J
Mester András	középiskolai fizikatanár, Miskolc	F,J	F,J	F,J	F	F,J	F
Nyirati László (†)	középiskolai fizikatanár, Székesfehérvár	K					
Dr. Oláh Éva	középiskolai fizikatanár, Törökbálint	F,J	J	J			
Dr. Papp Gergely	fizikus, Max Planck Plazmafizika Intézet, München (korábbi versenyző)	F,Sz,K,T	F,Sz,K,T	F,Sz,K,T	F,Sz,K,T	F,Sz,K,T	F,K,T,J
Dr. Radnóti Katalin	főiskolai tanár, ELTE Budapest	F,J	F,J	F,J	F	F,J	F
Rompf Gabriella	ig.h., Paksi Vak Bottyán Gimnázium, Paks			H			

Név	Munkahely	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Dr. Sükösd Csaba	c. egyetemi tanár, BME NTI a Versenybizottság vezetője	F,Sz,K,E,T	F,Sz,K,E	F,Sz,K,E	F,Sz,K,E	F,Sz,K,E	F,Sz,K,E
Dr. Szűcs József	nyug. egyetemi oktató, Pécsi Tudományegyetem	F,J	F,J	F,J	F	F,J	F,J
Tar Annamária	gazdasági vezető, ESZI Paks	H,E	H,E	H,E	H,E	H,E	H,E
Dr. Tarján Péter	főiskolai docens, Nyíregyházi Egyetem		F,K,T	F,Sz,K,T	F,Sz,K,T	F,Sz,K,T	F,Sz,K,T
Dr. Ujvári Sándor	középiskolai fizikatanár, Székesfehérvár	F,K	F,K	F,K	F,K	F,J,K	F,K
Vastagh György	nyug. középiskolai fizikatanár, Balatonfüred	K	K	K			
Vécsi Áron	titkár, Magyar Nukleáris Társaság			E	E	E	
Dr. Veres Gábor	egyetemi tanár, ELTE TTK					F	F
	A paksi ESZI tanári közösségének további tagjai	H	H	H			H

Jelmagyarázat

- F Feladatok kitűzése
- T Feladatsor összeállítás, tördelés
- J Feladatok javítása (első- és/vagy második fordulóban)
- H Helyi (Paks) szervezés és munka
- Sz Szimulációval kapcsolatos fejlesztés és/vagy javítás
- K Kísérlettel kapcsolatos fejlesztés és/vagy javítás
- E Egyéb szervezési, adminisztrációs, pályázati, pénzügyi, honlapszerkesztési feladatok

Országos Szilárd Leó Fizikaverseny versenyszabályzata

1) A verseny pedagógiai célja

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny célja a modern fizikai ismeretek iránti érdeklődés felkeltése és annak minél szélesebb és mélyebb megismertetése.

2) A verseny résztvevői

a) A jelentkezés és a részvétel feltételei:

A versenyre minden magyarországi és határon túli tanuló jelentkezhet a korosztályának megfelelő kategóriában. A verseny nyelve magyar.

b) A kategóriák korcsoportok szerint:

Szenior (I.) kategória: a versenykiírás tanévében a rendes érettségi vizsgát tevő évfolyam és az azt közvetlenül megelőző évfolyam tanulói;

Junior (II.) kategória: az általános és középfokú oktatási intézmények 12 évesnél idősebb tanulói, akik nem esnek a Szenior (I.) kategóriába.

c) A versenyen való részvétel kizáró okai:

- a versenykiírásban kiírt kategóriától eltérő kategóriában való indulás;
- nem megengedett segédeszköz használata;
- a versenyfeltételek be nem tartása.

d) A résztvevők jogai, kötelességei:

Minden versenyző joga, hogy a saját kategóriájában induljon, kötelessége a versenykiírás feltételeinek megfelelően részt venni a versenyen. Minden versenyzőnek joga van ahhoz, hogy a versenyen a kategóriájában résztvevő többi versenyzővel azonos feltételek között versenyezzen.

3) A verseny szervezői, lebonyolítói

a) A versenybizottság összetétele, kizáró okok

A versenybizottság elnökét a Magyar Nukleáris Társaság elnöksége bízta meg, a megbízatása visszavonásig tart. A versenybizottság tagjai az egyetemek és tudományegyetemek nukleáris technikai és fizika tanszékeinek jelenlegi vagy volt oktatói, kutatófizikusok, volt versenyzők, illetve a középiskolák jelenlegi vagy korábbi fizika szakos tanárai közül kerülnek ki. A versenybizottság tagjait a versenybizottság elnöke kéri fel évente a bizottság munkájában való részvételre. A második forduló helyi szervezőit a Magyar Nukleáris Társaság bízta meg. A versenybizottság munkájából, ill. a helyi szervezők közül kizáró ok: közeli hozzátartozó vagy saját tanítvány részvétele a verseny adott fordulójában (felkészítő tanár nem lehet tagja a versenybizottságnak).

b) A versenybizottság feladatai

A versenybizottság állítja össze a versenyfeladatokat és a javítási útmutatókat mind az első, mind a második fordulóra. Az első fordulóban a versenybizottság a visszaküldött dolgozatokat ellenőrzi és szükség esetén a pontszámokat

felüljavítja. A második fordulóban a résztvevők munkáját a versenybizottság tagjai értékelik.

4) Nevezés módja, határideje, nevezési díj

a) Nevezés az I. fordulóra, nevezési díj

A I. fordulóra az iskolai nevezéseket a versenybizottság elnöke gyűjti össze a versenykiírásban meghatározott határidőig. Az iskoláknak meg kell adniuk a versenyzők kategóriánkénti létszámát, nemét, valamint az iskola és a kapcsolattartó tanár elérhetőségét (név, postai cím, telefonszám, e-mail cím). Ehhez az iskoláknak ki kell tölteni a

<http://sukjaro.hu/SzilardVerseny/JelentkezesiLap.xlsx>

linken található Excel dokumentumot, és a Versenykiírásban meghatározott határidőig e-mailben el kell küldeniük a versenybizottság elnöke részére. Az adatokat a verseny szervezői a GDPR rendelkezéseinek megfelelően kezelik.

A I. fordulóra nevezési díj nincs.

b) Nevezés az II. fordulóra (döntőre), részvételi díj, egyéb költségek

A II. fordulóra (döntő) az I. fordulóhoz hasonló módon, egy Excel dokumentum kitöltésével, és a versenybizottság elnökének e-mailben történő elküldésével regisztrálnak a döntőre behívott versenyzők és kísérőtanáraik. A regisztrációkor a versenyen résztvevőknek az atomerőmű látogatáshoz szükséges személyes adataikon (születési dátum, személyi ig, száma) és iskolájuk nevén, címén túl az étkezés, szállás igényüket is meg kell adniuk. A személyi adatokat a verseny szervezői a GDPR rendelkezéseinek megfelelően kezelik.

Részvételi díj nincs a versenyen, azonban a versenyzőknek és kísérőtanáraiknak az igénybe vett étkezés és szállásdíjat meg kell téríteniük a szolgáltatók felé. Amennyiben a Verseny támogatói és szponzorai által adott anyagi támogatás lehetővé teszi, a szervezők a szállás és étkezés díját részben vagy egészében a támogatásokból fedezik.

5) Az egyes fordulók lebonyolítása

Az első forduló a nevező iskolákban kerül lebonyolításra. A dolgozatokat a felkészítő tanár kijavítja, majd a versenybizottság címére beküldi az előre meghatározott pontszámot elért dolgozatokat. Küszöbpontszámok a beküldéshez: Szenior (I.) kategória: a maximális pontszám 60%-a, Junior (II.) kategória: a maximális pontszám 40%-a. A dolgozatokat beküldő iskolákat a versenybizottság a versenyfelhívásban rögzített határidőig e-mailben értesíti arról, hogy a beküldött dolgozatok szerzői közül kik jutottak be a verseny döntőjébe. Azok az iskolák is kapnak értesítést, ahonnan beküldött dolgozatok közül senki sem jutott be a verseny döntőjébe.

A második fordulóba a legmagasabb pontszámot elért, maximum 20 fő Szenior (I.) kategóriás, és maximum 10 fő Junior (II.) kategóriás tanulót hívja

be a versenybizottság. Ettől kivételes esetben (pl. pontszám egyenlőség) a versenybizottság elnöke eltérést engedélyezhet.

A második forduló (döntő) minden év áprilisában, hagyományosan Pakson, az Energetikai Technikum és Kollégiumban kerül megrendezésre. A döntő számolásos és elméleti, mérési és számítógépes feladatokból áll, pontértékek 50-25-25%. A számolásos és elméleti feladatsor megoldására 3 óra, míg a mérési és számítógépes feladat megoldására 1,5-1,5 óra áll a versenyzők rendelkezésére. A végeredménybe csak a második fordulóban elért pontok számítanak be.

6) A Verseny témaköre, ismeretanyaga

A Verseny a középiskolás tananyag modern fizikai – elsősorban atomfizikai hullámmodell, magfizikai és sugárvédelmi – fejezeteinek alkalmazás szintű tudását és környezetvédelmi alapismereteket kér számon. Egyes területeken túlmutat a középiskolai fizika tananyag keretein.

A kijelölt témakörök a következők:

- Mikrorészecskék leírásának alapjai, az anyag kettős természete;
- Hőmérsékleti sugárzás törvényei, fotonok;
- Fényelektromos jelenség, Compton jelenség;
- De Broglie összefüggés, elektronok interferenciája;
- Heisenberg-féle határozatlansági összefüggés;
- A hidrogénatom hullámmodellje;
- A kvantumszámok szemléletes jelentése: 's', 'p', és 'd' állapotok;
- Az elemek periódusos rendszerének atomszerkezeti magyarázata
- A röntgensugárzás keletkezése és tulajdonságai
- A speciális relativitáselmélet alapjai. $E = mc^2$, nyugalmi energia, teljes energia és lendület kapcsolata, Lorentz kontrakció és idődilatáció
- Az atommag és szerkezete: proton, neutron
- Rendszám és tömegszám. Magerők és kötési energia
- Radioaktivitás: felezési idő, gamma-, béta- és alfa-bomlás
- Maghasadás, neutron-láncreakció, atombomba, atomreaktor, atomerőmű
- Atomenergia felhasználásának lehetőségei, szükségessége és kockázata
- Sugárvédelmi alapismeretek
- Magfúzió, a Nap energiatermelése
- Hevesy György (radioaktív nyomjelzés)
- Teller Ede, Szilárd Leó, Wigner Jenő (atomreaktor) munkássága
- Részecskegyorsítók működési elvei, CERN, LHC, elemi részek
- Környezetvédelmi alapismeretek: pl. CO₂ és az üvegházhatás, ózonlyuk
- Radon-probléma, radioaktív hulladék elhelyezése.

7) Az egyes fordulók feladattípusai, felkészüléshez javasolt irodalom

Az első forduló számolásos és elméleti feladatokat tartalmaz a modern fizika témaköréből, kiemelten kezelve a magfizikát, a nukleáris energiatermelést, va-

lamint a környezetvédelmet. A feladatsor 10 feladatot tartalmaz a Szenior (I.) és a Junior (II.) kategóriájú versenyzők részére. A feladatok között mindig vannak közösek.

A második forduló (döntő) számolós és elméleti feladatokból, mérési feladatokból és számítógépes feladatokból áll. A mérési és számítógépes feladatok közösek, az elméleti feladatsorban vannak közösek is a két kategóriára.

Felkészüléshez javasolt irodalom:

- Országos Szilárd Leó Fizikaverseny feladatai és megoldásai 2011–2016
- Országos Szilárd Leó Fizikaverseny feladatai és megoldásai 2005–2010
- Országos Szilárd Leó Fizikaverseny feladatai és megoldásai 1998–2004
- Simon Péter - Szabó Attila: Modern Fizika szakköri füzet
- Marx György: Atommagközelben
- Marx György: Éltrevaló atomok
- Marx György: Atomközelben
- Marx György: Beszélgetés marslakókkal
- Radnóti Katalin szerk.: Így oldunk meg atomfizikai feladatokat
- Radnóti Katalin szerk.: Modern Fizika CD.

8) Értékelési eljárások

A verseny első és második fordulójában minden számolós és elméleti feladattért egységesen öt pont jár. A döntőben a szimulációs és a kísérleti fordulók az összes pontszám 25-25%-át adják. A versenybizottság által készített javítási útmutató részletes leírást ad a tanulók munkájának értékeléséhez.

9) A verseny díjai

a) A Magyar Nukleáris Társaság díjai:

- Az országos döntőbe bejutott valamennyi tanuló az MNT könyvjutalmában részesül.
- Kedvezményes részvételi lehetőség a Nukleáris Szaktáborban a két kategória első három helyezettjének.
- Az MNT WIN a legeredményesebb lányversenyző számára különdíjat ad.
- Az adott tanévi Országos Szilárd Leó Fizikaversenyre legeredményesebben felkészítő tanárt jutalomban részesíti.

b) A Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány díjai:

- A döntőben kategóriánként az 1-3. helyezett:
 - egyszeri ösztöndíjban részesül,
 - helyezésének megfelelő (arany, ezüst, bronz) fokozatú Szilárd Leó vert érmet kap ajándékba.
- A felkészítő tanárok pontversenyében a legeredményesebb tanár Szilárd Leó Tanári Delfin-díjban részesül.
- A Versenyen a legjobb eredményt elért iskola Marx György Vándordíjban részesül.

c) Különdíjak:

- Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny versenybizottsága az adott évben további díjakat, elismeréseket adhat ki.
- Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat kategóriánként az 1–5. helyezett részére egy éves Fizikai Szemle előfizetést ad.

10) A versenyrendezők elérhetősége

a) A versenybizottság vezetője:

A Magyar Nukleáris Társaság elnöksége által megbízott személy. Neve és elérhetősége megtalálható a Verseny honlapján: <http://szilardverseny.hu>.

b) A versenybizottság tagjai:

A versenybizottság tagjainak a listája megtalálható a Verseny honlapján: <http://szilardverseny.hu>.

c) A Verseny pénzügyi és gazdasági felelőse:

A Magyar Nukleáris Társaság titkára. A titkár neve és elérhetősége megtalálható a Magyar Nukleáris Társaság honlapján: <https://nuklearis.hu/kapcsolat>

d) A Verseny döntőjének megszervezéséért felelős helyi szervező:

A paksi Energetikai Technikum és Kollégium igazgatója.
Elérhetősége: <http://www.eszi.hu/kapcsolat>

11) A Verseny honlapja

<http://www.szilardverseny.hu>.

Budapest–Paks, 2021. május 17.

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny versenybizottsága

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny 2021. évi döntőjének lebonyolítása

Az Országos Szilárd Verseny Versenybizottsága 2021. április 1-én videokonferenciás ülést tartott, és a következő döntéseket hozta.

- 1) Tekintettel arra, hogy a 484/2020. (XI. 10.) Kormányrendelet 18§ a vírushelyzetre tekintettel megtiltja az iskolákba „idegen” személyek belépését, valamint tekintettel arra, hogy a vírus harmadik hulláma miatt nem várható, hogy ezt a rendeletet a közeljövőben visszavonják, ezért **az Országos Szilárd Leó Verseny döntőjének egyik fordulója sem rendezhető meg Pakson az ESZI-ben.**
- 2) Emiatt a Versenybizottság úgy döntött, hogy az Országos Szilárd Leó Verseny döntőjének három fordulójából kettőt – **az elméleti és a számítógépes fordulót – a versenyzők iskolájában fogja lebonyolítani** a következő pontokban leírtak szerint, a járványügyi intézkedések (távolságtartás, maszkviselés, kézfertőtlenítés) betartása mellett. Mivel a kísérleti fordulóhoz – annak eszközigényessége miatt – a résztvevő iskolákban nem lehet biztosítani az egyenlő feltételeket, ezért ebben az évben **a kísérleti forduló elmarad.**
- 3) **Az elméleti fordulót 2021. április 23-án, pénteken 9-12h között** rendezzük meg az iskolákban. A végrehajtás részleteit alább bővebben is kifejtjük.
- 4) **A számítógépes fordulót 2021. április 23-án, pénteken 13-15h között** rendezzük meg az iskolákban. A végrehajtás részleteit alább bővebben is kifejtjük.

A versenyfordulók lebonyolításának általános követelményei

- Kérjük az iskolákat, hogy a versenyzők számára biztosítsanak megfelelő helyiséget és felügyelő tanárt. A Verseny tisztaságának megőrzése érdekében fizikaszakos tanár nem lehet felügyelő (felkészítő tanár sem).
- Tanári felügyelet alatt legyen egy számítógép a teremben, ahol az Internet hozzáférhető. A versenyzők Internetelérését – a Verseny tisztaságának megőrzése érdekében – korlátozni kell. Ezért a feladatok letöltése a tanári felügyelet alatt álló „tanári” számítógépről történik. Természetesen, a diákok is végezhetik a letöltési feladatokat tanári felügyelet mellett. A dolgozatokról készült fotók feltöltése a diákok feladata (lásd később).
- A felügyelő tanár a tanári számítógép segítségével a verseny során Google Meet alkalmazás keretében folyamatosan kapcsolatban állhat a Versenybizottsággal. Ez biztosítja, hogy ha valakinek a feladatokkal kapcsolatban megválaszolandó kérdése lenne, akkor azt a felügyelőtanáron keresztül felteheti a Versenybizottságnak (chat formájában, hogy hanggal ne zavarja a versenyzőket). Miután itt valamennyi felügyelő tanár jelen lehet, így elérhető, hogy ha valamennyi versenyző számára releváns kérdés vetődne fel, akkor a válasz eljuthat minden iskolába, és így a különböző helyszíneken versenyzők azonos feltételek mellett versenyezzenek.

- A Verseny döntője számára létrehoztunk egy Google „Tantermet”, erre a diákok regisztráltak.
- A diákok kaptak egy kétszámjegyű kódot is, amely a Verseny során az azonosítójuk lesz. A Tanteremben ennek a kódnak az alapján lesznek mappák a versenydolgozatok feltöltése számára. Minden diák CSAK a saját mappájához kap hozzáférést.
- A verseny mindegyik fordulójának a végén a diákok a dolgozataik fényképét – lehetőség szerint az oldalakat feladatonként összefűzve – töltsék fel a kódjuknak megfelelő mappába. Ezt a feltöltést a saját mobiltelefonjaikról is megtehetik. Minden oldalról készüljön külön fotó. A fényképek feltöltésére **a versenyforduló hivatalos befejező időpontja után 15 perc** áll majd csak rendelkezésre. Ezzel szeretnénk elkerülni, hogy valaki – akár véletlenül – a hivatalos idő lejárta után is dolgozzon a feladatok megoldásán.
- Kérjük, hogy a megoldásokat az iskola őrizze meg az eredményhirdetésig, hogy szükség esetén a Versenybizottság kérésére – pl. ha a feltöltött fotó nem lenne jól olvasható – készíthessen róla jól olvasható, szkennelt változatot is.

Az elméleti verseny lebonyolítása

- Az elméleti feladatokat az iskolában írják a versenyzők.
- Az elméleti feladatok megoldásához minden segédeszköz továbbra is használható, kivéve bármely olyan eszköz, (telefon, számítógép, okos óra, tablet stb.) amely – akár potenciálisan – kommunikációra alkalmas. Az elméleti feladatsor megírása folyamatos tanári felügyelet mellett történjen.
- **2021. április 23. péntek 8:45.** A felügyelő tanár gondoskodik arról, hogy a tanulók ne használhassanak kommunikációra alkalmas eszközöket a dolgozat megírása alatt (pl. kikapcsoltatja vagy elveszi a diákok mobiltelefonját, okosórát stb.). Ennek a módját az iskolára bízuk.
- A két kategória külön feladatsora 2021. április 23-án, pénteken, **8:45-től** letölthető lesz a <http://sukjaro.hu/SzilardVerseny/> linkről PDF fájlok formájában. Ezeket a felügyelő tanár számítógépén kell **letölteni, és annyi példányban ki nyomtatni**, ahány versenyző diákja van kategóriánként. Kérjük, ellenőrizték, hogy mindenki a saját kategóriájának megfelelő feladatsort kapja!
- **2021. április 23. péntek 9:00–12:00.** A dolgozatok megírásának ideje. A diákok az írásbeli érettségihez hasonló módon oldják meg a feladatokat. **MINDEN** feladatot külön lapra írnak **OLVASHATÓ** írással, és minden oldal tetejére **ÍR-JÁK FEL** a kódjukat, valamint, hogy **HÁNYADIK** feladat megoldásához tartozik az az oldal, továbbá, hogy az adott feladat megoldásának hányadik oldala. Pl: 52, 7/2 (52. kódszámú versenyző, 7. feladat, második oldal)
- **2021. április 23. péntek 12:00.** A dolgozatok megírásának vége. A felügyelő tanár gondoskodik arról, hogy a versenyzők időben fejezzék be a dolgozatok megírását. Kérjük, hogy ellenőrizze, hogy minden lapon rajta van-e a versenyző

azonosítója és a feladat/oldal száma. A diákok visszakapják a mobiltelefonjukat. A dolgozatok lapjairól készüljön OLVASHATÓ fotó és ezeket töltsék fel a Google Tanterembe a fentebb leírtak szerint. Erre 15 perc áll majd rendelkezésre. **12:15 után** érkezett dolgozat-fényképeket nem tudunk fgyelembbe venni.

A számítógépes szimulációs verseny lebonyolítása

A fent említett általános feltételek a számítógépes szimulációs forduló végrehajtására is érvényesek.

- Ezeken túl a versenyzőknek olyan iskolai számítógép hozzáférése kell legyen, amelyről biztosítható, hogy NEM csatlakozik az Internethez. Saját számítógép nem használható. A versenyen használt számítógépen Windows (Win7 vagy Win10) operációs rendszer legyen, és ajánlott, hogy valamilyen Office és PDF olvasó is legyen telepítve! A versenyzőknél (és/vagy a felügyelő tanárnál) legyen olyan pen-drive, amellyel a „tanári” – Internetet elérő – számítógép és a versenyzői számítógép(ek) közötti adatátvitel megvalósítható.
- **2021. április 23. péntek 12:45.** A felügyelő tanár gondoskodik arról, hogy a tanulók ne használhassanak kommunikációra alkalmas eszközöket a számítógépes feladat elvégzése alatt. Ennek a módját az iskolára bizzuk. A tanári számítógépre a <http://sukjaro.hu/SzilardVerseny/> linkről **letöltik** a számítógépes feladatot (egy EXE, és két PDF fájl), és ezeket pen-drive segítségével **rámásolják** a versenyzők számítógépére. **Fontos**, hogy a versenyzők számítógépén legyen egy olyan mappa, amibe a versenyzőknek **van írási joga is!** A letöltött fájlokat ebbe a mappába kell másolni. Az EXE fájl maga a szimulációs program, a PDF fájlok pedig a feladatokat, illetve a program kezelési útmutatóját tartalmazzák. Ha a versenyzők kéri, akkor a PDF fájlokat kinyomtatott formában is a versenyzők rendelkezésére lehet bocsátani, de ezek a fájlok elérhetők a programon belül is (Súgó menüpont alól).
- **2021. április 23. péntek 13:00–14:30.** A számítógépes szimulációs feladat végrehajtásának ideje. A versenyzők a szimulációs feladat végrehajtásáról kézzel vagy elektronikusan is készíthetnek jegyzőkönyvet (a zsűri az elektronikus változatot ajánlja, mivel jobban olvasható, de természetesen a kézirásos jegyzőkönyv sem jelent semmilyen hátrányt). A program lehetőséget ad arra is, hogy egy konfigurációt és képernyőképet a versenyző a zsűri számára a számítógépére elmentsen. A végső megoldást mutató konfigurációt mindenképpen el kell menteni, mert az értékelésnél a zsűri ezt is használja!
- **2021. április 23. péntek 14:30.** A felügyelő tanár gondoskodik arról, hogy a versenyzők fejezzék be a feladatokkal való foglalkozást, és visszaadja a versenyzők mobiltelefonjait. A kézzel készített jegyzőkönyvekről fényképek készülnek – az elméleti feladatokhoz hasonlóan – és a diákok ezeket is feltöltik. A felügyelő tanár ellenőrzi, hogy valamennyi oldalon fel van-e tüntetve a versenyző azonosítója és az oldalszám. **Fontos:** pen-drive segítségével a versenyzők által készí-

tett elektronikus anyagokat (elektronikusan készített jegyzőkönyvet, elmentett konfigurációt stb.) a tanári számítógép segítségével feltöltik a diák kódjának megfelelő Google Tanterem mappába. Ezekre a feladatokra összesen 20 perc áll rendelkezésre. **14:50** után érkezett anyagokat nem tudunk figyelembe venni.

A Verseny eredményhirdetése

A Verseny eredményhirdetése online videokonferencia keretében lesz **április 30-án pénteken délután 15h-tól**. Erre a meghívót a versenyzők és felkészítő tanáraik, valamint a versenybizottság tagjai néhány nappal korábban e-mailben megkapják.

Minden versenyzőnek nagyon jó versenyt és sok sikert kívánunk.

Versenybizottság



2017 – A Szilárd Leó érmek, jutalomkönyvek, oklevelek.

1. rész

Elméleti feladatok

Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér. A feladatokat tetszőleges sorrendben lehet megoldani. A feladatok nem nehézségi sorrendben vannak. A megoldáshoz bármilyen „offline” segédeszköz használható. Telekommunikációs eszközök használata tilos. Rendelkezésre álló idő: 180 perc.

2017 Elődöntő

1. Feladat:

(kitűzte: Oláh Éva)

A ^{226}Ra izotóp felezési ideje 1600 év. Milyen hosszú idő alatt bomlik el egy rádium minta 10%-a?

2. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József és Sükösd Csaba)

A kanadai CANDU típusú reaktor üzemanyaga természetes urán, a moderátora pedig tiszta nehézvíz. A Paksi Atomerőműben dúsított urán üzemanyag van, a moderátor pedig könnyűvíz, amelyben – szabályozási célokból – bórsavat oldanak. Mindkét típusú atomerőműben keletkezik trícium üzem közben, amellyel a környezet sugárterhelése során számolni kell. Vajon melyik folyamat a legfontosabb a trícium keletkezése szempontjából az egyik, ill. a másik atomerőműben?

3. Feladat:

(kitűzte: Mester András)

Válaszoljunk röviden az alábbi radioaktív izotópok nyomjelzőként való alkalmazásával kapcsolatos kérdésekre!

- Kit neveznek a radioaktív nyomjelzés atyjának?
- A természetben található nehéz radioaktív elemek – mivel nincs biológiai szerepük – nem alkalmasak nyomjelzésre. Milyen megoldást talált a később Nobel-díjban részesült tudós?
- Az ATP és ADP molekuláknak fontos biológiai szerepe van. A nyomjelzés atyja ^{32}S -t használt a bennük lévő foszfor radioaktív nyomjelzőjének előállítására. Vajon milyen atommag-reakcióval állította elő?
- Vajon miért a gamma-sugárzó izotópok a leggyakrabban használt nyomjelzők?
- Milyen fontos elvárások vannak a nyomjelzőkkel kapcsolatban?

4. Feladat:

(kitűzte: Oláh Éva)

Egészítse ki az alábbi bomlási folyamatokat a megmaradási törvények figyelembe vételével! Leánymagoknál adjuk meg azok tömeg- és rendszámait is!

- $^{12}_5\text{B} \rightarrow \dots + e^- + \bar{\nu}$
- $^{19}_{10}\text{Ne} \rightarrow \dots + e^+ + \nu$
- $^{218}_{84}\text{Po} \rightarrow \dots + \alpha$
- $^{22}_{11}\text{Na} \rightarrow \dots + e^+ + \nu$
- $^7_4\text{Be} + \dots \rightarrow ^7_3\text{Li} + \nu$

5. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József)

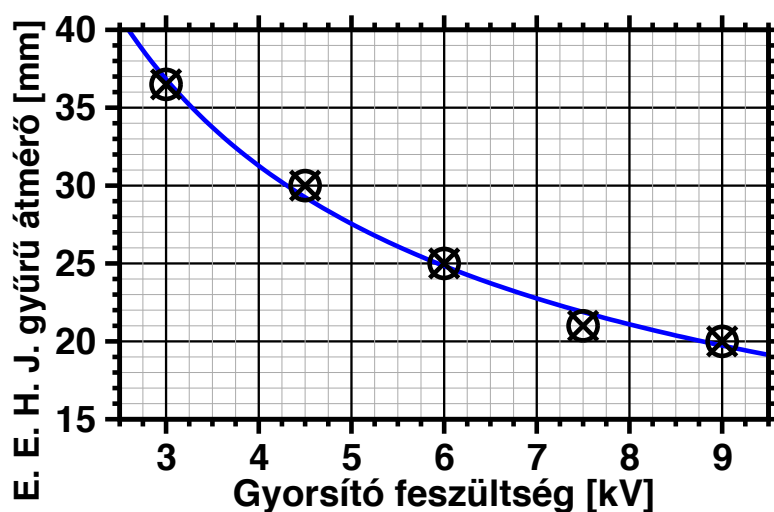
A béta-bomló izotópok közül egyesek felezési ideje megváltozik, ha az izotóp hosszú időn keresztül magas (több ezer K) hőmérsékleten van, míg mások ideje hőmérséklettől függetlenül állandónak bizonyul. Magas hőmérséklettel változó felezési idejű izotópok pl.: ^7Be , $^{54}_{25}\text{Mn}$, $^{55}_{26}\text{Fe}$, $^{57}_{27}\text{Co}$, amelyek bomlásánál egy neutrínó távozik a magokból. Állandó felezési idejű izotópok pl.: $^{24}_{11}\text{Na}$, $^{59}_{26}\text{Fe}$, $^{45}_{20}\text{Ca}$, ezek bomlásánál az atommagokból egy antineutrínó és egy könnyű töltött részecske repül ki.

- a) Miben különbözhet a két csoport radioaktív bomlása?
 b) Hogyan változik meg a felezési idő magasabb hőmérsékleten?
 c) A felsorolt, hőmérsékletre érzékeny izotópok közül vajon melyiknek a felezési ideje a legérzékenyebb a hőmérsékletre, és miért?

6. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Grafithártyára felgyorsított elektronokat bocsátunk. A keletkezett interferenciaképet a hártától 11 cm távolságra lévő ernyőn fogjuk fel. A mérés során az elektronokat gyorsító feszültséget növelve az elektronhullám első erősítési helyét jelző gyűrű átmérője az ábrán látható függvény szerint változott. A pontok jelölik a mért értékeket, a folytonos görbe függvényillesztés eredménye. A grafit rácsállandója $1,4 \cdot 10^{-10}$ m. Becsüljük meg a mérési adatok segítségével a Planck-állandót!

**7. Feladat:**

(kitűzte: Kis Dániel)

Az alapállapotú atommagokban a nukleonok kötött állapotban vannak. Azaz, csak külön energia befektetésével lehet akár csak egyetlen protont vagy neutront kiszabadítani belőlük. Ez érvényes az alfa-bomló atommagokra is. Hogyan lehetséges, hogy amíg egyetlen nukleon kiszabadításához külső energiára van szükség, addig az alfa-bomló atommagokból négy nukleon egyszerre ki tud lépni, energia felszabadulása mellett?

8. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin és Sükösd Csaba)

Anna és Bálint beszélgetnek.

Bálint: Képzeld, a múltkor azt olvastam, hogy a Paksi Atomerőműben kicsit jobban dúsított üzemanyag-kazettákat is használnak, mint korábban. Viszont ezzel túl sok ^{235}U -öt vinnének be a reaktorba, ami a reaktor szabályozhatóságát veszélyeztetné a kampány kezdetekor, ezért ezekhez a kazettákhoz erősen neutronelnyelő gadolíniumot is kevernek, hogy lekösse a többlet ^{235}U hatását. Szerintem teljesen értelmetlen jobban dúsított uránt használni, ha úgyis lekötjük a hatását! Tiszta pénzkidobás!

Anna: Óh, azokra a kazettákra gondolsz, amelyekben úgynevezett „kiégő mérgek” vannak? A gadolínium is ilyen kiégő mérreg. Azok egyáltalán nem értelmetlenek, mivel...

Vajon hogyan érvelt Anna?

9. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József)

A világűrben egy napsugárzásnak kitett fekete gömb állandósult hőmérséklete 7°C .

- Ha a gömböt egy fekete kockára cserélnénk, mennyi lenne annak hőmérséklete, ha a napsugárzás az egyik lapjára merőlegesen esne?
- Hány $^\circ\text{C}$ lenne a kocka hőmérséklete, ha az előző helyzetéhez képest a napsugárzásra merőleges tengely körül 45° -kal elforgatnánk?

Tegyük fel, hogy a testek jó hővezető, azonos anyagból készültek, abszolút fekete testnek tekinthetők, és olyan kis méretűek, hogy a test napsütötte és árnyékos oldalai közötti hőmérsékletkülönbség elhanyagolható.

10. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

A proton-proton ciklus a 0,08 és 1,5 naptömeg közötti tömegű fősorozatbeli csillagokban lejátszódó fő energiatermelő folyamat. Ennek során hidrogén atommagokból hélium atommagok keletkeznek, amit energia felszabadulása kísér gamma-fotonok és a nukleonok mozgási energiája formájában. A hosszú reakciólánc során végeredményben 4 protonból keletkezik egy 4-es tömegszámú hélium atommag közelítőleg $\varepsilon = 5$ pJ energia felszabadulása közben.

- Becsüljük meg, hogy másodpercenként mennyi hidrogén alakul át héliummá a Nap belsejében!
- Hány év alatt „ég el” földtömegnyi hidrogén a Napban?

Adatok: A Föld felületére merőlegesen beeső napsugárzás intenzitása átlagosan 1360 W/m^2 , a Nap–Föld távolság átlagosan 150 millió km, a $m_{\text{Föld}} \approx 5,97 \cdot 10^{24}\text{ kg}$.

2017 Döntő

1. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || Mindenkinek)

Hidrogéngázt fokozatosan melegítünk, miközben a molekulák jelentős része atomokra bomlik. Érzékeny spektroszkóppal vizsgálhatjuk, hogyan jelennek meg a gáz által kisugárzott elektromágneses spektrumban a H-atom színképvonalai. A hőmérséklet fokozatos növelésekor vajon milyen sorrendben válnak láthatóvá a spektroszkópban az infravörös, látható, illetve az ultraibolya tartományban lévő vonalak? A választ részletesen indokoljuk meg!

2. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté || Mindenkinek)

Hideki Yukawa (1907-1981, Nobel-díj: 1949) a nukleonok között ható magerő leírásakor azt feltételezte, hogy a kölcsönhatást az elektromágneses kölcsönhatáshoz hasonlóan egész spinű részecskék, azaz bozonok közvetítik. A magerő rövid hatótávolsága annak köszönhető, hogy a nulla nyugalmi tömegű fotonokkal ellentétben a nukleon-nukleon kölcsönhatást a nyugalmi tömeggel rendelkező mezonok hordozzák, melyek keltése az energia-idő határozatlanság eredményeképpen lehetséges. Yukawa a magerő hatótávolsága alapján becslést tudott adni a mezonok tömegére, amely 2-300 elektrontömegnek adódott. A negatív béta-bomlás során az atommagban egy neutron protonná alakul, melynek során a neutronban lévő egyik „down” kvark gyenge kölcsönhatással, egy ún. W^- bozont kibocsátva „up” kvark lesz, majd a W^- -bozon egy elektronra és egy antineutrínóra bomlik.

- Becsüljük meg az energia-idő határozatlansági reláció segítségével a gyenge kölcsönhatás hatótávolságát! A W bozon nyugalmi tömege $80 \text{ GeV}/c^2$.
- Hogyan aránylik ez a nukleonok méretéhez?

3. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || Mindenkinek)

2016 augusztusában jelent meg a Nature folyóiratban a hír, hogy a csillagászok felfedeztek egy exobolygót, amely a legközelebbi csillag – a vörös törpe Proxima Centauri – körüli lakható övezetben kering $11,2$ nap keringési idővel $7,5$ millió km ($1/20$ csillagászati egység, CsE) sugarú körpályán. Tételezzük fel, hogy a vörös törpe csillagról a bolygófelszín 1 m^2 -ére jutó sugárzási teljesítmény megegyezik a földi napállandóval, tovább azt, hogy a vörös törpe hőmérsékleti sugárzásának maximumhelye a Nap sugárzási maximumhelyének (550 nm) éppen kétszerese. A földi évet vehetjük 365 napnak.

- Hányad része lenne ekkor a vörös törpe átmérője a Nap átmérőjének?
- Hányad része lenne a vörös törpe tömege a Nap tömegének?

4. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin || Mindenkinek)

Pierre Curie a következő módon becsülte meg a rádium által kibocsátott alfa-részecskék energiáját:

- Tapasztalta, hogy a rádiumvegyületek mindig kissé melegebbek, mint a környezetük. Ha egy ilyen vegyületet hosszabb időre kaloriméterbe helyeztek, megállapítható volt, hogy minden gramm rádium kb. 588 J hőt fejleszt óránként. Ezt az értéket elosztva a keletkező α -részecskék számával, meg lehet határozni egy részecske energiáját.
- A bomlások számának a meghatározása egy úgynevezett *spintariszkóp* segítségével történt. Ez egy kis méretű doboz, melynek az alját belülről cink-szulfiddal vonták be, míg a másik oldalára egy lencsét helyeztek. A lencse és a cink-szulfid felület közé egy tűt helyeztek, melyre kis mennyiségű radioaktív anyagot vittek fel. A tűről a cink-szulfid felületre került α -részecskék a nagyítón keresztül megfigyelhető *szcintillációt*, fényfelvillanást hoznak létre.
- Lemértek 5 mg rádiumot tartalmazó sót, melyet 5 liter vízben feloldottak. A jól összekevert oldatból ez után 1 mm³ oldatot juttattak a spintariszkóp tűjére, ahonnan a víz gyorsan elpárolgott, ellenben ottmaradt a tisztán rádiumtartalmú anyag. A cink-szulfid felületen minden 100-adik kibocsátott alfa-részecske volt észlelhető, így 100 s alatt 37 felvillanást lehetett látni.

Becsüljük meg az alfa-részecskék energiáját Pierre Curie mérései alapján!

5. Feladat:

(kitűzte: Ujvári Sándor || Mindenkinek)

Egy ⁶⁰Co radioaktív minta felét egy űrhajóval űrutazásra viszünk 0,7c sebességgel, a másik felét a Földön hagyjuk. Az űrhajó földi idő szerint éppen 10 év múlva tér vissza. Mennyi lesz az aktivitások aránya, amikor a visszaérkezés után ismét megmérjük mindkét mintát? A ⁶⁰Co felezési ideje 5,27 év.

6. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)

R. Davis és J. Bahcall éppen 60 éve kezdték el a Nap-neutrínók kimutatására tervezett, „Homestake” nevű kísérletüket, amelyet több mint 24 éven át folytattak. Ebben a kísérletben 1478 m mélyen a Föld alatt, egy elhagyott aranybányában 390 000 liter C₂Cl₄ (tetraklóretilén) folyadékot használtak a neutrínók detektálására. A neutrínók és a ³⁷Cl atomok kölcsönhatása a következő reakcióegyenlettel írható le: $\nu + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^-$. A Nap-modell szerint $9 \cdot 10^{-36}$ esemény kellett volna létrejöjjön klór atomonként és másodpercenként. A mérések azonban ennek legfeljebb harmadrészét igazolták. Ez jelentette hosszú időn át a „Nap-neutrínó rejtélyt”.

- Mi lehet az oka, hogy éppen folyadék formában lévő klóratomokkal való reakciót választottak a kísérlet végrehajtásához?
- Miért kellett a Föld mélyében lévő helyre telepíteni a kísérletet?
- Davis 35 naponként választotta el a reakciótermékeket. Hány ³⁷Ar atom keletkezhetett ennyi idő alatt a neutrínókkal történő reakciókból?
- A keletkezett ³⁷Ar atomok radioaktívak, és 35 napos felezési idővel bomlanak. Hány bomlást várhatott Davis a 35 nap után összegyűjtött reakciótermékekből, ha a bomlásokat 100% hatásfokkal tudta észlelni?

- e) Davis sok éven keresztül folytatta a mérést a fenti módon. Vajon nem lett volna jobb, ha sok évig gyűjti a reakciótermék atomokat, és csak a végén választja szét a várhatóan sokkal több atomot, nem pedig 35 naponként újra és újra?

A tetraklóretilén sűrűsége: $1,62 \text{ g/cm}^3$, a klór móltömege $35,453 \text{ g/mol}$, a ^{37}Cl részaránya 24,23 atomszázalék.

7. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté és Szűcs József || Mindenkinek)

Egy $1,5 \text{ kg}$ tömegű űrszonda a Nap-Föld távolságában körpályán kering a Nap körül $v = 29,75 \text{ km/s}$ sebességgel, de távol a Földtől. Egy adott pillanatban kinyitja a „napvitorlát”. Mekkora felületű kell legyen a napvitorla, hogy az űrszonda elhagyhassa a Naprendszer? Tegyük fel, hogy mozgása során végig kellően távol marad a Földtől és a többi bolygótól, ezért azok tömegvonzása elhanyagolható! A napvitorlák a Nap fénysugárzását tökéletesen visszaverő felületből készültek, mindig a napsugárzásra merőlegesen állnak, és elegendően vékonyak ahhoz, hogy a fotonokon kívül a Napból érkező egyéb részecskék akadálymentesen áthaladjanak rajtuk. Útmutatás: vegyük észre, hogy a sugárnyomásból származó tolóerő a gravitációs erőhöz hasonló erőtvény szerint változik, így az általa végzett munka is hasonlóan számítható. Adatok: A napállandó 1370 W/m^2 , Nap-Föld távolság (1 CsE) 150 millió km , a Nap tömege $1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.

8. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin || 2. (Junior) kategória)

Az alábbi táblázat a hazánkban beépített szélérőművek egy hetes elektromos energiatermelési adatait mutatja (MAVIR weblap nyomán). A táblázat alapján becsüljük meg a hazai szélérőműpark %-os kihasználtságát a vizsgált héten! A beépített összes teljesítmény 330 MW .

- Mekkora a szélérőmű-park kihasználtsága? Szemléltessük ezt ábrán is!
- Hogyan aránylik ez a Paksi Atomerőmű 90%-os kihasználtságához?
- Ennyi energia megtermeléséhez mekkora tömegű, 5%-ban dúsított uránra lenne szükség, ha egy hasadás alkalmával 32 pJ energia szabadul fel?

Napok	$P \text{ (MW)}$
1. nap	50
2. nap	100
3. nap	75
4. nap	150
5. nap	10
6. nap	0
7. nap	0

9. Feladat:

(kitűzte: Kis Dániel || 2. (Junior) kategória)

Mekkora energia szabadulna fel akkor, ha 1 liter tiszta nehézvíz (D_2O) minden deutérium atommagja fúzióban egyesülne? A $\rho_{\text{D}_2\text{O}} = 1,1056 \text{ g/cm}^3$. Kétféle fúziós folyamat játszódhat le (azonos valószínűséggel):



Az egyes atommagok tömegei atomi tömegegységben: $m_{\text{n}} = 1,008665 \text{ u}$, $m_{\text{p}} = 1,007825 \text{ u}$, $m_{\text{D}} = 2,014102 \text{ u}$, $m_{\text{T}} = 3,016049 \text{ u}$, $m_{{}^3\text{He}} = 3,016029 \text{ u}$.

10. Feladat:

(kitűzte: Mester András || 2. (Junior) kategória)

A metastabil gamma-sugárzó technécium-99-et (^{99m}Tc) orvosi diagnosztikai vizsgálatokhoz használják.

- Határozzuk meg a bomlásnál felszabaduló energiát!
- Egy betegnek beadott 5 ml térfogatú injekció aktivitása 1,5 GBq/ml. Hány százalékkal csökken a testben lévő izotóp aktivitása 10 óra múlva, ha a ^{99m}Tc fizikai felezési ideje 6 óra, a technécium biológiai felezési ideje pedig 1 nap?

Az atomtömegek atomi tömegegységben: 98,90640 u ($^{99m}_{43}\text{Tc}$) és 98,90625 u ($^{99}_{43}\text{Tc}$).

11. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || 1. (Szenior) kategória)

Marx György ötlete volt a Földről lézersugárral hajtott űrhajó.

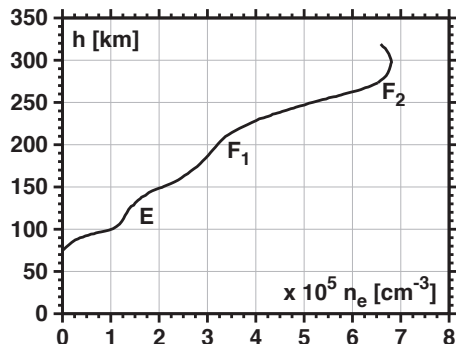
- Vajon melyik a gazdaságosabb megoldás? Az űrhajó végét tükröző lappal ellátni, amely a lézersugarat visszaveri a Földre, vagy pedig az űrhajót mindent elnyelő fekete lappal ellátni, amely a lézersugár teljes energiáját elnyeli?
- Mekkora lendületátadást lát egy földi megfigyelő, valamint az űrhajón lévő megfigyelő, ha az űrhajó már nagy v sebességgel távolodik a Földtől?

Útmutatás: tegyük fel, hogy a lézer nagyon rövid ideig tartó, E energiát képviselő impulzusokat (lövéseket) küld az űrhajó után. Az űrhajó sebességére használjuk a szokásos $\beta = v/c$ jelölést.

12. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely || 1. (Szenior) kategória)

Az ionoszférában a légkör molekuláit fotonok ionizálják. A magassággal csökkenő sűrűség és a különböző abszorpciós folyamatok miatt különböző rétegek alakulnak ki különböző magasságokban (pl. D, E, F₁, F₂ rétegek). Az ionizáció foka a Nap tevékenységének függvényében, illetve a napszaktól függően akár 2 nagyságrendet is ingadozhat. Az ábrán látható az elektronsűrűség egy köztes állapotban.



Plazmákban csak olyan elektromágneses hullámok tudnak terjedni, amelyek frekvenciája nagyobb, mint a plazmafrekvencia: $f_p = (1/2\pi)\sqrt{n_e e^2 / m_e \epsilon_0}$. Itt az n_e elektronsűrűséget $1/\text{m}^3$ -ben mérjük, e az elemi töltés, m_e az elektron nyugalmi tömege, és $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As}/(\text{Vm})$ a vákuum dielektromos állandója.

- Számítsuk ki a kritikus frekvenciát, ami elválasztja a visszavert és áthaladó elektromágneses hullámokat!
- Milyen következményei vannak a jelenségnek kommunikációs szempontból?

13. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || 1. (Szenior) kategória)

Egy 500 keV-es gamma-foton fotoeffektust hoz létre egy germánium félvezető detektor egyik ^{72}Ge atomjának 1s elektronján. A kiütött elektron a beeső foton haladási irányában repül tovább. Mivel $m_{\text{Ge}} \gg m_e$, a meglökődött atom által átvett energiát elhanyagolhatjuk.

- Mekkora lesz a kilökött elektron lendülete keV/c egységekben?
- Mekkora és milyen irányú a maradék atom által átvett lendület?
- Mekkora lenne egy ekkora lendületű ^{72}Ge atom mozgási energiája? Valóban elhanyagolható? Vajon a Ge atom ki tud-e szakadni a kristálysírcsban elfoglalt helyéről?

Adatok: A ^{72}Ge atom tömegét vegyük 72 u-nak, 1s elektronjának kötési energiáját pedig 11,0 keV-nek. A Ge atom kötési energiája a kristálysírcsban 3,85 eV. Az elektron nyugalmi energiája $m_0c^2 = 511$ keV.



2017 – Döntő megnyitó, az elméleti forduló előtt.

2018 Elődöntő

1. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Válaszoljunk az alábbi tudománytörténeti kérdésekre:

- a) Ki szabadalmaztatta a neutronos láncreakciót?
- b) Kiről mondják, hogy az első reaktormérnök volt?
- c) Ki volt ő: Heisenbergnél doktorált, és a hidrogénbomba atyjának is nevezték?
- d) A radioaktív nyomjelzés ötlete tőle származik. Ki volt ő?
- e) Ki adta a radioaktivitás nevet a sugárzási jelenségeknek?

2. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József)

Hogyan változna meg a H-atom mérete és energiaszintjei a következő táblázat első oszlopában írt esetekben? A papírunkra készítsünk az alábbihoz hasonló táblázatot, és abba írjuk a válaszokat!

- a) H-atom méretének változása?
- b) H-atom energiaszintjeinek változása?

H-atom paraméterének változása	(a)	(b)
1) elektron tömege kétszeresére nő		
2) elektron tömege felére csökken		
3) proton tömege kétszeresére nő		
4) elektron töltése felére csökken		
5) proton töltése kétszeresére nő		

3. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József)

Egy 1 MeV energiájú gamma-foton kölcsönhatásba lép

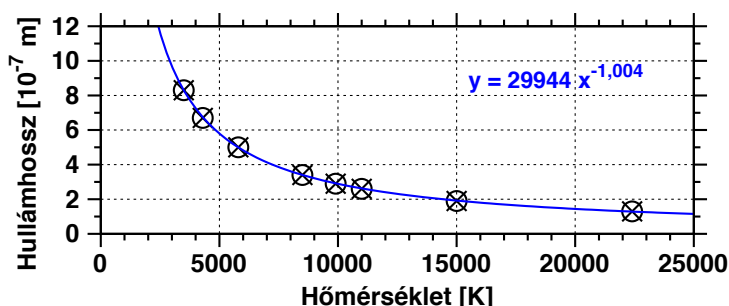
- a) egy nyugvó elektronnal
- b) egy nyugvó H-atommal
- c) egy nyugvó atommaggal.

Mindhárom esetben csak foton – részecske között lép fel kölcsönhatás, és tegyük fel, hogy a fotonnal kölcsönható atomi részek egyben maradnak. Mely kölcsönhatás(ok)nál, és milyen feltétel teljesülése esetén nyelődhet el (részecskeként megsemmisül) a foton?

4. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Az ábra néhány csillag által kibocsátott fény maximális intenzitásnál mért hullámhosszát és a csillag felszíni hőmérsékletének (K) kapcsolatát mutatja. A hullámhosszak a függőleges tengelyen 10^{-7} m egységben vannak. Melyik törvény olvasható ki a grafikonból? Határozzuk meg a törvényben szereplő állandó értékét a grafikon alapján! (Az ábrán szereplő csillagok névsorban: Achernar, Arcturus, Betelgeuse, Deneb, Proxima Centauri, Rigel, Sirius, Spica.)

**5. Feladat:**

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Korunk egyik legnagyobb műszaki teljesítményének számító, a CERN-ben megépített LHC (Large Hadron Collider = Nagy hadron ütköztető) gyorsítóját 2008-ban kapcsolták be először. A föld alá helyezett, közel kör alakú 26,7 km kerületű gyorsítóban 7 TeV (tera = 10^{12}) energiájú protonok keringenek és ütköznek. A teljes kerület mentén 2808 csomagban keringenek a protonok. Egy csomagban $1,15 \cdot 10^{11}$ darab proton van.

- Mekkora egy protoncsomag teljes energiája?
- Ha egy 150 kg tömegű kismotor ekkora mozgási energiával rendelkezne, mekkora sebességgel mozogna?
- Mekkora a teljes kerület mentén egy irányban mozgó protonok energiája?
- Hány kg 25°C fokos aranyat lehetne megolvasztani ekkora energiával?

Az arany fajhője $126 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, olvadáspontja $1337,6 \text{ K}$, olvadáshője $64,9 \text{ kJ/kg}$.

6. Feladat:

(kitűzte: Oláh Éva)

Legalább mekkora a nukleonok keV egységekben kifejezett kinetikus energiája az $A = 125$ tömegszámú atommagon belül? Adjunk rá becslést!

Adatok: $m_{\text{nuk}} \approx 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, $\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$.

7. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Létezik-e olyan atommag, amely pozitronkibocsátással bomlik, de elektronbefogással nem? Indokoljuk meg!

8. Feladat:

(kitűzte: Mester András)

Egy laboratóriumból folyamatosan szivárog egy igen hosszú, állandó átmérőjű kábelcsatornába radioaktív toron gáz. A csatornában 2 m/s sebességgel halad előre a levegő, amelyben egyenletesen oszlik el a szennyező gáz. A laboratóriumtól 10 m távolságban a cső mellett a megengedett sugárzás 16-szorosát mérik. A toron a radon 220-as izotópja és felezési ideje 56 s.

- A labortól milyen távolságra éri el a sugárzás a megengedett szintet?
- A labortól milyen távolságban lesz a sugárzás a megengedett érték $3\times$ -osa?

9. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely)

20 MeV energiájú protonok $500\ \mu\text{A}$ -es nyalábja egy céltárgyra esik, ahol teljesen elnyelődik.

- a) Másodpercenként hány proton nyelődik el?
- b) Mekkora teljesítménnyel fűti a proton-nyaláb a céltárgyat, ha a protonok teljes kinetikus energiája hővé alakul?
- c) Hány %-al nagyobb a protonok relativisztikus tömege, mint nyugalmi tömege?
- d) Mekkora erőt fejt ki a protonnyaláb az elnyelő céltárgyra?

10. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté)

Mekkora a felszíni hőmérséklete annak a Naphoz hasonló csillagnak, melynek sugara 750 ezer kilométer, és a csillagtól mért 220 millió kilométer távolságban a neutrínófluxus értéke $5,9 \cdot 10^{13}\ 1/(\text{m}^2\text{s})$ (vagyis $1\ \text{m}^2$ merőleges felületen másodpercenként ennyi neutrínó halad át)?



2018 – Döntő elméleti forduló.

2018 Döntő

1. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || Mindenkinek)

A Paksi Atomerőmű egyik blokkjának átlagos hőteljesítménye 1470 MW. Tegyük fel, hogy a generátorok állandó 500 MW villamos teljesítményt adnak rá az országos hálózatra egész évben.

- Mekkora a blokk éves átlagos hatásfoka? Becsüljük meg a blokk villamosenergia termelésének fajlagos ^{235}U üzemanyag fogyasztását gramm/GWh (villamos) egységben!
- Az atomerőmű üzemeltetőitől tudjuk, hogy a blokkok hatásfoka nem mindig ugyanakkora: télen valamivel nagyobb, mint nyáron. Mi lehet ennek a különbségnek az oka?

Adatok: egy ^{235}U mag hasadásakor felszabadult energia 32 pJ/ hasadás.

2. Feladat:

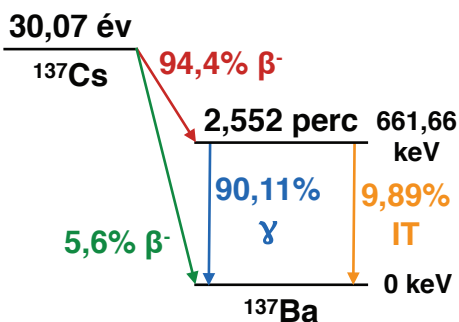
(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)

Egy üzemlátogatás során Áginak megtetszett egy fémdarab a fémhulladékok között. Amikor megkérdezte, hogy elviheti-e, azt a választ kapta, hogy egy napra hazaviheti, ám csak akkor tarthatja meg, ha másnapra megmondja, hogy *hány mól atomot tartalmaz*. Ági otthon a következő kísérletet végezte el: cérnaszálra kötötte, és belógatta a fémdarabot egy fazéknyi, forrásban lévő vízbe. Egy vékony falú termosznak megmérte a hőkapacitását, (azt 10,0 g vízzel azonosnak találta), majd 390,0 g tömegű vizet töltött a termoszba, és lemérte a hőmérsékletét: 20,0 °C. Öt perc eltelte után kivette a fémdarabot a forrásban lévő vízből, és belógatta a termoszba. Megvárta, amíg beáll a hőmérsékleti egyensúly, ekkor a hőmérő 22,0 °C hőmérsékletet mutatott. Rövid számolás után felhívta az üzemet. A fémdarabot megtarthatta, mivel a mérése alapján meg tudta mondani, hogy hány mól atomot tartalmaz. Határozzuk meg mi is!

3. Feladat:

(kitűzte: Kis Dániel || Mindenkinek)

A ^{137}Cs izotóp egy instabil, tisztán β -bomló atommag (30,07 év felezési idővel), amely a negatív β -bomlás következtében 94,4%-ban a ^{137}Ba egy 661,660 keV energiájú gerjesztett állapotába (ennek felezési ideje 2,552 perc), míg 5,6%-ban ugyanezen izotóp alapállapotába jut. A gerjesztett állapot 90,11% eséllyel γ -bomlással, és 9,89%-os valószínűséggel belső konverzióval az alapállapotra kerül (belső konverzió egy gerjesztett állapotban lévő atommag olyan bomlása, amikor az elektronhéjból elektront lök ki). Ha egy ^{137}Cs mintát γ -detektorral mérünk, akkor 600 s alatt nettó 24 500 beütést tapasztalunk a 661,66 keV-os csatornában. A detektor hatásfoka ezen az energián 0,0042.



- a) Hány darab ^{137}Cs bomlott el a mérés alatt, mekkora a ^{137}Cs aktivitása?
 b) Hány elektron kilépése várható a mérés során (elektron-elektron ütközésektől tekintünk el)?

4. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely || Mindenkinek)

γ -foton Compton szórászt szenved egy elektronon. Melyik esetben lesz nagyobb az ütközés után a szórt γ -foton energiája: (a) egy 180° -os szórás, (b) két egymást követő 90° -os szórás?

5. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || Mindenkinek)

Két egyforma üreksugárázó dobozt helyezünk el egymástól $R = 10$ cm távolságra vákuumban, más testektől távol. A két üreg nyílása $d = 0,9$ cm átmérőjű és egymással szemben helyezkedik el. A dobozok külső felülete tökéletes tükörként viselkedik. Ha az egyik üreg belsejében 1800 K hőmérsékletet tartunk fenn, mekkora állandósult hőmérséklet alakul ki a másik üreg belsejében, egyensúlyban? (Az üreksugárázó egy zárt doboz, amelynek kicsi nyílása közel abszolút fekete testként viselkedik.)

6. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté || Mindenkinek)

A ^{63}Cu izotóp (p,n) magreakció során ^{63}Zn izotóppá alakul, melyet követően a ^{63}Zn pozitív β^+ -bomlással ismét ^{63}Cu izotóppá bomlik. A bomlás során felszabaduló energia $2,344$ MeV.

- a) A megadott bomlási energia alapján határozzuk meg a $^{63}\text{Cu}(p,n)^{63}\text{Zn}$ magreakció létrehozásához szükséges energiát!
 b) A $^{63}\text{Cu}(d,2n)^{63}\text{Zn}$, azaz a deuteron elnyelésével és két neutron kibocsátásával járó reakció végbemeneteléhez a tömegközépponti rendszerben $6,373$ MeV kezdeti mozgási energiára van szükség. A megadott energia és az (a) részfeladat eredményei alapján határozzuk meg a deuteron kötési energiáját!

(Javaslat: Az energiamérlegeket leíró egyenleteket *atomtömegek* segítségével írjuk fel, és számoljunk mindenhol tömegközépponti rendszerben!)

7. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || Mindenkinek)

Egy hidrogénszerű (egy vegyérték-elektronos) atom által kibocsátott fotonok energiáját a módosított Balmer-formulával lehet felírni:

$$hf_{1,2} = E_H(Z - z)^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

ahol E_H ($= 13,6$ eV) a hidrogénatom ionizációs energiája, Z az atom rendszáma, z pedig az úgynevezett „árnyékolási” korrekció. Ez azt írja le, hogy a legutolsó vegyérték elektron „pályáján” belül lévő elektronok milyen mértékben „árnyékolják le” az atommag elektromos mezőjét.

- a) Ezt a formulát felhasználva számoljuk ki a vegyérték-elektronra vonatkozó árnyékolási tényezőt az alapállapotú Li atomban és Be^+ ionban, ha ezek ioni-

zációs energiája 5,39 eV illetve 17,0 eV! Az árnyékolási tényezőket tekintsük azonosnak.

- b) Indokoljuk meg, hogy az árnyékolási tényező miért tekinthető azonosnak a két esetben!
- c) Értelmezzük az (a) pontban kapott eredményt!

8. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin || 2. (Junior) kategória)

Melyik esetben szabadulna fel több energia, ha egy nagy rendszámú (urán közeli vagy transzurán) atommag két, vagy három egyenlő részre hasadna? Melyiknek lenne nagyobb az aktiválási energiája? Indokoljuk meg a választ!

9. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || 2. (Junior) kategória)

Az LHC 26655 m kerületű gyűrűjében két irányban, egymással szemben „csomagokban” keringenek a fénysebesség közelébe felgyorsított protonok. Irányonként 2808 protoncsomag kering. Az egymással szemben futó protoncsomagok a gyűrű 4 pontján elhelyezett detektorok középpontjában ütköznek. Az ütközések leggyorsabban 25 ns-ként követik egymást. Ezeknek az adatoknak az alapján válaszoljunk a következő kérdésekre:

- a) Legalább milyen távolságra haladnak protoncsomagok egymás után?
- b) A protoncsomag-helyek egyenletes gyűrűmenti eloszlását feltételezve irányonként hány „hely” nincs feltöltve protonokkal?

10. Feladat:

(kitűzte: Kis Dániel || 2. (Junior) kategória)

A SPECT vizsgálatokhoz használt γ -sugárzó ^{99m}Tc izotópot ^{99}Mo β^- bomlásából nyerik. Kezdetben 200 MBq Mo van jelen az izotópgenerátoron. 83 óra elteltével 80% kémiai kitermelési hatásfokkal (rövid idő alatt) leválasztják a keletkezett Tc-ot (A kitermelési hatásfok megmutatja, hogy az ott lévő anyag hányad részét tudjuk egyáltalán elválasztani).

Adjuk meg, hogy legfeljebb mennyi idő telhet el a vizsgálat kezdetéig, ha a detektálás hatásfoka 1%, és a mérés akkor sikeres, ha a teljes hossza alatt (mérési idő: 10 perc) a detektoron legalább $6 \cdot 10^5$ db beütést mérünk. Adatok: $T_{1/2}^{\text{Mo}} = 65,94$ óra, $T_{1/2}^{\text{Tc}} = 6,01$ óra.

11. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || 1. (Szenior) kategória)

Sokáig rejtély volt az, hogy hogyan jöttek létre az Univerzumban az élethez annyira szükséges ^{12}C atomok. Fred Hoyle (Cambridge) azt feltételezte 1952-ben, hogy léteznie kell egy gerjesztett állapotnak a ^{12}C atommagban 7,656 MeV gerjesztési energiánál, amelyen keresztül a következő két fúziós reakció valamelyike a ^{12}C atommag létrejöttéhez vezethet:

- (1) $^4_2\text{He} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^8_4\text{Be}$, és $^8_4\text{Be} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{12}_6\text{C}$; illetve
- (2) $^4_2\text{He} + ^4_2\text{He} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{12}_6\text{C}$.

- a) Vajon a két reakció közül melyik tud alacsonyabb hőmérsékleten és kevésbé sűrű csillaganyagban megvalósulni? Indokoljuk meg a választ!
- b) Vajon mekkora hőmérséklet kell az egyes reakciólépések létrejöttéhez?
- c) A ${}^8\text{Be}$ atommag felezési ideje mindössze $6,7 \cdot 10^{-17}$ s. Milyen jelentősége van ennek?

Adatok: a ${}^8\text{Be}$ tömege: 8,00530520 u, a ${}^4\text{He}$ tömege: 4,00260325415 u, a ${}^{12}\text{C}$ tömege: 12,000 u. $1 \text{ u} \cdot c^2 = 931,4940954 \text{ MeV} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot c^2$.

12. Feladat: (kitűzte: Papp Gergely és Sükösd Csaba || 1. (Szenior) kategória)

A nyugvó müonok (μ -mezonok) átlagos élettartama (a λ bomlási állandó reciprokaként) $\tau_0 = 1/\lambda = 2,196 \text{ } \mu\text{s}$. A nyugalmi tömeg $m_\mu = 207m_e$, ahol m_e az elektron nyugalmi tömege. Milyen kinetikus energiával kell megszülessen egy $N \gg 1$ darabból álló müon csoport a Föld felszínétől mért $h = 30 \text{ km}$ magasságban, hogy merőleges beérkezésnél éppen $N/2$ darab érje el a felszínt? (A légköri hatásokat hanyagoljuk el. A *távolság számításában* feltehetjük, hogy $v_\mu \approx c$.)

13. Feladat: (kitűzte: Papp Gergely || 1. (Szenior) kategória)

Az 50-es években a Lawrence Berkeley kutatóintézetben antiprotonok előállítására alkalmas gyorsítót készültek építeni (ez lett a Bevatron, és itt fedezték fel 1955-ben az antiprotont, amiért az 1959-es évi Nobel-díjat adták). Az antiprotonokat proton-proton ütközésekkel hozták létre:

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}.$$

A gyorsító tervezésekor kritikus volt tudni, hogy mekkora kell legyen a bejövő protonok minimális *kinetikus* energiája, hogy a proton-antiproton párkeltés létrejöheszen. (A felgyorsított protonok nyugvó hidrogén céltárggyal ütköztek.) Számoljuk ki ezt a küszöbenergiát, az egyszerűség kedvéért a proton nyugalmi energiájának egységeiben! Nagyságrendileg hány eV ez az energia? (Javaslat: használjuk ki, hogy a nyugalmi energia $(m_0c^2)^2 = E^2 - (pc)^2$ minden inerciarendszerben azonos, több részecske rendszerekre is!)

2019 Elődöntő

1. Feladat:

(kitűzte: Ujvári Sándor)

Egy lezárt dobozban ötvözetet helyeztek el, amely kétfajta, azonos anyagmennyiségű (azonos számú atomot tartalmazó) fémből készült. Mindkét fém radioaktív, az egyik (A) felezési ideje 12 év, a másiké (B) 18 év. Amikor a dobozt kibontották és az ötvözetet elemezték, az A és B fém anyagmennyiségének aránya $N_A/N_B = 53/220$ volt. Mennyi idős volt az ötvözet?

2. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté)

A Nap sugara 695 700 km, a felszíni hőmérséklete 5778 K.

a) Számítsuk ki a Nap átlagos térfogati teljesítménysűrűségét (W/m^3)!

Értelmezzük az eredményt!

b) Hány proton alakul a Napban héliummá másodpercenként?

c) Mekkora ezeknek a protonoknak az együttes tömege?

A Stefan-Boltzmann állandó értéke $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$.

3. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely)

A Curiosity Mars-járó áramellátásáról egy Radioizotópos Termoelektromos Generátor (RTG) gondoskodik. A generátor hőforrása 8 darab, indításkor egyenként 0,5 kg tiszta alfa-bomló $^{238}_{94}\text{PuO}_2$ töltet. Az elektromos átalakítás hatásfoka $\eta = 6,25\%$. A $^{238}_{94}\text{Pu}$ felezési ideje $T_{1/2} = 87,7$ év, alfa-energiája $E_\alpha = 5,593 \text{ MeV}$, a PuO_2 moláris tömege 276 g/mol.

a) Hány Watt az RTG elektromos teljesítménye induláskor?

b) Hányad részére esik ez a teljesítmény a Marshoz érkezés pillanatában, ha az út 253 napig tart?

4. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József)

Egy 5 amperes olvadó biztosíték kör keresztmetszetű olvadó szálának átmérője d . Mekkora lesz a biztosíték teherbírása, ha az ugyanabból az anyagból készült olvadó szálát azonos hosszúságú, $2d$ átmérőjűre cseréljük ki? (Tegyük fel, hogy a szálak hőleadása a hengerpalást mentén, tisztán hőszugárzás útján történik.)

5. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter)

A $^{212}_{83}\text{Bi}$ mag radioaktív, 64% valószínűséggel β^- -bomlással, 36% valószínűséggel α -bomlással alakul át. A megmaradt bizmut atomok száma 60,55 percenként feleződik a bomlás során (azaz felezési ideje 60,55 perc).

a) Milyen atommagok keletkeznek a bomlások során?

b) Mekkora az alfa- és a béta-bomlások felezési idejei (T_α ill. T_β) külön-külön?

c) A bizmut hány százaléka bomlik el $T_\alpha + T_\beta$ idő eltelte után?

Megjegyzés: Egy többféle módon is bomlani képes radioaktív atommagnál beszélhetünk a különféle típusú bomlások időegységre eső valószínűségéről külön-külön is. Ezek a „részele-

ges” bomlási valószínűségek, vagy részleges bomlási állandók. Mivel a különböző bomlások egymástól függetlenül, véletlenszerűen következhetnek be, ezért a teljes időegységenkénti bomlási valószínűség (λ [1/s]) ezeknek a részleges bomlási valószínűségeknek az összegeként adódik: $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_N$.

6. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba)

A CERN LHC gyorsító-csővében protonok száguldanak azonos sebességgel. Egy-egy proton mozgása elektromos áramerősséget jelent, így a párhuzamosan futó protonok olyanok, mint párhuzamos vezetőkben egy irányba futó áramok. Ezekről pedig tudjuk, hogy vonzzák egymást. Ugyanakkor pedig a protonok – azonos elektromos töltésük lévén – taszítják is egymást. Vajon melyik hatás az erősebb? Indokoljuk meg a választ! (Megjegyzés: a feladatban a pálya görbültségétől és a protonok gyorsításától tekintsünk el, azaz vegyük úgy, mintha a feladatban szereplő kölcsönhatások nélkül a protonok egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznének.)

7. Feladat:

(kitűzte: Ujvári Sándor)

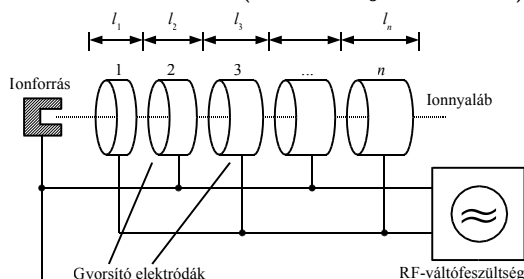
2 MeV energiájú proton lép egy lineáris gyorsítóba, aminek 597 (fémről készült, üreges, hengeres) gyorsító elektródáját (driftcső) egy 200 MHz frekvenciájú oszcillátor működteti. A végző energia 300 MeV. A proton tömege $m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$.

a) Milyen hosszú a második driftcső?

b) Milyen hosszú az utolsó előtti?

c) Hány driftcsőre lenne szükség, ha 500 MeV energiát szeretnénk elérni?

Megjegyzés: A gyorsítás szakaszosan történik az elektródák (driftcsövek) közötti hézagokban. Mivel az elektródák fémről vannak, belsejükből nincs elektromos térerősség (Faraday-kalitka), így nincs gyorsítás sem. A gyorsítási folyamat akkor optimális, ha a töltött részecske minden hézagban újra gyorsul, azaz ha két, egymást követő hézagba lépés között éppen félperiódusnyi idő telik el. A hézagközök és elektródák hosszának alkalmas megválasztásával elérhető, hogy a szakaszos gyorsítás egyenlő energiaadagokban történjen. A driftcsövek közötti hézagot - ahol a részecskék gyorsítása történik - tekintsük elhanyagolható szélességűnek a driftcsövek hosszához képest!



8. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté)

Arthur Ashkin az 1970-es években fejlesztette ki a fénynyomás elvén alapuló optikai csipeszt (vagy más néven lézercsipeszt), amely egy erősen fókuszált lézernyaláb segítségével mikroszkopikus részecskék háromdimenziós mozgatására alkalmas eszköz, és melynek kifejlesztéséért 2018-ban fizikai Nobel-díjat kapott. A fellépő erők és nyomások nagyságrendjének érzékeltesére határozzuk meg egy 520 nm hul-

lámhosszú, 50 mW teljesítményű lézer által kifejtett (a) erőt és (b) fénynyomást, ha a lézernyalábot hullámhossznyi átmérőre fókuszáljuk!

9. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely)

Vegyünk egy, a Nap felszínéről kirepülő protont.

- Mekkora minimális kinetikus energiára van szüksége (eV egységekben), hogy elhagyhassa a Naprendszer?
- Mekkora hőmérsékleten ekkora a részecskék átlagos energiája?

A Nap sugara 695 700 km, a proton tömege $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ kg. (Csak a Nap gravitációs terét vegyük figyelembe, a bolygók gravitációs hatásától tekintsünk el. A megoldáshoz szükséges további adatokat keressük ki a függvénytáblázatból. Figyelem! A táblázatban található szökési sebesség a Föld pályájáról érvényes.)

10. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter)

Egy üreges acélgömb belsejében 5 kg ^{209}Po -ot helyezünk el, majd a gömböt a világűrbe juttatjuk egy olyan pályára, amin a Föld mindig árnyékolja a Napot.

- Mekkora lesz az állandósult hőmérséklete a gömbnek kezdetben?
- Adjuk meg a hőmérséklet változásának időfüggését!

A gömb sugara 10 cm, a ^{209}Po α -bomló, felezési ideje 125,2 év, egy bomlásban felszabaduló energia $7,98 \cdot 10^{-13}$ J, a gömb külsejének reflexióképessége 0,8.



2019 – Döntő, elméleti forduló (Paksi Vak Bottyán Gimnázium).

2019 Döntő

1. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin || Mindenkinek)

A nyomottvizes atomerőművek aktív zónájában az urándioxid üzemanyagot tartalmazó cirkónium csövekben (üzemanyagpálca) körülbelül $4 \cdot 10^5$ Pa (4 bar) nyomású héliumot töltenek. A reaktor üzemeltetése során a csövek mellett áramló víz körülbelül $1,2 \cdot 10^7$ Pa (≈ 120 bar) nyomású.

- Vajon miért héliumot alkalmaznak?
- Miért nem nagyobb nyomásra töltik fel a pálcákat?

2. Feladat:

(kitűzte: Mester András || Mindenkinek)

Orvosi diagnosztikában a $^{99m}_{43}\text{Tc}$ izotópot radioaktív nyomjelzőként használják.

- Mely elem béta-sugárzását követően keletkezik az izotóp?
- Milyen sugárzást bocsát ki a $^{99m}_{43}\text{Tc}$ izotóp? Milyen elem keletkezik?
- A sugárzó anyagnak hány %-a maradt még a páciens testében 24 óra múlva?
- Mennyi lesz 24 óra elteltével egy technécium izotóp bejuttatásával vizsgált 70 kg-os páciens aktivitása, ha testébe 4,63 nanogramm izotópot juttatnak be intravénásan?

Adatok: a $^{99m}_{43}\text{Tc}$ felezési ideje 6 óra, biológiai felezési ideje (amely idő alatt a bevitt radioaktív anyag mennyisége az anyagcsere folyamatok miatt felére csökken) 1 nap.

3. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely || Mindenkinek)

Vegyünk három különböző részecskét: (i) elektron ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg), (ii) töltött $\pi^\pm$ mezon ($m_{\pi^\pm} \approx 273m_e$) és (iii) proton ($m_p \approx 1836m_e$). Első lépésben gyorsítsuk fel őket oly módon, hogy kinetikus energiájuk a nyugalmi energia 2-szerese legyen, ez az 1. gyorsító fokozat.

- Milyen gyorsító feszültséget kell alkalmazunk, ha azt szeretnénk, hogy egy 2. lépcsőben történő további gyorsítás hatására a részecskék teljes energiája megduplázódjon?
- Mekkora lesz a részecskék sebessége fénysebesség egységeiben ($\beta \equiv v/c$) az 1. és a 2. fázis után?

4. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté || Mindenkinek)

A ^7_4Be atommagok protonfeleslegüktől elvileg két módon szabadulhatnak meg.

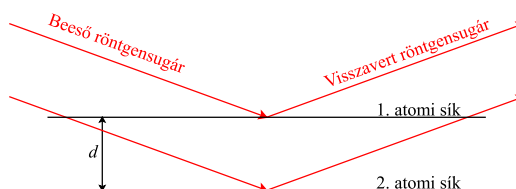
- Melyik ez a két lehetséges bomlási mód? Vizsgáljuk meg a megadott adatok alapján, hogy energetikailag közülük melyik valósulhat meg!
- A lehetséges bomlás felezési ideje a Földön 53,6 nap, a Nap belsejében viszont átlagosan 83,2 nap. Mi lehet az eltérés magyarázata?

Adatok: $M(^7_4\text{Be}) = 7,016929 u$, $M(^7_3\text{Li}) = 7,016003 u$ (atomtömegek), $m_e c^2 = 0,511$ MeV, $1 u = 931,494$ MeV/ c^2 .

5. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || Mindenkinek)

Grafit egykristályt $0,153\text{ nm}$ hullámhosszú röntgensugárzással vizsgálunk Bragg-geometriában (lásd az ábrát). A visszavert röntgensugarak 3. erősítési maximumának iránya a beeső sugarak irányától 40° -kal tér el. Mekkora a grafitkristály d rácsállandója?

**6. Feladat:**

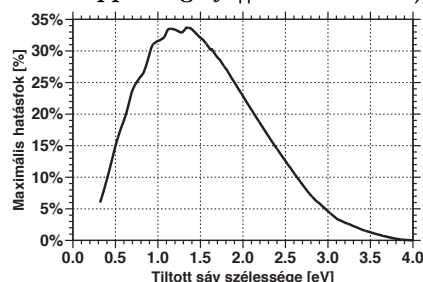
(kitűzte: Ujvári Sándor || Mindenkinek)

Pionok és müonok egyforma, $130\text{ MeV}/c$ lendülettel haladnak át egy átlátszó közegen. Milyen tartományba esik a közeg n törésmutatója, ha csak a müonok keltenek Cserenkov-sugárzást? A pion nyugalmi tömege $140\text{ MeV}/c^2$, a müoné $106\text{ MeV}/c^2$. (Cserenkov-sugárzás akkor keletkezik, ha a közegben haladó részecske sebessége nagyobb mint a fény sebessége az adott közegben.)

7. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely || Mindenkinek)

Az egyszerű p-n átmenetű félvezető napelemek hatásfokának van egy elméleti felső határa, az úgynevezett Shockley-Queisser limit. Maximumát $33,7\%$ -nál éri el, azaz $1000\text{ W}/\text{m}^2$ beeső napsugárzásból csak maximum $337\text{ W}/\text{m}^2$ elektromos teljesítmény nyerhető ki. A hatásfok függését a félvezető tiltott sáv szélességétől az ábra mutatja.



- A Nap felszíni hőmérséklete 5778 K . Milyen hullámhosszon sugározza ki a legtöbb energiát? Hány eV ennek a hullámhossznak megfelelő fotonenergia? *Vázlatosan* rajzoljuk le a sugárzási spektrumot!
- Próbáljuk megmagyarázni a hatásfok limit létezését kvalitatívan (nem számszerűleg)!
- Miért függ a hatásfok a tiltott sáv szélességétől, és miért nem monoton ez a függés?

8. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin || 2. (Junior) kategória)

Egy liter asztali fehér bor 77 gramm etilalkoholt ($\text{C}_2\text{H}_5\text{-OH}$) és 1 gramm káliumot tartalmaz. Határozzuk meg, hogy a fogyasztást követő percekben hogyan aránylik a felszívódó kálium ^{40}K izotópjaitól származó aktivitás (A_K) az alkohol ^{14}C -tartalmától származó aktivitáshoz (A_C)?

Adatok: Felezési idők: $T_{1/2}(^{14}\text{C}) = 5730\text{ év}$, $T_{1/2}(^{40}\text{K}) = 1,248 \cdot 10^9\text{ év}$. A kérdéses izotópok részaránya $N(^{14}\text{C})/N(\text{C}) = 1,14 \cdot 10^{-12}$, $N(^{40}\text{K})/N(\text{K}) = 1,18 \cdot 10^{-4}$.

9. Feladat: (kitűzte: Kis Dániel Péter || 2. (Junior) kategória)

Az uránizotópok az indukált hasadás illetve radioaktív bomlás mellett képesek spontán hasadásra is. Az ^{238}U izotóp esetében a bomlások $f_{\text{sf}} = 5,4 \cdot 10^{-5} \%$ -ában következik be spontán hasadás.

- A paksi atomerőműben átlagosan mennyi *spontán* ^{238}U hasadás történik egy nap alatt?
- Ez mekkora energia felszabadulást jelent?

Adatok: az urán mennyisége 42 t/blokk, a spontán hasadásból felszabaduló energia $3,2 \cdot 10^{-11}$ J, az átlagos dúsítás 4% (atom %), ezen a dúsításon az urán moláris tömege 237,93 g/mol, a ^{238}U radioaktív felezési ideje $4,468 \cdot 10^9$ év, az erőműnek 4 blokkja van.

10. Feladat: (kitűzte: Mester András || 2. (Junior) kategória)

0,2 T erősségű homogén mágneses térben, azonos sugárforrásból, az indukcióvonalakra merőleges síkban egyszerre, egy irányban indul egy $6,64 \cdot 10^{-27}$ kg tömegű α -részecske $1,5 \cdot 10^4$ km/s, egy β -részecske $8 \cdot 10^4$ km/s sebességgel, és egy γ -foton. (A relativisztikus hatásoktól tekintsünk el.)

- Mennyi idő múlva lesz az α -részecske sebessége merőleges a γ -foton pályájára?
- Mekkora utat tesz meg ez idő alatt az α - és β -részecske illetve γ -foton?

11. Feladat: (kitűzte: Tarján Péter || 1. (Szenior) kategória)

A debreceni Atommagkutató Intézetben található Magyarország legnagyobb részecskegyorsító berendezése, amely 1985 óta szolgáltat gyorsított részecskenyalábokat alap- és alkalmazott kutatások számára, illetve orvosi és ipari alkalmazásokhoz is. A gyorsító D alakú üreges fém elektródái (duánsok) a síkjukra merőleges 1,4 T erősségű homogén mágneses térben helyezkednek el. A gyorsított részecskék legnagyobb pályasugara $R = 45$ cm.

- Legfeljebb hány MeV energiára tudja gyorsítani a ciklotron a protonokat illetve az α részecskéket?
- 5 MeV végenergiára gyorsításnál az alkalmazott mágneses tér nagysága 0,72 T. Mekkora frekvenciájú váltakozó feszültséget kell kapcsolni a duánsokra, hogy a proton ill. az α részecske a duánsok között mindig gyorsuljon? Hogyan tudnak ilyen α részecskéket gyorsítani, ha a gyorsítófeszültség frekvenciája csak a 8 – 24 MHz intervallumban változtatható?

12. Feladat: (kitűzte: Szűcs József & Sükösd Csaba || 1. (Szenior) kategória)

Mintegy 100 évvel ezelőtt, az 1920-as évek elején – amikor még a kvantummechanika nem született meg, és a neutron sem fedezték fel (1932. Chadwick) – az atommagok összetételét a tudósok még úgy képzelték el, hogy a magban A számú proton és $A - Z$ számú elektron van kötött állapotban. Így pl. az ^{16}O magban 16 proton tart kötött állapotban 8 elektront. Az atommag méretére is

csak a Rutherford-kísérlet adott egy felső korlátot: $R < 1 \cdot 10^{-14}$ m. Az 1920-as években azonban Louis de Broglie felfedezte a róla elnevezett összefüggést, és ezzel minden részecskéhez hullámot is rendeltek, amely a részecske lendületével van kapcsolatban.

- Mutassuk meg a de Broglie összefüggés felhasználásával, hogy egy elektron nem lehet kötött állapotban egy $A = 16$ protont tartalmazó, $1 \cdot 10^{-14}$ m sugarú atommagban!
- Legalább mekkora sugarúnak kellene lenni az $A = 16$ protont tartalmazó atommagnak, hogy fogva tudjon tartani akár csak egyetlen elektront?

13. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || 1. (Szenior) kategória)

Az ELI-ALPS szegedi kutatóintézet szuperlézereinek HF-PW nevű ága 2 PW maximális teljesítményű, 17 fs hosszúságú lézerimpulzusokat szolgáltat 800 nm közepes hullámhosszon.

- Mekkora az egyetlen lézerimpulzusban tárolt energia? (Tegyük fel, hogy az átlagos teljesítmény a maximális teljesítmény fele).
- Hány koherens foton van egyetlen ilyen impulzusban?
- Mekkora az elektromos térerősség maximális amplitúdója, ha ez a nyaláb 1 mm^2 felületre van fókuszálva?
- Hasonlítsuk a (c) pont eredményét a proton által létrehozott térerősséggel az alapállapotú H-atom sugaránál!
- Mekkora lehet az ebben az impulzusban lévő fotonok hullámhossz-bizonytalansága?

Javaslat: használjuk ki, hogy egy vákuumban terjedő elektromágneses hullámban az egységnyi felületre eső S teljesítmény kifejezhető a hullám elektromos térerősségének amplitúdójával: $S = c \cdot \epsilon_0 \cdot E^2$, ahol c a fénysebesség és $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$ a vákuum permittivitása. Tipp: $\Delta(1/x) = \Delta x/x^2$.

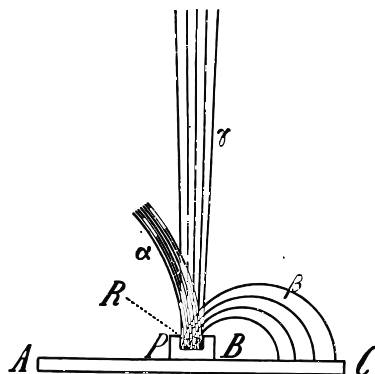
2020 Elődöntő

1. Feladat:

A mellékelt ábra Marie Curie doktori értekezéséből származik, mely 1903-ban jelent meg. A leírás szerint az ABC fényképezőlemezre a rádiumot (R) egy ólomtömbbe (P) vájt kis mélyedésbe elhelyezve, és annak környezetében erős homogén mágneses teret létesítve, melynek $\vec{B}$ indukcióvektora a rajz síkjára merőlegesen befelé mutat, a preparátumból kiinduló sugarak különválnak.

Az ábrán lévő vonalcsoportok szerkezetéből következtessünk a három különböző sugárzás minél több jellegzetes tulajdonságára! Indokoljuk is meg!

(kitűzte: Radnóti Katalin)



2. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Magfizikában léteznek úgynevezett „mágikus számok”.

- Mi a mágikus szám jelentése a magfizikában? Melyek a mágikus számok?
- A függvénytáblázat segítségével soroljunk fel minél több kétszeresen mágikus atommagot!

3. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba)

Miért nem lehet az atomi elektront olyan golyócskának felfogni, amely „véletlenül rohangál” az atommag körül úgy, hogy előre nem lehet megmondani, hogy hol van?

4. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté)

Mérések azt mutatták, hogy az 1 g tömegű, hermetikusan lezárt ^{226}Ra izotóp mintában hosszú idő alatt is csak legfeljebb $6,4\ \mu\text{g}$ tömegű ^{222}Rn leányelem halmozódik fel. A ^{222}Rn felezési ideje $T_{1/2} = 3,8235$ nap. A ^{226}Ra és ^{222}Rn moláris tömegeit vehetjük 226 g/mol-nak ill. 222 g/mol-nak.

- Miért stabilizálódik a ^{222}Rn mennyisége elegendően hosszú idő alatt? Milyen aktivitások jellemzik ezt az állapotot?
- Becsüljük meg ez alapján a rádium (jóval hosszabb) felezési idejét!
- Miért kell hermetikusan lezárni a ^{226}Ra mintát?

5. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin & Papp Gergely)

A nukleáris balesetek, illetve légköri atombomba-robbantások egyik legfontosabb radioaktív terméke az urán hasadása során keletkező, természetben nem megtalálható, tisztán béta-bomló $^{131}_{53}\text{I}$.

- a) A csernobili katasztrófa után a helybeli lakosok pajzsmirigyének $^{131}_{53}\text{I}$ aktivitása körülbelül 1 kBq volt. Becsüljük meg, hogy mennyi idő alatt csökkenhet ez 10 Bq alá! A $^{131}_{53}\text{I}$ fizikai felezési ideje 8,05 nap, a biológiai pedig 120 nap.
- b) A $^{131}_{53}\text{I}$ -et egyes pajzsmirigy-megbetegedések gyógyítására is használják. Megfigyelték, hogy nagy dózisok orvosi használata esetén kisebb valószínűséggel alakul ki mellékhatásként rákos megbetegedés, mint közepes dózisok alkalmazása mellett. Mi lehet ennek az oka?

6. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter)

A Földre a Napból érkező sugárzás felületegységre jutó teljesítménye (napállandó) $S_0 = 1361 \text{ W/m}^2$.

a) Mennyi a Nap felszínén a felületegységenkénti sugárzási teljesítmény?

b) Számítsuk ki, hogy milyen hullámhosszon sugároz legjobban a Nap!

Használható adatok: az átlagos Nap–Föld távolság: $R = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$, a Nap sugara $r = 6,957 \cdot 10^5 \text{ km}$, a Stefan-Boltzmann állandó $\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4)$, a Wien-féle eltolódási törvény állandója $b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ K}\cdot\text{m}$; a Napot tekintsük abszolút fekete testnek!

7. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Tegyük fel, hogy a $t = 0$ időpillanatban mérést végzünk egy szabad elektronon. Sikerül olyan mérést végeznünk, amelynek során mind a helyét, mind a lendületét az elméletileg elérhető lehető legpontosabban mérjük. A lendület (p_x) átlagértéke 0 közelében van; a helyet pedig $\Delta x_0 = 10^{-8} \text{ cm}$ -es bizonytalansággal tudjuk meghatározni. (Adatok: $\hbar/2 \approx 5,273 \cdot 10^{-35} \text{ m}^2\text{kg/s}$.)

a) Becsüljük meg a sebesség bizonytalanságát!

b) Mekkora lesz a helybizonytalanság 0,1 s illetve 1 s után? (Azaz: Hogyan terjed szét idővel ez a hullámcsomag?)

8. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely)

Hány keV mozgási energia mellett lesz egy elektron de Broglie hullámhossza egyenlő a Compton hullámhosszával? (Egy részecske Compton hullámhossza olyan foton hullámhosszát jelenti, amelynek az energiája megegyezik a részecske nyugalmi energiájával.) Az elektron nyugalmi tömege $m_0 \approx 511 \text{ keV}/c^2$.

9. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter)

Alfa-részecskék hatótávolságát mérjük levegőben végeblakos GM-csővel. A mérésből 2,73 cm-t kapunk, de aztán eszünkbe jut, hogy az alfa-részecskék energiát veszítenek a detektor csillám végeblakán áthaladás közben is, így a kapott hatótávolságot korrigálnunk kell. A GM-cső adatlapján azt találjuk, hogy a végeblak rétegvastagsága (más néven m/A felületi sűrűsége) 2 mg/cm^2 . Adott még az is, hogy 1 cm 15°C -os levegőréteg alfa-elnyelés szempontjából egyenértékű $1,43 \text{ mg/cm}^2$ felületi sűrűségű csillámmal. A mérés során a levegő hőmérséklete 27°C .

- Határozzuk meg 1 cm vastag 15 °C-os levegőréteg felületi sűrűségét!
- Határozzuk meg az alfa-részecskék korrigált hatótávolságát a 27 °C-os levegőben!
- Határozzuk meg az alfa-részecskék energiáját és sebességét a következő összefüggés alapján:

$$R = \frac{1,28 \cdot 10^{-3}}{\rho} (E + 1,34)^{1,90},$$

ahol az R hatótávolságot méterben kapjuk, ha az E energia MeV-ben vett számértékét és a levegő sűrűségének (ρ) kg/m³-ben vett számértékét helyettesítjük be.

A légkör nyomását annak súlya adja, ezért a légkör állapotváltozása izobárnak tekinthető. A levegő sűrűsége 15 °C-on 1,225 kg/m³.

10. Feladat:

(kitűzte: Mester András)

Gáztöltésű kamrában elhelyezett $^{210}_{84}\text{Po}$ izotóp által kisugárzott alfa-részecskék elnyelődnek a kamrában. A kamra által mért töltésáram 0,5 μA . Tegyük fel, hogy csak egyszeres elektromos töltésű ionok keletkeznek az ionizáció során, és ezek 38%-át érzékeljük áramként.

- Milyen az alfa-részecskék pályája a kamrában? Mi lehet a magyarázata annak, hogy csak a keletkezett töltött részecskék 38% részéből lesz ionizációs áram?
- Becsüljük meg a preparátum aktivitását!
- Mennyi a preparátum tömege?

Adatok: az alfa-részecskék átlagos energiája $E_\alpha = 5,41 \text{ MeV}$, a $^{210}_{84}\text{Po}$ felezési ideje 138 nap. Levegőben az átlagos ionizációs energia 35 eV, azaz egy-egy ion-elektron pár létrehozásakor ennyi mozgási energiát veszít az α -részecske.

2020 Döntő

A 2020-as döntő a koronavírus-járvány első hulláma miatt először elhalasztásra került. Ezt követően a további hullámok miatt az év folyamán később sem lehetett jelenléti döntőt tartani, ezért végül az elődöntő eredményei alapján hirdetett sorrendet a Versenybizottság.

2021 Elődöntő

1. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Mekkora a sebessége annak az

- a) elektronnak
- b) protonnak

amelyiknek a mozgási energiája éppen megegyezik a nyugalmi energiájával?

2. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

A káliumhiányos, illetve a sóelvonókúrán lévő betegeknek Kálium-R tablettát kell szedniük, mely 524,44 mg káliumot tartalmaz tablettánként. Mekkora többlet-aktivitást jelent napi 2 tablettát bevétele egy egészséges embernek, akinek a ^{40}K aktivitása kb. 5 kBq? A kálium atomok 0,0117%-a ^{40}K , és ennek felezési ideje $1,27 \cdot 10^9$ év.

3. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté)

Tegyük fel, hogy egy ^{235}U atommag egy neutron befogása után két azonos részre hasad.

- a) Becsüljük meg, hogy mekkora elektrosztatikus energia szabadul fel a hasadás során (számoljunk egyenletes töltéssűrűséggel)!
- b) Hogyan viszonyul ez a hasadás során felszabaduló teljes energiához?
- c) Mi az eltérés oka?

Az R sugarú, $+Ze$ töltésű egyenletesen töltött gömb elektrosztatikus energiája:

$$E_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{R}$$

4. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Mekkora energiával lehet egy vízmolekulát elemeire bontani? Becsüljük meg az alábbi mérés alapján! Vízet elektrolizálunk, az elektrolízis során keletkezett hidrogéngáz térfogata 10 cm^3 , nyomása 10^5 Pa és hőmérséklete 293 K . Az elektrolízist $1,74 \text{ V}$ feszültségen végezzük $\eta = 90\%$ -os hatásfokkal.

5. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely)

Mekkora legyen a bejövő proton mozgási energiája a $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^7_4\text{Be} + n$ reakció során (a reakció endoterm, reakcióenergia: $Q = -1,6433 \text{ MeV}$), hogy a keletkező neutron a laborrendszerből nézve nyugalomban legyen? A ${}^7_3\text{Li}$ magot tekintsük állónak. Adatok: $m_{\text{Be}} = 7,01693 \text{ u}$, $m_p = 1,00728 \text{ u}$.

6. Feladat:

(kitűzte: Mester András)

Egy kísérlet során egy 4 kg tömegű nyúl testébe 5 pikomol mennyiségű radioaktív izotópot juttattak. A sugárzás összaktivitása a $10.$ napon 3 kBq , a $60.$ napon

pedig 1,5 kBq volt a kísérleti állat testében. Mekkora az elnyelt dózis (J/kg) a nyúl testében a kísérlet első 15 napja alatt, ha a testszövet bomlásonként 1 MeV energiát nyelt el?

7. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely)

A ^{14}C szénizotópos (radiokarbon) mérés egy elterjedt technika szerves anyagok kormeghatározásában, amennyiben a minta nem túl öreg ($\lesssim 50\,000$ éves).

- Hogyan keletkezik a Földön a radioaktív ^{14}C izotóp?
- Mi a radiokarbon kormeghatározási módszer alapelve?
- Tengeri élőlények radiokarbon meghatározása esetenként hibás - például frissen kifogott kagylók vagy tengeri emlősök esetén is több ezer éves (vagy még öregebb) - eredményt adhat. Mi lehet ennek az oka?

8. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter)

A gerjesztett állapotú ^6Li mag gamma-bomló, a bomlás során felszabaduló energia 3562,88 keV. A stabil ^6Li atommag tömege $m = 6,013477$ u.

- Mekkora sebességgel lökődik vissza a kezdetben álló mag a γ -bomlás során?
- Hogyan aránylik ez a hőmozgás átlagos mozgási energiájából származó sebességhez 1500 °C hőmérsékleten (ahol a Li már gáz halmazállapotú)?

9. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba)

Egy sólámpa belsejében 15 W elektromos teljesítményű, 2000 K hőmérsékleten világító izzólámpa van. A sólámpa kristálya a lámpából ráeső teljesítmény 60%-át elnyeli. A sólámpa teljesen körülveszi az izzószálat, külső felszíne 1000 cm². A sólámpa teljes felszínét, és az állandó 20 °C hőmérsékletű környezetet tekintsük feketetett sugárzónak. A konvektív és konduktív hőátadást hanyagoljuk el.

- Mekkora teljesítménnyel fűti az izzó a sólámpát?
- Mekkora teljesítménnyel fűti a környezet a sólámpát?
- Mitől függ, hogy a sólámpa mekkora teljesítménnyel fűti a környezetet?
- Milyen hőmérsékletű lesz a sólámpa felszíne, amikor már beállt a hőmérsékleti egyensúly?

10. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József)

Erőmentes L hosszúságú szakaszra 6 elektront zárunk be (a rendszerre érvényes a Pauli-elv). A bezárt elektronok összes mozgási energiája 10 eV. A kvantált elektronrendszer alapállapotban van.

- Mekkora az L szakasz hossza?
- Milyen maximális hullámhosszúságú fénnel gerjeszthető az elektronrendszer?
- Ha egy L -nek megfelelő hosszúságú láncmolekulákból álló polimerből (ahol a molekulákban 6-6 szabad elektron található) vékony fóliát készítenénk, akkor napfénnel átvilágítva milyen színűnek látnánk a fóliát?

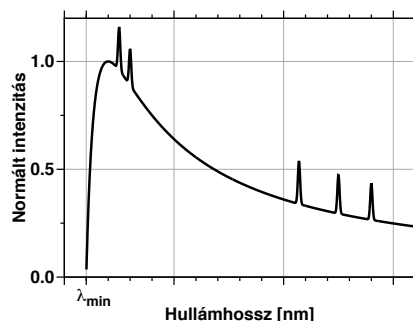
2021 Döntő

1. Feladat:

(kitűzte: Mester András || Mindenkinek)

Egy röntgensőben az elektronok $1,8 \cdot 10^8$ m/s sebességre gyorsulnak fel.

- Hány %-os lesz az elektronok tömegének növekedése?
- Mekkora feszültség gyorsítja az elektront?
- A röntgensugárzás intenzitására vonatkozó ábrán a folytonos tartományt az anódra becsapódó elektronok úgynevezett „fékezési sugárzása” adja. Mekkora lesz a kibocsátott röntgensugarak $\lambda_{\min}$ legrövidebb hullámhossza?
- Vajon mi okozza az ábrán látható „tüskéket” (a folytonos spektrumra ráakódó vonalas spektrumot)?



2. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)

Nem tudjuk pontosan, hogy egy koronavírus-oltás után a beoltott ember mennyi ideig marad védett a vírus ellen. Válasszuk azt a modellt, hogy ez is a radioaktív atommagokhoz hasonlóan történik: azaz nagyon sok ember esetén N beoltott emberből T „felezési idő” után már csak $N/2$ marad védett. A járványügyi szakemberek szerint a „nyájimmunitást” akkor érjük el, ha egy adott idő után a lakosságnak legalább 60%-a védett lesz. Tegyük fel, hogy pl. $T = 25$ hét.

- A 60%-os áttoltottság elérése után legalább milyen, időben állandó sebességgel kell oltani az éppen nem immunis embereket, hogy a védett személyek aránya ne csökkenjen 60% alá?
- Hány főt kell hetente beoltani egy tízmilliós lakosságú országban?

3. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté || Mindenkinek)

Gamma-foton kibocsátásakor és elnyelődésekor az atommag kicsit visszalökődik, illetve meglökődik. Ez beleszól az energiamérlegbe, és ezért a kibocsátott gamma-foton energiája nem azonos azzal, mint amit a mag el tud nyelni. Így az atomoknál megfigyelt optikai rezonancia-abszorpció az atommagoknál nem jön létre. Az egyik lehetséges mód arra, hogy atommagok esetén megfigyeljük a rezonancia-abszorpciót, a Doppler-jelenség kihasználása: a forrást és az abszorbenst nagy sebességgel egymás felé mozgatjuk, például úgy, hogy az egyiket egy gyorsan forgó korongra erősítjük. Mekkora fordulatszámmal kell ehhez forgatnunk egy $r = 5$ cm sugarú korongot, melynek végére egy $E_\gamma = 412$ keV energiájú γ -sugárzást kibocsátó $^{198\text{m}}\text{Hg}$ sugárforrás van erősítve? Adatok: A $^{198\text{m}}\text{Hg}$ atomtömege $M = 197,97$ u, $1 \text{ u} = 931,49 \text{ MeV}/c^2$.

4. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)

Becsüljük meg a határozatlansági reláció felhasználásával a harmonikus rezgőmozgást végző kvantumos részecske (oszillátor) potenciális és kinetikus energiájának arányát alapállapotban!

5. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely || Mindenkinek)

A magas légkörben alacsony energiájú neutronok $^{14}_7\text{N}$ magokkal való kölcsönhatása során keletkezhet $^{14}_6\text{C}$ radiokarbon mag. A radioaktív $^{14}_6\text{C}$ mag bomlásakor keletkező elektronok maximális energiája $E_0 = 0,156 \text{ MeV}$.

- Írjuk fel a $^{14}_6\text{C}$ mag bomlásának folyamatát!
- Milyen részecske keletkezik még az alábbi reakcióban? $n + ^{14}_7\text{N} \rightarrow ^{14}_6\text{C} + ?$
- Mekkora mozgási energiával keletkezik a $^{14}_6\text{C}$ és a kérdéses részecske?

(A bejövő neutron és a nitrogén mag mozgási energiáját hanyagoljuk el.)

Adatok: $m_p = 938,272 \text{ MeV}/c^2$, $m_n = 939,565 \text{ MeV}/c^2$, $m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2$.

6. Feladat:

(kitűzte: Veres Gábor & Tarján Péter || Mindenkinek)

A $^{137}\text{Cs}/^{137m}\text{Ba}$ „izotópgenerátort” gyakran használják a radioaktív bomlás bemutatására, a Ba rövid felezési ideje miatt. Ebben a hosszú felezési idejű Cs egy kicsi tartályban van elhelyezve, és termeli leányelemét, a Ba-ot. Szükség esetén a tartály belsejéből a Ba-ot ki lehet oldani (kémiai különbözősége miatt), míg a Cs benne marad. Tegyük fel, hogy egy alkalmazáshoz kioldottuk a tartályban levő összes Ba-ot. Mennyi ideig tart ezután, hogy a tartályban a Ba aktivitása újra elérje a Cs aktivitásának 90%-át? Adatok: a ^{137}Cs felezési ideje $T_1 = 30 \text{ év}$, a ^{137m}Ba felezési ideje $T_2 = 2,55 \text{ min}$. Útmutatás: Egy bomlási sor második tagjának aktivitása az idő függvényében, általános esetben $A_2(t) = A_1(0) \cdot \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot \left(2^{-\frac{t}{T_1}} - 2^{-\frac{t}{T_2}} \right)$ (a leányelem mennyisége kezdetben 0).

7. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté || Mindenkinek)

A Napban lejátszódó p-p ciklusban a legtöbb neutrínó a $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu$ fúziós reakcióból származik, azonban a legnagyobb energiájú neutrínók a Nap belsejében szintén jelen lévő ^8B magok pozitív β -bomlása során keletkeznek.

- Számítsuk ki a kibocsátott neutrínók maximális energiáját a protonok fúziója esetén, illetve a ^8B pozitív β -bomlása során, ha a ^8Be leánymag $2,84 \text{ MeV}$ energiájú gerjesztett állapotban keletkezik!
- A 60-as évek végén végzett Davis-kísérlet során a $\nu + ^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + ^{37}\text{Ar}$ magreakciót használták a Napban lejátszódó fúzióból származó neutrínók detektálására (a keletkező, elektronbefogással bomló argont kibuborékoltatás után gázionizációs detektorral mérték meg). Mutassuk meg, hogy csak a ^8B pozitív β -bomlása során keletkező neutrínók tudják ezt a reakciót kiváltani!

Adatok: $M(^8\text{B}) = 8,024606 \text{ u}$, $M(^8\text{Be}) = 8,005304 \text{ u}$, $1 \text{ u} = 931,4941 \text{ MeV}/c^2$, $M(^{37}\text{Cl}) = 36,965897 \text{ u}$, $M(^{37}\text{Ar}) = 36,966770 \text{ u}$, $m_p = 1,00727647 \text{ u}$, $m_e = 5,48579909 \cdot 10^{-4} \text{ u}$, $m_d = 2,01355345 \text{ u}$. (A megadott tömegek atomtömegek.)

8. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || 2. (Junior) kategória)

Anna és Berci egy laboratóriumi mérésben elektronnyaláb mozgását vizsgálták. A jegyzőkönyv szerint az elektronoknak $x = (0,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-10}$ m helyen $v_x = (1,5 \pm 0,4) \cdot 10^7$ m/s a sebessége. Anna szerint a mérésben van valami hiba, de Berci szerint a mérés jó. Kinek van igaza és miért?

9. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin || 2. (Junior) kategória)

A paksi atomerőműben 4 reaktor működik.

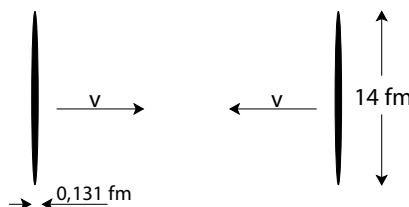
- Becsüljük meg a 4 reaktorban található összes urán tömegét, ha tudjuk, hogy ennek 1,14%-a hasad el évente! Tegyük fel, hogy a felszabaduló energia nagyrészt az ^{235}U hasadásából ered, és egy évben 330 napot üzemel a reaktor.
- Mekkora lenne egy, a paksi erőművel azonos hőteljesítményű hőerőmű évi fűtőanyag-szükséglete, ha az 24,5 MJ/kg fűtőértékű szenet használna?

Adatok: egy reaktor hőteljesítménye $P_{\text{th}} = 1485$ MW, egy hasadásban felszabaduló energia 32 pJ.

10. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || 2. (Junior) kategória)

A Relativisztikus Nehézion-ütköztető (RHIC) gyorsítóberendezés gyűrűiben (például) 14 fm átmérőjű $^{197}_{79}\text{Au}$ atommagok haladnak egymással szemben nagy energián. Ezt a mellékelt ábrán látható módon szokták illusztrálni.



- Értelmezzük az ábrát!
- Adjuk meg az arany atommagok nukleononkénti mozgási energiáját!

11. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || 1. (Szenior) kategória)

Egy, a Nap körül ellipszis pályán keringő, fekete gömbnek tekinthető űrszonda legmagasabb (Kelvinben mért) egyensúlyi hőmérséklete $2T_0$ [K], a legalacsonyabb pedig T_0 [K]. Napközeli a Naptól való távolsága 1 CsE (csillagászati egység, a Föld közepes távolsága a Naptól).

- Mekkora a maximális és a minimális egyensúlyi hőmérséklete a szondának?
- Hány év a szonda T_{sz} keringési ideje?

Adatok: Napállandó a Nap-Föld távolságnál: 1360 W/m^2 , Stefan-Boltzmann állandó: $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$.

12. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || 1. (Szenior) kategória)

Egy Compton-szórás vizsgáló kísérletben a $\lambda_1 = 0,1$ nm hullámhosszúságú röntgenfotonok paraffinból elektronokat löknek ki. A kísérletben csak a beeső nyaláb irányához képest 8 fokban Compton-szóródott röntgenfotonok által meglökött elektronokat vizsgálják. A Compton-szórás szempontjából az elektronok szabad elektronoknak tekinthetők. Egy másik kísérletben a 1,5 eV kilépési munkájú

fémről léptetnek ki elektronokat bizonyos λ_2 hullámhosszúságú monokromatikus fénnel. Mind a fémről kiléptetett, mind pedig a paraffinból kilökött (vizsgált) elektronok azonos U_z feszültségű ellentérrel fékezhetők le. Adatok: Planck-állandó: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js, Compton-hullámhossz: $\lambda_C = h/(m_e c) = 2,43 \cdot 10^{-12}$ m.

- a) Mekkora az elektronokat lefékező ellenterek U_z zárófeszültsége?
- b) Milyen tartományba esik, és mekkora a fotoeffektust kiváltó fény λ_2 hullámhossza?

13. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely || 1. (Szenior) kategória)

Tudjuk, hogy párkeltés során a kiindulási foton és a keletkezett elektron-pozitron pár mellett mindig kell, hogy legyen egy „negyedik partner” is ahhoz, hogy az energia- és lendület-megmaradási törvényeket egyszerre teljesíteni lehessen. A legtöbb esetben ez a negyedik partner egy nehéz atommag. Legalább mekkora $E_{\min}$ fotonenergia kell ahhoz, hogy ez a negyedik test egy „nyugvó” elektron lehessen? (Az energiát praktikus az elektron nyugalmi energiájának egységében megadni.)

2022 Elődöntő

1. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter)

Mely híres XX. századi fizikusoktól származhatnak az alábbi idézetek?

- „Ez volt a leghihetetlenebb dolog, ami valaha történt velem. Majdnem olyan, mintha az ember egy tizenöt hüvelykes ágyúval selyempapírra lőne, és a golyó visszapattanna.”
- „Jöjjön Koppenhágába, dolgozzon velünk. Kedveljük azokat, akik gondolat kísérleteket tudnak végezni!”
- „Felkapcsoltuk a kapcsolót, és láttuk a villanásokat. Néztük tíz percig, aztán mindent kikapcsoltunk és hazamentünk. Azonnal tudtam, hogy nagy bánat vár a világra.”
- „Nem a gravitáció tehet róla, hogy az emberek szerelembe esnek.”
- „Nem szabad elfelejtenünk, hogy a rádiumról felfedezésekor senki sem tudta, hogy hasznos lesz a gyógyításban. Az tisztán alapkutatás volt. Ez is bizonyítja, hogy a tudományos munkát nem szabad pusztán a közvetlen haszna alapján megítélni. Végezni kell önmagáért, a tudomány szépségeért; és persze mindig fennáll az esélye, hogy egy tudományos felfedezés – mint a rádium – majd az emberiség hasznára válik.”

2. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté és Sükösd Csaba)

Egy átlagos magyar család éves villamosenergia-fogyasztása 2275 kWh (2020-as adat). Becsüljük meg, hogy hány gramm ^{235}U elhasítása lenne szükséges, ha ennek a villamos energiának a teljes egészét a Paksi Atomerőműben termelnék meg? Adatok: A Paksi Atomerőmű egy blokkjának névleges elektromos teljesítménye $P_e = 500$ MW, termikus teljesítménye $P_t = 1485$ MW. Az egy hasadásban felszabaduló energiát vegyük $E_h = 200$ MeV-nek.

3. Feladat:

(kitűzte: Ujvári Sándor)

A ^{239}Pu α -bomló, és az α -részecskéket 5,1567 MeV kinetikus energiával bocsátja ki. Hőmérsékleti egyensúlyban az 1 mol mennyiségű ^{239}Pu izotóp 0,461 W hőteljesítménnyel fűti a környezetét.

- Mennyi az α -bomlásban felszabaduló teljes energia?
- Számítsuk ki ezekből az adatokból a ^{239}Pu felezési idejét!

4. Feladat:

(kitűzte: Ujvári Sándor)

Egy $8 \cdot 10^{-16}$ J energiájú foton ütközik egy hozzá képest nyugvónak és szabadnak tekinthető elektronnal. A visszaverődő foton a beesővel ellentétes irányban halad.

- Mekkora a beeső foton hullámhossza?
- A visszaverődő foton hullámhossza hány százalékkal nagyobb a beeső foton hullámhosszánál?
- Mekkora az ütközés után az elektron sebessége?

5. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József)

Egy a Naptól állandó távolságban, folyamatos napsütésben keringő űrhajóból a helyi napállandó meghatározása céljából az űrhajósok egy jó hővezető kockát helyeznek ki az űrbe úgy, hogy egyik (abszolút fekete) lapja merőleges a napsugárzásra. A többi öt lap tükröződő fóliával van borítva, melynek fényvisszaverő képessége $r_t = 0,8$. (A fényelnyelő és fényvisszaverő képességeket vegyük hullámhossztól és hőmérséklettől függetlenül állandónak!)

- Mekkora a mért S_0 napállandó, ha a kocka állandósult hőmérséklete 57°C ?
- Mennyivel és hogyan változik meg a kocka állandósult hőmérséklete, ha az egyik oldaláról eltávolítják a borító fóliát (a fólia nélküli lap feketének vehető)?
- Legfeljebb hány borítófóliát távolíthatnak el a kísérlet során anélkül, hogy a kocka hőmérséklete 0°C alá esne?

6. Feladat:

(kitűzte: Ujvári Sándor)

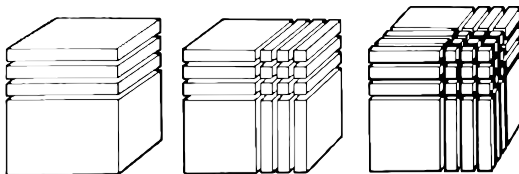
A galaxisok színeképe felvilágosítást ad arról, hogy milyen anyagokból állnak. A galaxisok színeképvonalainak hullámhossza viszont a földi elemek színeképehez képest eltolódik. Ez a galaxisok hozzánk képest végzett mozgásáról hordoz információt. Az Androméda-galaxis színeképét vizsgálva a mérések szerint a hidrogén 656,281 nm-es színeképvonala eltolódott 655,624 nm-re.

Milyen irányba és milyen sebességgel mozog hozzánk képest ez a galaxis?

7. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Becsüljük meg a megadott adatok segítségével, hogy mekkora lehet egy szén-tetraklorid molekula mérete (a szomszédos molekulák átlagos távolsága)! A megoldáshoz használjuk fel a következőket: a forrás során teljesen eltávolodnak egymástól a molekulák, a molekulák eltávolítása elérhető a felület növelésével is. Gondolatban egy V térfogatú kockát lehet sok kis, egy molekulát tartalmazó kockára felbontani az ábrán látható módon. Adatok: a szobahőmérséklet $T_{sz} = 22^\circ\text{C}$, a szén-tetraklorid forráspontja $T_f = 76^\circ\text{C}$, fajhője $c = 0,84 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$, forráshője $L_f = 195 \text{ kJ/kg}$, felületi feszültsége $\sigma = 2,64 \cdot 10^{-2} \text{ J/m}^2$, sűrűsége $\rho = 1590 \text{ kg/m}^3$ (tekintsük állandónak).

**8. Feladat:**

(kitűzte: Mester András és Tarján Péter)

A szén radioaktív ^{14}C izotópja ($T_{1/2} = 5700$ év) a Föld légkörében folyamatosan keletkezik és hozzájárul a légkör sugárzásához. A légköri radiokarbon aktivitásának legmagasabb értékét 1963-ban mérték, ekkor a légkör molekuláinak

0,032%-a volt CO_2 , és a szénatomok $2,33 \cdot 10^{-12}$ -ed része volt ^{14}C . Adatok: $p = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $R_{\text{Föld}} = 6370 \text{ km}$, $M_{\text{levegő}} = 29 \text{ g/mol}$.

- Mekkora volt 1963-ban a ^{14}C aktivitása a légkörben?
- Hány százalékos az aktivitás változása a földi légkör sugárzásának a múlt század első felében állandósult $1,57 \cdot 10^8 \text{ GBq}$ értékéhez képest?
- Mi lehet a növekedés és a későbbi csökkenés oka?

9. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter)

Rutherford-féle szórás kísérletet végzünk $^{27}_{13}\text{Al}$ magokon: vékony alumínium fóliát bombázunk 5,49 MeV energiájú α -részecskékkal. Tegyük fel, hogy az Al atommag szabadon el tud mozdulni.

- Milyen közel juthat az α -részecske az Al atommagjához?
- Előfordulhat-e, hogy az α -részecske valamilyen magreakciót hoz létre, és nem csak Rutherford-szórás történik? Az atommag sugarát közelítsük az $R \approx 1,25 \cdot 10^{-15} \sqrt[3]{A} \text{ [m]}$ formulával.

Az α -részecske és az Al mag tömegarányát egyenlőnek vehetjük a tömegszámok arányával.

10. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter)

Hogyan aránylik egymáshoz a 2 MV feszültséggel gyorsított elektron, illetve proton de Broglie-hullámhossza?



2022 – Döntő, Nagy Tibor előadása.

2022 Döntő

1. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)

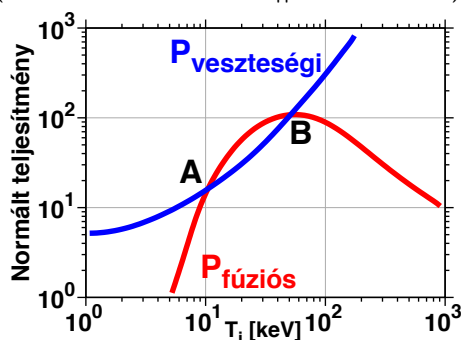
Az orosz-ukrán háború során a sérült csernobili atomerőmű környezetéből megnövekedett dózisteljesítményt jelentettek. Egyesek szerint emiatt jódtablettákat kellene szedni.

- Miért javasolják a hatóságok jódtabletta szedését atomerőmű-baleset környezetében?
- Valóban ajánlott-e a 2022-ben Csernobil környékén megemelkedett dózisteljesítmény miatt jódtablettákat szedni? A választ indokoljuk!

2. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)

Egy fúziós reaktorban a magas hőmérsékletű deutérium-trícium plazma hősugárzással (és más módon is) veszít energiát. A plazmát fűtő fúziós reakciók teljesítménye is függ a hőmérséklettől. E két teljesítmény hőmérsékletfüggését mutatja a mellékelt ábra. A vízszintes tengelyen a hőmozgás átlagos mozgási energiája van, a függőleges tengely a teljesítménnyel arányos. Az ábra tengelyei logaritmikusak.



- Hány Kelvin a plazma hőmérséklete az A pontban?
- A plazma hőmérséklete akkor állandó, ha a veszteségi és fűtési teljesítmény egyenlő. Az egyensúly az A és a B pontban is fennáll, de csak az egyik pontban stabil a plazma hőmérséklete. Vajon melyikben és miért?

3. Feladat:

(kitűzte: Radnóti K., Sükösd Cs. & Halász M. || Mindenkinek)

A jó neutronelnyelő anyagok fékezik, sőt le is állíthatják a láncreakciót. Ezen az alapon működnek a mozgatható szabályozó rudak is, vagy a reaktor hűtővizébe kevert bórsav. A Paksi Atomerőműben újabban olyan üzemanyag-kazettákat használnak friss üzemanyagként, amelynek néhány pálcájába jó neutronelnyelő gadolíniumot is belekevertek.

- Vajon mi értelme van az üzemanyaghoz láncreakciót fékező anyagot keverni, ha a szabályozó kazettákkal ellentétben nem tudjuk őket mozgatni?
- Van-e olyan, jó neutronelnyelő izotóp, amely az atomerőmű működése során keletkezik?

4. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || Mindenkinek)

Marx György (1927 – 2002), az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny alapítójának emlékére.

a) Magyarázzuk meg a Marx György által felvetett kérdést: miért nem sérül az energiamegmaradás törvénye a trícium radioaktív bomlásánál, hiszen a keletkező ${}^3_2\text{He}$ mag gyengébben kötött, mint a kezdeti ${}^3_1\text{H}$ mag volt, és még szabad elektron is keletkezik $E_\beta > 0$ mozgási energiával!

b) Mi okozhatja a ${}^3_2\text{He}$ mag ${}^3_1\text{H}$ magénál gyengébb kötését, ha mindkét magban 3-3 nukleon van?

Adatok: $E_k({}^3_1\text{H}) = 1,334 \text{ pJ}$, $E_k({}^3_2\text{He}) = 1,214 \text{ pJ}$, $E_\beta^{\max} = 18,6 \text{ keV}$.

5. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József és Halász Máté || Mindenkinek)

Az urán dúsítási szintjét annak Bq/mol-ban mért fajlagos aktivitásából kívánjuk meghatározni.

a) Maximálisan hányszorosára növelhető dúsítással a fajlagos aktivitás a természetes uránhoz képest?

b) Adjuk meg a fajlagos aktivitás maximumát!

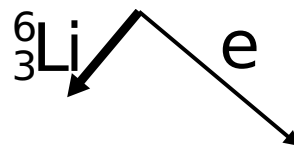
Adatok: Az ${}^{235}\text{U}$ felezési ideje 704 millió év, az ${}^{238}\text{U}$ izotópé 4,47 milliárd év. A természetes uránban az ${}^{235}\text{U}$ atomok számának aránya 0,7%, az ${}^{238}\text{U}$ atomok számának aránya 99,3%, valamint kis mennyiségben jelen van a ${}^{238}\text{U}$ bomlási sorából származó, vele szekuláris egyensúlyban lévő ${}^{234}\text{U}$ is. Vegyük figyelembe, hogy a ${}^{234}\text{U}$ és ${}^{235}\text{U}$ izotópok a dúsítás során együtt maradnak.

6. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || Mindenkinek)

Csikai Gyula (1930 – 2021) debreceni fizikus emlékére.

Szalay Sándor és Csikai Gyula 1956-os kísérlete szolgáltatta az egyik első bizonyítékot a neutrínó létezésére. A kísérletben egy béta-bomlásból származó elektron és a leánymag nyomait figyelték meg ködkamrában. A ${}^6_2\text{He} \rightarrow {}^6_3\text{Li} + e^- + \bar{\nu}$ folyamatban keletkező Li mag és az elektron indulási irányait mutatja az ábra. (A bomlás előtt az anyamag állónak tekinthető.)



a) Magyarázzuk meg, miért bizonyíték az ábrán látható ködkamra-kép arra, hogy egy harmadik részecske is keletkezik a bomlás során!

b) Mekkora és milyen irányú lendületet visz el a keletkező antineutrínó, ha az elektron a bomlásban felszabaduló energia 40%-át, a Li mag pedig $1,5 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ -t visz el mozgási energiaként? (Tegyük fel, hogy a Li mag és az elektron kezdeti sebességei éppen merőlegesek egymásra. Válasszuk x tengelynek a leánymag, y tengelynek az elektron pályairányát!)

Az atommagok tömege $m_{\text{He}} = 9,9928 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $m_{\text{Li}} = 9,9856 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $m_e = 9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \approx 0,511 \text{ MeV}/c^2$. A Li magot kezelhetjük nemrelativisztikusan.

7. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)

1991. október 15-én az USA-ban lévő Fly's Eye detektor észlelte az addigi legnagyobb, $(3,2 \pm 0,9) \cdot 10^{20} \text{ eV}$ energiájú részecskét a kozmikus sugárzásban. Ezt

a részecskét „Oh My God” (OMG) részecskének nevezték el, mivel észlelésekor a kutatók így kiáltottak fel meglepetésükben.

- Mekkora sebességű teniszlabdának (tömege kb. 57 g) van ekkora mozgási energiája?
- Tegyük fel, hogy az OMG részecske proton volt! Mennyivel térne el a sebessége a vákuumbeli fénysebességtől?
- Tegyük fel, hogy egy ilyen energiájú proton, és egy foton egyszerre indul el a Földről, ugyanabba az irányba. Mennyi idő múlva „maradna le” ez a proton 1 cm-rel a foton mögött a földi koordináta-rendszerben? (A földi koordináta-rendszert tekinthetjük inerciarendszernek.)

A proton nyugalmi tömege: $m_p = 0,938 \text{ GeV}/c^2$. A felmerülő numerikus probléma kikerüléséhez használhatjuk a $1 - (a/b)^2 \approx 2(1 - a/b)$ közelítést, ha $a \approx b$.

8. Feladat: (kitűzte: Veres Gábor || 2. (Junior) kategória)

Az LHC-ben a protonok energiája 7 TeV. Az alagút 27 km körületű gyűrű. Milyen hosszúnak érzékelik a protonok ezt a kört? A proton tömege: $m_p = 0,938 \text{ GeV}/c^2$.

9. Feladat: (kitűzte: Szűcs József || 2. (Junior) kategória)

Gondolatban helyezzünk el az éjjeliszekrényünkre egy dobozban 1000 db ^{238}U uránatomot! Hányszor nagyobb annak a valószínűsége, hogy egy hat oldalú dobókockával egymás után 10-szer hatost dobunk, mint annak, hogy reggelre az uránatomok közül akár csak egy is elbomlik?

Adatok: az ^{238}U felezési ideje 4,47 milliárd év, az alvási időt vegyük 8 órának.

10. Feladat: (kitűzte: Mester András és Tarján Péter || 2. (Junior) kategória)

Az EU-ban a legtöbb élelmiszert Belgiumban kezelik ionizáló sugárzással. A kezeléshez használt izotópok γ -fotonjainak energiája kb. 1,2 MeV.

- Miért kezelnek bizonyos élelmiszereket ionizáló sugárzással?
- Hány gray (Gy) az elnyelt dózis, ha 50 dkg csirkehús besugárzása esetén annak hőmérsékletemelkedése $1,2^\circ\text{C}$? ($c_{\text{csirke}} \approx 3370 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$)
- Mennyi ideig tart a besugárzás, ha a γ -forrás aktivitása 420 TBq, és a kibocsátott energia 25%-a nyelődik el a húsból?

11. Feladat: (kitűzte: Radnóti Katalin || 1. (Szenior) kategória)

Vegyünk egy, az 500 nm hullámhosszú (zöld színű) fény hullámhosszával megegyező sugarú gerjesztett hidrogénatomot.

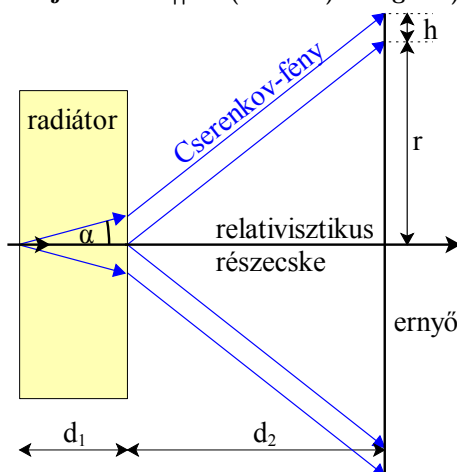
- Ennek a hidrogénatomnak az elektronja mekkora főkvantumszámú pályán van a Bohr-modellben?
- Mekkora hullámhosszúságú fotonnal lehetne ezt az atomot ionizálni?
- Előfordulhat-e egy ekkora méretű hidrogénatom szobahőmérsékleten?

Adatok: $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, az alapállapotú hidrogénatom sugara $r_0 \approx 0,05 \text{ nm}$ -rel közelíthető, energiája $-2,2 \text{ aJ}$.

12. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || 1. (Szenior) kategória)

A részecskefizikai detektorrendszerek egyik hasznos összetevője a RICH (Ring Imaging CHerenkov) detektor. Ennek elve, hogy egy vékony átlátszó közegen (*radiátoron*) nagy sebességgel áthaladó töltött részecske Cserenkov-fényt kelt; ez a kúp alakban szétterjedő sugárzás egy távolabb elhelyezkedő ernyőn gyűrű alakú fényfoltot hoz létre. A fényt pozícióérzékeny elektronikus detektorokkal érzékeljük. Egy ilyen detektor vázlatát mutatja az ábra.



Egy nagy energiájú π^- áthaladásakor az ernyőn kapott fénygyűrű belső sugara $r = 118,2$ mm.

- Milyen vastag a fénygyűrű az ernyőn?
- Mekkora az átmenő töltött részecske lendülete?
- Egy adott típusú részecskénél vajon mi korlátozza a meghatározható legkisebb és legnagyobb lendületet?

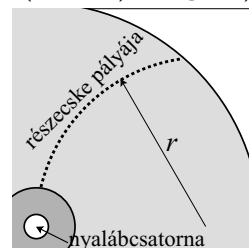
Adatok: A radiátor törésmutatója $n = 1,2988$, $d_1 = 15$ mm, $d_2 = 80$ mm, $m_\pi = 0,1396$ GeV/ $c^2 = 2,489 \cdot 10^{-28}$ kg, a radiátor és az ernyő közötti közegnek tekintjük vákuumnak. A Cserenkov-sugárzás kibocsájtási szögére írhatjuk, hogy $\cos(\alpha) = c/(nv)$, ahol v a részecske sebessége, n a törésmutató és c a fénysebesség vákuumban.

13. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || 1. (Szenior) kategória)

Vegyünk egy gyorsítót, ahol egymással szemben 1 GeV energiára gyorsított elektronokat és pozitronokat ütköztetünk. Az ütközés után keletkező töltött részecskéket egy ún. sokszálas proporcionális kamrával mérjük, amely a töltött részecskék lendületének mérésére alkalmas.

A detektor belsejében a homogén mágneses tér axiális irányú (az ábra síkjára merőleges) és nagysága $B = 2$ T. Egy észlelt, egyszeres elemi töltésű részecske pályasugara $r = 1,59$ m.



- Mekkora az észlelt részecske lendületének nyalábirányra merőleges összetevője?
- A lenti táblázatból adjuk meg az összes lehetséges részecskét, amihez ez a pálya tartozhat! m_0 értéke MeV/ c^2 egységekben van megadva.

Jel	γ	ν_e	e^-	μ^-	π^0	π^-	K^-	p	n	τ^-
m_0	0	$< 2,2 \cdot 10^{-6}$	0,511	105,7	135	139,6	493,7	938,3	939,6	1776,9



2022 – A döntő megnyitója (fent) és az elméleti forduló.

2. rész

Mérési feladatok

Általános tanácsok jegyzőkönyv íráshoz

Ezt a két útmutatót a döntőbe jutott versenyzők a verseny előtti napon nyomtatva megkapják.

Az elfogadható jegyzőkönyv olyan, ami alapján a mérés megismételhető, tehát minden lényeges információ, paraméter és adat megtalálható benne. A beadott jegyzőkönyvnek tartalmaznia kell:

- ☐ A versenyző kódszámát;
- ☐ Ha lehet, az előzetes várakozásokat: mit vár, milyen eredményeket fog kapni;
- ☐ A méréshez használt módszert, annak indoklását;
- ☐ A mérés körülményeit, a mérés menetét, a megisméltetéshez szükséges paramétereket;
- ☐ A mért adatokat;
- ☐ A mért adatokból számított / kikövetkeztetett adatokat és a számítás menetét;
- ☐ Ha szükséges, ábrá(ka)t;
- ☐ A mérési bizonytalanság és különböző típusú hibák becslését;
- ☐ Összehasonlítást az előzetes várakozással;
- ☐ A mért eredmények szöveges értékelését, a levont konklúziókat.

Az elmúlt évek tapasztalata alapján egy maximális pontot érő tömör, ugyanakkor minden lényeges információt tartalmazó jegyzőkönyv nem kell feltétlenül hosszabb legyen körülbelül 2-3 oldalnál (adatokkal, ábrákkal stb. együtt).

A jegyzőkönyv beadható papíron és elektronikus formátumban is a versenyző döntésétől függően (egyik sem jelent pontbeli megkülönböztetést). Amennyiben a jegyzőkönyv egyébként rendezett, olvasható és értelmezhető, úgy a külalak és extra formázás szintén nem jelent pontbeli előnyt, ezzel a versenyen ne töltsünk időt! Mellékelhetők elektronikus fájlok (pl. szöveges dokumentum, a versenyző által írt program, táblázat, képernyőkép stb.), de csak ha a fájlnev egyértelműen tartalmazza a versenyző kódját. A fájlok olvashatóságáért és megnyithatóságáért a versenyző felel. Ha egynél több elektronikus fájlt adunk be, azokat helyezzük egy mappába a munkaasztalon, ahol a mappa neve a kódunk. Amennyiben csak elektronikus fájlokat adunk be, a papír jegyzőkönyvet akkor is KÖTELEZŐ beadni, ezesetben írjuk rá hogy „A jegyzőkönyvet lásd: <mappa/fájlnev>”.

A verseny során explicit pontbeli előnyt nem jelent az elektronikusan végzett adat-rögzítés, számítás, ábrázolás, függvényillesztés vagy jegyzőkönyvírás. Viszont ezzel általában időt lehet spórolni, illetve csökkenteni lehet a hibák számát (pl. elütés számológépen). Ezért bátorítanánk minden versenyzőt, hogy éljen a számítógépen található programok adta előnyökkel! Gyakorolni MS Office programokon felül ingyenes eszközökkel (OpenOffice család, Google Docs, stb.) is lehet, ezek alapfunktionalitásukat és kezelésüket tekintve gyakorlatilag ekvivalensek.

A mérési eredményeket csak annyi számjegyre érdemes feltüntetni, ahány jegyre pontosságuk (lásd mérések bizonytalansága alfejezet) terjed. Papíron ne írjunk több tizedesjegyet mint ami szükséges és értelmes. Elektronikus fájlok (pl. táblázat) beadása esetén viszont nem szükséges időt tölteni extra formázással (pl. a táblázatkezelő program alapbeállítása szerinti esetleg túl sok tizedesjegy csökkentésével).

Lásd továbbá:

- Ujvári Sándor, „A Szilárd Leó Országos Fizikaverseny kísérleti feladataiból”, [Nukleon VI 145 \(2013\)](#),
- „Országos Szilárd Leó Fizikaversenyek 2011-2016” c. [kötet gyakorlati része](#),
- Mintajegyzőkönyvek ezen könyv 5. és 6. fejezetében.

Útmutató a mérések bizonytalanságáról

A méréssel meghatározott fizikai mennyiségek szükségképpen véges pontosságúak. Az ismételt mérések valamilyen mértékben mindig eltérnek egymástól. A mért értékek bizonytalansága különböző forrásokból származhat, pl. a mérőberendezések tökéletlensége, ismeretlen környezeti hatások, vagy a vizsgált jelenségek sztochasztikus (véletlen) jellege. A mérés csak akkor tekinthető teljesnek, ha a legvalószínűbbnek tartott érték mellé megadjuk annak várható bizonytalanságát is.

A mérési bizonytalanság legalább közelítő meghatározása nélkül a mérési eredmény információtartalma vitatható!

Eredetük szerint két fő hibafajtát különböztetünk meg:

- (1) **Szisztematikus hiba:** Azonos körülmények között végzett méréseknél nagysága és előjele nem változik. Ilyenek pl. a mérőeszköz tökéletlenségéből származó hibák, a mérési módszerek specifikus hibái, vagy az elhanyagolt külső hatásokból eredő bizonytalanság. Ha hatásukra és mértékükre becslést tudunk adni, úgy hatásuk sok esetben korrigálható. **A mérések számának növelésével hatásuk nem átlagolódik ki.**
- (2) **Statisztikus hiba:** A mérést befolyásoló sokfajta külső ok együttes következményeként lép fel. Minden egyes mérésnél másképp jelentkezik. Előjele negatív és pozitív egyaránt lehet. Ilyen eredményre vezetnek pl. a véletlenszerűen fellépő környezeti hatások, alkatrészek kotyogása, beállítási- és leolvasási pontatlanságok, stb. A véletlen hibák teljes kiküszöbölésére nincs mód, számításba venni csak átlagos hatásukat lehet. **Közös jellemzőjük, hogy a mérések számának növelésével átlagos hatásuk csökken.**

- (2b) **Statisztikus bizonytalanság:** A statisztikus hiba speciális esete: nagyszámú, egymástól független esemény megfigyelésekor lép fel. Ilyen például a részecskeszámlálásnál észlelt hiba. Ha t idő alatt N független esemény következett be, ez nem jelenti azt, hogy t idő alatt minden esetben N az események bekövetkezésének száma: egyszer több, másszor kevesebb. Ez a *statisztikus ingadozás*. A valószínűségszámítás szerint, ha az észlelt események száma meghatározott idő alatt középértékben N , akkor ez az érték $\pm\sigma_N = \sqrt{N}$ statisztikus ingadozást mutat.² Ez a valószínű statisztikus bizonytalanság. A statisztikusan ingadozó mennyiségek relatív bizonytalansága úgy csökkenthető, hogy a megfigyelést lehetőleg hosszú időre ill. nagyszámú eseményre terjesztjük ki. A $\pm\sqrt{N}/N = \pm 1/\sqrt{N}$ relatív bizonytalanság mértéke ugyanis N növelésével csökken.

A verseny során az alapvető elvárás a mérést befolyásoló hibák és bizonytalanságok felismerése, amennyiben lehet, úgy forrásának felderítése, és a hatásuk diszkutálása. Nagyságukra elegendő egy reális becslést adni, és ennek keretein belül a mérési eredményt értékelni.

Felhívjuk a figyelmet, hogy egy adott mérés hibája nem egyenlő a mért és az irodalmi adat (amennyiben elérhető) különbségével!

Ha ismert az irodalmi érték, és ez beleesik a hibaintervallumba, akkor valószínűleg reális a hibabecslés is. Ha nem, akkor vagy rossz a mérés, vagy túl kicsire becsültük a hibát, vagy van elhanyagolt szisztematikus effektus. Ilyenkor próbáljuk meghatározni, hogy vajon melyik eset forog fenn és miért. A pontok nem az irodalmi adattól való eltéréstől függnék, de az eltérés ne legyen irreálisan nagy (pl. nagyságrendek).³

A verseny során részecskeszámláláson alapuló mérés vagy szimuláció esetén, N beütésszám mellett a beütésszámok szórása a fentebb is közölt

$$\pm\sigma_N = \sqrt{N}$$

képlettel becsülhető. Ha célzott mértékére nincs külön utalás, akkor törekedjünk arra, hogy a mérési bizonytalanság kellően kicsi legyen az aktuálisan vizsgált effektushoz mérten. Pl. ha az általunk vizsgált effektus 10% körüli várható változást okoz a beütésszámban, akkor a relatív bizonytalanságot jóval 10% alá kell vinnünk a forráserősség és/vagy mérési idő növelésével.

²Legalábbis a gyakorlatban legtöbbször előforduló valószínűségeloszlások esetén.

³A valószínűségszámítás szerint az várható, hogy – normáeloszlás esetén – a mérési pontok 68,3%-a esik a valódi érték $\pm\sigma_N$ intervallumba. Tehát nem feltétlenül esik minden mérési pont a várható érték közelébe.

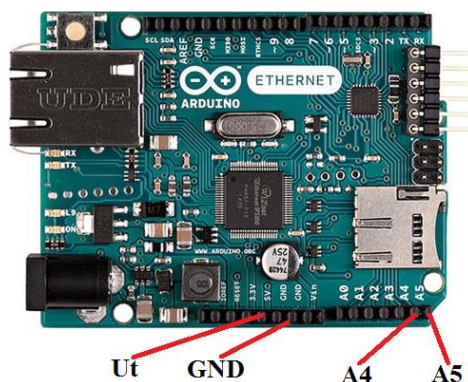
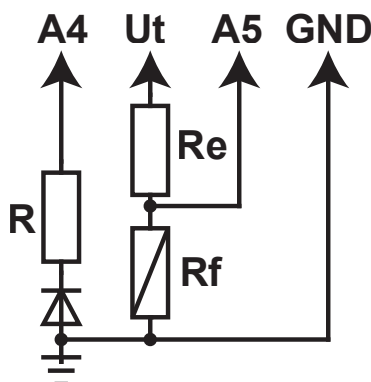
2017 Mérés – Fluoreszkáló festék vizsgálata, a kibocsátott fény időfüggésének megállapítása

A méréshez használt eszközök

- (i) A „fekete színű doboz” tartalmaz egy fluoreszkáló festékkel ellátott felületet, LED-eket a festék megvilágításához és egy fotoellenállást a fényerősség méréséhez. A dobozt szétszedhetjük, és megnézhetjük a belső elrendezést.
- (ii) Arduino mikrovezérlő a mérés vezérléséhez.
- (iii) Számítógépes szoftver a mikrovezérlőhöz (nem kell rajta változtatni)
- (iv) Számítógép a mérési eredmények kiértékeléséhez.

A kísérleti eszközök leírása

A fekete színű doboz a következő kapcsolást tartalmazza.



Az R_e és R_f ellenállások feszültségosztó kapcsolást képeznek, melyre az U_t ponton adunk tápfeszültséget az Arduino mikrovezérlő U_t kapcsáról. A feszültségosztó R_f ellenállása félvezetőből készült fotoellenállás; ennek a vezetőképessége a félvezetőt ért fény erősségével arányos, ebből következően az ellenállása növekvő fényerősség esetén csökken. A mérés során a fotoellenálláson eső feszültség mérésével következtetünk a fluoreszkáló anyag fénykibocsátására – illetve annak változására. A fotoellenálláson eső feszültséget az Arduinóval mérjük úgy, hogy a földtől különböző pontját az Arduino A5 jelű analóg feszültséget mérni képes bemeneti pontjára kötjük.

A fluoreszcens anyag megvilágítását is az Arduinóval vezéreljük. A fényforrások (LED-ek) az Arduino A4 analóg kimenetéről kapják a vezérlést.

A fentiek alapján a fekete doboz négy csatlakozó zsinórral köthető az Arduinóhoz (ld. ábra). A csatlakozó zsinórokat a dobozra írt felirattal lehet azonosítani. A mérés összeállítása során a megfelelő csatlakozókat az Arduino csatlakozósorának megfelelő jelzéssel ellátott helyére kötjük. A kapcsolat összeállítása után mutassuk meg a kapcsolást a felügyelő tanárnak!

Mérési feladatok

- (1) Állítsuk össze a mérési elrendezést a fentiek szerint!
- (2) Indítsuk el az Arduino szoftvert a lentebb leírtak szerint!
- (3) Egy mérést kb. 3-4 percig érdemes folytatni, ekkor elegendő adatot kapunk a feldolgozáshoz.
- (4) Rögzítsük a mért eredményeket szövegfájlban. Ehhez segítséget kapunk a „Tanácsok a kiértékeléshez” című pontban.
- (5) Ábrázoljuk a mért eredményeket grafikonon! Az ábrázolás történhet Excelben, vagy valamely más, a számítógépen lévő programban.
- (6) A mérési adatokból határozzuk meg a jelenséget leíró függvények jellemző adatait!
- (7) Elemezzük a mérés lehetséges hibáit.
- (8) Ellenőrizzük legalább két mérési ponton a feszültségből meghatározható fotoellenállás értékét. Adjuk meg az ellenőrzött, és a táblázati érték eltéréseinek hibaszázalékát.
- (9) Ellenőrizzük legalább két mérési ponton a számított fényesség értéket.

A mérés végrehajtása

Miután a felügyelő tanár ellenőrizte a kapcsolást, csatlakoztassuk az Arduinót a számítógéphez az USB csatlakozóval, és indítsuk el az Arduino szoftvert az alábbi ikonra kattintással.

Az asztalon találjuk a **paksieszköz1.ino** elnevezésű programot, töltsük be az Arduino szoftverbe.

Ellenőrizzük, majd töltsük át a programot az Arduinóba (lásd ábra)! Ha e folyamat során piros színű üzenetek jelennének meg, forduljunk a mérésvezetőhöz. A betöltéskor a mérés elindul.



Ellenőrzés Betöltés



A képernyő jobb felső sarkában elhelyezkedő  „Soros monitor” nevű ikonnal a mérés újraindul, és a kapott eredményeket láthatjuk.

Megjegyzés: A program minden induláskor véletlenszerűen kiválasztott, de eleendően hosszú ideig megvilágítja a fluoreszkáló anyagot. Amikor a LED-eket kikapcsolja, a fotoellenálláson eső feszültséget méri az eltelt idővel együtt. A feszültség mintavételezése időben véletlenszerűen zajlik, előbb sűrűbben, később ritkább időközönként. A mért feszültségből a fotoellenállás értékét, valamint abból a megvilágítás erősségét a program kiszámítja.

A program a következő értékeket adja vissza:

A megvilágítás időtartama, majd rendre:

- a) a feszültségmérés sorszáma;
- b) az indítástól eltelt idő (ezredmásodperc egységekben)
- c) a fotoellenálláson mért feszültség (V);
- d) a fotoellenállás számított értéke (Ω);
- e) a fényerősség (lux).

Megjegyzés: A tápfeszültséget a mérőeszköz a számítógéptől az USB kábelén keresztül kapja, amit különböző védőáramkörökön keresztül használ.

Tanácsok a mérés értékeléséhez

A folyamatos görgetés leállítható a COMxx (Arduino...) nevű ablak alján látható „Automatikus görgetés” négyzet kikattintásával. (A mérés nem áll le, csak az adatok görgetése nem folytatódik.) Az adatokat másoljuk (Copy/Paste) a „Jegyzettömb” (Notebook) program segítségével egy szövegfájlba. Az adatokat célszerű Excelbe is áttenni. Az Arduino tizedes

pontot használ, míg a magyar verziójú Excel tizedes

vesszőt. Ezért minden (tizedes)pontot vesszőre kell cserélni, és úgy célszerű elmenteni a szövegfájl a saját mappánkba. Minden mérésnek adjunk más nevet! A szövegfájl Excelbe való betöltésekor, a megnyitás parancs beállításakor válasszunk tagolt beolvasást. Az elválasztó karakter a space (szóköz).

A mérés értékeléséhez szükséges elméleti ismertető

A mérés alapján szemrevételezéssel megállapíthatjuk, hogy a fényesség időben monoton csökken. A folyamat egy több komponensű radioaktív anyag bomlásához hasonló. Itt legalább két komponensre számíthatunk. Ez azt jelenti, hogy a fényintenzitás (amit E -vel jelölünk) a következő alakú lehet:

$$E(t) = E_1 \cdot 2^{-t/T_1} + E_2 \cdot 2^{-t/T_2}.$$

Itt E_1 és E_2 a két komponens kezdeti intenzitása, T_1 és T_2 pedig a két komponens felezési ideje. Az egyik komponens gyors lefolyású (pl. az 1-gyel jelölt), amely kb. 30 s alatt eltűnik, a másik pedig hosszabb lefolyású, amely még akár 20 perc után is mérhető lenne.

Ha csak egy komponens lenne, akkor a mért értékek logaritmusa egyenes lenne, és akkor az egyenes meredekségéből a felezési idő ismert módon meghatározható lenne. Mivel több komponens van, a mért értékek logaritmusa nem lesz az idő lineáris függvénye.

Kihasználhatjuk azonban azt, hogy az egyik komponens gyorsabban bomlik, és így egy idő múlva már elhanyagolható lesz a lassabban bomló komponens mellett. Más szóval: egy idő után már csak a lassú komponens marad! Annak paramétereit (mondjuk E_2 és T_2) viszont logaritmikus ábrázolással már meg tudjuk határozni!

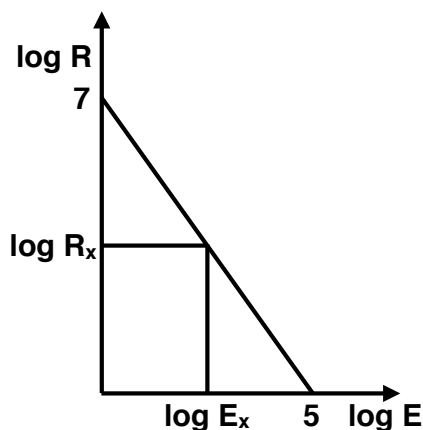
Ha pedig ismerjük E_2 és T_2 értékét, akkor ki tudjuk számítani a gyorsabb komponens is, hiszen

$$E'(t) = E_1 \cdot 2^{-t/T_1} = E(t) - E_2 \cdot 2^{-t/T_2}.$$

Ekkor viszont logaritmikus ábrázolásban már $E'(t)$ is lineáris függvény lesz, amelyből E_1 és T_1 is meghatározható.

Segítség a mérési feladat 9. pontjához

A fényerősség számításának módja:



A fotoellenállásból a fényerősséget egy közelítő karakterisztika segítségével számíthatjuk. A karakterisztika mindkét tengelye logaritmikus. A fotoellenállás ún. sötétellenállását $10^7 \Omega$, a legnagyobb fényességet, amit a fotoellenállás felfoghat, 10^5 lux értékűnek vehetjük. A két szélső állapotot egyenessel köthetjük össze. A mért R_x ellenállásból aránypárral meghatározható a fényességérték logaritmusa, és ebből a fényintenzitás.

FONTOS!

A mérést a beadott jegyzőkönyv alapján fogjuk értékelni. A jegyzőkönyvet papíron, vagy számítógépes fájl (txt, doc, pdf stb.) formájában is elfogadjuk. **Papír jegyzőkönyvet akkor is be kell adni, ha elektronikusan készítjük a jegyzőkönyvet!** Ilyenkor a papír jegyzőkönyvre csak annyit írunk hogy az elektronikus jegyzőkönyv a kódunkkal megjelölt mappában található. Az elektronikus jegyzőkönyvet a kódszámmal jelölt mappába helyezzük, az összes csatolt anyaggal (Excel munkalap, jegyzettömb fájl stb.) együtt. A papír jegyzőkönyvön is jelezzük, hogy milyen fájlokat mentettünk ki.

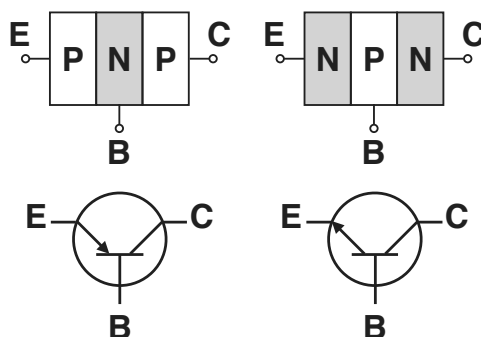


2017 – Ujvári Sándor segít a kísérleti fordulóban (fent) és a Marx György emléktábla avatása (Csajági Sándor, lent).

2018 Mérés – Az e/k hányados (elektrontöltés / Boltzmann-állandó) meghatározása tranzisztor kollektoráramának mérésével

A természeti, ill. fizikai állandók minél pontosabb mérése (például az elektron töltése, tömege, a fénysebesség, vagy akár a Planck- vagy a Boltzmann-állandó) alapvető fontosságú a fizikában. Bár a legfontosabbakat már több mint száz éve megmérték, de a mért értékek más módszerekkel történő mérése és pontosítása az időközben létrejött újabb tudományos-technikai vívmányok segítségével minden korban aktuális. **A mostani mérésben félvezető (tranzisztor) segítségével mérjük meg az elektrontöltés és a Boltzmann-állandó hányadosát.**

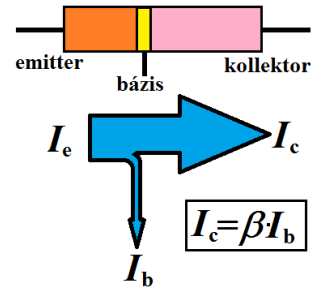
A tranzisztor egy félvezetőkből álló, alapvetően erősítés céljából készített elektronikai alkatrész. Legkönnyebben egy háromrétegű szendvicsnek képzelhetjük el, ahol két, elektrontöbbséggel rendelkező réteg (n típusú félvezető) között helyezkedik el egy igen vékony, elektronhiányos, „lyukakkal” rendelkező réteg (p típusú félvezető), vagy ugyanez ellenkező polaritással. Az előzőt **nnp** tranzisztornak, az utóbbit **pnp** tranzisztornak nevezzük.



A félvezető dióda A pn rétegek határfelületén külső feszültség rákapcsolása nélkül semleges, szigetelő réteg, és kis potenciálkülönbség alakul ki – kicsit hasonlóan, mint két különböző, összeérintett fém határfelületén. Ha a pn átmenetre a kialakult feszültséggel megegyező polaritású külső feszültséget kapcsolunk, akkor az elektronok és a lyukak által kiürített, szigetelő réteg megnő, a pn-átmenet szigetel. Ellenkező polaritású külső feszültség rákapcsolása esetén viszont a kiürített réteg lecsökken, illetve megszűnik, a töltéshordozók át tudnak haladni a határfelületen – áram indul meg. Így működnek a félvezető diódák, amelyek tehát a rájuk kapcsolt feszültség polaritásától függően, vezetik az áramot, illetve szigetelnek.

A tranzisztorban két pn átmenet is van: az emitter és a bázis között, valamint a kollektor és a bázis között. Az elrendezés azonban annyiban speciális, hogy a bázisréteg igen vékony, így például a nyitott emitter-bázis diódán áthaladó töltéshordozók legnagyobb része áthalad a vékony bázisrétegen, és a kollektorba kerül. Ezt a helyzetet mutatja a következő ábra. Ennek az lesz az eredménye, hogy a működési tartományban a kollektoron mérhető áram egyenesen arányos lesz a bázison mérhető árammal: $I_c = \beta \cdot I_b$. Ráadásul ez a β arányossági tényező igen nagy

is lehet ($\beta \approx 50 - 300$). Ezen alapul a tranzisztor „erősítő” hatása. A tranzisztor vezérelt kapcsolóként/erősítőként alapvető fontosságú a modern elektronikában. A β -t erősítési tényezőnek hívják, és mint az ábrán is látható, a kollektoráram és a bázisáram arányát adja meg. Természetesen $I_e = I_b + I_c = (1 + \beta) \cdot I_b$. Fontos dolog, hogy a félvezetőkben lévő szabad töltéshordozók mennyiségét (itt nem részletezett okokból) komolyan befolyásolja a hőmérséklet is: magasabb hőmérséklet jobb vezetőképességet jelent. A mérés során a tranzisztor emitter-bázis diódájára kapcsolunk majd nyitóirányú feszültséget, azaz ezen az átmeneten folyó áramot kellene vizsgálnunk.



Egy dióda pn (pozitív-negatív) átmenetén átfolyó áramot a következő képlettel lehet leírni:

$$I_b = I_0(T) \cdot \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right).$$

Esetünkben ez az áram a bázis-áram, ezért jelöltük I_b -vel. Itt $I_0(T)$ a pn átmenetre jellemző hőmérsékletfüggő állandó, U a bázis-emitter nyitóirányú feszültség, T a tranzisztor hőmérséklete, e az elemi töltés és k a Boltzmann-állandó. A tranzisztor működése (erősítése) miatt azonban sokkal célszerűbb a jóval nagyobb kollektoráramot mérni, amely – mint láttuk – egyenesen arányos a bázisárammal:

$$I_c = \beta \cdot I_b = \beta I_0 \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right).$$

A mérést nem túl magas hőmérsékleteken végezzük, $eU > kT$, azaz $e^{eU/kT} \gg 1$, így az egyenletben az exponenciális tag mellett az 1 elhanyagolható, és jó közelítéssel:

$$I_c \approx \beta \cdot I_0 \cdot e^{\frac{eU}{kT}}.$$

Ha az egyenlet mindkét oldalának a természetes alapú logaritmusát („e” alapú logaritmusát) vesszük, akkor azt kapjuk, hogy

$$\ln I_c = (\ln \beta + \ln I_0) + \frac{e}{kT} \cdot U = \text{konst.} + \frac{e}{kT} \cdot U,$$

ahol a konstans az I_0 hőmérsékletfüggése miatt szintén hőmérsékletfüggő. Ez azt jelenti, hogy ha a hőmérsékletet állandó értéken tartva megmérjük a kollektoráram erősségét különböző, nyitóirányú bázis-emitter feszültségek mellett, majd a feszültség függvényében ábrázoljuk a kollektoráram természetes alapú logaritmusát, akkor a kapott mérési pontokra egy egyenest illeszthetünk. Az egyenes meredeksége a fenti képletből:

$$M = \frac{e}{kT}$$

Innen a T hőmérséklet ismeretében ki lehet számítani az e/k hányados értékét.

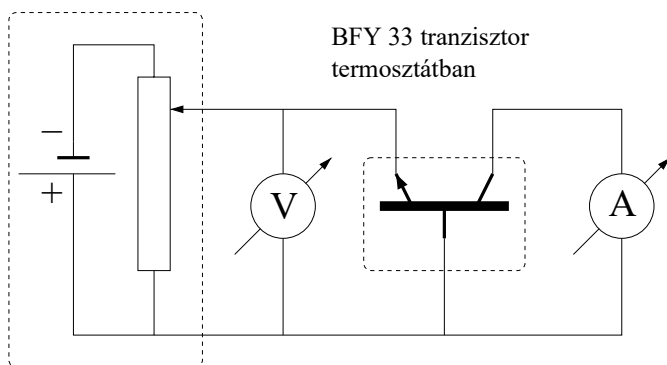
A feladatunk a feszültség változtatásával, a hőmérséklet állandó értéken tartása mellett meghatározni az e/k arányt.

A méréshez szükséges eszközök:

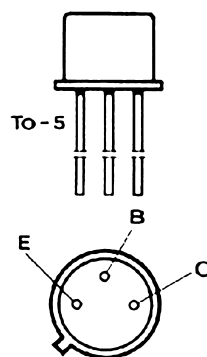
- (i) BFY33 tranzisztor kivezetésekkel
- (ii) Szabályozható tápegység
- (iii) Változtatható ellenállás (potenciométer), nyomtatott áramköri panelen
- (iv) Két multiméter, rögzsinórok
- (v) Hideg és meleg ioncserélt víz
- (vi) Három pohár
- (vii) Hőmérő

Mérési feladatok

- (1) Állítsuk össze a következő kapcsolást!



(a) Az összeállítandó kapcsolat



(b) A tranzisztor lábainak (csatlakozóinak) kiosztása

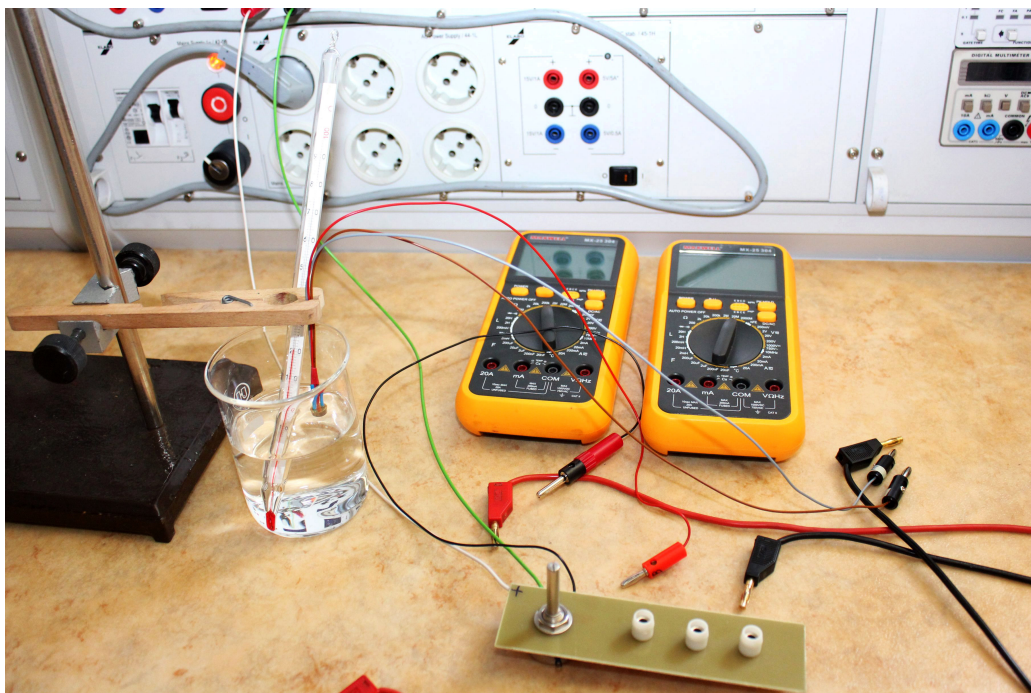
- (2) A hőmérséklet állandóan tartásához használjuk az ioncserélt vizet, merítsük a mérni kívánt tranzisztort a vízbe! Rövid ideig várjunk, míg a félvezető eszköz és a víz hőmérséklete egyensúlyba kerül.
- (3) Változtassuk a potenciométerrel az emitter-bázis feszültséget, és jegyezzük fel az ennek hatására létrejött kollektoráramot.

FONTOS! Ügyeljünk arra, hogy mérés közben a feszültség ne haladja meg a 0,7 V-ot, és/vagy az áram az 1,5 mA-t! Efölött a tranzisztor hőtermelése megghamisíthatja a mérést.

- (4) Végezzük el a mérést három hőmérsékleten (meleg vizet kérjünk a kísérletvezetőtől)! Egy-egy hőmérsékleten válasszunk legalább öt mérési pontot!

- (5) Gondoljuk végig, hogy a grafikus ábrázoláshoz célszerű úgy felvenni a mérni kívánt értékeket, hogy a grafikonon a pontok eloszlása körülbelül egyenletes legyen.
- (6) Egy adott hőmérsékleten végzett mérésnél úgy válasszuk a multiméterek méréshatárát, hogy ne kelljen közben méréshatárt váltani. A méréshatárváltás során megváltozik az adott műszer belső ellenállása, és ez meghamisíthatja az eredményeket.
- (7) Készítsünk számítógépen, vagy kézzel írt jegyzőkönyvet, amelyben szerepelnek a mért adatok, az adatok értékelése, a kapott eredmények! Írjuk le, hogyan végeztük a mérést! Ne csak az eredmény átlagértékét adjuk meg, hanem a mért érték hibáját is. Adjuk meg a hibák forrását is. Vizsgáljuk meg, hogy a mért érték és annak hibája összefér-e az e/k irodalmi értékével. Fontos: a pontok nagy része a munka dokumentációjára jár, és nem arra hogy mennyire „sikerült” közel kerülni az irodalmi értékhez.

Ha a jegyzőkönyvet számítógépen készítjük, csináljunk egy mappát, amit a saját kódszámunkról nevezünk el, és minden mért adatot, táblázatot, értékelést mentünk ebbe a mappába. Ha kézzel írt jegyzőkönyvet készítünk, de van, amit a számítógépre mentettünk, jelezzük a jegyzőkönyvön.



2018 – A kísérleti eszköz.

2019 Mérés – Oldat koncentrációjának meghatározása áthaladó fény elnyelésének mérésével

A radioaktív sugárzások közül a γ -sugárzásnak legnagyobb az áthatolóképessége. A γ -sugárzás anyagban való terjedésére, illetve elnyelődésére a következő modellt állíthatjuk fel. A Δx vastagságú rétegen való áthaladás közben az I intenzitás ΔI csökkenése arányos a beeső intenzitás nagyságával és a rétegvastagsággal, azaz:

$$\Delta I = -I\mu\Delta x.$$

Ebből következik a sugárzás intenzitásának a közegben megtett x távolság függvényében való csökkenésére vonatkozó összefüggés:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x},$$

ahol a μ abszorpciók együttható értéke nemcsak a közeg anyagától, hanem a sugárzásban terjedő fotonok energiájától is függ. A mérés ezt a jelenséget modellezi, felhasználva a hasonlóságot a folyadékban elnyelődő fényt és a közegben elnyelődő gamma sugárzást leíró törvények között. Az oldatban elnyelődő fény viselkedését a Beer-Lambert törvény írja le:

$$I(l) = I_0 e^{-\epsilon lc},$$

ahol I az átengedett, I_0 a beeső fény intenzitása, ϵ az elnyelő közeg moláris elnyelési állandója, l a fényút hosszúsága az elnyelő közegben, c a moláris koncentráció. ϵ értéke itt is függ az oldaton áthaladó fény energiájától.

Eszközök:

- (i) Belülről feketére festett lezárható doboz, egy lyukkal a LED-ek számára, benne elhelyezett napelemmel
- (ii) Négy különböző színű LED
- (iii) Küvetta (párhuzamos oldalfalú edény az oldatok számára)
- (iv) Állítható feszültségű tápegység
- (v) Két multiméter, vezetékek
- (vi) 6 db ismert és 1 db ismeretlen koncentrációjú kálium-permanganát oldat:

Arány	1:75	1:100	1:125	1:150	1:175	1:200
%	1,33%	1,00%	0,80%	0,67%	0,57%	0,50%

FIGYELEM!

A tápegység bekapcsolásakor és feszültségének lassú állításakor vigyázzunk, hogy a LED-en ne folyjon túl nagy áram. A különböző LED-ek feszültség-áram karakterisztikája más és más. Ezért a LED cseréjekor minden esetben tekerjük le a tápegységet, mielőtt az új LED-et az áramkörbe iktatjuk.

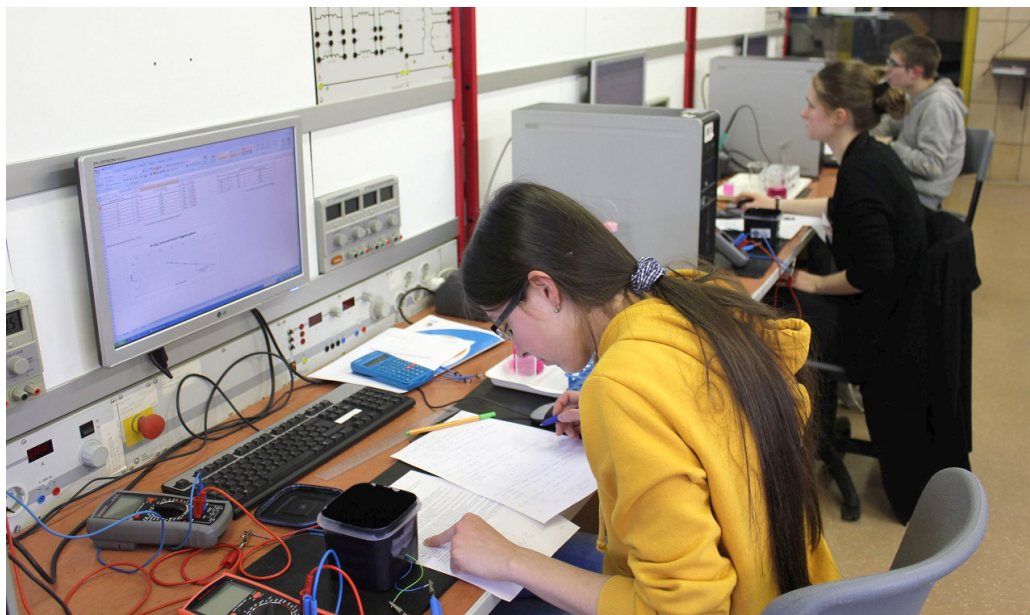
A mérés menete

Az oldatokat LED-ekkel világítjuk át és napelemmel mérjük az átengedett fény által keltett feszültséget, ami arányos a fény intenzitásával. Az oldatokat a műanyag küvetában helyezzük el a LED és a napelem között. Amennyiben megakadunk a kapcsolat összeállítása során, kérjünk segítséget a felügyelő tanároktól!

- (1) Gondosan olvassuk végig a teljes mérésleírást!
- (2) Állítsuk össze a kapcsolást:
 - A LED a tápegységből kap feszültséget.
 - Mérjük a LED-en átfolyó áramerősséget.
 - **A LED-ek áramerősségét a mérés közben tartjuk állandó értéken (ajánlott 20 mA).**
 - Javasoljuk az árammérőt 200 mA, a feszültségmérőt pedig 20 V méréshatárral használni.
- (3) A kapott LED-eket (egyenként) helyezzük a doboz oldalán lévő lyukba és csatlakoztassuk a tápegységre az árammérőn keresztül.
 - A LED fényintenzitása változik, amíg eléri az üzemi hőmérsékletet, ezért bekapcsolás után mindig várjunk a leolvasással, amíg beáll az egyensúly.
 - Mérjük meg küvetta nélkül a napelemfeszültséget mind a 4 LED esetén.
 - Ismételjük meg a mérést tiszta vízzel teli küvetával is.
- (4) Válasszuk ki a legtöményebb oldatot, és mind a 4 LED-del mérjük meg, hogy a fény hányad részét engedi át.
- (5) A tapasztalatok alapján válasszuk ki, hogy a továbbiakban milyen színű LED-del végezzük el a különböző sűrűségű oldatok mérését. Indokoljuk meg a választását!
- (6) A kiválasztott LED használatával mérjük meg az ismert koncentrációjú oldatok által átengedett fény intenzitását. Vegyük figyelembe a küvetta és a víz által elnyelt értékeket is!
- (7) Mérjük meg az ismeretlen koncentrációjú oldat áteresztőképességét. Ábrázoljuk az $\ln(I/I_0)$ értékét a koncentráció függvényében, és a kapott grafikon segítségével határozzuk meg az ismeretlen oldat koncentrációját.
- (8) Határozzuk meg az adott küvetára, hogy mekkora koncentráció felezi meg a bejövő fényintenzitást (felezési koncentráció).
- (9) A mérésről készítsünk jegyzőkönyvet. A jegyzőkönyvet elkészíthetjük a mérőhelyen rendelkezésre álló számítógépen található táblázatkezelő és / vagy szövegszerkesztő szoftver segítségével, illetve kézzel is. A kézi vagy számítógépes munka nem jelent pontbeli különbséget.

Amennyiben a számítógépet választjuk, készítsünk a Windows asztalon egy mappát a saját kódszámunkkal, és abba mentjük el az eredményeket. Ha kézi jegyzőkönyv is van, jelöljük benne, hogy a számítógépen is vannak adatok.

Megjegyzés: a versenybizottság utólag úgy látja, hogy ilyen mérésnél célszerűbb feszültség helyett a napelem által leadott áramot mérni – ahogy azt a 2022. évi mérésnél is csináltuk. A feszültség ugyan „arányos” a fényintenzitással, csak nem lineárisan, hanem logaritmikusan.



2019 – Döntő, kísérleti forduló.

2020 Mérés – Elmaradt

A 2020-as döntőt a COVID19 világjárvány miatt végül össze tolva sem lehetett megrendezni, így elmaradt a (már javarészt előkészített) kísérleti forduló.

2021 Mérés – Elmaradt

A 2021-es döntőt a COVID19 világjárvány miatt a diákok iskoláiban, az iskolák és tanárok segítségével, interneten keresztül szerveztük és bonyolítottuk le. Mivel ennyi különböző helyszínen nem lehetett garantálni az azonos mérési körülményeket, ezért a 2021-es döntőben le kellett mondanunk a kísérleti fordulóról.

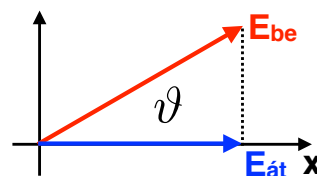
2022 Mérés – Fotonok polarizációja

Ebben a mérésben fénnyel – nevezetesen polarizált fénnyel – foglalkozunk.

A klasszikus elektrodinamika szerint a fény az $\vec{E}$ elektromos és a $\vec{B}$ mágneses mező terjedési irányra merőleges, „transzverzális” hullámzása. Ezeknek a mezőknek a térerőssége vektormennyiség. Az elmélet szerint vákuumban terjedő fény esetében az elektromos és mágneses térerősség között szoros kapcsolat van (egyik meghatározza a másikat), ezért elegendő csak az egyiket figyelni. Amikor az elektromos mező hullámzása a terjedési irányra merőleges síknak csak egyetlen irányában történik, azt lineárisan polarizált fénynek nevezzük. Az elektromos mező kitérésének az iránya a polarizáció iránya.

Vannak olyan anyagok, amelyek csak az egyik irányú elektromos rezgési komponenst engedik át, minden egyéb komponenst elnyelnek (vagy visszavernek). Ezért az ilyen anyagokon – polarizátorokon, más néven polárszűrőkön – áthaladt fénysugár az adott irányban lineárisan polarizálttá válik.

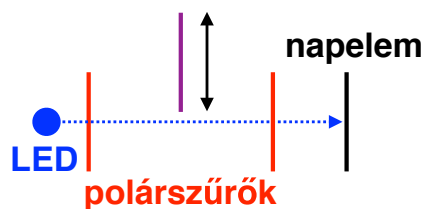
Az ilyen anyagok azonban nemcsak polarizálatlan fényből állítanak elő polarizáltat, hanem polarizált fénnyel is kölcsönhatnak. Jelöljük a beérkező (poláros) fény elektromos térerősség-vektorának amplitúdóját E_{be} -vel, a polárszűrő „átengedési” irányát pedig válasszuk a koordináta-rendszerünk x tengelyének (lásd ábra)!



Mivel a polárszűrő kizárólag x irányú komponenst enged át, ezért az átengedett fénysugár amplitúdójának abszolút értéke: $E_{at} = E_{be} \cdot \cos \vartheta$, ahol ϑ az $\vec{E}_{be}$ vektornak az x tengellyel bezárt szöge. Az átengedett térerősségvektor iránya pedig az x tengellyel párhuzamos.

A klasszikus elektrodinamika szerint a fényben terjedő energiasűrűség (a fény intenzitása) E^2 -tel arányos, ezért a fenti példában az átengedett és a beeső fény intenzitásainak aránya: $E_{at}^2/E_{be}^2 = \cos^2 \vartheta$. Eszerint $\vartheta = 90^\circ$ esetén az áthaladó fényintenzitás nulla, $\vartheta = 45^\circ$ esetén pedig 50%.

A kísérlet elvi felépítését mutatja a jobb oldali ábra. A fényt egy LED fényforrás biztosítja, az eredő fényintenzitást pedig egy napelemmel érzékeljük. A napelem árama egyenesen arányos a ráeső fény intenzitásával (lásd lentebb). A LED és a napelem közé 2 vagy 3 forgatható polárszűrőt lehet betenni. A forgástengely az optikai tengely (a rajzon szaggatott vonal).



A polárszűrőkön szögbeosztás található, ahol a 0° jelzi az illető polárszűrő x tengelyének irányát.

Fotonok

A feladat nemcsak az lesz, hogy a fenti $\cos^2 \vartheta$ összefüggést méréssel is igazoljuk, hanem a jelenséget tovább is kell gondolni: szakadjunk el a fent vázolt klasszikus gondolatmenettől, és vegyük figyelembe, hogy **a fény fotonokból áll**, amelyek a fény **tovább nem osztható**, elemi részecskéi!

Ebben a modellben a fényintenzitás arányos lesz az időegység alatt a napelemre érkező fotonok számával. Innen érthetjük meg például, hogy miért használhatjuk a napelem áramerősségét a fényintenzitás mérésére. A fotonok kölcsönhatása a félvezetővel töltéshordozókat kelt (egy elektron-lyuk párt mindig *egyetlen* foton kelt), és ezek a töltéshordozók az árammérő által zárt áramkörön keresztül egyenlítődnek ki, áramot hozva létre. Az áram – a vezető keresztmetszetén időegység alatt átfolyó töltés – tehát arányos lesz az időegység alatt a félvezetőben keletkezett töltéshordozók számával, ez pedig arányos a napelemre időegység alatt beeső fotonok számával – azaz a fény intenzitásával.

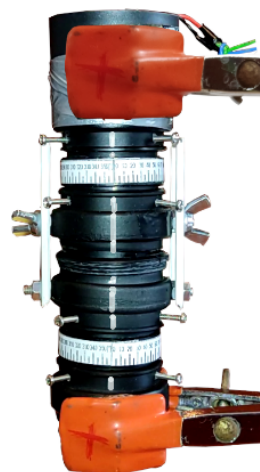
Van azonban egy gond. Tegyük fel gondolatban, hogy olyan fényforrást alkalmazunk, amelyből egyszerre csak egyetlen foton lép ki!

- Ha a foton nem osztható, akkor mit kell érteni azon, hogy $\vartheta = 45^\circ$ esetén a fényintenzitásnak csak az 50%-a halad át a két polárszűrőn?
- Még inkább meglepő dolgot tapasztalunk majd 3 polárszűrő esetén, amikor a két szélső polárszűrő $\vartheta = 90^\circ$ -ban áll (azaz nem ereszthetnek át fotonokat), de a középső polárszűrőt forgatjuk.
- Mi történik, ha két polárszűrő „szerepét” megcseréljük a fenti b) pont szerinti kísérletben? Azaz a középső és az egyik szélső polárszűrő áll „át-nem-eresztő” ($\vartheta = 90^\circ$ -os) állásban, és a másik „szélső” polárszűrőt forgatjuk? Ilyen szempontból felcserélhetők-e a polárszűrők a fényút mentén?

A mérési feladat

A mérés során polarizált fotonok viselkedését vizsgáljuk két- illetve három forgatható polarizátor segítségével, melyeket a LED fényforrás és a napelem közé helyezünk. Mérjük a napelem áramát a terhelő ellenálláson, amely arányos a polárszűrőkön átjutó fény intenzitásával (az időegység alatt a napelemre érkező fotonok számával). A kísérleti eszközt a jobb oldali ábrának megfelelő módon találjuk.

A mérés menete A [x] szögletes zárójelben feltüntetett számok az egyes részfeladatokra maximálisan adható részpontokat mutatják *tájékoztatósi jelleggel*. A pontszámok felső korlátja 25 pont, ennél többet a szorgalmi feladatok bónusz pontjaival sem lehet szerezni.



- (1) [0] Olvassuk végig a teljes mérésleírást, és ismerkedjünk meg a készülékkel. Nézzük meg a rendelkezésre álló számítógép Asztalán az OSzLFV2022 mappában lévő OSzLFV_kiserlet_2022_Fotonok_polarizacioja.avi videót! Azonosítsuk a kísérleti eszközön a fényforrást és a napelemet, valamint a forgatható polárszűrőket! Ismerjük meg, hogy a polárszűrők hogyan forgathatók, illetve hogyan rögzíthetők! Próbáljuk meg kivenni és visszatenni a középső darabot úgy, hogy közben a két szélső polárszűrő ne forduljon el!
- (2) [0] Nyissuk meg a számítógép Asztalán az OSzLFV2022 mappában található Polarizacios_jelenseg_vizsgalata_ures.xlsx fájlt és nevezzük át! A névben szerepeljen a saját kódunk, és mentjük el a saját kódunknak megfelelő mappába! A mérés során mindig ezt az Excel fájlt használjuk!
- (3) [0] Kapcsoljuk a LED-et megfelelő polaritással az asztali áramforrásra, és adjunk feszültséget a LED-re! Állítsuk a két polárszűrőt párhuzamosra, és mérjük meg és jegyezzük fel a napelem áramát!
- (4) [5] Lassan forgassuk körbe a napelemnél lévő polarizátort (javaslat: 15 fokonként), és rögzítsük a mért áramerősségeket! Az Excel tábla 1. mérés fül segítségével határozzuk meg az $I(\alpha_1)$ áramerősség(szög) függvény amplitúdóját és fázisszögét! A jegyzőkönyvben értelmezzük és elemezzük a kapott adatokat és görbéket!
- (5) [5] Keressük meg a napelemnél lévő polarizátor segítségével azt a szögállást, amelynél a legkisebb az áramerősség nagysága (keresztezett polarizátor állás, 90-es osztás körül várható)! Jegyezzük fel az esetleges szögeltérést, és rögzítsük ebben a helyzetben a polarizátort! Cseréljük ki az üres középső elemet a harmadik, forgatható polárszűrőre! Vigyázzunk, hogy a csere közben ne forduljon el a két másik polárszűrő! Lassan forgassuk körbe a középső polarizátort, és rögzítsük a mért áramerősségeket! Az Excel tábla 2. mérés fül segítségével határozzuk meg az $I(\alpha_2)$ áramerősség(szög) függvény amplitúdóját és fázisszögét! A jegyzőkönyvben értelmezzük és elemezzük a kapott adatokat és görbéket!
- (6) [4] Az Excel fájl Összehasonlítás munkalapján közös diagramon láthatjuk a két mérésünket. Milyen különbség látható a két görbe között? A jegyzőkönyvben próbáljuk értelmezni méréseink eredményét a fény fotonmodellje segítségével! Mit kell feltegyünk ahhoz, hogy ne kerüljünk ellentmondásba a fotonok oszthatatlanságával?
- (7) [+2] **Szorgalmi feladat #1** Vizsgáljuk meg, hogy vajon felcserélhető-e az LED-nél lévő és a középső polarizátor szerepe? (Rögzítsük a középső és a fényelem-nél lévő polarizátort egymáshoz képest 90°-ban, és forgassuk csak a LED-hez közel levőt!) A jegyzőkönyvben értelmezzük az eredményt!
- (8) [+3] **Szorgalmi feladat #2** Vizsgáljuk meg, hogy mit kapnánk „ideális” esetben! A 3. feladatnál várható elméleti függvény: $I(\alpha_1)/I_0 = \cos^2(\alpha_1)$, a 4. feladatnál várható elméleti függvény pedig: $I(\alpha_2)/I_0 = \cos^2(\alpha_2) \cdot \cos^2(90^\circ - \alpha_2)$.

Készítsünk el egy, a **Mért és illesztett adatok összesítése** diagramhoz hasonló ábrázolást (nyissunk ehhez egy új munkalapot) és azt felhasználva hasonlítsuk össze a mérésünk során kapott grafikonokat (figyeljünk a függvények amplitúdóinak arányára is)! Miben tér el mérésünk az ideális esettől és mi lehet az eltérések oka? Rögzítsük a magyarázatot a jegyzőkönyvben!

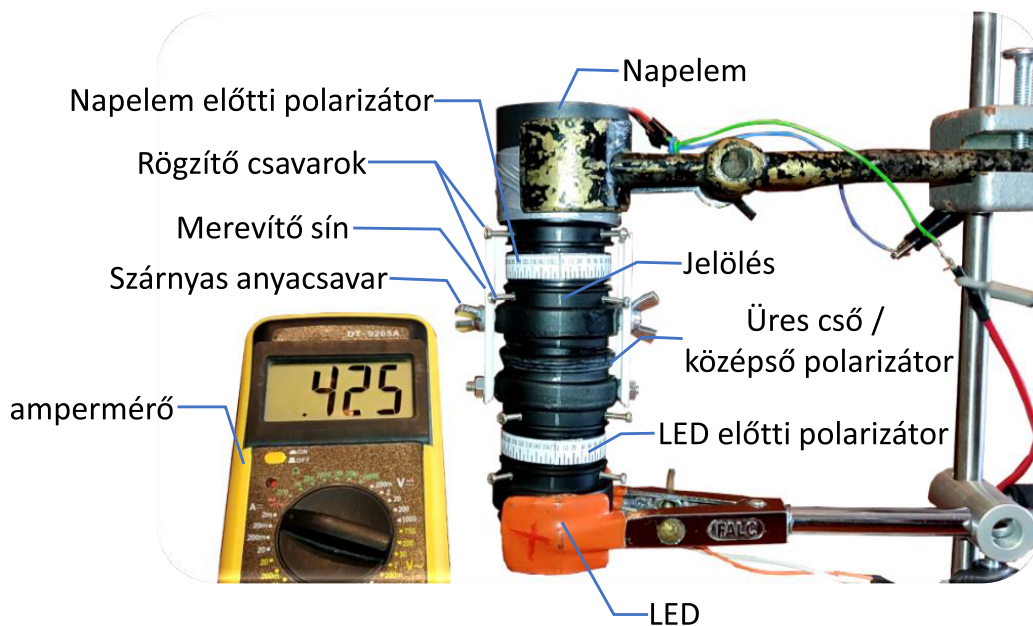
- (9) [9] A mérés végén mentjük el a használt Excel fájlt, továbbá a mérésről készítünk jegyzőkönyvet! A jegyzőkönyvet elkészíthetjük a mérőhelyen rendelkezésre álló számítógépen található táblázatkezelő és/vagy szövegszerkesztő szoftver segítségével, illetve kézzel is! A kézi vagy számítógépes munka nem jelent pontbeli különbséget. Amennyiben a számítógépet választjuk, készítünk a Windows asztalon egy mappát a saját kódszámmal, és abba mentjük az eredményeket! Ha kézi jegyzőkönyv is van, jelöljük benne, hogy a számítógépen is vannak adatok! A jegyzőkönyv készítésénél vegyük figyelembe az „Általános tanácsok jegyzőkönyv írásához” című dokumentumban foglaltakat!

A zsűri a jegyzőkönyv rendezettségére, az érthető és logikus érvelésre további **2 pontot** adhat.

A mérésleírásban hivatkozott fájlok letölthetők ezen a címen:

<https://sukjaro.hu/oszlv-konyv2022/>

A kísérleti eszköz részei



A középső elem kicserélése

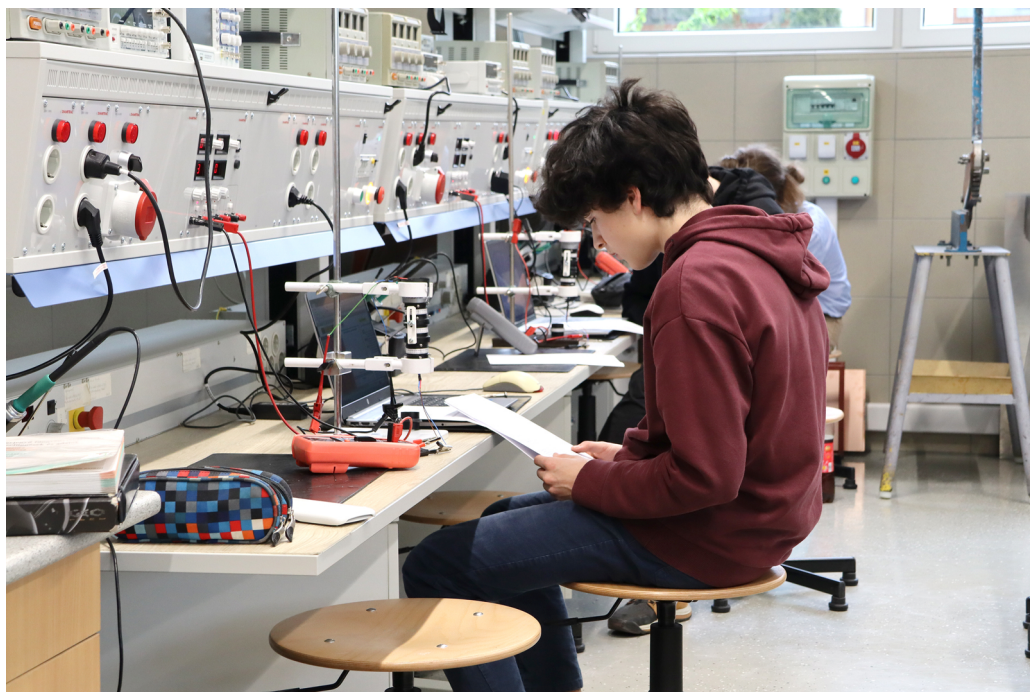


1. Forgassuk el a napelem előtti polarizátort úgy, hogy az áramerősség a legkisebb legyen (keresztezett polarizátor állás)!
2. Rögzítsük a napelem előtti polarizátort a kis csavarok segítségével! Ne húzzuk meg túlságosan!
3. Ellenőrizzük a LED előtti polarizátor rögzítését is! Szükség esetén húzzuk meg a csavarokat! Ha jól rögzítettük, a polarizátorokat nem lehet elforgatni.
4. Oldjuk ki a merevítő sínen lévő szárnyas anyákat! Az állványon oldjuk ki a kémcsőfogót, és óvatosan emeljük fel a felső részt!
5. Cseréljük ki a középső üres csövet a harmadik polarizátorra!
6. Engedjük vissza a felső részt! Figyeljünk arra, hogy lehetőleg ugyanoda kerüljön vissza és rögzítsük a kémcsőfogót!
7. Szorítsuk meg a szárnyas anyákat és forgassuk körbe a középső polarizátort 15 fokonként! Jegyezzük fel az esetleges fáziseltolódást!

A LED-nél lévő polarizátor forgatása



1. Győződjünk meg arról, hogy a napelem előtti polarizátor és a merevítő sín megfelelően rögzítve van!
2. Oldjuk ki a LED-nél lévő polarizátor rögzítő csavarjait!
3. Lassan forgassuk el a LED-nél lévő polarizátort!



2022 – Kísérleti forduló (fent) és a versenybizottság munkában.

3. rész

Szimulációs feladatok

A verseny számítógépes szimulációs feladatai letölthetők az alábbi weblapról:

<https://sukjaro.hu/oszlv/>

A honlapon szereplő programok nem 100%-ban azonosak a versenyen használttal, azóta történtek hibajavítások. Ezen felül olyan funkciókat is elérhetővé tettünk, amelyek a verseny során csak a zsűri számára voltak elérhetők.

2017 Szimuláció – Gamma-sugarak rezonanciaabszorpciója (Moon-kísérlet szimulációja)

A szimulációs feladat során egy olyan összeállítást kell készítenünk, amivel megmérjük a gamma-foton kibocsátás és elnyelés során az atommag visszalökődéséből származó energiaveszteséget, és megvizsgáljuk a gammaenergia-spektrum hőmérsékleti kiszélesedését.

Optikából ismert, hogy az anyagok elnyelik azt a fényt, amit gerjesztett állapotból alapállapotra bomláskor kibocsátanak. Elgondolkoztunk már valaha azon, hogy a gamma-bomló anyagokból miért tud egyáltalán kilépni a sugárzás, és miért nem nyelődik el újra?

Energia-eltolódás gamma-sugárzás kibocsátásakor és elnyelődésekor

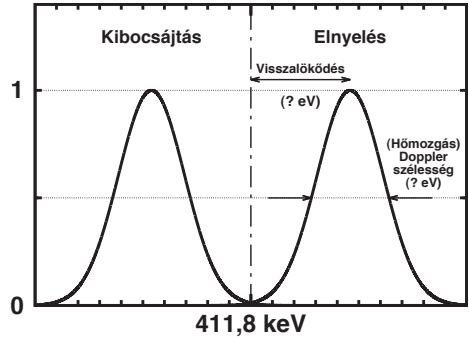
Gamma-bomláskor az E_g kiinduló és E_0 végső magállapot közötti $\Delta E = E_g - E_0$ energiakülönbség áll rendelkezésre. A lendületmegmaradás miatt azonban ezen az energián a kibocsátott gamma-foton, és a visszalökődött atommag osztozik. Ezért a kibocsátott foton energiája az atommag δE visszalökődési energiájával kisebb: $E_\gamma = \Delta E - \delta E$. Hasonló a helyzet a gamma-foton elnyelődésekor: a mag képes ugyan az E_g és E_0 energiaszintek különbségének megfelelő ΔE energiájú foton elnyelésére is (gerjesztett állapotba kerülve), ám az elnyelt fotonnal együtt az atommag megkapja a foton lendületét is, meglökődik, és így egy kis δE mozgási energiája lesz. Mivel a gerjesztő fotonnak ezt a kis többletenergiát is szolgáltatni kell, ezért itt egy kicsit nagyobb energiájú fotonra van szükség ahhoz, hogy a *rezonanciaabszorpció* megvalósulhasson: $E_{\gamma'} = \Delta E + \delta E$. Más szóval: az abszorpcióhoz $2 \cdot \delta E$ -vel nagyobb energiájú fotonra lenne szükség, mint amit az atommagok kibocsátanak. Ennek köszönhető, hogy a gamma-sugarak ki tudnak lépni a radioaktív anyagból. Az egyik feladatunk ennek a δE visszalökődési energiának a megmérése lesz.

Hőmérsékleti vonalkiszélesedés

Gamma-sugárzások kibocsátásakor az anyagból kilépő fotonok energiája nem pontosan a fenti E_γ , még akkor sem, ha csak egyetlen gerjesztett állapotból történik bomlás. Ettől két effektus miatt is történik véletlenszerű eltérés. Egyrészt a gerjesztett állapot élettartamából származó határozatlanság miatt megjelenik egy ún. természetes vonalszélesség. Ez milliomod eV nagyságrendű, és túl kicsiny ahhoz, hogy a versenyfeladatban jelentősége legyen. Másrészt pedig a hőmozgás miatt mind a kibocsátó-, mind az elnyelő magok mozognak, így a kibocsátás és elnyelés mozgó atommagokkal történik, ami Doppler-effektust okoz. A véletlenszerű ide-

oda mozgás miatt lesznek fotonok, amelyek kisebb, más fotonok pedig nagyobb energiával bocsátódnak ki, illetve nyelődhetnek el. Ezt a jelenséget hívják Doppler-kiszélesedésnek. A kiszélesedés függ a kibocsátó és elnyelő magok hőmérsékletétől, és a számunkra érdekes körülmények között pár tized eV nagyságrendű. A szimulációban szobahőmérsékletű mintákkal dolgozunk, ezért a Doppler-kiszélesedés nem elkerülhető.

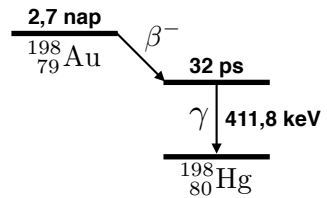
A másik feladatunk ennek kimérése lesz, de amint mindjárt látni fogjuk, a jelenség segít nekünk a első feladatban is. A 9.1. ábra mutatja a kibocsátott és az elnyelhető fotonok energiaeloszlását, illusztrálva a **visszalökődési energiát**, illetve a hőmozgásból adódó **kiszélesedés félértékszélességét** (a görbe szélessége a maximum érték felénél). A mérés célja ennek a két, „?”-el jelölt mennyiségnek a meghatározása.



9.1. ábra. Doppler-kiszélesedés, illetve energia-eltolódás illusztrációja.

A Moon-féle kísérlet ötlete

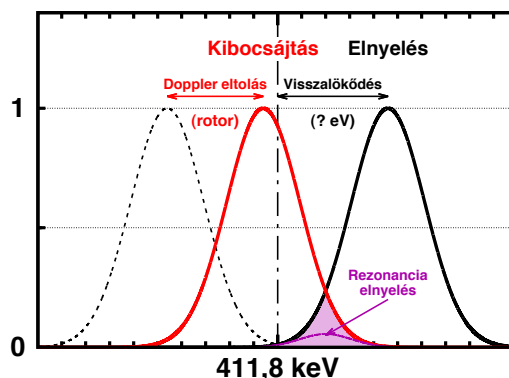
A szimuláció során – W. G. Davey és P. B. Moon 1953-as kísérletének ötlete alapján – az ^{198}Au radioaktív izotópból keletkezett ^{198}Hg gerjesztett állapotát használjuk. Az ^{198}Au negatív béta-bomló, ám a béta-bomlást szinte azonnal egy gamma-bomlás is követi, 411,8 keV energiával. A bomlási sémát mutatja a mellékelt ábra.



Ha nem lenne visszalökődés, akkor az egyik ^{198}Hg atommag által kibocsátott gamma-fotont a többi ^{198}Hg atommag el tudná nyelni. Ezért a szimuláció során ^{198}Au forrást, és ^{198}Hg abszorbenst fogunk használni.

Hogyan lehet a kibocsátott E_γ és az abszorpcióhoz szükséges $E_{\gamma'}$ között meglévő $2 \cdot \delta E$ különbséget áthidalni? Ehhez is a Doppler-effektust hívjuk segítségül: a forrást nagy sebességgel közelíteni kell az abszorbenshez, hogy az érzékelt frekvencia — és ezzel a foton energiája — megnövekedjen. Ilyen nagy sebességet úgy tudunk előállítani, hogy a forrást egy nagy sebességű (max. 2000 fordulat/másodperc) ultracentrifuga rotorjára rögzítjük. A rotor kerülete a levegőbeli hangsebességnél jóval nagyobb sebességgel mozog, emiatt az ultracentrifugát vákuumban kell üzemeltetni. A rotor a kerületi sebességének megfelelő ΔE_D Doppler-eltolást okoz a forrásból a tér minden irányába egyenletesen szétrepülő gamma-fotonokra: $\Delta E_D = E_\gamma \cdot v/c$; ahol v a rotor kerületi sebességének a **minta irányába vett** sebességkomponense. Moonék kísérletéhez hasonlóan a szimulációnkban szereplő rotor sugara is $r = 7,62 \text{ cm}$ ($= 3$ hüvelyk).

A 9.2. ábrán láthatjuk azt az esetet, amikor a rotor segítségével „eltoljuk” a kibocsájtott fotonok energiáját. Az elnyelés valószínűsége arányos a két görbe átfedésével⁴, amit lila színnel szemléltetünk. A hőmérsékleti kiszélesedés segít: e nélkül μeV precizitással kellene a két görbét fedésbe hozni! A 9.1. és 9.2. ábrákon a visszalökődés és kiszélesedés egymáshoz viszonyított aránya a valóságnak megfelelő.

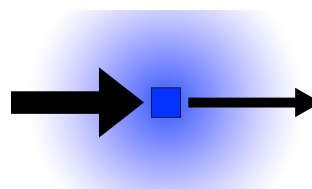


9.2. ábra. Rezonancia-elnyelés.

A Doppler-kiszélesedett kibocsájtási és elnyelési spektrum alakja jól közelíthető a 9.1. és 9.2. ábrán is látható Gauss-görbével.⁵ Itt nem részletezett számításokból következik, hogy az elnyelési valószínűség alakja szintén Gauss-görbe lesz, ami maximumát akkor éri el, amikor a Doppler-eltolt és az elnyelési profil teljes fedésben van, félértékszélessége viszont $\sqrt{2}$ -szerese a hőmozgásból származóknak.

A mérés során a rotor fordulatszámának a változtatásával növelhetjük az ^{198}Au forrásból kibocsájtott foton energiáját. Ennek köszönhetően a két görbe átfedése (a görbék alatti közös terület metszete) nő, ezzel arányosan megnő a ^{198}Hg mintában elnyelt fotonok száma. Mivel a gerjesztett állapot élettartama rendkívül rövid, ez az energia szinte azonnal újra kibocsájtásra kerül egy újabb gamma-foton formájában, a tér minden irányába egyforma valószínűséggel, függetlenül a beérkező foton irányától.

Ezt a folyamatot gyakran rezonanciaszórásnak is nevezzük, mivel úgy tűnik, mintha az energiafeltétel teljesülésekor – „rezonanciában” – a bejövő foton szétszóródna a tér minden irányába. A Hg elnyelése és újrásugárzása miatt a rotorból származó fotonnyaláb intenzitása a Hg minta mögött csökken, míg a Hg mintából származó sugárzás a minta körül a térben egyenletesen sugárzódik szét. Ezt illusztrálja (nem arányosan!) a jobb oldali ábra.



Rezonanciaszórás

A sugárzási térben jelen lévő (a rotorból és a Hg-ből származó) fotonokat egy detektor méri. A detektor a ^{198}Hg bomlásából származó 411,8 keV-es energia közelébe eső fotonok beütésszámát méri, de nem tudja megkülönböztetni az ettől csak kicsivel eltérő energiájú fotonokat. Rendelkezésünkre állnak még ólom téglák, amelyekkel a nem kívánatos gamma-sugarakból származó háttér csökkenthető. A mérési feladat során egy olyan geometriai elrendezést kell építenünk, amivel a

⁴Precízebben: a két eltolt görbe szorzatának integráljával.

⁵A Gauss-görbe matematikai alakja: $G(E) = \text{konst.} \times e^{-\{(E-E_0)^2/2\sigma^2\}}$, a félértékszélesség pedig $\Delta = \sigma\sqrt{8\ln(2)}$.

jelenség megfelelő statisztikával vizsgálható (azaz a beütésszám gyökével arányos $\Delta N \approx \sqrt{N}$ szórás kellően kisebb, mint a jelenség maga).

A mérés során **nem szükséges** (de nem is tilos) Gauss-görbét illeszteni, elegendő a fordulatszám függvényében meghatározni a görbe maximumát és annak félértékszélességét (azt a pozíciót, ahol a görbe értéke a maximum fele), amiből a visszalökődési energia és a hőmérsékleti kiszélesedés kiszámítandó.

Mivel a nukleáris folyamatok bekövetkezését valószínűségi törvények írják le, ezért a detektor beütésszáma valószínűségi eloszlás szerint véletlenszerűen ingadozik egy várható érték (átlag) körül. A mérés szórásának – és ezáltal a mérés statisztikai bizonytalanságának – a csökkentése érdekében minden beállítás mellett szükség van egy minimális mérési időre, aminek meghatározása a mi feladatunk. **Próbáljunk optimalizálni**, és gondoljuk meg: ha túl hosszú ideig mérünk egy pontot, kicsi lesz ugyan annak a pontnak a szórása, de csak kevés pont megmérésére jut idő, és nem biztos, hogy kevés pontból a megméréndő mennyiségek meghatározhatók lesznek. Ha pedig túl rövid ideig mérünk egy pontot, akkor lehet, hogy a statisztikus ingadozás el fogja fedni a mérendő jelenséget.

A végrehajtás javasolt lépései

- (1) Gondosan olvassuk végig a teljes mérésleírást!
- (2) Gondoljuk végig, hogy eddigi tanulmányaink és a leírás alapján mit várunk a visszalökődési energia nagyságrendjére! Milyen görbealakot várunk, és nagyjából milyen fordulaton várjuk az effektus maximumát?
- (3) A mérés elején helyezzük be a két, pontosan azonos tömegű ^{198}Au forrást a rotorba (vajon miért kell kettő?), zárjuk le a fedelet, és kezdjük meg az ultracentrifuga leszívását, a vákuum létrehozását (ennek idő kell).
- (4) Helyezzük be a detektort a sugárzási térbe (gondoljuk meg, hova érdemes!), és mérjük meg a beütésszámot álló rotor mellett. Ezek után indítsuk el a rotort **100 1/s** fordulatszámon, és mérjük meg így is a beütésszámot. Mit tapasztalunk, mi lehet ennek az oka?
- (5) Ólom árnyékolás felhasználásával próbáljuk meg a lehető legjobban leárnyékolni a detektort a rotortól, és vizsgáljuk meg, hogy így mekkora „hátteret” kapunk.
- (6) Következő lépésben helyezzük be a ^{198}Hg céltárgyat is. Törekedjünk olyan mérési elrendezésre, ahol a Hg-t jól éri a rotorból jövő – lehetőleg egy irányú – sugárnyaláb, míg a detektort inkább csak a Hg-ből jövő sugárzás éri. Emlékeztető: a Doppler-eltolódásba a rotor kerületi sebességének a Hg irányú komponense (vetülete) számít bele!
- (7) Legalább 10 különböző rotorsebesség mellett mérjük meg a beütésszámokat, ügyelve a megfelelő beütési statisztikára. Milyen görbét kapunk és miért?
- (8) Készítsünk ábrát (papíron vagy számítógéppel) a mért eredményekről!

- (9) Állapítsuk meg a rezonancia maximumának a helyét és a mért görbe félértékszélességét fordulatszám értékekben.
- (10) Számítsuk ki a δE visszalökődési energiát és a Doppler-kiszélesedés mértékét eV egységekben. Hogyan viszonyulnak a mért eredmények az előzetes várakozásainkhoz? (Ne ijedjünk meg, ha eltérést tapasztalunk. Próbáljuk végiggondolni és leírni, hogy mi lehet ezeknek az oka, és ha van időnk, korrigáljunk!)
- (11) Értékeljük a lehetséges szisztematikus és véletlen hibák, illetve a statisztikus bizonytalanságok hatását és nagyságát!
- (12) Minden olyan konfigurációt amit a jegyzőkönyvben említünk, mentsünk el a **Mentés** gombbal. A fájlnev megadása mellé ne adjunk fájlnev kiterjesztést, a program az azonosítónkat úgyis hozzáfűzi! Ezek a fájlok kiértékeléskor megkönnyítik a versenybizottság munkáját.
- (13) Készítsünk jegyzőkönyvet a mérésről, gondolatmenetünkről, tapasztalatainkról. Ha számítógépes fájlt is használunk, a fájlt az Asztalra tegyük, a fájlnev pedig **XX.yyy**, ahol **XX** a versenyző kódja, **yyy** a kiterjesztés (pl. **84.xls**).

A pontozás alapja a jegyzőkönyv minősége: annak rendezettsége, a mért és számított adatok közlési formája, a gondolatmenet követhetősége, valamint az, hogy a mérés a jegyzőkönyv alapján megismételhető-e. **A logikus, és a jegyzőkönyv alapján követhető gondolatmenet fontosabb, mint az abszolút pontos mérési eredmény!**

Tanácsok

- ☐ **Ne habozzunk segítséget kérni, ha valami furcsaságot észlelünk a szimuláció során!** Előfordulhatnak programhibák vagy egyéb problémák.
- ☐ Elektronikus fájljainkat mentsük gyakran.
- ☐ Az idő rövidege miatt nem célszerű rengeteg konfigurációt véletlenszerűen kipróbálni, törekedjünk a logikus munkára.

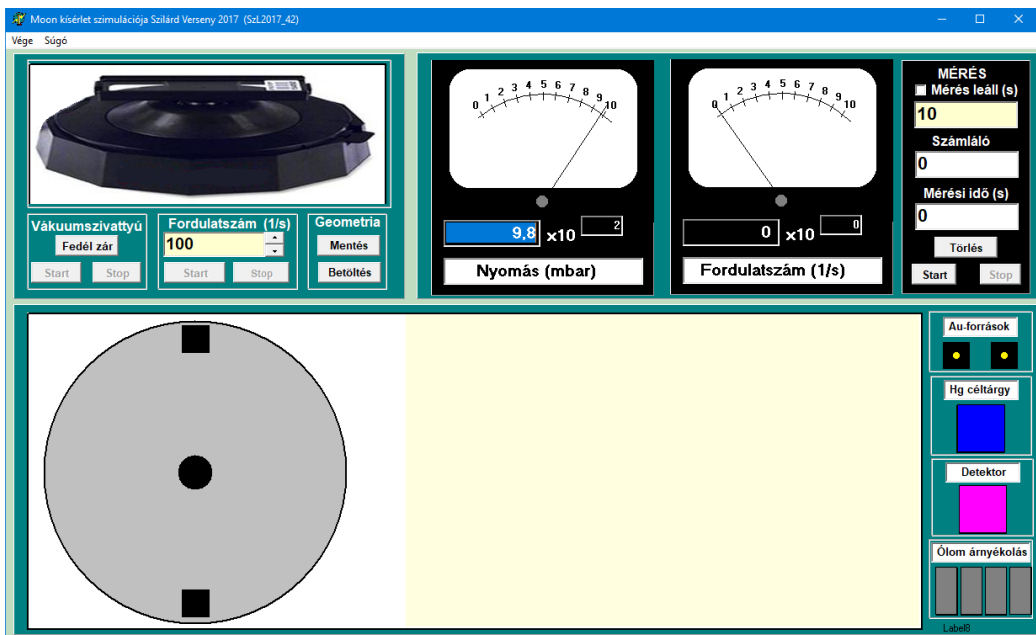
A Moon-kísérlet szimulációs program leírása

A programot az Asztalon lévő **Moon_experiment** ikonra kattintva lehet elindítani. Az indítás után meg kell adni az azonosító kódot. A program kezelőfelülete (9.3. ábra) több fő részből áll:

- Alul található a mérési tér, bal oldalon a rotorral (a rotor fizikai sugara Moonék kísérletének megfelelően $r = 7,62$ cm), ettől jobbra a tereppel, ahova az elemeket helyezhetjük. A jobb szélén pedig egy tárolótér van, ahol a felhasználható kísérleti elemek vannak kezdetben.
- Az elemeket a tárolóból tudjuk a mérőasztalra vinni „fogd és vidd” (drag-and-drop) technikával. Az elemek megfogása az elem bármely helyén történhet, de a letevészkor az elem bal felső sarka kerül a kurzor helyére. A program ügyel arra, hogy elemeket ne helyezhessünk egymásra. Az elemre jobb gombbal kattintva

előhívható egy menü, amivel pixelpontos mozgatus lehetséges, illetve az adott elem visszatehető a helyére a tárolótérbe.

- A bal felső sarokban tudjuk kezelni a vákuumszivattyút és a rotorsebességet, illetve tudunk konfigurációkat menteni és betölteni (lásd fent (12). pont).
- Középen két műszer található. A baloldali a nyomásmérő. A rotor nagy sebessége miatt az ultracentrifuga csak alacsony nyomáson üzemeltethető, $5 \cdot 10^{-5}$ mbar nyomás alatt. A jobb oldali műszer a fordulatszámkijelző. A fordulatszámérték megváltoztatása után kis idő kell a beállított új fordulatszám eléréséhez. Figyeljünk arra, hogy a kijelzés $x \cdot 10^y$ normálalakban történik!
- A jobb felső sarokban tudjuk megadni az automata mérési időtartamot, alatta található a beütésszámláló és a mérési időt mérő stopper, itt tudjuk a mérést indítani és leállítani, illetve az állást törölni.



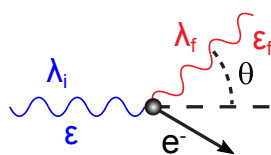
9.3. ábra. A Moon-kísérlet szimulációs program nyitóképernyője.

2018 Szimuláció – Compton-szórás tulajdonságainak vizsgálata koincidencia spektrométerekkel

A sugárzás és anyag kölcsönhatásának egyik legalapvetőbb formája a fotonok szóródása (szabad, ill. szabadnak tekinthető, a foton energiájához képest elhanyagolható kötési energiájú) elektronokon. Az effektust először Arthur H. Compton írta le, amiért 1927-ben Nobel-díjat is kapott. A Compton-szórás további jelentősége, hogy bizonyítja a fény részecsketermészetét, mert pusztán hullámmoddellel nem lenne magyarázható a szórt foton energiájának (hullámhosszának) változása.

A Compton-szórás legelterjedtebb formulája, ami speciális relativitáselmélet alkalmazásával a megmaradási törvényekből levezethető, a következő:

$$\lambda_f - \lambda_i = \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta),$$



ahol λ_i és λ_f a bejövő és kimenő foton hullámhossza, h a Planck-állandó, m_e az elektron nyugalmi tömege és c a fénysebesség. Nagy energiájú (pl. γ) fotonok esetén praktikusabb a foton energiájára vonatkozó képlettel dolgozni. Ha a bejövő és kimenő energiák $E_i = h\nu_i = hc/\lambda_i$, valamint $E_f = h\nu_f = hc/\lambda_f$, továbbá $\varepsilon_{\{i,f\}} = h\nu_{\{i,f\}}/m_e c^2 = E_{\{i,f\}}/m_e c^2$ a bejövő és kimenő foton normált energiája:

$$E_f = \frac{E_i}{1 + \frac{E_i}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \implies \varepsilon_f = \frac{\varepsilon_i}{1 + \varepsilon_i (1 - \cos \theta)}. \quad (9.1)$$

A szimuláció során fő feladatunk a (9.1) szórási összefüggés igazolása.

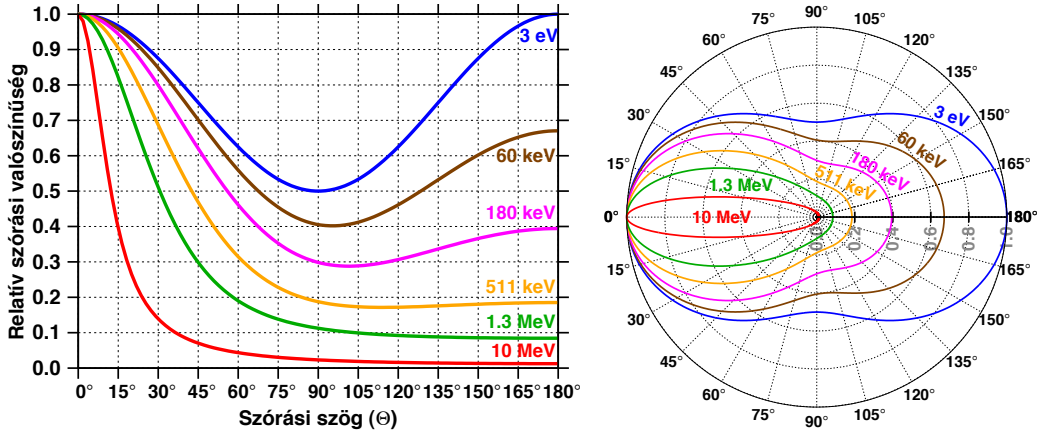
A kimenő és bejövő energiák $\varepsilon_f/\varepsilon_i$ *aránya* nem csak a θ szórási szögtől, hanem a bejövő ε_i energiától is függ: minél energikusabb a foton, annál nagyobb hányadát vesztheti el energiájának a szórás során.

A dolgunkat nehezíti, hogy a szórás *valószínűsége* szintén függ mind a szórási szögtől, mind a bejövő foton energiájától. Ezért egy fix energiájú és intenzitású bejövő nyaláb esetén különböző irányokban mérve nagyon eltérő lehet a szórt fotonok száma. Ennek leírására szolgál a *Klein-Nishina* formula⁶. Segítségével az ε_i bejövő energiájú, θ irányba ε_f energiával szórt fotonok relatív szórási valószínűségére írhatjuk, hogy (a szórási valószínűséget a 0° -nál mérhető valószínűséghez viszonyítjuk):

⁶A szövegben lévő leírás csak érzékelteti a folyamat lényegét. A pontos leírás olyan fogalmat (differenciális hatáskeresztmetszetet) használ, amely középiskolában még nem kerül elő.

$$p(\theta, \varepsilon_i) \sim \frac{R^2}{2} \left[R + \frac{1}{R} - (\sin \theta)^2 \right], \quad \text{ahol} \quad R = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_i} = \frac{1}{1 + \varepsilon_i(1 - \cos \theta)}. \quad (9.2)$$

Segítségképpen ábrázoltuk a (9.2) relatív szórási valószínűség szögfüggését néhány foton energiára.



A **szimulációs program** részletes használati utasítása a „Súgó” menüpont alatt érhető el. A szimulációs program jóval bonyolultabb mérések elvégzését is lehetővé teszi, mint amit most végezni fogunk, ezért nincs feltétlenül szükségünk minden funkciójára. Itt röviden összefoglaljuk a mérés végrehajtásához szükséges legfontosabb információkat.

Sugárforrásunk egy kevert forrás, két karakterisztikus gamma energiával: $E_1 = 312 \text{ keV}$ (20% gyakorisággal), $E_2 = 950 \text{ keV}$ (80% gyakorisággal). Ezáltal egyszerre két különböző energián is tudunk mérést végezni. Mivel $E_1 < E_2 < 2 \cdot 511 \text{ keV}$, így a párkeltés jelenségével most nem kell foglalkoznunk.

A szimuláció során rendelkezésünkre áll **két γ -spektrométer**. Fontos tudni, hogy a spektrométerek detektorai a bennük leadott energiát mérik. Mivel párkeltés nem történhet, a fotonok a detektorok anyagával (NaI kristály) csak Compton-effektussal és fotoeffektussal léphetnek kölcsönhatásba. A fotoeffektusnál a foton a teljes energiáját leadja a kristálynak és megszűnik, míg Compton-szóródás során csak az energia egy része - a meglökött elektron energiája - marad a kristályban (ha a szóródott foton nem hoz létre újabb kölcsönhatást a detektorkristályban).

A képernyőn (9.4. ábra) a kísérleti elrendezést felülről látjuk. Az egyik spektrométer detektora („álló detektor”) rögzített helyzetű függőleges henger, amelynek sugara és magassága állítható. A másik spektrométer detektora vízszintesen fekvő henger, szintén állítható hosszal és átmérővel („mozgó detektor”). A mozgó detektor távolsága és szöge az álló detektorhoz képest változtatható.

A kísérlet során az álló detektort használjuk „szóró” célpontként! A kristály anyagában Compton-szórás szenvedett fotonok elérhetik a mozgó detektort, és ott észleljük őket. A mozgó detektor különböző szögekbe állításával kiválaszthatjuk, hogy milyen szögben szóródott fotonokat akarunk vizsgálni. Eközben információt nyerünk arról is, hogy mennyi energiát adott le a szórt foton az álló detektorban. Amennyiben például az álló detektorban egyszeres Compton-szórás után a foton egyből a mozgó detektorba szóródik (és ott fotoeffektussal minden energiáját leadja), így a mozgó detektorban mért fotonenergia és az álló detektorban mért (szórt elektron) energia összege ki kell adja a foton eredeti energiáját.

Ha a mozgó detektor méreteit és pozícióját úgy választjuk meg, hogy közvetlenül is éri sugárzás a forrásból, akkor az is lehetséges, hogy a mozgó detektorból az álló detektorba (vissza)szóródott γ -fotonokat is észleljük.

Koincidencia üzemmódban lehetőségünk van arra, hogy az adott spektrométerben csak azokat a beütéseket rögzítsük, amik egyidejűleg (nagyon kis időn belül) a másik detektorban is jelet adtak. A koincidencia kapcsolót külön-külön és egyszerre is használhatjuk, ezáltal külön is tanulmányozhatjuk a detektorokban a másik detektorban történő szórásból érkező fotonok spektrumát.

A spektrométerek már energiában kalibrálva állnak rendelkezésre. Ha *azonos fotonenergián*⁷ szeretnénk beütésszámok összehasonlítását végezni, akkor figyelembe kell vennünk a **holtidő korrekciót** is. A holtidő fizikai oka, hogy a detektor egy-egy beérkező γ -foton jelét véges idő alatt tudja feldolgozni, és ha ez idő alatt újabb foton érkezik, úgy azt nem érzékeljük. A program becslést végez a – program megvalósításából adódóan a két detektorban *együttesen* fellépő – holtidőre. Ha Δt [%] a holtidő százalékos értéke, segítségével kiszámíthatjuk a becsült valós beütésszámot:

$$N_{\text{igazi}} = \frac{N_{\text{mért}}}{1 - 0,01 \cdot \Delta t \text{ [\%]}}.$$

Fontos, hogy a mérés végrehajtásához elégséges statisztikára van szükségünk. Túl alacsony beütésszám mellett a csúcshely súlyozott átlagból történő automatikus meghatározása pontatlan lehet. Az adott θ szög alatt várható szórt fotonok számára iránymutatást ad a Klein-Nishina formulából származó (9.2) relatív valószínűség. Ugyanakkor, ha egy-egy mérés túl sokáig tart, úgy nem tudjuk befejezni a mérést, ezért szükséges kompromisszumot találni.

Mérési feladatok

A [x] szögletes zárójelben feltüntetett számok az egyes részfeladatokra maximuman adható részpontokat mutatják *tájékoztató jelleggel*. A maradék [2] pont a jegyzőkönyv általános érthetőségére, követhetőségére jár. A versenybizottság a

⁷A detektor érzékenysége energiafüggő. Ennek számszerű ismerete nélkül egymástól távol lévő energiákon észlelt beütésszámokat nem tudunk összehasonlítani.

beérkezett megoldások fényében (pl. ha van olyan részfeladat amire nem érkezett jó megoldás) ettől kis mértékben eltérő pontozást is alkalmazhat.

- (1) [0] Gondosan olvassuk végig a teljes mérésleírást!

A) Az álló detektor vizsgálata

- (2) [2] Ismerkedjünk meg a program és a spektrométerek kezelésével! Próbaképpen az álló detektor felhasználásával (koincidencia üzemmód *nélkül*) mérjük meg a forrás γ energiáit, és hasonlítsuk össze a megadott $E_1 = 312$ keV, $E_2 = 950$ keV értékekkel! Értelmezzük a látható spektrum "lapos" részeit is, ne csak a csúcsokat!

B) A mozgó detektor vizsgálata

- (3) [1] Hogyan állapíthatjuk meg, ha a mozgó detektorba közvetlenül is érkeznek fotonok a forrásból?
- (4) [3] Gondoljuk végig és *írjuk le*, milyen eredményt várunk, adott szög mellett milyen szórt γ -energiát és kb. mekkora szórási valószínűséget? (Ez hogy befolyásolja a geometriát & mérést?)
- (5) [2] Milyen mozgó detektor méretekkel és távolsággal/okkal érdemes a mérést végezni? Van olyan paraméter ami pozitívan és negatívan is befolyásolhatja a mérést? Milyen geometriai hatásokat várunk?

C) A Compton-szórás energiafüggésének vizsgálata

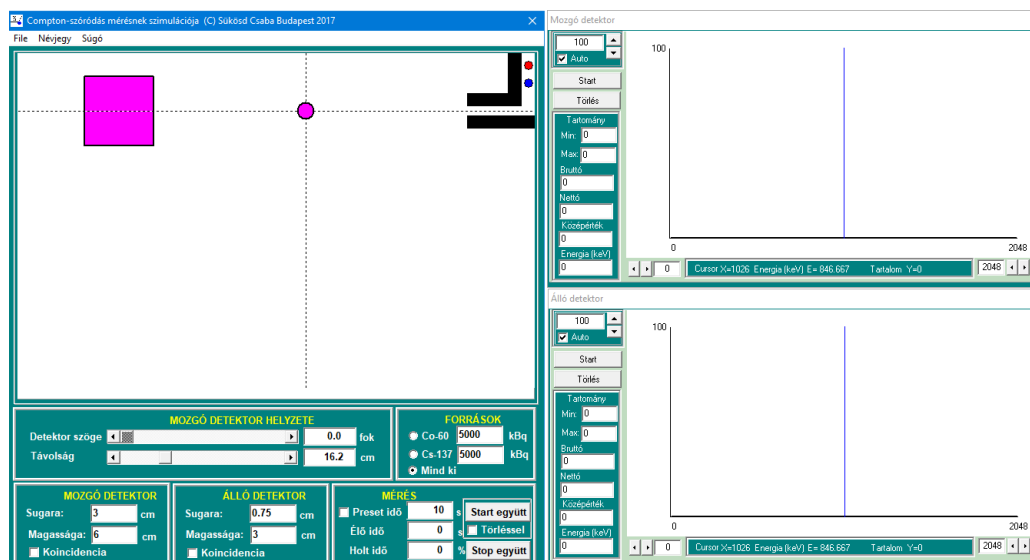
- (6) [6] Mérjük meg a szórt γ -energia szögfüggését **legalább** 5 különböző szög mellett, és hasonlítsuk össze a várakozásunkkal. Ügyeljünk a kellő statisztikára, és mentsük el a végső spektrumot(ka)t.
- (7) [3] Készítsünk ábrát a **várt és mért** eredményekről! A (9.1) összefüggést kényelmesen ábrázolhatjuk, ha egyenesre transzformáljuk. Ehhez praktikus a bejövő és kimenő foton energiájának arányát felírni, ekkor ugyanis $\varepsilon_i/\varepsilon_f = 1/R$ a $(\cos \theta)$ függvényében egyenes kell legyen, ε_i meredekséggel:

$$\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_f} = \frac{1}{R} = 1 + \varepsilon_i(1 - \cos \theta) = (1 + \varepsilon_i) - \varepsilon_i(\cos \theta).$$

- (8) [2] Elemezzük a várt eredménytől való esetleges eltéréseket, és végezzünk hibaanalízist. Milyen hatások befolyásolhatják a mérést, ezekből melyik vezethet szisztematikus hibához?
- (9) [2] Figyeljük meg, hogy a szórt fotonok energiaeloszlása (a spektrumban mért csúcs alakja) hogyan változik a szög függvényében. Mi lehet ennek az oka? Hogyan befolyásolhatja ez a mérést?
- (10) [2] Egy kiválasztott szög mellett elemezzük a mozgó detektor távolságának hatását a mért szórt γ -spektrum alakjára és a beütésszáma. Mit várunk, illetve mit tapasztalunk, ha a detektort közelítjük vagy távolítjuk?

Tanácsok

- ☐ Ügyeljünk arra hogy ne keverjük össze a „csatornaszámban” és az energiában kiírt értékeket!
- ☐ Ne felejtsük el, hogy szimuláció (és a részecskék pályája) 3 dimenziós, mi azonban csak síkban tudjuk mozgatni a detektort.
- ☐ Ne ijedjünk meg, ha eltérést tapasztalunk a várt értéktől. Ilyenkor próbáljuk meg azonosítani az eltérés lehetséges okát vagy okait. Gondolatmenetünket rögzítsük a jegyzőkönyvben!
- ☐ A pontokat alapvetően a munka dokumentációja és a gondolatmenet határozza meg, nem pedig az irodalmi értékekkel való minél jobb egyezés.



9.4. ábra. A Compton-szórás szimulációs program nyitóképernyője.

2019 Szimuláció – Villamosenergia-rendszer

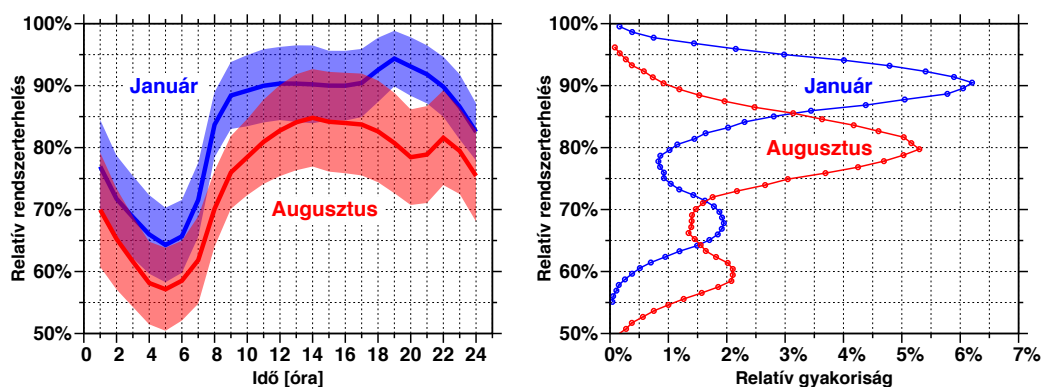
Egy ország villamosenergia-rendszerének célja, hogy mindig *pontosan annyi* villamosenergiát bocsásson rendelkezésre amennyi a pillanatnyi terhelés, és tegye mindezt a lehető legolcsóbban.

Jelenleg a világ nagy részén a villamosenergia-rendszerek döntően fosszilis energiahordozókon alapulnak, ennek oka a történelmi háttérén túl a relatív olcsóság és egyszerűség, illetve szabályozhatóság. A CO₂ kibocsátás szempontjából kedvező megújuló hátránya hogy teljesítményük időjárás, év- és napszak függő; a nukleáris energia befektetésigényes; vízerőművet pedig nem lehet mindenhol építeni.

A feladat során egy önálló, időjárását és villamosenergia-fogyasztását tekintve Magyarországhoz hasonló, de képzeletbeli szigetország rendszerét fogjuk szimulációval vizsgálni. Feladatunk egy olyan rendszer összeállítása, amivel mindig pontosan annyi energiát tudunk előállítani, amennyire szükség van, miközben ezt a lehető legolcsóbban és a lehető legkevesebb CO₂ kibocsátásával tesszük meg.

A versenyzőktől azt várjuk, hogy „próbálkozás” helyett valamilyen gondolatmenet alapján állítsák össze a rendszert, majd annak tesztelésekor szerzett tapasztalatok birtokában tovább optimalizáljanak. **A pontozás során figyelembe vesszük az elért eredményt, de a pontok nagy része a feladat végrehajtásának és a gondolatmenet dokumentációjának minőségére (jegyzőkönyv) jár.**

A villamosenergia-terhelés egy nap folyamán változik, és a várható terhelés függ attól is, hogy hétköznap vagy hétvége van, illetve milyen évszakban járunk. Az egyszerűség kedvéért a program csak hétköznapokat szimulál, téli és nyári körülmények között. A legmagasabb várható terhelés 100% = 6,5 GW, a legalacsonyabb pedig ennek a 47%-a. A várható terhelés óránkénti, illetve összes eloszlása a csatolt ábrákon látható. Az átlag mellett feltüntettük azt, hogy az esetek 95%-ában várhatóan a sötétített sávba esik a teljesítmény (95%-os konfidenciaintervallum). A jobb oldali ábrát 90 fokkal elforgattuk.



A rendszer összeállításához 7 típusú energiatermelő egységből választhatunk: szén, gáz, atom, szél, nap, víz és tározós erőmű. Az erőműtípusok jellemzőit az alábbi táblázatban foglaltuk össze.

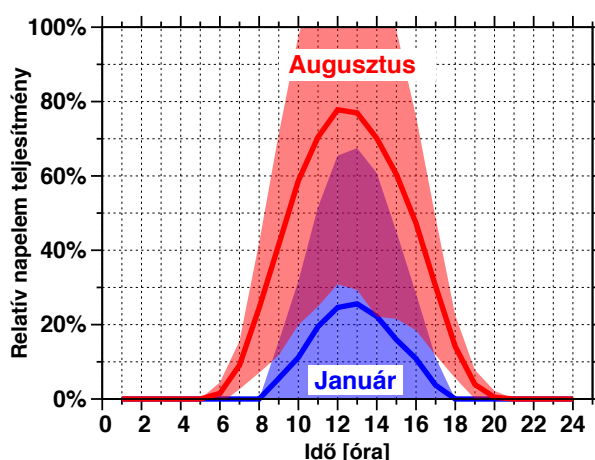
Típus	$N_{\max}$ [db]	$P_{\max}$ [GW]	$P_{\min}$ [GW]	Flex. [GW/óra]	Fix költség [M\$/GWd]	Var költség [M\$/GWd]	CO ₂ [t/GWh]
Szén	10	0.6	0.3	0.3	0.6	1.2	900
Gáz	10	0.5	0	0.5	0.3	2.2	500
Atom	4	1	1	0	1.6	0.25	10
Szél	15	0.3	-	-	1	-	10
Nap	20	0.2	-	-	0.6	-	40
Víz	3	0.6	0.2	0.6	1.3	-	20
Tározó	4	0.5	-0.5	1	1.3	-	20

- $N_{\max}$ a maximálisan építhető darabszám.
- $P_{\max}$ az 1 db egység maximális (beépített) teljesítménye.
- $P_{\min}$ az 1 db egység minimális teljesítménye, ami alatt nem üzemelhet.
- **Flexibilitás** az 1 db egység flexibilitása („rugalmassága”), azaz 1 darab erőmű 1 óra alatt ennyi GW-al tudja változtatni a teljesítményét.
- **Fix költség** Megadja hogy napi hány M\$-ba kerül az adott erőműből 1 GW beépített teljesítmény üzemkészen tartása: befektetési költség, karbantartási költség, őrzés, stb. Ez a költség akkor is felmerül, ha az adott egység csak létezik, de semmit sem termel.
- **Var költség** Megadja hogy mennyibe kerül 1 GW-nap (azaz 24 GWh) áram előállítása: üzemanyag, egyéb termelésfüggő költségek. Az összköltség a két költségtényező összege.
- **CO₂** pedig megadja, hogy hány tonna CO₂ kerül kibocsátásra minden megtermelt GW-óra után.

Amennyiben 1-nél több egység kerül beépítésre, úgy ezek a változók a darabszámmal szorozódnak.

A szél- és naperőművekben termelt áramot az időjárás, napszak és évszak befolyásolja, erre nincs hatásunk. Továbbá a zöldáram-támogatás miatt az ezekben az egységekben termelt áramot kötelesek vagyunk mindig átvenni! Ezért ezeknél nincs flexibilitás feltüntetve.

A **naperőművekben** termelt áram várható eloszlását mutatja a 9.5. ábra (átlag és 95%-os konfidenciaintervallum). Az ábráról az is látszik, hogy télen az idő 62%-ában, nyáron az idő 42%-ában egyáltalán nem termelnek a fotovoltaikus naperőművek (éjszaka).



9.5. ábra. Fotovoltaikus naperőművekben termelt áram várható eloszlása egy nap során nyáron és télen: átlag és 95%-os konfidenciaintervallum.

A **szélerőművek** teljesítménye a véletlenszerűen változó szélesebesség nem monoton függvénye. Amennyiben a szélesebesség túl nagy vagy túl kicsi, a szélerőmű nem tud termelni. Továbbá egy bizonyos szélesebesség fölött a teljesítménye nem nő tovább a szélesebességgel. Ennek folyományaként a szimulációban használt szélerőművek az idő 31,6%-ában egyáltalán nem termelnek, az idő 16,7%-ában 100% teljesítményen üzemelnek, a maradék 51,7%-ban pedig a két véglet közötti teljesítményt adnak le. Teljesítményük óráról órára véletlenszerűen változhat. A szélerőművek átlagteljesítménye $P_{\text{szél}} = 30,55\% \pm 38,2\%$; a medián teljesítmény pedig 9,2% (azaz az idő felében 9,2% fölötti, az idő másik felében 9,2% alatti teljesítményt adnak le).

Rendelkezésünkre áll még **szivattyús tározós erőmű**, ami segíthet a teljesítmény-ingadozások kiegyenlítésében. Egy tározó tárolási kapacitása 6 GWh. A tározót a szimuláció elején 50% töltöttséggel kapjuk meg, és a nap végére ideálisan 20-80% közötti töltöttségi szintre kellene visszavigyük. A tározó hatásfoka $\eta = 90\%$, (mind feltöltéskor, mind termeléskor). Egy tározót maximum 0,5 GW teljesítménnyel tudunk tölteni (ilyenkor a teljesítménye „negatív”).

Mérési feladatok

A [x] szögletes zárójelben feltüntetett számok az egyes részfeladatokra maximálisan adható részpontokat mutatják *tájékoztató jelleggel*. A maradék [2] pont a jegyzőkönyv általános érthetőségére, követhetőségére jár. A versenybizottság a beérkezett megoldások fényében (pl. ha van olyan részfeladat, amire nem érkezett jó megoldás) ettől kis mértékben eltérő pontozást is alkalmazhat.

- (1) [0] Gondosan olvassuk végig a teljes mérésleírást!

A) Program kezelése: rendszerépítés & kiszolgálás ($\Sigma 5$)

- (2) [1] Mekkora a várható minimális és maximális kiszolgálandó terhelés?
- (3) [1] Ismerkedjünk meg a program kezelésével! Állítsunk össze egy egyszerű, csupán szén és gáz erőművekből álló rendszert, és néhányszor termeljünk vele végig egy napot.
- (4) [1] Építsünk olyan rendszert, ami képes egy teljes **nyári** napon kiszolgálni a terhelést: törekedjünk arra, hogy a „Statiztika” lapon a normált eltérés a nap végén 0,5% alatt maradjon.
- (5) [1] Jegyezzük le a gondolatmenetünket, tapasztalatainkat.
- (6) [1] Mekkora lesz az átlagos áramár (\$/MWh) és relatív CO₂ termelés (t/GWh) egy tisztán fosszilis rendszerben?

B) Optimalizáció ($\Sigma 13$)

- (7) [5] Ha már sikerült olyan rendszert építeni ami ki tudja szolgálni a terhelést, akkor próbáljuk meg optimalizálni. Törekedjünk a relatíve minél olcsóbb (\$/MWh) és minél kevesebb CO₂-t (t/GWh) kibocsájtó rendszer készítésére.
- (8) [2] 1 GW nap- vagy széláram mellé mekkora flexibilis (rugalmasan változtatható) tartalék teljesítmény beépítése lehet szükséges?
- (9) [3] Lehet egyszerre két szempont szerint optimalizálni? Mi a csökkentett CO₂ kibocsátás ára?
- (10) [3] Írjuk le a tapasztalatainkat, illetve hogy milyen logika alapján próbálunk optimalizálni.

C) Tél / nyár ($\Sigma 5$)

- (11) [2] Milyen kulcs különbségek vannak a téli és a nyári helyzet között? Könnyebb vagy nehezebb kiszolgálni? Miért?
- (12) [3] A nyári körülményekre felépített rendszerünkkel próbáljunk meg egy téli napot is végigszimulálni. Mit tapasztalunk? Milyen változtatásokra lenne szükség hogy a rendszer télen és nyáron is működőképes legyen?

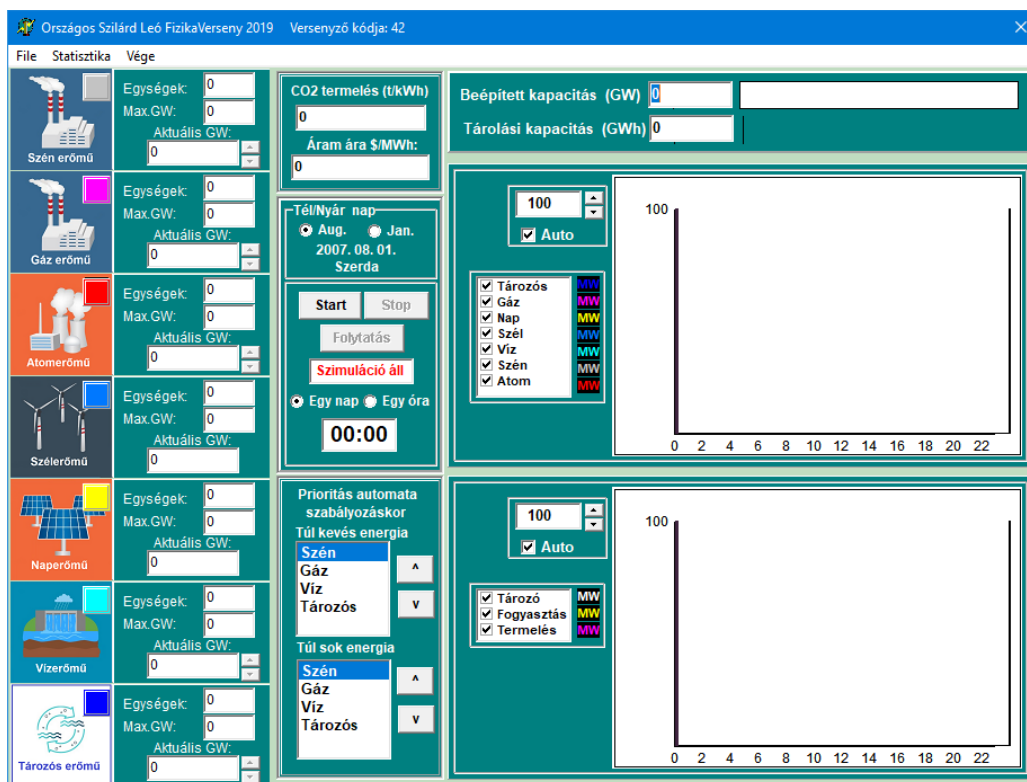
Tanácsok

- ☐ A pontokat alapvetően a munka dokumentációja és a gondolatmenet határozza meg. Próbálgatás helyett törekedjünk a logikus munkára, és írjuk le a gondolatmenetünket: mit miért csináltunk.
- ☐ Figyeljünk arra hogy nem minden erőműtípus egyformán rugalmas.
- ☐ Egyes erőműveknek van egy minimális termelése, ha egyszer beépítjük, ennél kevesebbet nem fog termelni!
- ☐ A jegyzőkönyv beadható papíron, elektronikusan, és vegyesen is. Minden fájl nevében legyen benne a kódunk, illetve a papír jegyzőkönyvben egyértelműen utaljunk a fájlokra.

Használati utasítás

A szimulációs program nyitóképernyőjét mutatja a 9.6. ábra.

- a) A szimuláció indításakor adjuk meg a kódunkat. Ügyeljünk arra hogy minden mentett fájlunkban benne legyen a kódunk (és a nevünk semmiképpen ne)!
- b) A program bal oldalán az első oszlopban található az egyes erőműtípusok. Itt kijelzésre kerül a beépített egységek száma, maximális teljesítménye, illetve menet közben az aktuális teljesítmény. „Kézi vezérlés” üzemmódban itt tudjuk 0,1 GW egységenként állítani az adott típus termelését (lásd e) pont).
- c) Az erőművek ikonjára kattintva hívhatjuk elő az erőművek részletes adatait. Itt állíthatjuk be az erőművek darabszámát, illetve hogy az erőművet az automatika szabályozhatja-e, vagy csak a kézi vezérlést követi. Az erőművek maximális számát mutatja a táblázat, illetve a beviteli mező fölé vitt kurzornál a felugró sűgő. Az új erőműtípus kiválasztásához nem szükséges az ablakot bezárni, elég átkattintani a másik erőműre.
- d) A 2. oszlopban található az átlagos CO₂ kibocsájtás (t/GWh) és áramár (\$/MWh) értékek. Alatta választhatjuk ki, hogy téli vagy nyári konfigurációt futtatunk-e, illetve kiírásra kerül az a nap, amelyiket szimuláljuk a fogyasztás és napsütés napi alakulásának szempontjából. A program automatikusan választ 10 év augusztusi, illetve 10 év januári napjain mért magyarországi adatokból.
- e) Középen a 3. panelen tudjuk a szimulációt indítani, leállítani és leállítani. Lehetőségünk van egy teljes napot, vagy 1 óránként kézi vezérléssel szimulálni. Amikor a szimuláció áll, akkor lehetőségünk van a kézi vezérlésre állított erőművek teljesítményét (az adott határok között) kézzel állítani.
- f) Középen legalul található az automata vezérlés prioritásai. Túl kevés energia esetén ilyen sorrendben fogja a program az erőművek teljesítményét növelni. Túltermelés esetén pedig a legfelülre sorolt erőmű teljesítményét csökkenti elsőnek. Ha pl. azt szeretnénk hogy szén helyett víz termeljen, akkor a hiánynál tegyük a vizet felülre, míg a többletnél tegyük a szenet felülre.
- g) Jobbra fent található az összes beépített kapacitás kijelzése (max 20 GW!), illetve a beépített tárolási kapacitás.
- h) A felső ábrán látható az egyes típusok által termelt energia (MW) a nap óráinak függvényében. Színkód jelöli az egyes típusokat.
- i) Az alsó ábrán látható az összesített termelés és terhelés, illetve a tárolóban lévő energia mennyisége (normált érték).
- j) A felső menüben a „Statistika” pont alatt tájékoztatási céllal részletes üzemi statisztika hívható elő.
- k) Lehetőségünk van egy teljes konfigurációt elmenteni, amivel megkönnyíthetjük a zsúri munkáját. Javasoljuk az optimális konfigurációt ilyen módon is elmenteni. A mentés képernyőképet is készít.



9.6. ábra. A villamosenergia-rendszer szimulációs program nyitóképernyője.

2020 Szimuláció – Elmaradt

A 2020-as döntőt a COVID19 világjárvány miatt végül őszre tolván sem lehetett megrendezni, így elmaradt a (már előkészített) szimulációs forduló.

2021 Szimuláció – Pozitronannihilációs vizsgálat (PET)

Elöljáróban leszögezzük, hogy több lényeges különbség is van egy valóságos PET-vizsgálat (ill. PET-készülék), és a mostani szimulációs modell között (lásd egy valóságos PET készülék fényképét a 9.7. ábrán).



9.7. ábra. Egy valódi PET készülék fényképe.

- Egy valóságos PET vizsgálat a testet három dimenzióban (3D) vizsgálja, a mostani szimuláció ezzel szemben csak kétdimenziós.
- A valóságos PET készülékben a beteget körülvevő gyűrű(k)ben nagyon sok detektor van, amelyeket emiatt nem kell forgatni a beteg körül. A szimulációnkban mindössze egy detektorpárt – egymással „szemben lévő” detektort – használunk. Ahhoz, hogy ezzel a detektorpárral sok detektort szimulálhassunk, a beteg és a detektorpár egymáshoz viszonyított helyzetét változtatni kell. Ennek érdekében a beteget tartó asztal forgatható. (A valóságos PET-készülék asztalát nem szükséges forgatni.)
- A valóságos PET készülékben a beteget tartó asztal betolható a detektorgyűrűbe, itt a detektorpár mozgatható az egyik dimenzió mentén.

A feladat A betegnek pozitron-bomló radioaktív izotópot (többnyire ^{18}F) adnak be intravénásan. A radioaktív izotópot cukormolekulához kötik, ezért az a megnövekedett anyagcseréjű, rákos daganatsejtekben dúsul fel.

Ha a testben több helyen is van rákos daganat, ezeken a helyeken dúsul fel a cukormolekulához kötött radioaktív izotóp. A feladat az, hogy találjuk meg ezeket a rákos daganatokat! Érezzük át, hogy a beteg élete múlhat azon, hogy valamennyi rákos gócot megtaláljuk.

A működési elv A pozitronbomláskor kibocsátott pozitron – elektromos töltésű részecske lévén – nagyon gyorsan lefékeződik a testszövetben, és a kibocsátás helyének közelében (kevesebb, mint 1 mm távolságra) találkozik egy elektronnal,

amellyel szétsugárzódik (annihilálódik). A szétsugárzáskor két, egyenként 511 keV energiájú gamma-foton keletkezik, amelyek egymással ellentétes irányban (180° -ban) bocsátódnak ki.⁸

Ezek a gamma-fotonok az útjuk során szóródhatnak, vagy akár el is nyelődhetnek a testben, de van annak is valószínűsége, hogy kölcsönhatás nélkül kilépnek a testből. Minket ez utóbbi fotonok érdekelnek, mivel ha ezeket detektáljuk (mindkettőt egyszerre, úgynevezett koincidenzában), akkor ennek alapján meghatározhatunk egy irányt, amely mentén ezek kibocsátódtak. Ha több ilyen – egymást „keresztelő” – irányt is meg tudunk határozni, akkor a kibocsátás helye meghatározható. (A valódi PET-készülékben ezeket a különféle irányokat a detektorkoszorúban egyszerre megszólaló detektorok segítségével lehet meghatározni. A szimulációban ezért szükséges a beteget tartalmazó asztalt forgatni.)

Néhány mérés technikai probléma, amire figyelni kell

- a) **Irányfelbontás.** Egy egyenest két pontja határoz meg. Ahhoz tehát, hogy a kibocsátás egyenesét pontosan meghatározzuk, a detektálás pontos helyét kell(ene) meghatározni. Minden valóságos detektor azonban véges kiterjedésű. Ezért a detektálás helye sohasem pontszerű, azaz a kibocsátás egyenesét sem lehet egészen pontosan megadni. Annál pontosabban tudjuk megadni a kibocsátás egyenesét, minél kisebb méretű egy detektor (legalábbis a detektornak az a felülete, amelyet a kibocsátási pont felé mutat). A szimulációban sugárzásárnyékoló blendék segítségével változtatni tudjuk a detektoroknak ezt a felületét. Annál pontosabb iránymeghatározás lehetséges, minél kisebb a detektor érzékeny felülete.
- b) **Detektálási hatásfok.** A forrásból kibocsátott egyik gamma-foton véletlenszerű irányba indul el (a másik ezzel ellentétes irányba). Minél kisebb a detektor forrás felé eső felülete, annál kisebb a valószínűsége annak, hogy a véletlenszerű irányba indult gammák éppen eltalálják. Az előző pontból látható, hogy az irányfelbontás javítása érdekében a detektorok felszínét csökkenteni, a detektálási hatásfok növelése érdekében pedig a detektorok felszínét növelni kellene. E kettő között kell egy megfelelő kompromisszumot találni.
- c) **Valódi és véletlen koincidenzák.** Azokat az eseményeket, amikor a két detektor egyszerre érzékeli *ugyanabból* a szétsugárzási eseményből származó két gamma-fotont, valódi koincidenzáknak nevezzük. Az is elképzelhető azonban, hogy két olyan gamma-foton érkezik véletlenül egyszerre a két detektorba,

⁸A pontosság kedvéért megemlíjtük, hogy a kibocsátás csak az elektron-pozitron pár tömegközépponti rendszerében pontosan 180° , a laboratóriumi rendszerben a kibocsátás pontos szöge függ az elektron-pozitron pár sebességétől a szétsugárzás pillanatában. Ez arra is lehetőséget teremt, hogy a két gamma-foton szögének igen pontos mérésével az elektronok sebességeloszlását az anyagban feltérképezzük. Ezért a pozitronannihilációs technikát szilárdtestfizikusok is használják. A 180° -tól való szögeltérés azonban olyan kicsi, hogy azt a PET vizsgálat szempontjából tökéletesen elhanyagolhatjuk, és tekinthetjük a kibocsátott gammák szögét pontosan 180° -nak.

amelyek különböző bomlási eseményekből származnak. Ezek a véletlen koincidenenciák. Egy adott koincidenencia eseményről nem lehet megmondani, hogy valódi, vagy véletlen esemény-e, azonban vannak módszerek arra, hogy a véletlen koincidenenciák számát megbecsüljük. A véletlen koincidenenciák száma (N_V) a következő képlettel határozható meg:

$$\frac{N_V}{T} = \frac{N_1}{T} \cdot \frac{N_2}{T} \cdot \Delta t,$$

ahol N_1 és N_2 a két detektor által mért beütésszám a T mérési idő alatt, Δt a koincidenencia-áramkör koincidenencia-időablaka (felbontási ideje), és N_V a véletlen koincidenenciák száma ugyancsak a T mérési idő alatt.⁹ (A képlet levezetésére és „megértésére” nincs szükség a feladatok végrehajtásához, azonban akit érdekel – és van rá ideje – megnézheti a leírás végén.)

A képlet útmutatást ad arra, hogy hogyan csökkenthető a véletlen koincidenenciák száma: egyrészt a lehető legkisebbre kell venni a Δt koincidenenciaablakot (az az időtartam, amin belül érkező két jelet a rendszer egyszerre érzékelnek tekint – ezt helyenként a koincidenencia felbontási idejének is nevezik). Másrészt igyekezni kell lecsökkenteni az N_i „oldalági” beütésszámokat. Ezt a detektorok minél jobb árnyékolásával lehet elérni. (A szimulációban a Δt koincidenenciaablak nem változtatható, ennek értékét az egyik feladat során kell majd meghatározni.)

Feladatok

A [x] szögletes zárójelben feltüntetett számok az egyes részfeladatokra maximálisan adható részpontokat mutatják *tájékoztatósi jelleggel*.

- (1) [0] Alaposan olvassuk végig a leírást és a feladatokat! Ezek után ismerkedjünk meg a programmal! (Lásd külön, a program kezelése útmutatót!)
- (2) [3] Egy tetszőlegesen választott beállítás mellett vizsgáljuk a blendék hatását a beütésszámokra! Próbáljuk meghatározni, hogy a beütésszám a blende méretének milyen függvénye szerint változik!
- (3) [5] Állítsuk be az asztalt 90°-ra, és a blendék méretét állítsuk maximumra! Szkenneeljük végig a beteget az **Autoscan#1** gombbal! Ez után állítsuk a blende méretét 2,2 cm-re, és szkenneljük végig a beteget az **Autoscan#2** gombbal (az asztal helyzetén ne változtassunk)! Hasonlítsuk össze a két mérési adathalmazt a **Grafikonok** oldalon! A jegyzőkönyvbe írjuk le a tapasztalatainkat és az ebből fakadó következtéseinket!
- (4) [10] A fenti tapasztalatok alapján állítsuk be az általunk legmegfelelőbbnek ítélt blendeméreteket, valamint az **Időzítés** értékét! A különböző szögbeállít

⁹Az N/T alakú mennyiségek jelentése: időegységre eső beütésszám (intenzitás). Ha bevezetjük az $n = N/T$ jelölést, akkor a fenti képlet az $n_V = n_1 \cdot n_2 \cdot \Delta t$ alakra is írható. A szakirodalomban gyakran ezt az alakot találjuk.

tásoknál behúzott segédvonalak segítségével **határozzuk meg a betegben lévő rákos gócek koordinátáit!**

- (5) [5] Határozzuk meg a berendezésben lévő koincidenca-áramkör Δt koincidencaablakát (felbontási idejét)! Ne felejtsük el, hogy egy adat megadásához az adat bizonytalanságának megadása is hozzátartozik!
Útmutató: válasszunk olyan helyzeteket, amikor biztosak vagyunk abban, hogy valódi koincidenciák nem lehetnek, és az így mért N_V , N_1 , N_2 és T értékek segítségével határozzuk meg a Δt felbontási időt a fenti képlet alapján. Néhány ilyen mérésből pedig ezek átlagát és szórását is meghatározhatjuk. Ésszerű módon válasszuk meg az **Időzítés** értékét!
- (6) [0] Amikor úgy gondoljuk, hogy készen vagyunk, ne felejtsük el elmenteni az eredményeinket az **Adatmentés** főmenü pont segítségével! Ilyenkor a program az éppen aktuális – véglegesnek tekintett – konfigurációt elmenti a kódunkról elnevezett mappába (ez a programot is tartalmazó mappának egy almappája). A zsűri ennek segítségével tudja visszaállítani a végleges konfigurációnkat, ezt is vizsgálja a pontozáskor, ezért ezt a lépést **kötelező** megtenni. Ha a zsűri számára további információt is szeretnénk adni (pl. a megoldás valamely közbenső állapotáról), akkor lehetőség van arra, hogy egy képernyőképet elment-sünk (ez nem kötelező). Ezt az egér jobb gombjával a grafikonokra kattintva tehetjük meg. Ilyenkor a diagnosztikai asztal képe, valamint a három grafikon képe is elmentésre kerül. FIGYELEM! Mind az adatmentés, mind a képernyő-kép fájl nevét a program a **kódunkból** képezi (hogy be lehessen azonosítani). Ezért **csak egyetlen** adatmentési és egyetlen képernyőkép-fájl elmentésére van lehetőség. Ismételt mentéskor az előzőleg mentett fájl felülíródik!
- (7) [2] Készítsünk jegyzőkönyvet a mérésről! A pontokat a logikus munkára, a gondolatmenet követhetőségére, a mérés reprodukálhatóságra stb. adjuk. A jegyzőkönyv készülhet papíron, vagy elektronikusan a számítógépen lévő program (pl. Word, Excel, Notepad stb.) segítségével. Ha papíron készült a jegyzőkönyv, azt fényképezzük le és töltjük fel a „Tanterem” megfelelő helyére. Mindenképpen másoljuk ki a program által létrehozott, eredményfájljainkat tartalmazó, a kódunkról elnevezett könyvtár teljes tartalmát egy pendrive-ra. Ha elektronikusan készítettük a jegyzőkönyvet (és/vagy egyéb fájlokat), akkor azokat is adjuk hozzá a pendrive-hoz (a fájlnev egyértelműen azonosítsa a kódunkat), vigyük át a tanári számítógépre, és onnan töltjük fel az egész anyagot a „Tanterem” megfelelő helyére.

A véletlen koincidenciák számának elméleti meghatározása

Elektromos jelek „egybeesését” – koincidenciáját – elektronikus ÉS (AND) áramkör segítségével lehet megvalósítani. Ez olyan digitális áramkör, amelynek legalább két (vagy több) bemenete van, és egyetlen kimenete. A kimeneten akkor és csak akkor jelenik meg jel, ha valamennyi bemenetén egyszerre van jel. Az esetünkben két jel egybeesését keressük, tehát egy kétbemenetű ÉS áramkörrel van szó. Jelöljük ennek a két bemenetét B_1 és B_2 -vel! A koincidencia időablakának hosszát pedig jelöljük Δt -vel.¹⁰ Ez azt jelenti, hogy az áramkör akkor tekinti „egyszerre” érkezőnek a két jelet, ha a köztük lévő időtartam rövidebb, mint Δt .

A két detektorra jutó jelsorozatról feltételezzük, hogy véletlenszerűek és egymástól teljesen függetlenek (nincsenek valódi koincidenciák). Határozzuk meg most, hogy vajon mennyi véletlen koincidencia várható T idő alatt, ha a B_1 -re N_1 , a B_2 -re pedig N_2 jel érkezett T idő alatt! Feltesszük, hogy $T \gg \Delta t$ (a koincidencia-időablak hosszához képest nagyon hosszú ideig mérünk, azaz sok jel érkezik ennyi idő alatt).

Tekintsük a B_1 jelsorozatot! Minden egyes jel „megnyit” egy Δt hosszúságú „ablakot” a koincidencia-áramkörben, amelyen belül ha érkezik jel a B_2 -re, akkor koincidenciajelet kapunk a kimeneten. T idő alatt összesen tehát $N_1 \cdot \Delta t$ ideig lesz nyitva ez az ablak. ($N_1 \cdot \Delta t < T$, különben a B_1 -hez tartozó ablak állandóan nyitva lenne, és bármikor jönne jel a B_2 -re, az koincidenciát okozna.) Mivel a B_2 -re véletlenszerűen jönnek jelek, ezért annak a valószínűsége, hogy egyetlen jel véletlenül éppen egy ilyen nyitott időpillanatban érkezzon és koincidenciát okozzon, a két időtartam hányadosa: $N_1 \cdot \Delta t / T$. Mivel azonban T idő alatt a B_2 -re N_2 jel jön, ezért a koincidenciák várható száma:

$$N_V = N_2 \cdot N_1 \cdot \Delta t / T.$$

Osszuk végig mindkét oldalt T -vel, és megkapjuk a már ismertetett képletet:

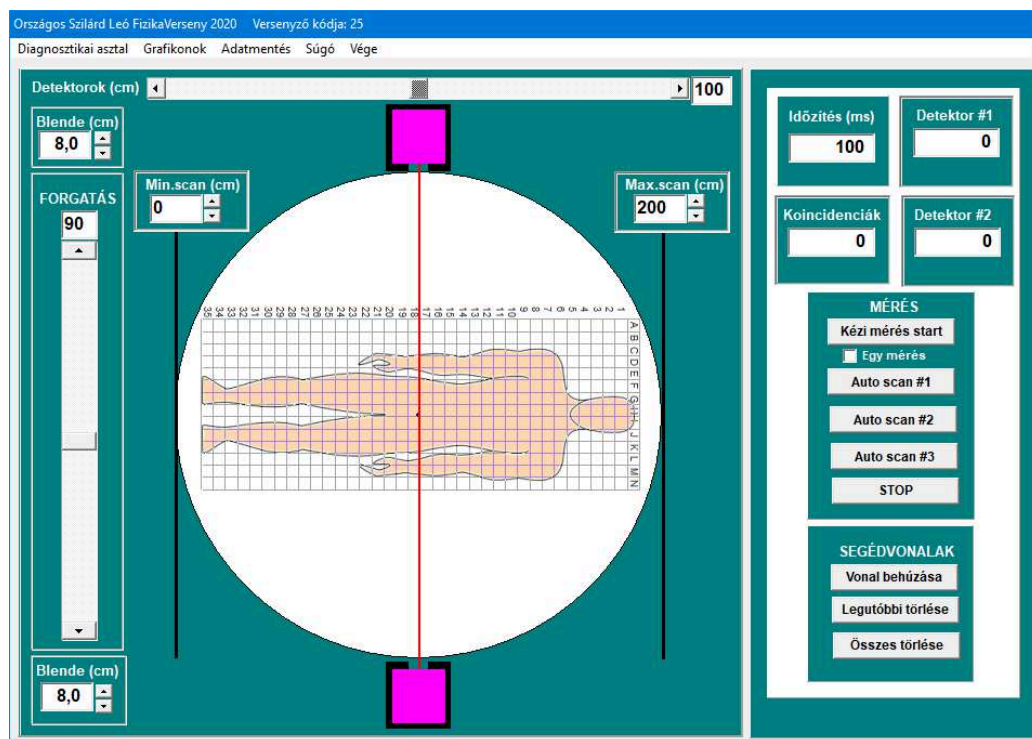
$$\frac{N_V}{T} = \frac{N_1}{T} \cdot \frac{N_2}{T} \cdot \Delta t,$$

A képletből azonnal látszik, hogy a két bemenet (N_1 és N_2) szerepe teljesen szimmetrikus, tehát ugyanezt az eredményt kaptuk volna akkor is, ha nem a B_1 jelsorozatából indultunk volna ki.

A fenti megfontolás abban az esetben érvényes, ha biztosak vagyunk abban, hogy a két jelsorozat nem korrelált (véletlenszerű). Érdekes végiggondolni azt is, hogy mi történik akkor, ha vannak valódi koincidenciák is. Ennek végiggondolását azonban az olvasóra bízunk.

¹⁰Pontosan egyszerre érkezést ($\Delta t = 0$) detektáló áramkör nemcsak hogy gyakorlatilag megvalósíthatatlan, de nem is lenne hasznos, hiszen elektronikus zajok miatt az elektronikus impulzusoknak mindig van egy kis időbeli „remegése” is (angolul *jitter*).

Pozitronannihilációs vizsgálat – Program kezelési útmutató



9.8. ábra. A PET szimulációs program nyitóképe.

A képernyő két részre oszlik: a nagyobbik bal oldali rész a **Diagnosztikai asztal** és a **Grafikonok** menüponttal váltogatható. A program indítása (és bejelentkezés) után a **Diagnosztikai asztal** képét látjuk, rajta egy „beteggel”.

A betegre négyzethálót rajzoltunk. **A megtalált daganatok koordinátáit ezeknek a segítségével tudjuk majd megadni.** A két lila négyzet jelzi a két detektorunkat, amelyek körbe vannak véve sugárzásárnyékoló ólomburkolattal (fekete). Sugárzás a detektorokat csak a „blende” nyílásán át érheti el (oda viszont akármilyen irányból jöhet sugárzás, nemcsak a két detektort összekötő piros vonal irányából!). A blende nyílását a balra fent és lent lévő **Blende (cm)** feliratú szabályozókkal tudjuk változtatni. Az asztal 0° és 180° között forgatható az ugyancsak baloldalon lévő csúszkával. A detektorok vízszintes irányban mozgathatók 0 és 200 cm között a fent lévő csúszkával.

Az időzítési panel

A jobb felső panelen lévő négy mező egy-egy mérési pont adatait mutatja:

- **Időzítés:** egy mérési pont időtartama.

- **Detektor#1:** a mérés időtartama alatt az 1. (felső) detektor beütésszáma.
- **Detektor#2:** a mérés időtartama alatt a 2. (alsó) detektor beütésszáma.
- **Koincidenenciák:** a mérés időtartama alatt detektált (valódi+véletlen) koincidenenciák száma.

A Mérés panel

- **Kézi mérés start:** egyetlen mérési pont felvételének kezdete. Ha az alatta lévő **Egy mérés** be van jelölve, akkor az **Időzítés** letelte után megáll, egyébként folyamatosan mér. A mért érték csak a mérési idő leteltével kerül kijelzésre, nem folyamatosan!
- **STOP:** Minden folyamatban lévő mérést leállít.
- **Autoscan#1,#2,#3:** Az adott beállítás mellett a detektorok végigszkennelik a beteget a diagnosztikai asztalon beállítható korlátok között (függőleges fekete vonalak). A szkennelés során minden helyzetben (centiméteres „ugrások” vízszintesen) a detektorok az időzítésben beállított ideig mérnek, és a detektált (valódi+véletlen) koincidenenciák számát „elteszik”, amit a „Grafikonok” főmenü pontból elérhető három grafikonon megnézhetünk.

A Segédvonalak panel

Az alsó panelen segédvonalakat lehet behúzni. Ha úgy érezzük, hogy megtaláltunk egy olyan beállítást, ahol valódi koincidenenciák is vannak, akkor a **Vonal behúzása** gombbal behúzhatunk az ábrába egy segédvonalat. A segédvonal a két detektort összekötő piros vonal helyén jön létre. Fontos azonban, hogy ezek a segédvonalak mindig ott maradnak, amíg ki nem töröljük őket, és együtt mozognak (forognak) a beteggel! A nem kívánt segédvonalaktól a **Legutóbbi törlése** és az **Összes törlése** gombokkal szabadulhatunk meg. Fontos az is, hogy akárhány segédvonalat behúzhatunk, akárhány szög- és detektorállásnál!

Főmenü

- **Grafikonok:** A diagnosztikai asztal helyett a bal oldali szélesebb részen három grafikon jelenik meg. Ezek a grafikonok ábrázolják azoknak az automatikus szkenneléseknek a mérési eredményeit, amelyeket a jobb oldali panel **Autoscan#1,#2,#3** gombjaival indítottunk. A vízszintes tengelyen a detektorok vízszintes helyzetét, a függőleges tengelyen az adott helyen az **Időzítés** ideje alatt mért koincidenenciák számát látjuk. Csak három szkennelés adatait tudjuk ábrázolni; ha háromnál több szögállásra van szükségünk, akkor felül kell írunk egy korábban mért szkennelés grafikonját. A grafikonok mellett bal oldalt lévő felső mezőben adhatjuk meg a függőleges tengely maximumát. Az **Auto** mező bejelölésekor a grafikon adatai alapján határozza meg a program az

ábrázolási maximumot. Egy grafikont kattintással „kiválaszthatunk”, akkor a színe világossárgára változik. A kiválasztott grafikonon lévő kurzort az ALT gomb lenyomása mellett a jobb-bal nyílbillentyűkkel (kurzorbillentyűkkel) tudjuk mozgatni. A kurzor aktuális helyzetének x és y koordinátáit a grafikon mellett bal oldalon lévő **Cursor** mezőből tudjuk kiolvasni.

A grafikonokra az egér jobb gombjával kattintva egy újabb menü jelenik meg. Ez lehetővé teszi mindhárom grafikon adatainak szövegfájlba történő elmentését (a későbbi, esetleges táblázatkezelőben történő feldolgozás érdekében), az adatok kilistázását, valamint a szimuláció képeinek BMP formátumban történő kimentését.

- **Adatmentés:** Ez a gomb elmenti az adatainkat a kódunkból képezett fájlnevével a kódunknak megfelelő alkönyvtárba. A zsűri ezt a fájlt be tudja olvasni, és így a programnak azt az állapotát látja, amelyben a mentés megtörtént. Csak egyetlen ilyen fájl jön létre; ha újra és újra elmentjük az adatokat, az előző mindig felülíródik.
- **Súgó:** a program névjegyét, valamint az elméleti bevezetőt és a feladatok leírását, és ezt a Program Kezelési Útmutatót tartalmazza
- A **Vége** gombbal ki lehet lépni a programból.

2022 Szimuláció – Tömegspektrométer modellezése

J. J. Thomson 1895-ben fedezte fel, hogy minden atomban vannak elektronok. Katódsugárcsőben különböző atomokat ionizált, és meghatározta a keletkezett töltött részecskék töltés/tömeg (q/m) arányát. Rájött arra, hogy ha elektromos és mágneses eltérítést *együttesen* alkalmazunk, akkor ez az arány megmérhető. Mivel a részecskék töltése (q) csak az ismert elemi töltés egész számú többszöröse lehet (egyszeresen ionizált részecskéknél ez éppen $q = e$), így a q/m arány mérésével a tömeg is meghatározható. Ezt a módszert – a kombinált elektromos és mágneses eltérítést – használják ki a tömegspektrométerek, ill. tömegspektroszkópok.

Ez a módszer lehetővé tette, hogy valamivel később felfedezzék az azonos kémiai tulajdonságú, de tömegükben mégis különböző izotópokat, valamint nagy segítséget adott az atommagok „tömeghiányának” – és ezáltal a kötési energiájuknak – a meghatározásában is. A módszernek fontos alkalmazása van manapság is a tudományos és a gyakorlati élet sok területén. Nemcsak a fizikában, hanem például a kémiai és biológiai kutatásokban is, mert lehetővé teszi molekulatömegek meghatározását, illetve tömeg szerinti szétválasztását.

A tömegspektrométerek alapelve az, hogy adott pontból, adott irányba, adott energiával induló, különböző q/m arányú részecskék különböző pályát futnak be elektromos és mágneses erőkben, és így a detektorlemez más helyére érkeznek.

Sajnos az elméletileg egyszerűnek tűnő módszer gyakorlati megvalósítása felvet problémákat. Az, hogy minden részecske egyetlen pontból induljon, gyakorlatilag megvalósíthatatlan. De gyakorlatilag megvalósíthatatlan az is, hogy minden induló részecskének pontosan azonos legyen az iránya, és az energiája. Ezek miatt még az azonos q/m értékű részecskék is különböző pályákat futnak be, és így a különböző q/m értékű részecskék pályái át is fedhetik egymást. Ez pedig lehetetlenné teheti a tömeg szerint szétválasztást.

A szétválasztás csak akkor jöhet létre, ha sikerül a különböző energiájú, különböző helyről, különböző irányba induló, de azonos q/m arányú részecskéket a pályájuk során valahol megint összegyűjteni. Olyan ez, mint az optikában, amikor egy lencse a képpontba gyűjti össze egy tárgypontból különböző irányba induló fénysugarakat. A részecskenyalábot fókuszálni kell. Külön fókusz jöhet létre a különböző helyről induló részecskéknek, külön fókusz a különböző irányba indulóknak és ismét külön fókusz a különböző energiával induló részecskéknek. Az lenne a legjobb, ha mindhárom fókuszpont egybe esne!

Nagyon sokféle spektrométer létezik, ezek mind más és más elrendezéssel próbálják megvalósítani ezt a célt. Az általunk vizsgált spektrométer egy Bainbridge-Jordan típusú, ahol az elektromos eltérítést egy hengerkondenzátor, a mágneses eltérítést pedig egy homogén, szektor mágneses tér végzi. A spektrométer kezelésével kapcsolatban lásd a **Súgó|Program használata** menüpontot. (Ebben a könyvben a mérési feladatok leírása után.)

A feladat: egy ismeretlen tömegösszetételű nyaláb vizsgálata.

Ez magában foglalja nemcsak a benne szereplő tömegértékek meghatározását, hanem az egyes tömegek százalékos részarányának, valamint az értékek becsült hibájának a megadását is.

A feladat konkrét végrehajtása előtt azonban néhány bevezető feladat során ismerkedjünk meg a berendezéssel! Az alábbi feladatok során – ha a jegyzőkönyvhöz vagy a zsűri tájékoztatásához szükségesnek érezzük – készíthetünk mentéseket akár kép, akár szövegfájl formájában a program által adott lehetőségek használatával.

A [x] szögletes zárójelben feltüntetett számok az egyes részfeladatokra maximálisan adható részpontokat mutatják *tájékoztató jelleggel*.

- (1) [0] Olvassuk el a **Súgó | Program használata** menüpontban található anyagot! Célszerű az abban található leírások kipróbálása is.
- (2) [3] Állítsunk be 3-4 különböző közepes tömeg értéket (nemcsak egész számokat lehet választani!), és figyeljük azt, hogy milyen mágneses tér tartományban tudja a készülék automatikusan beállítani a szükséges paramétereket! Jegyezzük le a tapasztalatokat!
- (3) [3] Vizsgáljuk a készülék fókuszálási tulajdonságait!
 - a) Mindig csak egyet kapcsoljunk ki az ionforrásnál található jelölők közül (Monoenergia, Párhuzamos, Pontforrás).
 - b) Indítsunk 100-200 részecskét, és figyeljük a pályájukat. Jegyezzük fel, hogy hol találunk fókuszpontokat!
 - c) Ismételjük meg a b) pontot még két más közepes tömeg mellett is. Változik-e a fókuszpontok helyzete a közepes tömeg állításakor?
 - d) Vonjunk le következtetést arra, hogy mi várható abban az esetben, ha a „valódi” mérésnél mindhárom jelölő ki lesz kapcsolva. Mit lehetne tenni a probléma csökkentésére? Próbáljuk is ki!
- (4) [2]
 - a) Keressük meg, hogy milyen tömegtartományba eshet az ismeretlen nyaláb!
 - b) Ha megtaláltuk, akkor kapcsoljunk vissza **Tesztelés, beállítás** üzemmódba, és (az adott közepes tömeg megtartása mellett) három különböző tömeg mérésével határozzuk meg azt a három pontot, amelyen a detektor lemeznek át kellene menni ahhoz, hogy a legjobb felbontást kapjuk (a nyaláb fókuszpontjai a detektorra essenek).
 - c) Ha sikerült jól definiálni a detektort, akkor ne felejtsük el **Elfogadni**!
- (5) [3] Gyűjtsük a detektorra érkező részecskéket az 1. spektrumban, és vegyünk fel legalább 3 különböző tömeg mellett adatokat (csúcsokat) elegendő beütésszámmal ahhoz, hogy azokból meg tudjuk határozni a detektor „csatornáinak” a tömegekhez való hozzárendelését (**kalibráció**). A kalibráció során ne felejt-

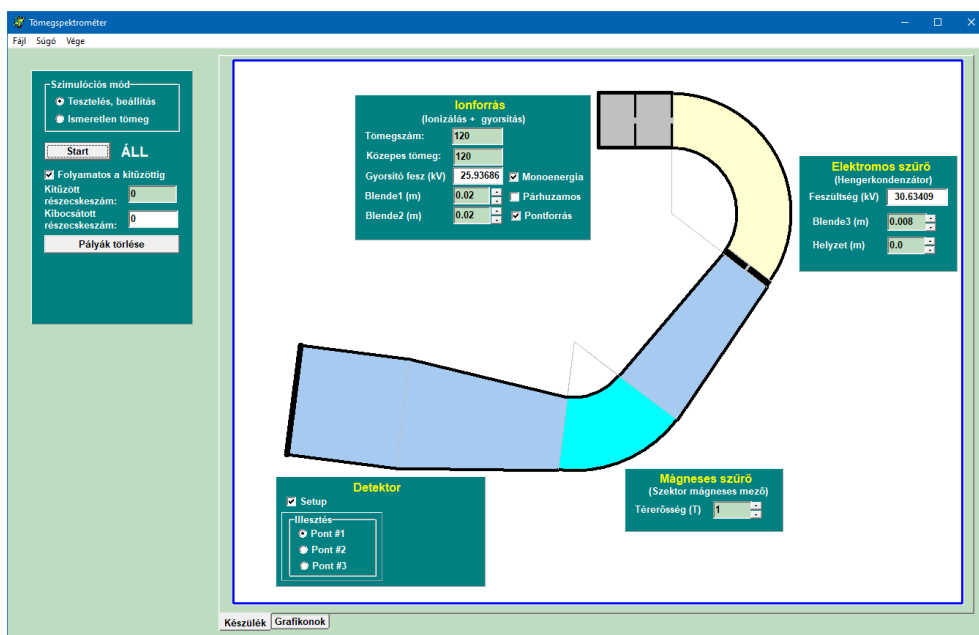
sük el használni a Region Of Interest-et (ROI), mert ez a csúcs helyzetét (C) pontosabban meg tudja adni!

- (6) [3] Határozzuk meg a detektor $M = a \cdot C + b$ kalibrációs függvényét! Itt C a spektrum „csatornaszáma” (vízszintes tengely), M az annak megfelelő tömeg, a és b konstansok. Ehhez használhatjuk a számítógépen lévő Excel programot, vagy bármilyen egyéb módszert (kézi számolás, milliméterpapír stb.). (Excel használata esetén esetleg ellenőrizhetjük azt is, hogy vajon a fenti lineáris közelítés elegendő-e, vagy másodfokú polinom használata szükséges?)
- (7) [1] Miután az eddigi tapasztalatok alapján elvégeztük a spektrométer optimális beállítását, kapcsoljunk át az Ismeretlen tömeg meghatározására. Gyűjtsük a detektorra jutó részecskéket a 2. spektrumba (hogy ne írjuk felül az 1. spektrumban lévő kalibrációs spektrumot sem)! Állítsunk be egy megfelelően nagy kitűzött részecskeszámot, és indítsuk el a szimulációt!
- (8) [8] A kitűzött részecskeszám lejártá után a 2. spektrum és a fenti kalibráció alapján határozzuk meg az ismeretlen nyalámban található részecskék tömegét, és az egyes komponensek százalékos arányát! Ne feledkezzünk el a kapott eredmények hibáinak becsléséről sem!
- (9) [0] Ne felejtsük el a spektrométer beállításainak és az ismeretlen minta mérése (valamint a kalibráció) során kapott adatoknak az elmentését a **Fájl | Mentés másként (elrendezés és mérési adatok)** menüpont választásával, hogy a zsűri visszaolvashassa az adatainkat.
- (10) [2] Készítsünk jegyzőkönyvet a mérésről! (A pontok a rendezettségre, olvashatóságra, logikusságra stb. járnak.) A jegyzőkönyv készülhet papíron, vagy elektronikusan a számítógépen lévő valamelyik program (pl. Word, Excel, Notepad stb.) segítségével. A jegyzőkönyvben mindenképpen utaljunk arra, hogy a mérés során melyik feladat végrehajtása során milyen fájlt (kép, adat) mentettünk el, és annak mi a neve.

Sok sikert kívánunk!

Tömegspektrométer modellezése – Program kezelési útmutató

A program indítása (és bejelentkezés) után a Készülék képét látjuk, rajta a tömegspektrométer vázlatos rajzával, és a beállításhoz szükséges néhány panellel.



9.9. ábra. A tömegspektrométer szimulációs program nyitóképe.

A tömegspektrométer a képernyőn lévő, furcsa alakú eszköz, amely arra szolgál, hogy egy részecskenyalámban lévő különböző tömegű részecskéket szétválassza, és lehetővé tegye nemcsak a tömegek meghatározását, hanem azt is, hogy az egyes komponensek milyen arányban (hány százalékban) vannak jelen a nyalámban. J. J. Thomson óta tudjuk, hogy ionok töltés/tömeg (q/m) hányadosát kombinált elektromos és mágneses mezőben való eltérítéssel lehet meghatározni. Az elv ropant egyszerű, ám a gyakorlati megvalósítás során több nehézséggel is meg kell küzdeni. A konkrét megvalósításra vonatkozólag nagyon sokféle megoldás született. Az eszköz egyes elemeit különböző színekkel jelöltük a jobb felismerhetőség érdekében. Az ablak tetején lévő, szürkére festett téglalap alakú rész az **ionforrás**, a halványsárga körívk alakú rész egy elektrosztatikus **hengerkondenzátor**. A két világoskék rész neve: **driftcső**, a türkiz színű, szektor alakú rész pedig az **eltérítő mágnes**. Ezeknek a funkcióit az alábbiakban vázlatosan ismertetjük.

Ionforrás

Ahhoz, hogy a vizsgálandó részecskenyalámban lévő részecskéket tömeg szerint szétválaszthassuk, először ionizálni kell, és valamekkora sebességre fel kell gyors-

sítani őket, hogy aztán elektromos és mágneses mezőkkel manipulálhassuk őket. Az ionforrás egyszeres pozitív töltésű ionokat állít elő, amelyeket egy, a **Gyorsító feszültség**re kapcsolt elektróda felgyorsít. Az ionforrás mellett lévő mezőben látjuk a gyorsító feszültség értékét. Ennek beállítása automatikusan történik (ld. később), ezen kézzel nem változtathatunk.

Fellép néhány gyakorlati nehézség:

- (1) Az ionforrásból kilépő nyaláb részecskéinek az energiáját egyéb hatások is befolyásolják (pl. hőmozgás, feszültségstabilitás stb.), ezért a nyaláb energiájának mindenképpen van egy szórása. Ez azért probléma, mert a különböző energiájú részecskék különböző pályákat futnak be. Az energiaszórás hatásának vizsgálata érdekében a szimuláció lehetővé teszi, hogy ezt az energiaszórást kikapcsoljuk. Erre szolgál a **Monoenergia** nevű jelölő.
- (2) A második nehézség az, hogy az ionforrás nem pontszerű, azaz az ionforrás kilépő ablakának különböző helyeiről kilépő részecskék is különböző pályát futnak be. A **Pontforrás** nevű jelölővel ez a zavaró hatás a szimulációban kikapcsolható.
- (3) Harmadsorban, a kilépő részecskék iránya sem mind azonos, a nyalábnak van bizonyos széttartása (mint a zuhanyból kijövő vízszórásnak), és a széttartó részecskék is más és más pályán haladnak. A **Párhuzamos** nevű jelölővel ez a zavaró hatás is kikapcsolható.

Ezek a kikapcsolási lehetőségek csak a tömegspektrométer működésének a jobb megértése érdekében vannak a szimulációban. Egy valóságos készülékben ezeket természetesen nem lehet kikapcsolni. Amikor az ismeretlen összetételű mintát kell majd mérni, ezek a kikapcsolási lehetőségek nem működnek – azaz az eszköz egy valóságos tömegspektrométert szimulál.

Akkor tudnánk tömegek szerint jól válogatni, ha mindezek a hatások nem befolyásolnák azt, hogy a részecskék hova csapódnak be. Ennek a megvalósítására (vagy legalábbis megközelítésére) tesznek kísérletet a különböző típusú tömegspektrométerek. A szimulált eszköz egy úgynevezett Bainbridge-Jordan típusú tömegspektrométer.

Blendék

Az ionforrásból a felgyorsított nyaláb egy két **blendéből** álló rendszeren tud kilépni. Ezzel tudjuk valamennyire befolyásolni (megszüntetni nem) a fent felsorolt második és harmadik problémát. A blendéket kézzel állíthatjuk 5 mm és 100 mm között. A blendék szerepe kettős: egyrészt a kilépő blende szabja meg a kilépő nyaláb szélességét (minél nagyobb a blende, annál vastagabb nyaláb lép ki), másrészt a két blende együttesen szabja meg a kilépő nyaláb széttartását. Ha mindkét blende nagyon szűk, akkor a nyaláb csak kicsit széttartó, ha mindkét blende tág, akkor pedig a nyaláb a leginkább széttartó.

Még az ionforrásnál adhatjuk meg a tesztnyaláb tömegét is (atomi tömegegységben). Itt nem egész számokat is megadhatunk! A **Közepes tömeg**hez állítja be a spektrométer a paramétereket (automatikusan) úgy, hogy ezek a részecskék a spektrométer középvonala mentén haladjanak (ha nincs sem energiaszórás, sem nyalábvastagság, sem nyalábszéttartás). A **Tömegszám** mutatja azt a tömeget, ami az ionforrásból éppen kijön. A spektrométer detektorát (ld. lentebb) kalibrálni kell, azaz meg kell majd határozni, hogy egy adott beállításnál a különböző tömegű részek hova érkeznek. A közepes tömeggel tudjuk a beállítást létrehozni, és a tömegszámmal tudjuk megnézni, hogy az adott beállítás mellett a különböző tömegszámú részecskék hova érkeznek a céltárgyra.

Hengerkondenzátor

A hengerkondenzátorban elektromos erőter görbíti be a részecskék pályáját. A hengerkondenzátor elektromos erőterét a rákapcsolt feszültséggel lehet befolyásolni. Ezt a feszültséget mutatja a **Feszültség (kV)** kijelző. Az ionforrás gyorsítófeszültségéhez hasonlóan, ezt a feszültséget sem állíthatjuk közvetlenül; ezt is a tömegspektrométer automatikája határozza meg. A hengerkondenzátor kilépő pontján is van egy blende (**Blende3**), amelynek a szélességét változtathatjuk.

Driftcső

Tulajdonképpen egy üres cső, amelyben haladó nyalábra semmilyen erőter nem hat. A részecskék egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek benne.

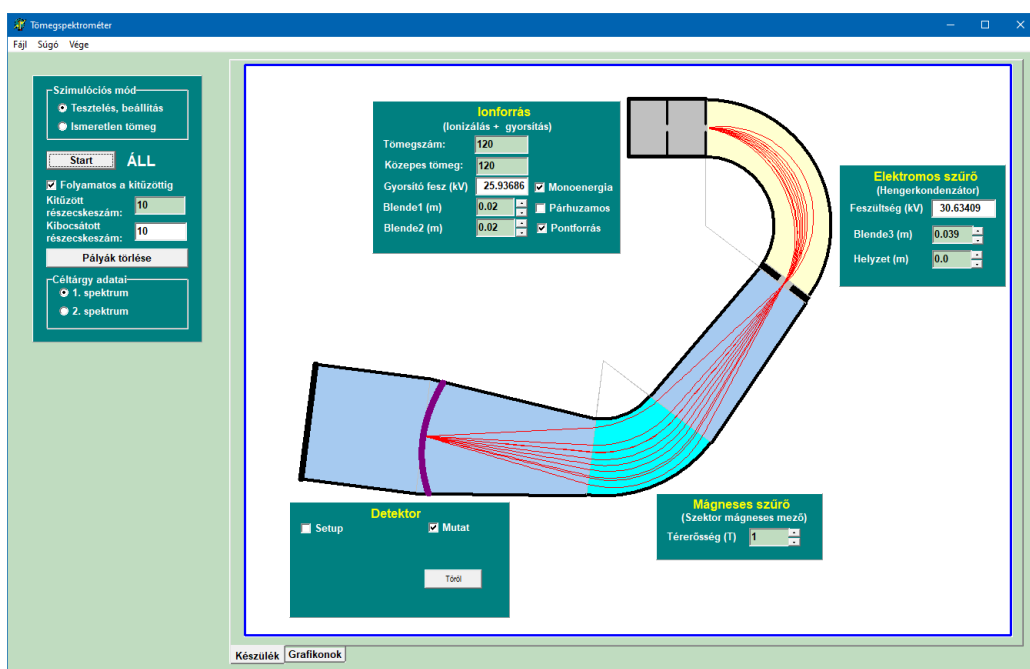
Mágneses szűrő (eltérítő mágnes)

Az eltérítő mágnes homogén mágneses mezejében haladó részecskékre a mágneses Lorentz-erő hat, aminek hatására körpályán kezdenek mozogni. Itt egyetlen dolgot állíthatunk: a mágneses térerősséget. Ezt viszont időnként állítanunk kell, mivel a közepes tömeg és a mágneses térerősség alapján állítja be az eszköz az ionforrásban lévő gyorsító feszültséget, valamint a hengerkondenzátor feszültségét. Minthogy azonban ezek – műszaki okoknál fogva – csak bizonyos határok között (min: 1 kV, max: 120 kV) változtathatók, ezért előfordulhat olyan tömeg-mágneses tér kombináció, ahol a beállításhoz szükséges feszültség kívül esne ezen a határon. Ilyenkor a hibás mezők színe pirosra vált. A mágneses tér változtatásával kell a megfelelő beállítási határon belül tartani az értékeket.

Detektor

A detektor tulajdonképpen egy olyan eszköz (régebben fényképező lemez, újabban elektronikus érzékelő), amely érzékeli a rá becsapódó nyalábrészecskéket. A bekap-

csolás után még *nincs* detektor a készülékben, hiszen nem tudjuk, hogy pontosan hova kellene tenni. Tehát ha elindítjuk a szimulációt, a nyaláb végigmegy az egész készüléken. Az egyik feladatunk a detektor optimális helyzetének (és alakjának) a meghatározása lesz. Erre szolgál a **Detektor** nevű beállító panel. A **Setup** három pontja segítségével három pontot tudunk majd elhelyezni az utolsó driftcsőben. Ha a **Setup** be van kapcsolva, akkor az egér kurzora alakot vált, amikor az utolsó driftcsőre visszük, és így pontokat tudunk kijelölni. A harmadik pont kijelölése után a program másodfokú görbét illeszt erre a három pontra, és kirajzolja. Ha **Elfogadjuk** a kirajzolt görbét, akkor a kijelzett detektort el is helyezi a készülékben. Ha nem vagyunk vele megelégedve, lehetőség van az elhelyezett detektor törlésére is. A 9.10. ábra mutatja az eszközt, amikor egy nyaláb felütközött egy detektorba.



9.10. ábra. Fókuszált nyaláb a detektoron.

A Szimulációs mód panel kezelőszervei

A panel felső részén lévő választás: amíg a **Tesztelés**, **beállítás** van kiválasztva, addig mi állítjuk a nyalábban lévő részecskék tömegét. Az **Ismeretlen tömeg** kiválasztásával a mérendő nyaláb kerül be az ionforrásba. Ekkor a tömegem nyilvánvalóan nem változtathatunk, ám minden egyéb beállításon igen (kivéve a fentebb említett energiaszórás, nyalábvastagság és nyalábszéttartás). Mivel nem tudjuk előre, hogy a vizsgálandó nyaláb tömege kb. mekkora, szükséges lehet a **Közepes**

tömegén és a **Mágneses szűrő** beállításán is változtatni. Ha nagyon eltér a közepes tömeg a vizsgálni kívánt tömegtől, azt a program a megfelelő mezők piros jelzésével mutatja.

A **Start/Stop** gomb indítja, illetve leállítja a mérést. Fontos megjegyezni, hogy a **Stop** gomb megnyomása után még nem áll le azonnal a szimuláció, hanem megvárja, amíg az összes nyalábrészecske eltűnik a készülékből.

A **Kitűzött részecskeszám** mezőben adhatjuk meg, hogy hány részecskét indítson a program. A szimuláció egyszerre maximum 100 részecske mozgását követi. Ezért ha 100-nál több részecskét akarunk, akkor új részecskéket akkor indít csak, amikor egy részecske eltűnik a nyalábból (pl. felütközik valahova, vagy eljut a detektorba). Ezért a kibocsátott részecskeszám „adagokban” történik.

A **Kibocsátott részecskeszám** mutatja az addigra éppen kibocsátott részecskeszámot. Fontos megjegyezni, hogy a **Start** gomb minden megnyomása újraindítja ezt a számlálót!

A **Folyamatos a kitűzöttig** bejelölt állapotánál indítja újra a részecskéket a program. Ha ez nincs bejelölve, akkor egyetlen részecske kibocsátása (és eltűnése) után megáll.

A **Pályák törlése** gomb törli a képen lévő részecskepályákat.

Ha van egy detektorunk, akkor megjelenik a **Céltárgy adatai** nevű mező is. A program két spektrumra gyűjti a céltárgyba becsapódó részecskék számát. Itt választhatjuk ki, hogy a két spektrum közül melyikbe akarjuk gyűjteni.

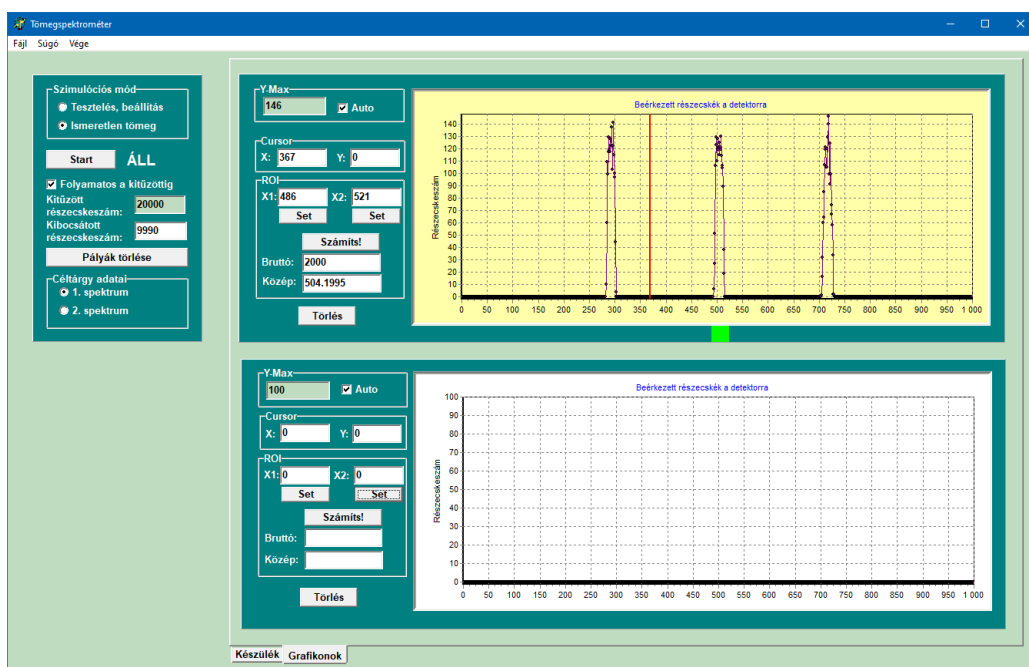
Grafikonok

A **Készülék** fül mellett található a **Grafikonok** fül. Ezt kiválasztva látjuk a két spektrumot (9.11. ábra).

Spektrum A fentebb említett **Detektor** teljes hossza 1000 azonos méretű érzékelő egységből áll. A spektrum vízszintes tengelye ezeknek az érzékelő egységeknek („csatornáknak”) felel meg, a függőleges tengelyre pedig azon részecskék száma kerül, amelyek az adott csatornába estek. A 9.11. ábra felső spektrumában látjuk, hogy a detektor három különböző kis területére érkeztek részecskék (három „csúcs”).

Y Max A spektrum Y tengelyének maximumát az **Y max** mezőbe beírt számmal lehet meghatározni. Ha az **Auto** jelölőt kiválasztjuk, akkor az Y tengely automatikusan a legnagyobb y értékre normál. (Az **Y max** legkisebb értéke 100.)

Kurzor Az egér bal gombjával a spektrumra kattintva kurzort helyezhetünk el a spektrumon. A kurzor vízszintes koordinátáját a spektrum mellett bal oldalon lévő **Cursor** nevű mező **X**: kijelzőjében, az adott csatornába esett részecskeszámot pedig



9.11. ábra. A Grafikonok panel.

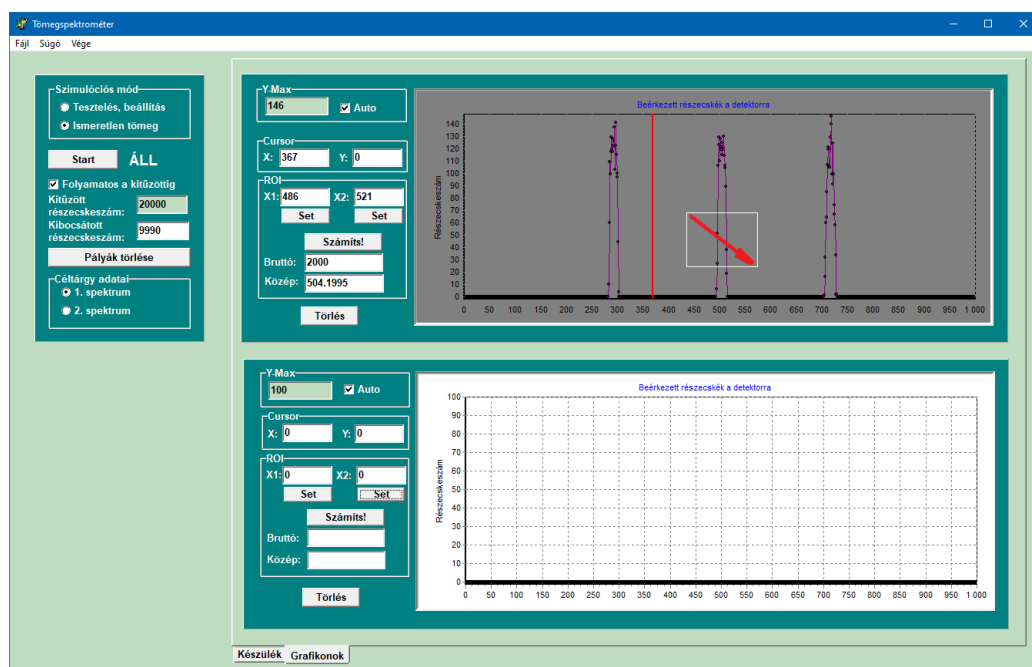
az Y: kijelzőben lehet leolvasni. A kurzort egyenként is léptethetjük a billentyűzet jobb-bal nyilával az **Alt gomb egyidejű nyomva tartása mellett**.

ROI (Region of Interest) A kurzorral egy tartományt (ROI) is kijelölhetünk a spektrumon. A tartománynak a két határát a két **Set** gomb megnyomásával jelölhetjük ki. A program az X tengely alatt kijelzi, hogy mely tartomány van kijelölve.

Számíts! A **Számíts!** gomb megnyomására a program két dolgot számít ki: egyrészt összeadja a kijelölt tartományban lévő összes részecskeszámot (**Bruttó**), másrészt pedig kiszámítja a tartományban lévő csúcs súlypontjának X koordinátáját (**Közép**). Figyeljünk arra, hogy ha egy újabb ROI-t definiálunk, az előző értékek elvesznek (ha szükségünk lesz rá később, érdemes külön lejegyezni).

Törlés A **Törlés** gomb törli a spektrum tartalmát.

Zoom Be Ha az **Alt** gomb lenyomása mellett a spektrumon az egérrel egy „húzd és vidd” mozdulatot végzünk (bal gomb lenyomásával mozgatjuk) átlós irányban (lásd 9.12. ábrán a nyilat), akkor a program a spektrumnak a kijelölés vízszintes tartományába eső részét jeleníti csak meg (a függőleges nagyítás változatlan marad).



9.12. ábra. A zoom funkció használata.

Zoom Ki A Zoom be művelethez hasonló, csak a nyíllal ellentétes irányú (jobb letről balra föl) „húzd” mozgást kell végezni az Alt gomb lenyomása mellett.

Adatlista A grafikonpanelekre kattintva az egér jobb gombjával, egy menü ugrik fel, amely lehetővé teszi az adott grafikon adatainak listázását, illetve fájlba mentését.

A főmenü pontjai

A Fájl menüpont alatt háromféle mentési lehetőség van.

- Az elsőnél a **mérési elrendezést és a mérési adatokat** is elmenti a program egy fájlba (a zsűri ezt majd **betöltheti**).
- A Mentés képként a „Készülék” és a „Grafikonok” panelt is elmenti egyetlen képfájlba. (Így lehet például a részecskepályák képét elmenteni.)
- A harmadik mentési lehetőségnél **csak a mérési adatokat** menti el a program.

A Súgó lehetőséget ad a mérési feladatok valamint e programleírás megtekintésére, továbbá a program névjegyét is megjeleníti.

A Vége gombbal ki lehet lépni a programból.

4. rész

Elméleti feladatok megoldásai

Az elődöntőben a javító tanár belátása szerint az 5 pont a javítókulcsban megadottaktól eltérő formában is felosztható. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldást is természetesen értékelni kell!

A kitűzés előtt a feladatokat a versenybizottság több tagja is többször, egymástól függetlenül ellenőrzi. Ennek ellenére előfordulhat, hogy valamilyen hiba marad a kitűzött feladat szövegében, vagy az első fordulónál kiküldött megoldókulcsban.

Az itt közölt megoldásoknál ezekre külön keretes megjegyzéseket teszünk.

Örömünkre szolgál, hogy több versenyző és/vagy felkészítő tanár ezeket a hibákat észre szokta venni – nekik külön gratulálunk! A versenydolgozatok központi javításakor ezeket a hibákat, illetve alternatív megoldásokat figyelembe vesszük.

2017 Elődöntő – Megoldások

1. Feladat:

(kitűzte: Oláh Éva)

A ^{226}Ra izotóp felezési ideje 1600 év. Milyen hosszú idő alatt bomlik el egy rádium minta 10%-a?

Megoldás:

A keresett t idő eltelte után az eredeti mennyiség 90%-a marad vissza:

$$0,9N_0 = N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Ebből a t idő:

$$t = -T_{1/2} \frac{\ln(0,9)}{\ln(2)} = 243,2 \text{ év}.$$

A rádium minta 10%-a tehát 243,2 év alatt bomlik el.

2. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József és Sükösd Csaba)

A kanadai CANDU típusú reaktor üzemanyaga természetes urán, a moderátora pedig tiszta nehézvíz. A Paksi Atomerőműben dúsított urán üzemanyag van, a moderátor pedig könnyűvíz, amelyben – szabályozási célokból – bórsavat oldanak. Mindkét típusú atomerőműben keletkezik trícium üzem közben, amellyel a környezet sugárterhelése során számolni kell. Vajon melyik folyamat a legfontosabb a trícium keletkezése szempontjából az egyik, ill. a másik atomerőműben?

Megoldás:

A CANDU reaktorokban a nehézvízben lévő deuteron neutronbefogással tríciummá alakulhat: $^2_1\text{H} + n \rightarrow ^3_1\text{H}$. Ez ugyan kis valószínűségű folyamat, de a moderátor nagy mennyisége, és az abban lévő nagy mennyiségű deutérium miatt mégis jelentős.

A Paksi Atomerőmű moderátora könnyűvíz, amiben deutérium csak ritkán fordul elő. Ez még úgy is igaz, hogy üzem során a könnyűvíz hidrogénjéből is keletkezik valamennyi deutérium. Itt viszont egy másik folyamat trícium-termelése sokkal jelentősebb: $^{10}_5\text{B} + n \rightarrow 2 \times ^4_2\text{He} + ^3_1\text{H}$.

Megjegyzés: Azonos megtermelt energiára vonatkoztatva a CANDU típusú reaktorokban általában több trícium keletkezik, mint a könnyűvízzel moderált típusokban.

3. Feladat:

(kitűzte: Mester András)

Válaszoljunk röviden az alábbi radioaktív izotópok nyomjelzőként való alkalmazásával kapcsolatos kérdésekre!

a) Kit neveznek a radioaktív nyomjelzés atyjának?

- b) A természetben található nehéz radioaktív elemek – mivel nincs biológiai szerepük – nem alkalmasak nyomjelzésre. Milyen megoldást talált a később Nobel-díjban részesült tudós?
- c) Az ATP és ADP molekuláknak fontos biológiai szerepe van. A nyomjelzés atyja ^{32}S -t használt a bennük lévő foszfor radioaktív nyomjelzőjének előállítására. Vajon milyen atommag-reakcióval állította elő?
- d) Vajon miért a gamma-sugárzó izotópok a leggyakrabban használt nyomjelzők?
- e) Milyen fontos elvárások vannak a nyomjelzőkkel kapcsolatban?

Megoldás:

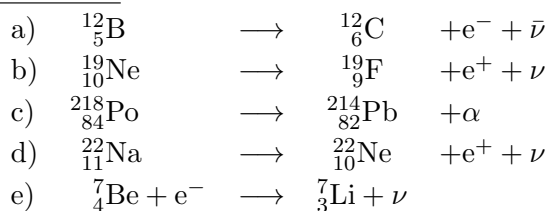
- a) Hevesy Györgyöt.
- b) Neutron aktiválás módszere: stabil elem atommagjába neutront löve mesterséges radioaktív elemet állított elő. Kihasznlta, hogy kémiaiilag a stabil és a radioaktív izotóp megkülönböztethetetlen, ezért a radioaktív izotóp nyomon követésével a stabil izotóp útja is nyomon követhető.
- c) $^1_0\text{n} + ^{32}_{16}\text{S} \longrightarrow ^{32}_{15}\text{P} + ^1_1\text{H}$. A $^{32}_{15}\text{P}$ izotóp negatív béta-bomló, és a béta-bomlás után keletkezett $^{32}_{16}\text{S}$ gamma-bomlásokkal kerül alapállapotba. Az ebből származó gamma-sugarak kijönnek az anyagból és könnyen érzékelhetők.
- d) Az α -sugarak hamar elnyelődnek, nem jönnek ki az anyagok (pl. test) belsőjéből. A β -sugarak ugyan valamivel mélyebb rétegekből is kijöhetnek, de a β -spektrum folytonos, különböző izotópok spektrumai átfedik egymást, és így nem egyértelműen jellemző a kibocsátó anyagra. A gamma-sugárzás viszont a test mélyéből is kijön, és vonalas szerkezetű, így az anyagi minőségre jellemző. Ezért a gamma-sugárzó izotópok a legalkalmasabbak nyomjelzőnek.
- e) A felezési idő legyen rövid, de azért legyen elegendően hosszú a vizsgálatok elvégzéséhez. A sugárzás energiája ne legyen túl nagy, de legyen elegendő a detektáláshoz.

4. Feladat:

(kitűzte: Oláh Éva)

Egészítse ki az alábbi bomlási folyamatokat a megmaradási törvények figyelembe vételével! Leánymagoknál adjuk meg azok tömeg- és rendszámait is!

- a) $^{12}_5\text{B} \longrightarrow \dots + e^- + \bar{\nu}$
- b) $^{19}_{10}\text{Ne} \longrightarrow \dots + e^+ + \nu$
- c) $^{218}_{84}\text{Po} \longrightarrow \dots + \alpha$
- d) $^{22}_{11}\text{Na} \longrightarrow \dots + e^+ + \nu$
- e) $^7_4\text{Be} + \dots \longrightarrow ^7_3\text{Li} + \nu$

Megoldás:**5. Feladat:****(kitűzte: Szűcs József)**

A béta-bomló izotópok közül egyesek felezési ideje megváltozik, ha az izotóp hosszú időn keresztül magas (több ezer K) hőmérsékleten van, míg mások ideje hőmérséklettől függetlenül állandónak bizonyul. Magas hőmérséklettel változó felezési idejű izotópok pl.: ${}^7_4\text{Be}$, ${}^{54}_{25}\text{Mn}$, ${}^{55}_{26}\text{Fe}$, ${}^{57}_{27}\text{Co}$, amelyek bomlásánál egy neutrínó távozik a magokból. Állandó felezési idejű izotópok pl.: ${}^{24}_{11}\text{Na}$, ${}^{59}_{26}\text{Fe}$, ${}^{45}_{20}\text{Ca}$, ezek bomlásánál az atommagokból egy antineutrínó és egy könnyű töltött részecske repül ki.

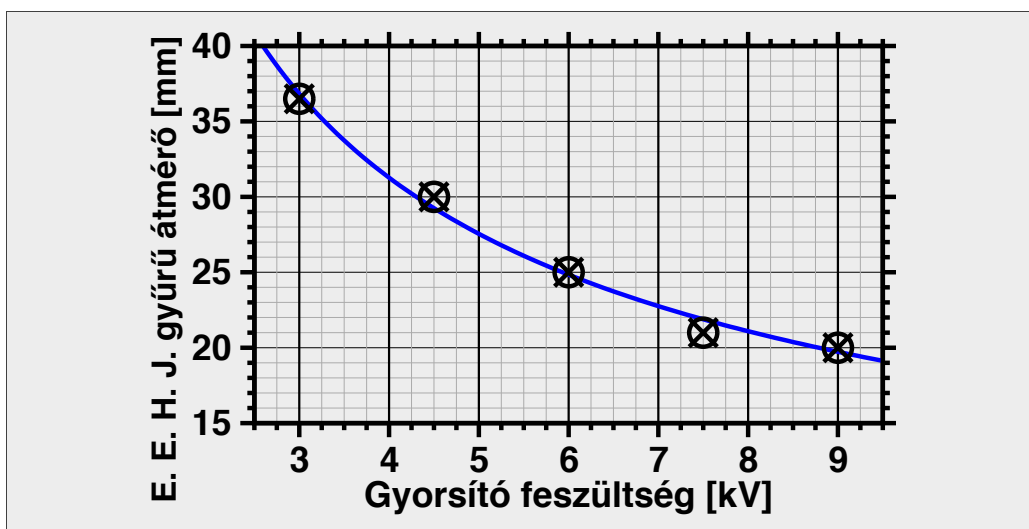
- Miben különbözhet a két csoport radioaktív bomlása?
- Hogyan változik meg a felezési idő magasabb hőmérsékleten?
- A felsorolt, hőmérsékletre érzékeny izotópok közül vajon melyiknek a felezési ideje a legérzékenyebb a hőmérsékletre, és miért?

Megoldás:

- A magas hőmérséklet hatására megváltozó felezési idejű izotópok mind elektronbefogással bomlanak, az állandó felezési idejűek pedig az elektronhajtól függetlenül magon belüli nukleonátalakulással.
- Mivel magas hőmérsékleten az atomok gerjesztődnek, részben vagy teljesen ionizálódnak, így az atommag közelében és azon belül is az elektronsűrűség csökken. Emiatt az elektronbefogás valószínűsége csökken, vagyis az átalakulás felezési ideje növekszik magas hőmérsékleten.
- Az atommag helyén a legbelső elektronhéjon lévő elektronok sűrűsége a legnagyobb, ezért annak a megváltozására a legérzékenyebb az elektronbefogás. A legbelső elektronhéj ionizációs energiája viszont növekvő rendszámmal egyre nagyobb. Így a legérzékenyebb a legkisebb rendszámú elem lesz, a berillium.

6. Feladat:**(kitűzte: Radnóti Katalin)**

Grafithártyára felgyorsított elektronokat bocsátunk. A keletkezett interferenciaképet a hártától 11 cm távolságra lévő ernyőn fogjuk fel. A mérés során az elektronokat gyorsító feszültséget növelve az elektronhullám első erősítési helyét jelző gyűrű átmérője az ábrán látható függvény szerint változott. A pontok jelölik a mért értékeket, a folytonos görbe függvényillesztés eredménye. A grafít rácscsávok távolsága $1,4 \cdot 10^{-10}$ m. Becsüljük meg a mérési adatok segítségével a Planck-állandót!



Megoldás:

A rács és az ernyő távolsága $D = 0,11$ m, a grafit rácsállandója $d = 1,4 \cdot 10^{-10}$ m. Az első erősítés irányának feltétele $\lambda = d \cdot \sin(\alpha)$.

Jelöljük b -vel az első erősítési hely átmérőjét, ekkor $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha) = b/(2D)$. (Itt kihasználtuk, hogy kis szögekre $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha)$.) Ezért az elektron hullámhossza

$$\lambda = \frac{d \cdot b}{2D} = 6,3636 \cdot 10^{-10} \cdot b.$$

Az elektron lendülete pedig a munkatételből számítható:

$$eU = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2meU} = 5,3963 \cdot 10^{-25} \cdot \sqrt{U}.$$

Ha ide az U feszültséget Voltban helyettesítjük be, akkor a lendületet a szokásos SI mértékegységben (kg·m/s) kapjuk. A de Broglie-összefüggésből

$$h = p \cdot \lambda = 6,3636 \cdot 10^{-10} \cdot 5,3963 \cdot 10^{-25} \cdot b \sqrt{U} = 3,436 \cdot 10^{-34} \cdot b \sqrt{U}.$$

Ide a feszültséget Voltban, b értékét méterben behelyettesítve, a Planck-állandót Js-ban kapjuk meg. A grafikonon lévő pontok alapján:

U (V)	b (mm)	b (m)	h ($\cdot 10^{-34}$ Js)
3000	36,5	0,0365	6,869
4500	30,0	0,0300	6,915
6000	25,0	0,0250	6,654
7500	21,0	0,0210	6,249
9000	20,0	0,0200	6,519

Az öt pont átlaga: $6,641 \cdot 10^{-34}$ Js.

Ha csak egy pontban számítja ki valaki (helyesen), akkor 1 pontot kap érte.

7. Feladat:**(kitűzte: Kis Dániel)**

Az alapállapotú atommagokban a nukleonok kötött állapotban vannak. Azaz, csak külön energia befektetésével lehet akár csak egyetlen protont vagy neutront kiszabadítani belőlük. Ez érvényes az alfa-bomló atommagokra is. Hogyan lehetséges, hogy amíg egyetlen nukleon kiszabadításához külső energiára van szükség, addig az alfa-bomló atommagokból négy nukleon egyszerre ki tud lépni, energia felszabadulása mellett?

Megoldás:

Az egy nukleonra eső kötési energia az alfa-részecskében igen nagy, köszönhetően annak, hogy a legkisebb kétszeresen mágikus atommag: két proton és két neutron teljesen betölti az 1s állapotokat.

Az alfa-bomló atommagok a periódusos rendszer vége felé találhatók, bennük az egy részecskére jutó kötési energia már jóval kisebb, mint az alfa-részecskében (lásd félempirikus kötési energia formula).

Ezért, ha a nehéz atommag négy nukleonja alfa-részecskévé tömörül, akkor erősebben kötött állapotba kerülnek, és így a kötési energiák különbsége a létrejött alfa-részecske rendelkezésére áll. Ez okozza azt, hogy a keletkezett alfa-részecske a Coulomb-gát alatti pozitív energiájú állapotba jut, ahonnan bizonyos valószínűséggel – alagúteffektussal – ki tud szabadulni, és létrejöhet az alfa-bomlás.

8. Feladat:**(kitűzte: Radnóti Katalin és Sükösd Csaba)**

Anna és Bálint beszélgetnek.

Bálint: Képzeld, a múltkor azt olvastam, hogy a Paksi Atomerőműben kicsit jobban dúsított üzemanyag-kazettákat is használnak, mint korábban. Viszont ezzel túl sok ^{235}U -öt vinnének be a reaktorba, ami a reaktor szabályozhatóságát veszélyeztetné a kampány kezdetekor, ezért ezekhez a kazettákhoz erősen neutronelnyelő gadolíniumot is kevernek, hogy lekösse a többlet ^{235}U hatását. Szerintem teljesen értelmetlen jobban dúsított uránt használni, ha úgyis lekötjük a hatását! Tiszta pénzkidobás!

Anna: Óh, azokra a kazettákra gondolsz, amelyekben úgynevezett „kiegő mérgek” vannak? A gadolínium is ilyen kiegészítő mérreg. Azok egyáltalán nem értelmetlenek, mivel...

Vajon hogyan érvelt Anna?

Megoldás:

A reaktor üzeme – a „kampány” – során az energiát termelő maghasadások fogyasztják a hasadóképes ^{235}U izotópot, ezért az üzemanyag lassan „kieg”. A láncreakció fenntartásához azonban elegendő mennyiségű ^{235}U -ra van szükség, ezért amikor az üzemanyagban a ^{235}U mennyisége egy adott érték alá csökken, a reaktort le kell állítani, és friss üzemanyagot kell betenni. Ez az úgynevezett „átrakás” kb. 1 hónapos művelete. Ilyenkor a reaktor nem termel, ez tehát gazdasági szem-

pontból kiesés. A reaktor annál gazdaságosabban üzemeltethető, minél hosszabb lehet egy kampány, tehát minél hosszabb idő kell ahhoz, hogy az üzemanyagból kiégjen az urán.

Adott teljesítmény mellett ehhez nyilván az kell, hogy az üzemanyagban több hasadóképes ^{235}U izotóp legyen. Viszont, ha több ^{235}U -t viszünk be a reaktorba, a kritikus állapot csak úgy tartható fenn biztonságosan, ha a többlet urán hatását valahogyan kompenzáljuk. Erre olyan anyagok alkalmasak, amelyek elnyelik a neutronokat. A neutronokat különösen nagy valószínűséggel elnyelő anyagokat reaktormérgeknek nevezik.

Viszont, ahogy fogy az urán – kiég az üzemanyag – úgy kell ezeknek a kezdetben bevitt abszorbens anyagoknak is fogyni. Ez azonban – megfelelő kezdeti arány megválasztása esetén – megvalósulhat, hiszen egy neutron befogásával a neutronelnyelő izotóp egy másik izotóppá alakul, amely már jóval kevésbé fogja be a neutronokat. Más szóval, ez az anyag is „kiég”. Ezek az úgynevezett kiégő mérgek. Ha az üzemanyag kiégése és a kiégő mérgek kiégése szinkronban van, akkor el lehet érni azt, hogy egy üzemanyag-kazetta hosszabb ideig is képes a reaktorban maradni anélkül, hogy a láncreakció szempontjából való értékessége sokat változna. Ez teszi lehetővé a kampány lényeges meghosszabbítását.

Megjegyzés: az ilyen kazettáknak köszönhetően térhetett át a Paksi Atomerőmű a 11 hónapos kampányhosszról a 15 hónaposra, és érthette el a reaktorok 90% fölötti kihasználtságát 2016-ban.

9. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József)

A világűrben egy napsugárzásnak kitett fekete gömb állandósult hőmérséklete 7°C .

- Ha a gömböt egy fekete kockára cserélnénk, mennyi lenne annak hőmérséklete, ha a napsugárzás az egyik lapjára merőlegesen esne?
- Hány $^\circ\text{C}$ lenne a kocka hőmérséklete, ha az előző helyzetéhez képest a napsugárzásra merőleges tengely körül 45° -kal elforgatnánk?

Tegyük fel, hogy a testek jó hővezető, azonos anyagból készültek, abszolút fekete testnek tekinthetők, és olyan kis méretűek, hogy a test napsütötte és árnyékos oldalai közötti hőmérsékletkülönbség elhanyagolható.

Megoldás:

- a) Jelöljük S_0 -al az adott helyen lévő napállandót. Mivel hőmérsékleti egyensúlyt tételezünk fel, a Naptól a testre időegység alatt eső energiát a test a teljes felületén fekete testként kisugározza. Ezért a gömb és a kocka energiamérlegéből adódik a kocka állandósult T_k hőmérséklete:

$$S_0 \cdot R^2 \pi = \sigma T_g^4 \cdot 4\pi R^2 \quad \Rightarrow \quad T_g = \sqrt[4]{\frac{S_0}{4\sigma}},$$

$$S_0 \cdot a^2 = \sigma T_k^4 \cdot 6a^2 \quad \Rightarrow \quad T_k = \sqrt[4]{\frac{S_0}{6\sigma}}.$$

Ebből kapjuk, hogy

$$T_k = T_g \sqrt[4]{\frac{4}{6}} \approx 280 \text{ K} \cdot 0,9036 \approx 253 \text{ K} \approx -20^\circ \text{C}.$$

- b) A kocka elfordítása miatt a napsütötte felület megnő. Az energiamérleg:

$$S_0 \cdot \sqrt{2} a^2 = \sigma \cdot (T_k')^4 \cdot 6a^2$$

$$T_k' = \sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot \frac{S_0}{6\sigma}} = T_k \cdot \sqrt[4]{\sqrt{2}} \approx 276 \text{ K} \approx 3^\circ \text{C}.$$

Tehát a kocka állandó hőmérséklete az elforgatás után 3°C -ra emelkedne.

10. Feladat:**(kitűzte: Radnóti Katalin)**

A proton-proton ciklus a 0,08 és 1,5 naptömeg közötti tömegű fősorozatbeli csillagokban lejátszódó fő energiatermelő folyamat. Ennek során hidrogén atommagokból hélium atommagok keletkeznek, amit energia felszabadulása kísér gamma-fotonok és a nukleonok mozgási energiája formájában. A hosszú reakciólánc során végeredményben 4 protonból keletkezik egy 4-es tömegszámú hélium atommag közelítőleg $\varepsilon = 5 \text{ pJ}$ energia felszabadulása közben.

- a) Becsüljük meg, hogy másodpercenként mennyi hidrogén alakul át héliummá a Nap belsejében!

- b) Hány év alatt „ég el” földtömegnyi hidrogén a Napban?

Adatok: A Föld felületére merőlegesen beeső napsugárzás intenzitása átlagosan 1360 W/m^2 , a Nap–Föld távolság átlagosan 150 millió km, a $m_{\text{Föld}} \approx 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

Megoldás:

Átváltás: $1 \text{ pJ} = 10^{-12} \text{ J}$. 1 m^2 -re 1 s alatt 1360 J energia jut a Föld távolságában (napállandó). $R_{\text{Nap-Föld}} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

- a) Számítsuk ki egy Nap–Föld távolságnyi sugarú gömb felszínét! Ez felfogná a Nap által kibocsátott összes energiát:

$$F = R^2 4\pi = 2,826 \cdot 10^{23} \text{ m}^2 \Rightarrow \Delta E = 1360 \frac{\text{J}}{\text{m}^2} \cdot F = 3,8436 \cdot 10^{26} \text{ J}.$$

A proton-proton ciklust egyetlen folyamatnak tekintve, a Napban a másodpercenkénti fúziós átalakulások száma:

$$N = \frac{\Delta E}{\varepsilon} = 7,68 \cdot 10^{37}.$$

A fúzió során héliummá alakuló hidrogén tömege másodpercenként:

$$N \cdot 4m_p = 5,137 \cdot 10^{11} \text{ kg}.$$

b) A földtömegnyi hidrogén átalakulásához szükséges idő:

$$\Delta t = \frac{5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{5,137 \cdot 10^{11} \text{ kg/s}} = 1,162 \cdot 10^{13} \text{ s} \approx 368\,500 \text{ év}.$$

2017 Döntő – Megoldások

1. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || Mindenkinek)

Hidrogéngázt fokozatosan melegítünk, miközben a molekulák jelentős része atomokra bomlik. Érzékeny spektroszkóppal vizsgálhatjuk, hogyan jelennek meg a gáz által kisugárzott elektromágneses spektrumban a H-atom színekp vonalai. A hőmérséklet fokozatos növelésekor vajon milyen sorrendben válnak láthatóvá a spektroszkópban az infravörös, látható, illetve az ultraibolya tartományban lévő vonalak? A választ részletesen indokoljuk meg!

Megoldás:

Azt gondolhatnánk, hogy először az infravörös tartományban lévő vonalak, majd a látható vonalak, végül az UV vonalak jelennek meg a spektrumban a fotonjaik növekvő energiájának megfelelően, de nem ez történik. Ugyanis ahogy a hőmérséklet, és ezzel a H-atomok átlagos kinetikus energiája növekszik, úgy az atomok az egymás közötti rugalmatlan ütközéskor egyre nagyobb gerjesztettségre tesznek szert.

Ahhoz hogy infravörös tartományban legyen a fotonkibocsátás, az atomoknak legalább a 4. energiaszintre kell gerjesztődniük (hogy a 3. szintre visszakerülve infravörös foton emittálódjon).

A látható tartományba eső vonalhoz pedig a 3. energiaszintre való gerjesztés is elegendő (hogy a 3. $\rightarrow$ 2. átmenettel a Balmer 1. vonala keletkezzen).

Ugyanakkor az ultraibolya tartományban történő foton-emisszióhoz már a 2. energiaszintre való gerjesztés is elég a 2. $\rightarrow$ 1. átmenettel keletkező Lyman 1. vonalának létrejöttéhez.

Így a várható színekp vonalak megjelenésének sorrendje növekvő gázhőmérséklet esetén: UV, látható, infravörös vonalak lesznek.

Alternatív megoldás: Mivel nem volt kérdés az, hogy hányadik szintről hányadikra történik az egyes vonalak kibocsátásakor az átmenet, továbbá nem volt kérdés a sorozatok neveinek az említése sem (Balmer, Lyman stb.), ezért a feltett kérdésre adott választ egyszerűbben is lehet indokolni.

A H-atom energiaszintjei $1/n^2$ -el arányosak, azaz a magasabb energiák (nagyobb kvantumszámok) felé „sűrűsödnek”. Ezért a kis energiájú gerjesztések között nagy az energiakülönbség, a magasabban gerjesztettek között pedig egyre kisebb. Ezért a kis energiájú gerjesztések nagyobb energiájú (UV) vonalak felléptét okozzák, míg a kis energiájú infravörös kibocsátásokhoz nagy energiájú gerjesztések tartoznak. A hőmérséklet növelésével azonban előbb a kis energiájú állapotok gerjesztődnek, először tehát a nagy energiájú UV vonalak jelennek meg, majd a kisebb energiájú látható vonalak, és végül a még kisebb energiájú infravörös vonalak.

2. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté || Mindenkinek)

Hideki Yukawa (1907-1981, Nobel-díj: 1949) a nukleonok között ható magerő leírásakor azt feltételezte, hogy a kölcsönhatást az elektromágneses kölcsönhatáshoz hasonlóan egész spinű részecskék, azaz bozonok közvetítik. A magerő rövid hatótávolsága annak köszönhető, hogy a nulla nyugalmi tömegű fotonokkal ellentétben a nukleon-nukleon kölcsönhatást a nyugalmi tömeggel rendelkező mezonok hordozzák, melyek keltése az energia-idő határozatlanság eredményeképpen lehetséges. Yukawa a magerő hatótávolsága alapján becslést tudott adni a mezonok tömegére, amely 2-300 elektrontömegnek adódott. A negatív béta-bomlás során az atommagban egy neutron protonná alakul, melynek során a neutronban lévő egyik „down” kvark gyenge kölcsönhatással, egy ún. W^- bozont kibocsátva „up” kvark lesz, majd a W^- -bozon egy elektronra és egy antineutrínóra bomlik.

- Becsüljük meg az energia-idő határozatlansági reláció segítségével a gyenge kölcsönhatás hatótávolságát! A W bozon nyugalmi tömege $80 \text{ GeV}/c^2$.
- Hogyan aránylik ez a nukleonok méretéhez?

Megoldás:

Egy energiaszint bizonytalansága és annak várható élettartama közötti határozatlansági reláció: $\Delta E \cdot \Delta t \gtrsim \hbar/2$.

A W -bozon előállításához a nyugalmi tömegének megfelelő energiára van szükség – legalábbis rövid ideig. Ezért $\Delta E = mc^2 = 80 \text{ GeV}$.

A határozatlansági reláció alapján az energia „kölcsönvételének” maximális ideje:

$$\Delta t \approx \frac{\hbar}{2mc^2} \approx 4,1 \cdot 10^{-27} \text{ s.}$$

- A keltett részecske legfeljebb fénysebességgel haladhat, tehát a kölcsönhatás hatótávolsága

$$d \leq c \cdot \Delta t \approx \frac{\hbar}{2mc} \approx 1,25 \cdot 10^{-18} \text{ m.}$$

- A gyenge kölcsönhatás hatótávolsága 10^{-18} m nagyságrendjébe esik, ami a nukleonok sugarának körülbelül 0,1%-a.

3. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || Mindenkinek)

2016 augusztusában jelent meg a Nature folyóiratban a hír, hogy a csillagászok felfedeztek egy exobolygót, amely a legközelebbi csillag – a vörös törpe Proxima Centauri – körüli lakható övezetben kering 11,2 nap keringési idővel 7,5 millió km ($1/20$ csillagászati egység, CsE) sugarú körpályán. Tételezzük fel, hogy a vörös törpe csillagról a bolygófelszín 1 m^2 -ére jutó sugárzási teljesítmény megegyezik a földi napállandóval, tovább azt, hogy a vörös törpe hőmérsékleti sugárzásának maximumhelye a Nap sugárzási maximumhelyének (550 nm) éppen kétszerese. A földi évet vehetjük 365 napnak.

- a) Hányad része lenne ekkor a vörös törpe átmérője a Nap átmérőjének?
 b) Hányad része lenne a vörös törpe tömege a Nap tömegének?

Megoldás:

- a) A feltevés szerint ekkor a vörös törpe felszíni hőmérséklete a Wien-féle eltolódási törvényből ($\lambda_{\max} \cdot T = \text{állandó}$):

$$T_{\text{vt}} = \frac{T_{\text{Nap}}}{2} \approx 2900 \text{ K},$$

vagyis fele a Napénak. Így a csillag egységnyi felszíne által kibocsátott sugárzási teljesítmény a Stefan-Boltzmann törvény szerint:

$$\frac{P_{\text{vt}}}{A} = \sigma \cdot T_{\text{vt}}^4 = \sigma \cdot \left(\frac{T_{\text{Nap}}}{2} \right)^4 = \sigma \cdot T_{\text{Nap}}^4 \cdot \frac{1}{16},$$

vagyis az egységnyi napfelszín sugárzási teljesítményének a 16-od része.

A csillag összes sugárzási teljesítménye viszont 400-szor kisebb a Napénál, mivel az exobolygó 20-szor közelebb kering a csillaghoz, mint a Föld a Naphoz, és a felületegységre eső sugárzási teljesítmény a távolság négyzetével fordítottan arányos. Ebből adódik, hogy a vörös törpe felszíne $400/16 = 25$ -ször kisebb a Nap felszínénél, vagyis az átmérője a Nap átmérőjének $1/5$ -e.

- b) A vörös törpe bolygójának egyenletes körmozgásához a centripetális erőt a gravitációs erő szolgáltatja:

$$mr\omega^2 = \gamma \frac{mM}{r^2} \implies \omega = \sqrt{\gamma \frac{M}{r^3}} \implies T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\gamma M}},$$

ahol M a csillag, m a bolygó tömege, és r a pályasugara. A fenti összefüggésből:

$$\frac{T_{\text{Nap}}}{T_{\text{vt}}} = \sqrt{\frac{r_{\text{F}}^3}{r_{\text{eb}}^3} \cdot \frac{M_{\text{vt}}}{M_{\text{Nap}}}} \implies M_{\text{vt}} = M_{\text{Nap}} \cdot \left(\frac{r_{\text{eb}}}{r_{\text{F}}} \right)^3 \cdot \left(\frac{T_{\text{F}}}{T_{\text{eb}}} \right)^2$$

$$M_{\text{vt}} = M_{\text{Nap}} \cdot \left(\frac{1}{20} \right)^3 \cdot \left(\frac{365 \text{ nap}}{11,2 \text{ nap}} \right)^2 = 0,1327 \cdot M_{\text{Nap}},$$

vagyis a vörös törpe tömege a Nap tömegének 13%-a.

4. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin || Mindenkinek)

Pierre Curie a következő módon becsülte meg a rádium által kibocsátott alfa-részecskék energiáját:

- Tapasztalta, hogy a rádiumvegyületek mindig kissé melegebbek, mint a környezetük. Ha egy ilyen vegyületet hosszabb időre kaloriméterbe helyeztek,

megállapítható volt, hogy minden gramm rádium kb. 588 J hőt fejleszt óránként. Ezt az értéket elosztva a keletkező α -részecskék számával, meg lehet határozni egy részecske energiáját.

- A bomlások számának a meghatározása egy úgynevezett *spintariszkóp* segítségével történt. Ez egy kis méretű doboz, melynek az alját belülről cink-szulfiddal vonták be, míg a másik oldalára egy lencsét helyeztek. A lencse és a cink-szulfid felület közé egy tűt helyeztek, melyre kis mennyiségű radioaktív anyagot vittek fel. A tűről a cink-szulfid felületre került α -részecskék a nagyítón keresztül megfigyelhető *szcintillációt*, fényfelvillanást hoznak létre.
- Lemérték 5 mg rádiumot tartalmazó sót, melyet 5 liter vízben feloldottak. A jól összekevert oldatból ez után 1 mm^3 oldatot juttattak a spintariszkóp tűjére, ahonnan a víz gyorsan elpárolgott, ellenben ottmaradt a tisztán rádiumtartalmú anyag. A cink-szulfid felületen minden 100-adik kibocsátott alfa-részecske volt észlelhető, így 100 s alatt 37 felvillanást lehetett látni. Becsüljük meg az alfa-részecskék energiáját Pierre Curie mérései alapján!

Megoldás:

Az oldat rádiumkoncentrációja $5 \text{ mg}/5 \text{ liter}$, és ebből választunk ki 1 mm^3 oldatot. Így a spintariszkóp tűjére $5 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3 / 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 10^{-9} \text{ g}$ rádium került. Mivel ebben az esetben csak minden századik bomlást lehetett észlelni, így a 100 s alatt 3700 bomlás történik valójában. 1 g rádium esetében 10^9 -szer több, vagyis $3,7 \cdot 10^{10}$ bomlás másodpercenként, ami óránként $1,33 \cdot 10^{14}$ bomlást jelent.

Az egy óra alatt fejlődő hő 588 J, ami valamennyi bomlás során keletkező energia. Figyelembe kell venni azt is, hogy a rádium bomlása során négy olyan bomlási termék (leányelem) is felhalmozódik, melyek szintén α -részecskéket bocsátanak ki: $^{226}\text{Ra} \rightarrow \dots \rightarrow ^{206}\text{Pb}$. Vagyis az átlagos bomlási energia ennek ötöd része: $588 \text{ J}/5 = 117,6 \text{ J}$.

Tehát a rádium bomlási sorában keletkező α -részecskék energiája körülbelül $117,6 \text{ J}/1,33 \cdot 10^{14} = 0,88 \cdot 10^{-12} \text{ J}$.

Megjegyzés: A kémiai reakciók esetében elemi átalakulásonként átlagosan csak 10^{-18} J nagyságrendű energia szabadul fel. Az atommag esetében kb. milliószoros az energiafelszabadulás!

5. Feladat:

(kitűzte: Ujvári Sándor || Mindenkinek)

Egy ^{60}Co radioaktív minta felét egy űrhajóval űrutazásra viszünk $0,7c$ sebességgel, a másik felét a Földön hagyjuk. Az űrhajó földi idő szerint éppen 10 év múlva tér vissza. Mennyi lesz az aktivitások aránya, amikor a visszaérkezés után ismét megmérjük mindkét mintát? A ^{60}Co felezési ideje 5,27 év.

Megoldás:

Egy 10 évig $0,7c$ -vel haladó test sajátideje a mi koordináta-rendszerünkben nézve:

$$t_0 = t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 10 \text{ év} \cdot \sqrt{1 - \frac{0,49c^2}{c^2}} = 7,14 \text{ év}.$$

Az aktivitás: $A(t) = A_0 \cdot 2^{-t/T}$, így az aktivitások aránya

$$\frac{A_{\text{ür}}}{A_{\text{F}}} = \frac{A_0 \cdot 2^{-t_{\text{ür}}/T}}{A_0 \cdot 2^{-t_{\text{F}}/T}} = 2^{\frac{t_{\text{F}} - t_{\text{ür}}}{T}} = 2^{\frac{10 - 7,14}{5,27}} = 1,4567.$$

6. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)

R. Davis és J. Bahcall éppen 60 éve kezdték el a Nap-neutrínók kimutatására tervezett, „Homestake” nevű kísérletüket, amelyet több mint 24 éven át folytattak. Ebben a kísérletben 1478 m mélyen a Föld alatt, egy elhagyott aranybányában 390 000 liter C_2Cl_4 (tetraklóretilén) folyadékot használtak a neutrínók detektálására. A neutrínók és a ^{37}Cl atomok kölcsönhatása a következő reakcióegyenlettel írható le: $\nu + ^{37}\text{Cl} \longrightarrow ^{37}\text{Ar} + e^-$. A Nap-modell szerint $9 \cdot 10^{-36}$ esemény kellett volna létrejöjjön klór atomonként és másodpercenként. A mérések azonban ennek legfeljebb harmadrészét igazolták. Ez jelentette hosszú időn át a „Nap-neutrínó rejtélyt”.

- Mi lehet az oka, hogy éppen folyadék formában lévő klóratomokkal való reakciót választottak a kísérlet végrehajtásához?
- Miért kellett a Föld mélyében lévő helyre telepíteni a kísérletet?
- Davis 35 naponként választotta el a reakciótermékeket. Hány ^{37}Ar atom keletkezhetett ennyi idő alatt a neutrínókkal történő reakciókból?
- A keletkezett ^{37}Ar atomok radioaktívak, és 35 napos felezési idővel bomlanak. Hány bomlást várhatott Davis a 35 nap után összegyűjtött reakciótermékekből, ha a bomlásokat 100% hatásfokkal tudta észlelni?
- Davis sok éven keresztül folytatta a mérést a fenti módon. Vajon nem lett volna jobb, ha sok évig gyűjti a reakciótermék atomokat, és csak a végén választja szét a várhatóan sokkal több atomot, nem pedig 35 naponként újra és újra?

A tetraklóretilén sűrűsége: $1,62 \text{ g/cm}^3$, a klór móltömege $35,453 \text{ g/mol}$, a ^{37}Cl részaránya 24,23 atomszázalék.

Megoldás:

- Azért, mert a reakció terméke – az argon – kémiaiag nagyon különbözik a céltárgytól (tetraklóretilén folyadék), és ez megkönnyíti a szétválasztásukat. További indok, hogy a folyadékban sokkal sűrűbben vannak az atomok, mintha klórgázt használt volna, így nagyságrendekkel több reakciót várhatott.

- b) A reakciónak igen kicsi a valószínűsége, ezért minden zavaró hatást ki kell küszöbölni. A mélységi elhelyezés a kozmikus sugárzásból származó zavarokat is kiküszöbölte.
- c) $390\,000 \text{ liter} = 3,9 \cdot 10^8 \text{ cm}^3$. Ennek a tömege: $6,32 \cdot 10^8 \text{ g}$. A tetraklóretilén móltömege $2 \cdot 12 + 4 \cdot 35,453 = 165,812 \text{ g/mol}$. Ennek alapján a tartályban

$$N = \frac{6,32 \cdot 10^8 \text{ g}}{165,812 \text{ g/mol}} \cdot 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 2,29 \cdot 10^{30}$$

molekula van. Ezekben összesen $4 \cdot 2,29 \cdot 10^{30} = 9,15 \cdot 10^{30}$ klóratom van, melyből $0,2423 \cdot 9,15 \cdot 10^{30} = 2,22 \cdot 10^{30}$ a ^{37}Cl atom. 35 napban $35 \cdot 24 \cdot 3600 = 3,024 \cdot 10^6$ másodperc van. Így a keletkezett ^{37}Cl atomok várható száma:

$$3 \cdot 10^{-36} \cdot 2,22 \cdot 10^{30} \cdot 3,024 \cdot 10^6 \approx 20.$$

(Itt már figyelembe vettük a Nap-neutrínó rejtélyt.)

- d) A problémát az jelenti, hogy mire az atomok összegyűjtése megtörténik, addigra a keletkezett Ar-atomok egy része már elbomlott. Ahogy tudjuk, a radioaktív atomok bomlása statisztikus folyamat, és független attól, hogy az atom mikor „keletkezett”. Ennyi idő alatt összesen 20 atom keletkezett, viszont mivel ez éppen a felezési idejük, ezért ennek a fele el is bomlott közben. Ezért a maradék atomok várható száma: 10. Persze ez is statisztikailag ingadozik, ezért kellett Davisnek sok éven keresztül mérni, és többször megismételni a mérést.
- e) Nem lett volna jobb, hiszen a radioaktív bomlás miatt a sok éven át keletkezett atomok legnagyobb része már elbomlott volna (a minta „telítésbe” ment), így csak kb. kétszer annyi bomlást detektált volna, mint egyetlen 35 napos mérés után. A választott módszerrel viszont már egy év alatt is kb. tízszer több bomlást mérhetett ($365/35 \approx 10$).

7. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté és Szűcs József || Mindenkinek)

Egy 1,5 kg tömegű űrszonda a Nap-Föld távolságában körpályán kering a Nap körül $v = 29,75 \text{ km/s}$ sebességgel, de távol a Földtől. Egy adott pillanatban kinyitja a „napvitorlát”. Mekkora felületű kell legyen a napvitorla, hogy az űrszonda elhagyhassa a Naprendszer? Tegyük fel, hogy mozgása során végig kellően távol marad a Földtől és a többi bolygótól, ezért azok tömegvonzása elhanyagolható! A napvitorlák a Nap fénysugárzását tökéletesen visszaverő felületből készültek, mindig a napsugárzásra merőlegesen állnak, és elegendően vékonyak ahhoz, hogy a fotonokon kívül a Napból érkező egyéb részecskék akadálymentesen áthaladjanak rajtuk. Útmutatás: vegyük észre, hogy a sugárnyomásból származó tolóerő a gravitációs erőhöz hasonló erőtvény szerint változik, így az általa végzett munka is hasonlóan számítható. Adatok: A nap-

állandó 1370 W/m^2 , Nap-Föld távolság (1 CsE) 150 millió km, a Nap tömege $1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.

Megoldás:

A foton lendülete a hullámhosszból és a Planck-állandóból, illetve az energiából számítható:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{E}{c}.$$

Tökéletes visszaverő felület esetén minden beérkező foton ellenkező irányban fog továbbhaladni. Az átadott lendület egy foton esetén

$$\Delta p = 2p = 2 \frac{E}{c}.$$

A Nap széles sugárzási spektrumában minden különböző hullámhosszú foton más-más lendülettel rendelkezik. A Δt idő alatt visszavert fotonok által átadott összes lendület tehát:

$$\Delta p_{\text{összes}} = \sum_i 2 \frac{E_i}{c} = \frac{2 \sum_i E_i}{c}.$$

A napszél által kifejtett erő az átadott lendület és az eltelt idő hányadosa:

$$F_{\text{napszél}} = \frac{\Delta p_{\text{összes}}}{\Delta t} = \frac{2 \sum_i E_i}{c \Delta t} = \frac{2}{c} \cdot \frac{\sum_i E_i}{\Delta t} = \frac{2 \Phi_E(r) A}{c},$$

ahol $\Phi_E(r)$ a napállandó értéke r távolságban, A pedig a vitorlák felülete. A nap-állandó távolságfüggése kifejezhető a földi napállandóval:

$$\Phi_E(r) = \Phi_{E,\text{Föld}} \frac{r_{\text{Föld}}^2}{r^2}.$$

Mivel az erő a megadott feltételek mellett csak a Naptól mért távolságtól függ, ezért munkavégzése leírható, mint egy $\sim 1/r$ alakú (taszító) potenciálban történő U_E potenciális energia megváltozása (a potenciális energia nullpontja itt is a végtelen távoli pont):

$$U_E(r) = \frac{2 \Phi_{E,\text{Föld}} r_{\text{Föld}}^2 A}{c} \cdot \frac{1}{r}$$

A Naprendszer elhagyásának feltétele, hogy a mozgási és a potenciális energiák összege nagyobb legyen, mint nulla. Mivel a mechanikai energiák összege állandó, ezért elegendő csak a kezdőpontban (a Nap-Föld távolságnál) megvizsgálni:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + U_E(r_{\text{Föld}}) - \gamma \frac{M m}{r_{\text{Föld}}} \geq 0,$$

ahol M a Nap tömege, γ pedig a gravitációs állandó. A Naprendszer elhagyásához szükséges felület innen már közvetlenül számítható:

$$A = \frac{c}{2 \Phi_{E,\text{Föld}} r_{\text{Föld}}} \left(\gamma \frac{M m}{r_{\text{Föld}}} - \frac{1}{2} m v_0^2 \right) \approx 484 \text{ m}^2.$$

A Naprendszer elhagyásához tehát az űrszondának legalább kb. 484 m^2 vitorlafelületre lenne szüksége.

Alternatív megoldás: A Föld pályáján keringő űrszonda $v_k \approx 30 \text{ km/s}$ kerületi sebességéből úgy lesz II. kozmikus sebesség, hogy a Nap vonzásából származó potenciális energia – amely abszolút értékben duplája a kinetikus energiának (virialtétel) – felére csökkenthető a fénynyomásból származó taszítóerő pozitív potenciális energiájával. Ebből adódik, hogy akkora felületűnek kell lenni a $1,5 \text{ kg}$ tömegű napvitorlásnak, hogy a fénynyomásból származó taszítóerő a Nap vonzóerejének a fele legyen: $F_g/2 = A \cdot p_{\text{fény}}$. Ekkor a napvitorlás a körpályát érintő parabola pályán haladva hagyja el végleg a Naprendszert. Így kapjuk:

$$A = \frac{1}{2} \gamma \frac{Mm}{r_{\text{Föld}}^2 p_{\text{fény}}},$$

ahol a fénynyomást a földi napállandóból számolhatjuk az előző megoldásban levezetett módon:

$$p_{\text{fény}} = \frac{2\Phi_{E,\text{Föld}}}{c}.$$

Ebből szintén $A \approx 484 \text{ m}^2$.

8. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin || 2. (Junior) kategória)

Az alábbi táblázat a hazánkban beépített szélérőművek egy hetes elektromos energiatermelési adatait mutatja (MAVIR weblap nyomán). A táblázat alapján becsüljük meg a hazai szélérőműpark %-os kihasználtságát a vizsgált héten! A beépített összes teljesítmény 330 MW .

- Mekkora a szélérőmű-park kihasználtsága? Szemléltessük ezt ábrán is!
- Hogyan aránylik ez a Paksi Atomerőmű 90% -os kihasználtságához?
- Ennyi energia megtermeléséhez mekkora tömegű, 5% -ban dúsított uránra lenne szükség, ha egy hasadás alkalmával 32 pJ energia szabadul fel?

Napok	P (MW)
1. nap	50
2. nap	100
3. nap	75
4. nap	150
5. nap	10
6. nap	0
7. nap	0

Megoldás:

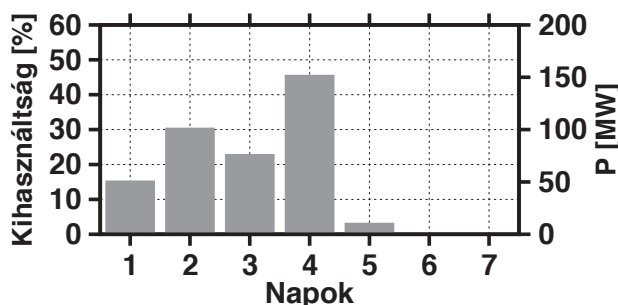
- a) A kivehető összes elektromos energia:

$$330 \text{ MW} \cdot 7 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 199\,584\,000 \text{ MJ} \approx 2 \cdot 10^{14} \text{ J}.$$

A ténylegesen megtermelt elektromos energia:

$$\begin{aligned} (50 + 100 + 75 + 150 + 10) \text{ MW} \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} &= 385 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = \\ &= 33\,264\,000 \text{ MJ} \approx 3,33 \cdot 10^{13} \text{ J}. \end{aligned}$$

A kettő hányadosa: $3,33 \cdot 10^{13} \text{ J} / 2 \cdot 10^{14} \text{ J} = 0,167$, ami 16,7%-os kihasználtságot jelent. A napenkénti kihasználtságot szemlélteti az ábra.



- b) A Paksi Atomerőmű kihasználtsága $90/16,7 = 5,4$ -szer nagyobb!
 c) A megtermelt szélenergia $3,33 \cdot 10^{13} / 3,2 \cdot 10^{-11} = 1,04 \cdot 10^{24}$ db ^{235}U atommag hasadásából állítható elő, ami 1,73 mólnak felel meg. Az urán móltömege 235 g, tehát ez 406 g. Ez viszont csak az üzemanyag 5%-a, tehát 8,11 kg dúsított urán kell.
 A szükséges dúsított urán tömege ennél nagyobb, mivel a kiegészítés során nem lehet a ^{235}U teljes mennyiségét (100%-át) elhasználni.

9. Feladat:

(kitűzte: Kis Dániel || 2. (Junior) kategória)

Mekkora energia szabadulna fel akkor, ha 1 liter tiszta nehézvíz (D_2O) minden deutérium atommagja fúzióban egyesülne? A $\rho_{\text{D}_2\text{O}} = 1,1056 \text{ g/cm}^3$. Kétféle fúziós folyamat játszódhat le (azonos valószínűséggel):



Az egyes atommagok tömegei atomi tömegegységben: $m_{\text{n}} = 1,008665 \text{ u}$, $m_{\text{p}} = 1,007825 \text{ u}$, $m_{\text{D}} = 2,014102 \text{ u}$, $m_{\text{T}} = 3,016049 \text{ u}$, $m_{{}^3\text{He}} = 3,016029 \text{ u}$.

Megoldás:

A megadott tömegekből kiszámítható az egyes elemi fúziós folyamatokhoz tartozó reakcióenergia:

$$\begin{aligned} Q_1 &= [2m_{\text{D}} - m_{\text{He}} - m_{\text{n}}]c^2 = 0,00351 \text{ u} \cdot c^2 \approx \\ &\approx 5,8285 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \cdot c^2 \approx 5,2456 \cdot 10^{-13} \text{ J}, \\ Q_2 &= [2m_{\text{D}} - m_{\text{T}} - m_{\text{p}}]c^2 = 0,00433 \text{ u} \cdot c^2 \approx \\ &\approx 7,1901 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \cdot c^2 \approx 6,4711 \cdot 10^{-13} \text{ J}. \end{aligned}$$

A következő lépésben ki kell számítani az összes fúziós esemény számát, ami nem más, mint a D_2O molekulák száma:

$$N_f = \frac{\rho \cdot V}{M_{D_2O}} N_A = \frac{1,1056 \text{ g/cm}^3 \cdot 1000 \text{ cm}^3}{20,0288 \text{ g/mol}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 3,3242 \cdot 10^{25},$$

amelyből a keresett fúziós energia:

$$E_f = N_f \cdot \left(\frac{Q_1}{2} + \frac{Q_2}{2} \right) = 1,9474 \cdot 10^{13} \text{ J} = 19,474 \text{ TJ}.$$

10. Feladat:

(kitűzte: Mester András || 2. (Junior) kategória)

A metastabil gamma-sugárzó technécium-99-et (^{99m}Tc) orvosi diagnosztikai vizsgálatokhoz használják.

- Határozzuk meg a bomlásnál felszabaduló energiát!
- Egy betegnek beadott 5 ml térfogatú injekció aktivitása 1,5 GBq/ml. Hány százalékkal csökken a testben lévő izotóp aktivitása 10 óra múlva, ha a ^{99m}Tc fizikai felezési ideje 6 óra, a technécium biológiai felezési ideje pedig 1 nap?

Az atomtömegek atomi tömegegységben: 98,90640 u ($^{99m}_{43}\text{Tc}$) és 98,90625 u ($^{99}_{43}\text{Tc}$).

Megoldás:

- A tömegek különbsége:

$$\Delta m = 98,90640 \text{ u} - 98,90625 \text{ u} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ u} = 2,49 \cdot 10^{-31} \text{ kg},$$

innen a gamma-foton energiája:

$$\Delta E = \Delta mc^2 = 2,242 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 140 \text{ 108 eV} \approx 140 \text{ keV}.$$

- A technécium atomok száma a bomlás és a kiürítés miatt változik az idővel:

$$N(t) = N(0) \cdot 2^{-\frac{t}{T_{\text{fiz}}}} \cdot 2^{-\frac{t}{T_{\text{biol}}}} = N(0) \cdot 2^{-t \left(\frac{1}{T_{\text{fiz}}} + \frac{1}{T_{\text{biol}}} \right)}$$

Bevezethetjük az effektív felezési időt:

$$\frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{T_{\text{fiz}}} + \frac{1}{T_{\text{biol}}},$$

ahonnan $T_{\text{eff}} \approx 0,2 \text{ nap} = 4,8 \text{ h}$. Az aktivitás 10 óra elteltével:

$$A(t) = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{\text{eff}}}} = 7,5 \text{ GBq} \cdot 2^{-\frac{10 \text{ h}}{4,8 \text{ h}}} = 1,769 \text{ GBq}.$$

Az aktivitás relatív változása az adott idő alatt:

$$\frac{A_0 - A(t)}{A_0} \approx \frac{7,5 \text{ GBq} - 1,769 \text{ GBq}}{7,5 \text{ GBq}} = 0,76,$$

azaz az aktivitás csökkenése 10 óra alatt 76%.

11. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || 1. (Szenior) kategória)

Marx György ötlete volt a Földről lézersugárral hajtott űrhajó.

- Vajon melyik a gazdaságosabb megoldás? Az űrhajó végét tükröző lappal ellátni, amely a lézersugarat visszaveri a Földre, vagy pedig az űrhajót mindent elnyelő fekete lappal ellátni, amely a lézersugár teljes energiáját elnyeli?
- Mekkora lendületátadást lát egy földi megfigyelő, valamint az űrhajón lévő megfigyelő, ha az űrhajó már nagy v sebességgel távolodik a Földtől?

Útmutatás: tegyük fel, hogy a lézer nagyon rövid ideig tartó, E energiát képviselő impulzusokat (lövéseket) küld az űrhajó után. Az űrhajó sebességére használjuk a szokásos $\beta = v/c$ jelölést.

Megoldás:

- Ha a lézernyaláb egyetlen impulzusának teljes energiája E , akkor a teljes lendülete E/c . A visszaverődő lézersugár az űrhajónak $2E/c$ lendületet ad át – legalábbis kezdetben, amíg az űrhajó nem halad túl nagy sebességgel. Az elnyelődő lézersugár által átadott lendület pedig csak E/c . Ezért a visszaverődő lézersugár mindenképpen jobban gyorsít, az elnyelődő pedig jobban melegít. További előny, hogy a visszaverődő lézersugár energiájának egy részét vissza is nyerhetjük. Így amellet, hogy jobban gyorsít, az energiahatékonysága is jobb.
- Nehezebb a helyzet akkor, ha az űrhajót már felgyorsítottuk, és már viszonylag nagy sebességgel ($\beta = v/c$) távolodik a Földtől. Ekkor a Doppler-effektus miatt az űrhajó csak alacsonyabb frekvenciájúnak észleli a lézersugarat, így az űrhajóhoz rögzített koordináta-rendszerben a beeső energia:

$$E' = E \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}},$$

és ennek megfelelően a behozott lendület is kisebb:

$$p' = \frac{E'}{c} = \frac{E}{c} \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}.$$

Visszaverődéskor viszont az űrhajó koordináta-rendszerében nyilván ugyanekkora lesz a visszavert fénysugár energiája (és lendülete), ezért a teljes lendületátadás:

$$\Delta p_{\text{ü}} = 2 \frac{E'}{c} = 2 \frac{E}{c} \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} = 2 \frac{E}{c} \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \cdot \frac{\sqrt{1 + \beta}}{\sqrt{1 + \beta}} = 2 \frac{E}{c} \left(\frac{1}{1 + \beta} \right) \sqrt{1 - \beta^2}.$$

A Földről nézve a beeső sugár $p = E/c$ lendületet „visz be”, de visszaverődéskor már egy $\beta = v/c$ sebességgel távolodó objektum bocsátotta ki azt a fényt, így

az ismételt Doppler-eltolódást szenved, azaz a Földről nézve a visszavert fénysugár energiája

$$E'' = E' \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} = E \frac{1-\beta}{1+\beta}.$$

Így az átadott lendület

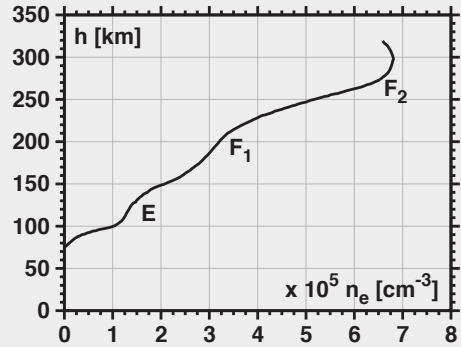
$$\Delta p_F = \frac{E}{c} + \frac{E''}{c} = \frac{E}{c} \left(1 + \frac{1-\beta}{1+\beta} \right) = 2 \frac{E}{c} \left(\frac{1}{1+\beta} \right).$$

A két lendületátadás azért különbözik, mivel a βc sebességgel haladó űrhajó tömege a Földről nézve éppen $1/\sqrt{1-\beta^2}$ -szer nagyobb.

12. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely || 1. (Szenior) kategória)

Az ionoszférában a légkör molekuláit fotonok ionizálják. A magassággal csökkenő sűrűség és a különböző abszorpciós folyamatok miatt különböző rétegek alakulnak ki különböző magasságokban (pl. D, E, F₁, F₂ rétegek). Az ionizáció foka a Nap tevékenységének függvényében, illetve a napszaktól függően akár 2 nagyságrendet is ingadozhat. Az ábrán látható az elektronsűrűség egy köztes állapotban.



Plazmákban csak olyan elektromágneses hullámok tudnak terjedni, amelyek frekvenciája nagyobb, mint a plazmafrekvencia: $f_p = (1/2\pi) \sqrt{n_e e^2 / m_e \epsilon_0}$. Itt az n_e elektronsűrűséget $1/\text{m}^3$ -ben mérjük, e az elemi töltés, m_e az elektron nyugalmi tömege, és $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$ a vákuum dielektromos állandója.

- Számítsuk ki a kritikus frekvenciát, ami elválasztja a visszavert és áthaladó elektromágneses hullámokat!
- Milyen következményei vannak a jelenségnek kommunikációs szempontból?

Megoldás:

- A maximális elektronsűrűséget az ábráról leolvashatjuk: $n_e \approx 6,8 \cdot 10^{-11} \text{ m}^{-3}$. Ezzel a plazmafrekvencia:

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}} \approx 7,4 \text{ MHz}.$$

Ennél alacsonyabb frekvenciák visszaverődnek, míg az ennél magasabbak áthaladnak az ionoszférában.

- b) A VHF hullámok (30 – 300 MHz) át tudnak hatolni az ionoszférán, a HF hullámok (3 – 30 MHz) és alacsonyabb frekvenciák visszaverődnek. Így tehát az alacsony frekvenciás rádióhullámokat egy (vagy több) ionoszféráról való visszaverődés (szóródás) után a küldő féltől nagy távolságban is lehet venni, ami a nagy távolságú rádiózás alapja.

Megjegyzés: minél alacsonyabb a frekvencia, annál nagyobb a légköri csillapítás. Meg kell találnunk azt a legmagasabb frekvenciát, ami még éppen visszaverhető az ionoszféráról. Napszaktól és naptevékenységtől függően mindig létezik egy más-más optimális kommunikációs frekvenciaablak.

13. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || 1. (Szenior) kategória)

Egy 500 keV-es gamma-foton fotoeffektust hoz létre egy germánium félvezető detektor egyik ^{72}Ge atomjának 1s elektronján. A kiütött elektron a beeső foton haladási irányában repül tovább. Mivel $m_{\text{Ge}} \gg m_e$, a meglökődött atom által átvett energiát elhanyagolhatjuk.

- Mekkora lesz a kilökött elektron lendülete keV/c egységekben?
- Mekkora és milyen irányú a maradék atom által átvett lendület?
- Mekkora lenne egy ekkora lendületű ^{72}Ge atom mozgási energiája? Valóban elhanyagolható? Vajon a Ge atom ki tud-e szakadni a kristályrácsban elfoglalt helyéről?

Adatok: A ^{72}Ge atom tömegét vegyük 72 u-nak, 1s elektronjának kötési energiáját pedig 11,0 keV-nek. A Ge atom kötési energiája a kristályrácsban 3,85 eV. Az elektron nyugalmi energiája $m_0c^2 = 511 \text{ keV}$.

Megoldás:

Mivel a feladat kitűzése szerint az atom által átvett energiát elhanyagolhatjuk, így az energia megmaradásánál csak a foton és az elektron energiáját kell figyelembe venni.

- a) Mivel a meglökött elektron energiája a nyugalmi energia nagyságrendjébe esik, így a relativisztikus energiaformulákat kell használnunk.

Kezdeti állapotban: jelöljük a foton lendületét p_γ -val, az elektron az atommag körül helyezkedik el, de tömegközéppontja nyugalomban van. (Ha nem így lenne, akkor sugározna.) Az atomban kötött elektron energiája: $m_0c^2 - E_k$.

Így a kezdeti állapot (foton+elektron) teljes energiája: $p_\gamma c + m_0c^2 - E_k$.

Végállapotban: jelöljük a kilépő elektron lendületét p_e -vel. Ekkor a nem kötött elektron teljes energiája: $\sqrt{(p_e c)^2 + (m_0c^2)^2}$. A folyamatban az energia megmarad, tehát

$$p_\gamma c + m_0c^2 - E_k = \sqrt{(p_e c)^2 + (m_0c^2)^2}.$$

Ebből

$$\begin{aligned} p_e c &= \sqrt{(p_\gamma c + m_0 c^2 - E_k)^2 - (m_0 c^2)^2} = \\ &= \sqrt{(p_\gamma c + 2m_0 c^2 - E_k) \cdot (p_\gamma c - E_k)} = \\ &= \sqrt{(p_\gamma c)^2 + 2 \cdot (p_\gamma c) \cdot (m_0 c^2 - E_k) - E_k (2m_0 c^2 - E_k)}. \end{aligned}$$

Helyettesítsük be az adatokat, az energiát mindenhol keV egységekben:

$$p_e c = \sqrt{(500)^2 + 2 \cdot (500) \cdot (511 - 11,0) - 11,0 \cdot (2 \cdot 511 - 11,0)} = 859,6.$$

A kilökött elektron lendülete tehát $p_e = 859,6 \text{ keV}/c$.

- b) Ezek után vizsgálhatjuk a lendület megmaradását. A foton lendülete $p_\gamma = 500 \text{ keV}/c$, a kilökött elektron lendülete $p_e = 859,6 \text{ keV}/c$, azaz nagyobb, mint a bejövő fotoné. Mivel a feladat szerint a kirepülő elektron a bejövő foton repülési irányában lép ki, így a lendület megmaradásához az atomnak a bejövő fotonnal *ellentétes* irányba kell visszalökődnie, mégpedig

$$p_{\text{atom}} = (859,6 - 500) \frac{\text{keV}}{c} = 359,6 \frac{\text{keV}}{c} \text{ lendülettel.}$$

- c) Kiszámíthatjuk, hogy nagyságrendileg mekkora lehet a maradék atom (elhangyolt) visszalökődési energiája. Mivel ez várhatóan jóval kisebb, mint az atom nyugalmi tömege, itt használjuk a klasszikus energiaformulát:

$$E_{\text{atom}} = \frac{p_{\text{atom}}^2}{2M_{\text{atom}}} = \frac{(p_{\text{atom}} c)^2}{2M_{\text{atom}} c^2} = \frac{359,6^2 \text{ keV}^2}{2 \cdot 72 \text{ u} \cdot 931494 \text{ keV/u}} = 0,964 \text{ eV}.$$

Látható, hogy az atom visszalökődési energiája a foton energiájának (500 keV) alig két milliomod része, tehát nyugodtan elhanyagolható. Ugyanakkor az is látszik, hogy a 0,964 eV kisebb, mint a germánium atom kötési energiája a kristályrácsban (3,85 eV), így a fotoeffektusnál visszalökődött atom nem fog kiszakadni a kristályrácsból.



2017 – Elméleti feladatok javítása (Mester András, Szűcs József, Jarosievitz Beáta, Oláh Éva) és a „Hogyan kellett megoldani” előadás (Sükösd Csaba).

2018 Elődöntő – Megoldások

1. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Válaszoljunk az alábbi tudománytörténeti kérdésekre:

- a) Ki szabadalmaztatta a neutronos láncreakciót?
- b) Kiről mondják, hogy az első reaktormérnök volt?
- c) Ki volt ő: Heisenbergnél doktorált, és a hidrogénbomba atyjának is nevezték?
- d) A radioaktív nyomjelzés ötlete tőle származik. Ki volt ő?
- e) Ki adta a radioaktivitás nevet a sugárzási jelenségeknek?

Megoldás:

- a) Szilárd Leó
- b) Wigner Jenő
- c) Teller Ede
- d) Hevesy György
- e) Marie Curie

2. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József)

Hogyan változna meg a H-atom mérete és energiaszintjei a következő táblázat első oszlopában írt esetekben? A papírunkra készítsünk az alábbihoz hasonló táblázatot, és abba írjuk a válaszokat!

- a) H-atom méretének változása?
- b) H-atom energiaszintjeinek változása?

H-atom paraméterének változása	(a)	(b)
1) elektron tömege kétszeresére nő		
2) elektron tömege felére csökken		
3) proton tömege kétszeresére nő		
4) elektron töltése felére csökken		
5) proton töltése kétszeresére nő		

Megoldás:

Az ajánlott irodalmakban több helyen is szerepelnek a következő képletek:

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e q_e^2} \cdot n^2, \quad \text{valamint} \quad E_n = -\frac{m_e q_e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

A válaszok ezek alapján megadhatók. Alapállapotban $n = 1$. A töltésváltozások hatásának megítéléséhez vegyük figyelembe, hogy a töltések a Coulomb-energiából származnak, azaz pl. a q_e^2 -ben az egyik q_e a proton töltéséből, a másik q_e az elektron töltéséből származik. Hasonlóképpen, a q_e^4 -ben q_e^2 származik a proton, és q_e^2 az elektron töltéséből.

Megjegyzés: egyes függvénytáblázatokban hibásan szerepel a H-atom energiájának képlete – a töltés hatványkitevője hiányzik. Az így készült megoldások hibásak!

Az alábbi táblázatban minden helyes válasz **0,5 pontot** ér.

H-atom paraméterének változása	H-atom méretének változása	H-atom energiaszintjeinek változása
1) elektron tömege kétszeresére nő	Csökkenne az elektron kvantumos nyüzsgése, ezért felére csökkenne az atom egyensúlyi mérete	Minden negatív energiaszint kétszer mélyebbre kerül
2) elektron tömege felére csökken	Nőne az elektron kvantumos nyüzsgése, ezért kétszeresére nőne az atom egyensúlyi mérete	Minden negatív energiaszint fele olyan mélyre kerül
3) proton tömege kétszeresére nő	A méretet a proton tömege nem befolyásolná	Az energiaszintek változatlanok maradnának
4) elektron töltése felére csökken	A proton vonzása csökkenne, a méret kétszeresére nőne	A negatív energiaszintek negyed olyan mélyre kerülnének
5) proton töltése kétszeresére nő	A proton vonzása nőne, a méret felére csökkenne	A negatív energiaszintek négyszer olyan mélyre kerülnének

3. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József)

Egy 1 MeV energiájú gamma-foton kölcsönhatásba lép

- egy nyugvó elektronnal
- egy nyugvó H-atommal
- egy nyugvó atommaggal.

Mindhárom esetben csak foton – részecske között lép fel kölcsönhatás, és tegyük fel, hogy a fotonnal kölcsönható atomi részek egyben maradnak. Mely kölcsönhatás(ok)nál, és milyen feltétel teljesülése esetén nyelődhet el (részecskeként megsemmisül) a foton?

Megoldás:

Csak az atommaggal való kölcsönhatás során (c) történhet fotonelnyelődés. Ennek feltétele, hogy az atommagnak legyen olyan energiaszintje, amelyre gerjeszthető a mag úgy, hogy a lendület- és energiamegmaradás is teljesüljön.

A másik két esetben (a-b) ez nem jöhet számításba:

- Nyugvó elektronnal azért nem, mert az elektronnak nincs belső szerkezete, így az nem gerjeszthető. Ugyanakkor, mint nyugalmi tömeggel rendelkező részecske nem tudja átvenni a fotontól annak lendületét, és az azzal arányos energiáját is – ellentmondásra jutunk. Tegyük fel, hogy a meglökött elektron

átveszi a foton p_γ lendületét. Ekkor az energiamegmaradás a következőképpen írható:

$$\underbrace{p_\gamma c + m_0 c^2}_{\text{kezdet}} = \underbrace{\sqrt{p_\gamma^2 c^2 + m_0^2 c^4}}_{\text{végállapot}},$$

hiszen a kezdő állapotban van egy foton és egy nyugvó elektron (az egyenlet bal oldala, m_0 az elektron nyugalmi tömege), végállapotban pedig csak egy elektron van, amelynek a lendülete megegyezik a foton lendületével (az egyenlet jobb oldala). Négyzetre emelés után azt kapjuk, hogy az egyenlőség akkor teljesül, ha

$$2p_\gamma c \cdot m_0 c^2 = 0.$$

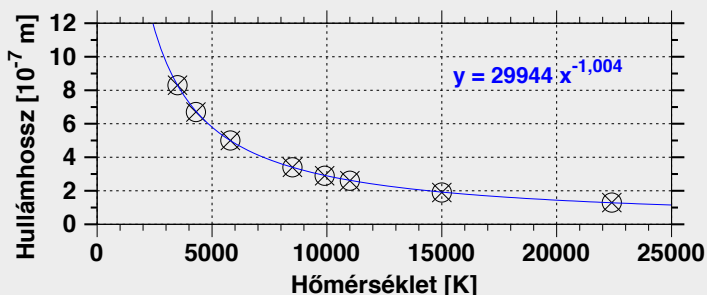
Mivel $m_0 > 0$, ez csak akkor lenne teljesíthető, ha $p_\gamma = 0$ lenne. Ekkor viszont nincs foton.

- b) Ugyanez a helyzet a H-atom esetében is. Igaz, hogy a H-atom gerjeszthető, de a foton 1 MeV energiája túlságosan nagy a 13,6 eV ionizációs energiához képest, tehát a H-atom szétesne, ha ekkora energiát nyelne el.

4. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Az ábra néhány csillag által kibocsátott fény maximális intenzitásánál mért hullámhosszát és a csillag felszíni hőmérsékletének (K) kapcsolatát mutatja. A hullámhosszak a függőleges tengelyen 10^{-7} m egységben vannak. Melyik törvény olvasható ki a grafikonból? Határozzuk meg a törvényben szereplő állandó értékét a grafikon alapján! (Az ábrán szereplő csillagok névsorban: Achernar, Arcturus, Betelgeuse, Deneb, Proxima Centauri, Rigel, Sirius, Spica.)



Megoldás:

Az ábrán szerepel az Excel által megadott illesztés képlete is. Ezt a hullámhosszal és a hőmérséklettel felírva (jó közelítéssel) kapjuk:

$$\lambda_{\max} \approx \frac{29944}{T},$$

azaz a két paraméter között jó közelítéssel fordított arányosság áll fenn.

Ezt másképpen a következő módon is írhatjuk:

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{konstans.}$$

Ez a Wien-féle eltolódási törvény.

Ne felejtsük el, hogy az ábrán a hullámhossz 10^{-7} m egységekben van! Ha a $\lambda_{\max}$ -ot méterben, a hőmérsékletet K-ben adjuk meg, akkor a konstans az illesztés alapján: $2,9944 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$.

(A Wien-féle konstans irodalmi értéke $2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$.)

5. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Korunk egyik legnagyobb műszaki teljesítményének számító, a CERN-ben megépített LHC (Large Hadron Collider = Nagy hadron ütköztető) gyorsítóját 2008-ban kapcsolták be először. A föld alá helyezett, közel kör alakú 26,7 km kerületű gyorsítóban 7 TeV (tera = 10^{12}) energiájú protonok keringenek és ütköznek. A teljes kerület mentén 2808 csomagban keringenek a protonok. Egy csomagban $1,15 \cdot 10^{11}$ darab proton van.

- Mekkora egy protoncsomag teljes energiája?
- Ha egy 150 kg tömegű kismotor ekkora mozgási energiával rendelkezne, mekkora sebességgel mozogna?
- Mekkora a teljes kerület mentén egy irányban mozgó protonok energiája?
- Hány kg 25 °C fokos aranyat lehetne megolvasztani ekkora energiával?

Az arany fajhője $126 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, olvadáspontja $1337,6 \text{ K}$, olvadáshője $64,9 \text{ kJ/kg}$.

Megoldás:

- a) $7 \text{ TeV} = 7 \cdot 10^{12} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,12 \cdot 10^{-6}$ egy részecske energiája.

Egy csomag energiája tehát: $1,12 \cdot 10^{-6} \cdot 1,15 \cdot 10^{11} \approx 1,29 \cdot 10^5 \text{ J}$.

- b) A kismotor sebessége:

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2,58 \cdot 10^5 \text{ J}}{150 \text{ kg}}} = 41,47 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 149,3 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

- c) A teljes kerület mentén mozgó összes proton energiája:

$$E_{\text{össz}} = 2808 \times 1,29 \cdot 10^5 = 362,2 \text{ MJ}.$$

- d) $E_{\text{össz}} = c \cdot m \cdot \Delta T + L \cdot m$, amiből kapjuk:

$$m = \frac{E_{\text{össz}}}{c \cdot \Delta T + L} \approx 1849 \text{ kg}.$$

6. Feladat:**(kitűzte: Oláh Éva)**

Legalább mekkora a nukleonok keV egységekben kifejezett kinetikus energiája az $A = 125$ tömegszámú atommagon belül? Adjunk rá becslést!

Adatok: $m_{\text{nuk}} \approx 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15}$ m, $\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34}$ Js.

Megoldás:

Ennek az atommagnak a sugara $r = r_0 \cdot \sqrt[3]{A} = 6 \cdot 10^{-15}$ m. A határozatlansági relációból:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar \implies \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{\Delta x}.$$

A hely bizonytalanságát becsüljük az atommag átmérőjével, azaz

$$\Delta x = \Delta y = \Delta z \approx 2r \approx 1,2 \cdot 10^{-14} \text{ m.}$$

Ezekből következik, hogy

$$\Delta p_x = \Delta p_y = \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{\Delta x}.$$

A nukleon kvantumnyüzsgésből származó mozgási energiájára a lendület-bizonytalanságból adhatunk egy becslést:

$$E = \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \frac{(\Delta p_x)^2 + (\Delta p_y)^2 + (\Delta p_z)^2}{2m} \geq 3 \cdot \frac{\hbar^2}{2m(\Delta x)^2} \approx 434 \text{ keV.}$$

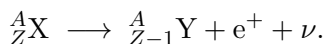
Ez csak a legalacsonyabb energiájú állapotban lévő nukleonok kinetikus energiája. A Pauli-elv miatt a többi nukleon egyre nagyobb kinetikus energiájú állapotba kényszerül, így a legmagasabb energiájú betöltött állapotban lévő nukleon kinetikus energiája ennél sokkal nagyobb lehet, elérheti akár a 30 MeV-et is.

7. Feladat:**(kitűzte: Radnóti Katalin)**

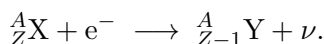
Létezik-e olyan atommag, amely pozitronkibocsátással bomlik, de elektronbefogással nem? Indokoljuk meg!

Megoldás:

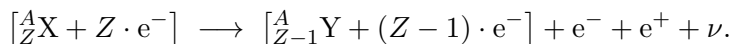
A pozitronkibocsátás során az atommagban egy proton alakul át neutronná, miközben egy pozitront és egy neutrínót bocsát ki:



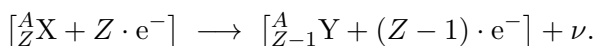
Az elektronbefogás során is az atommag egy protonja alakul át neutronná, mivel befog egy elektront az atommag körül elhelyezkedő elektronok közül (legvalószínűbben a maghoz legközelebb eső 1s pályáról), és egy neutrínó bocsátódik ki:



Hasonlítsuk össze a két folyamat energetikai feltételét! Célszerű a teljes folyamat (semleges atomokból semleges atomok képződése) teljes energiáját összehasonlítani. Írjuk fel a fenti reakciókat, figyelembe véve az egyes atomok elektronjainak számát is! A pozitronemisszió:



A jobb oldalon a plusz egy elektron azért jelent meg, mert a töltésmegmaradásnak is teljesülni kell az egész rendszerre (másképpen megfogalmazva: a korábbi bomlási egyenlet mindkét oldalához $Z \cdot e^-$ -t hozzáadtunk, hogy az atommagokból semleges atomok legyenek). Az elektronbefogás:



Ezek alapján a pozitronemisszió feltétele:

$$M_X \cdot c^2 > M_Y \cdot c^2 + 2m_e \cdot c^2.$$

Az elektronbefogás energetikai feltétele pedig:

$$M_X \cdot c^2 > M_Y \cdot c^2.$$

(Itt m_e az elektron/positron tömege, M_X és M_Y pedig a semleges atomok tömege.) Amennyiben az előbbi teljesül, akkor szükségképpen teljesül az utóbbi feltétel is. Ebből következik, hogy minden pozitront emittáló atommag be is foghat elektront, de ez fordítva nem feltétlenül igaz. Tehát olyan atommag nincs, amely csak pozitronkibocsátással bomlik, de elektronbefogási folyamata nincs.

8. Feladat:

(kitűzte: Mester András)

Egy laboratóriumból folyamatosan szivárog egy igen hosszú, állandó átmérőjű kábelcsatornába radioaktív toron gáz. A csatornában 2 m/s sebességgel halad előre a levegő, amelyben egyenletesen oszlik el a szennyező gáz. A laboratóriumtól 10 m távolságban a cső mellett a megengedett sugárzás 16-szorosát mérik. A toron a radon 220-as izotópja és felezési ideje 56 s.

- A labortól milyen távolságra éri el a sugárzás a megengedett szintet?
- A labortól milyen távolságban lesz a sugárzás a megengedett érték 3×-osa?

Megoldás:

- Mivel a mérés helyén a megengedett érték 16-szorosát mérik, a felezési idő négyeszeresének kell eltelnie ahhoz, hogy a sugárzás értéke megfelelő legyen. Ez $t = 224$ s. Ez alatt az idő alatt a gáz a csatornában $s = v \cdot t = 448$ m utat tesz meg. Tehát a labortól $10 + 448 = 458$ m távolságra lesz a sugárzás értéke elfogadható.

- b) A mérés helyétől 448 méterre a sugárzás aktivitása a kezdeti A_0 aktivitás $1/16$ -od része. A keresett helyen ennek háromszorosát mérhetjük. Az aktivitás t idő múlva lesz ennyi:

$$3 \times \frac{A_0}{16} = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Logaritmálás és az adatok behelyettesítése után a t idő kifejezhető:

$$t = -56 \cdot \frac{\log \frac{3}{16}}{\log 2} = 135,24 \text{ s.}$$

Ennyi idő alatt a levegő $s = v \cdot t = 270,48$ métert halad előre a mérőhelytől. Tehát a labortól $10 + 270,48 = 280,48$ méterre lesz az aktivitás a megengedett érték háromszorosa.

9. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely)

20 MeV energiájú protonok $500 \mu\text{A}$ -es nyalábja egy céltárgyra esik, ahol teljesen elnyelődik.

- Másodpercenként hány proton nyelődik el?
- Mekkora teljesítménnyel fűti a proton-nyaláb a céltárgyat, ha a protonok teljes kinetikus energiája hővé alakul?
- Hány %-al nagyobb a protonok relativisztikus tömege, mint nyugalmi tömege?
- Mekkora erőt fejt ki a protonnyaláb az elnyelő céltárgyra?

Megoldás:

- a) Az $500 \mu\text{A}$ áram azt jelenti, hogy másodpercenként $500 \mu\text{C}$ töltés halad át egy felületen (pl. a céltárgyon). Mivel egy proton töltése $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, ezért a másodpercenként elnyelődött protonok száma:

$$N_p = \frac{500 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,125 \cdot 10^{15}.$$

- b) A 20 MeV energia olyan, mintha a protonokat 20 MV feszültséggel gyorsítottuk volna. Azaz a nyaláb (villamos) teljesítménye:

$$P = U \cdot I = 20 \cdot 10^6 \cdot 500 \cdot 10^{-6} = 10000 = 10 \text{ kW.}$$

- c) A teljes energia és a mozgási energia kapcsolata: $mc^2 = E_{\text{kin}} + m_0c^2$. Ebből a teljes relativisztikus tömeg éppen a mozgási energiának megfelelő tömeggel nagyobb a nyugalmi tömegnél. Azaz a keresett növekmény:

$$\frac{E_{\text{kin}}}{m_0c^2} = 2,13\%.$$

- d) A protonnyaláb által kifejtett erőt az időegység (1 s) alatt a céltárgynak átadott lendületből tudjuk meghatározni. Mivel a protonok mozgási energiája sokkal kisebb, mint a nyugalmi tömegéből számított energia (lásd előző pont), ezért számíthatunk klasszikusan. Ekkor egyetlen proton lendülete:

$$p_p = \sqrt{2mE} = \sqrt{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 20 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,03 \cdot 10^{-19} \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Az elnyelődéskor minden proton ennyi lendületet ad át a céltárgynak. Azt viszont korábban kiszámoltuk, hogy 1 s alatt $3,125 \cdot 10^{15}$ proton nyelődik el, így az összes lendületátadásból a nyaláb által kifejtett erő (mivel $\Delta t = 1$ s):

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = N_p \cdot p_p = 3,125 \cdot 10^{15} \cdot 1,03 \cdot 10^{-19} = 3,22 \cdot 10^{-4} \text{ N}.$$

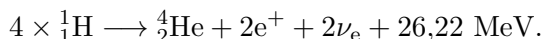
10. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté)

Mekkora a felszíni hőmérséklete annak a Naphoz hasonló csillagnak, melynek sugara 750 ezer kilométer, és a csillagtól mért 220 millió kilométer távolságban a neutrínófluxus értéke $5,9 \cdot 10^{13} \text{ 1/(m}^2\text{s)}$ (vagyis 1 m^2 merőleges felületen másodpercenként ennyi neutrínó halad át)?

Megoldás:

A Naphoz hasonló csillagokban a fúziós energiatermelés a proton-proton ciklusban történik, azaz



A csillagtól mért 220 millió kilométer távolságban érvényes neutrínófluxusból a csillagban másodpercenként keletkező neutrínók száma meghatározható:

$$\frac{\Delta N_\nu}{\Delta t} = \Phi_\nu \cdot 4\pi d^2 = 3,5885 \cdot 10^{37} \frac{1}{\text{s}}.$$

Mivel minden 26,22 MeV felszabadult energia két neutrínó keletkezésével jár, ezért a csillag teljesítménye:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta N_\nu}{\Delta t} \cdot 26,22 \text{ MeV} = 7,527 \cdot 10^{25} \text{ W}.$$

A csillag felszínének (sugarának) ismeretében a Stefan-Boltzmann törvény alapján a következő felszíni hőmérséklet adódik:

$$T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma A}} = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma 4\pi R^2}} \approx 3700 \text{ K}.$$

2018 Döntő – Megoldások

1. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || Mindenkinek)

A Paksi Atomerőmű egyik blokkjának átlagos hőteljesítménye 1470 MW. Tegyük fel, hogy a generátorok állandó 500 MW villamos teljesítményt adnak rá az országos hálózatra egész évben.

- Mekkora a blokk éves átlagos hatásfoka? Becsüljük meg a blokk villamosenergia termelésének fajlagos ^{235}U üzemanyag fogyasztását gramm/GWh (villamos) egységben!
- Az atomerőmű üzemeltetőitől tudjuk, hogy a blokkok hatásfoka nem mindig ugyanakkora: télen valamivel nagyobb, mint nyáron. Mi lehet ennek a különbségnek az oka?

Adatok: egy ^{235}U mag hasadásakor felszabadult energia 32 pJ/hasadás.

Megoldás:

- A villamos energiatermelés átlagos hatásfoka:

$$\langle \eta \rangle = \frac{500 \text{ MW}}{1470 \text{ MW}} = 0,34 = 34\%.$$

1 GWh = $10^9 \text{ Js} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^{12} \text{ J}$. 1 GWh villamosenergia felszabaduláshoz szükséges maghasadások száma:

$$N_{\text{H}} = \frac{W_{\text{termikus}}}{E_{\text{hasadás}}} = \frac{W_{\text{vill}}}{\langle \eta \rangle} \frac{1}{E_{\text{hasadás}}} = \frac{3,6 \cdot 10^{12} \text{ J}}{32 \cdot 10^{-12} \text{ J}} \frac{1}{0,34} = 3,3 \cdot 10^{23} = 0,55 \text{ mol}.$$

Így a fajlagosan felhasznált ^{235}U tömege

$$m_{\text{U-235}} = 0,55 \text{ mol} \cdot 235 \text{ g/mol} = 129,5 \text{ g}.$$

- Az atomerőművi blokk teljes hatásfokát sok tényező, sok berendezés együttesen alakítja ki. Mivel a blokknak a környezettel a gőzturbinákon keresztül van közvetlen kapcsolata, ezért az együttes hatásfok változását a gőzturbinák hatásfokának változása okozza. A gőzturbina, mint hőt (belső energiát) kinetikus energiává alakító berendezés hőerőgépnek tekinthető. A legegyszerűbb hőerőgépek két „hőtartály” között működnek, és hatásfokuk a két hőtartály hőmérsékletétől függ. A turbinákra jutó munkaközeg (gőz) hőmérséklete a külső környezettől függetlenül állandó, viszont az alsó hőtartály hőmérséklete a Duna vizének hőmérsékletétől függ, mivel azzal kondenzáltatjuk le a fáradt gőzt. Emiatt télen jobb lesz a hűtés, alacsonyabb lesz az alsó hőtartály hőmérséklete, nő a két hőmérséklet különbsége, így a turbina – és a blokk – teljes hatásfoka télen valamennyivel nagyobb lesz, mint nyáron.

Megjegyzés: A hőerőgépek hatásfokának vizsgálatát a munkaközeg, (gáz, gőz) körfolyamatával modellezhetjük. A modellek alapján különböző termikus hatásfok értékeket

számszerűsíthetünk. Így pl. a Carnot-gép hatásfokát vizsgálva az $\eta_{\text{termikus}} = (T_1 - T_2)/T_1$ képlethez juthatunk, ahol T_1 a melegebb hőtartály, T_2 a hűtő hőtartály hőmérséklete. A képletből látszik, hogy állandó T_1 mellett a körfolyamat termikus hatásfoka annál nagyobb, minél kisebb a hűtő T_2 hőmérséklete. A turbinákban nem Carnot-ciklus zajlik, azt csak mint ismert példát említettük meg.

2. Feladat:**(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)**

Egy üzemlátogatás során Áginak megtetszett egy fémdarab a fémhulladékok között. Amikor megkérdezte, hogy elviheti-e, azt a választ kapta, hogy egy napra hazaviheti, ám csak akkor tarthatja meg, ha másnapra megmondja, hogy *hány mól atomot tartalmaz*. Ági otthon a következő kísérletet végezte el: cérnaszálra kötötte, és belógatta a fémdarabot egy fazéknyi, forrásban lévő vízbe. Egy vékony falú termosznak megmérte a hőkapacitását, (azt 10,0 g vízzel azonosnak találta), majd 390,0 g tömegű vizet töltött a termoszba, és lemérte a hőmérsékletét: 20,0 °C. Öt perc eltelte után kivette a fémdarabot a forrásban lévő vízből, és belógatta a termoszba. Megvárta, amíg beáll a hőmérsékleti egyensúly, ekkor a hőmérő 22,0 °C hőmérsékletet mutatott. Rövid számolás után felhívta az üzemet. A fémdarabot megtarthatta, mivel a mérése alapján meg tudta mondani, hogy hány mól atomot tartalmaz. Határozzuk meg mi is!

Megoldás:

A termosz és a 390 g víz összesen olyan, mintha 400 g (= 0,4 kg) 20 °C-os vízbe tennénk be a 100 °C-os fémdarabot. Az egyensúly beállta után a közös hőmérséklet 22,0 °C. A víz és a termosz együttesen

$$0,4 \text{ [kg]} \cdot 4183 \text{ [J/(kg} \cdot \text{°C)]} \cdot (22,0 - 20,0) \text{ [°C]} = 3346,4 \text{ J}$$

energiát kapott a fémdarabtól, miközben a fémdarab $\Delta T = 100,0 - 22,0 = 78,0 \text{ °C}$ -ot hűlt. Mivel különbségről van szó, ez Kelvin fokokban is ugyanennyi. Az ekvipartíció tétele alapján a fémdarab atomjainak minden egyes szabadsági foka eközben

$$\frac{1}{2} k_B \Delta T = \frac{1}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \cdot 78 \text{ [K]} = 53,82 \cdot 10^{-23} \text{ J}$$

energiát veszített. Ezért a fémekben lévő összes szabadsági fokok száma:

$$\frac{3346,4 \text{ [J]}}{53,82 \cdot 10^{-23} \text{ [J]}} = 62,178 \cdot 10^{23}.$$

Tudjuk viszont, hogy a fémekben az atomok a hőmozgás során rezgő mozgást végeznek a tér mindhárom irányába. Minden rezgőmozgáshoz 2 energiatárolási lehetőség tartozik (mozgási és potenciális energia). Ezért minden atomnak $3 \cdot 2 = 6$ szabadsági foka van. Ebből az atomok illetve mólok száma:

$$\frac{62,178 \cdot 10^{23}}{6} = 10,363 \cdot 10^{23} \text{ db} \implies \frac{10,363 \cdot 10^{23}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,721 \text{ mól}.$$

Alternatív megoldás: Lehet közvetlenül a Dulong-Petit szabályt is használni, amely szerint egy fém hőkapacitása (nem túl alacsony hőmérsékleten) $C = 3Nk_B$, ahol N az atomok száma, és k_B a Boltzmann-állandó. Itt is a kalorimetrikus egyenletből indulunk ki, azaz a víz és a termosz együttesen

$$0,4 \text{ [kg]} \cdot 4183 \text{ [J/(kg} \cdot ^\circ\text{C)]} \cdot (22,0 - 20,0) \text{ [}^\circ\text{C]} = 3346,4 \text{ J}$$

energiát kapott a fémdarabtól, miközben a fémdarab $\Delta T = 100,0 - 22,0 = 78,0 \text{ }^\circ\text{C}$ -ot hűlt. A fémdarab hőkapacitásával kifejezve:

$$C \cdot \Delta T = 3346,4 \text{ J,}$$

azaz

$$3N \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \left[\frac{\text{J}}{^\circ\text{C}} \right] \cdot 78 \text{ [}^\circ\text{C]} = 3346,4 \text{ J.}$$

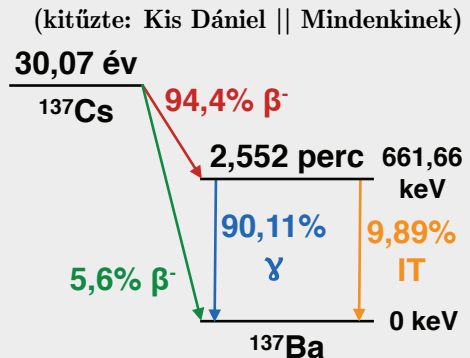
Ebből kapjuk az atomok illetve mólok számára:

$$N = \frac{3346,4 \text{ J}}{3 \cdot 78 \text{ [}^\circ\text{C]} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \left[\frac{\text{J}}{^\circ\text{C}} \right]} = 10,363 \cdot 10^{23} \text{ db} \Rightarrow \frac{10,363 \cdot 10^{23}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,721 \text{ mól.}$$

3. Feladat:

A ^{137}Cs izotóp egy instabil, tisztán β -bomló atommag (30,07 év felezési idővel), amely a negatív β -bomlás következtében 94,4%-ban a ^{137}Ba egy 661,66 keV energiájú gerjesztett állapotába (ennek felezési ideje 2,552 perc), míg 5,6%-ban ugyan-ezen izotóp alapállapotába jut. A gerjesztett állapot 90,11% eséllyel γ -bomlással, és 9,89%-os valószínűséggel belső konverzióval az alapállapotra kerül (belső konverzió egy gerjesztett állapotban lévő atommag olyan bomlása, amikor az elektronhéjból elektront lök ki). Ha egy ^{137}Cs mintát γ -detektorral mérünk, akkor 600 s alatt nettó 24 500 beütést tapasztalunk a 661,66 keV-os csatornában. A detektor hatásfoka ezen az energián 0,0042.

- Hány darab ^{137}Cs bomlott el a mérés alatt, mekkora a ^{137}Cs aktivitása?
- Hány elektron kilépése várható a mérés során (elektron-elektron ütközésektől tekintünk el)?



Megoldás:

Mivel a ^{137}Cs felezési ideje jóval hosszabb, mint a ^{137}Ba gerjesztett állapotáé, ezért feltehető, hogy a mérés idejére már kialakult a radioaktív egyensúly, azaz a rövid felezési idejű gerjesztett állapotból időegység alatt ugyanannyi bomlik el, mint amennyi keletkezik. A nettó beütésszámból és a detektor hatásfokából meghatározható a γ -bomlások száma a mérési idő alatt:

$$N_\gamma = 24500/0,0042 = 5,833 \cdot 10^6 \text{ db.}$$

γ -foton csak a gerjesztett ^{137}Ba állapot bomlása révén keletkezhet, annak az esélye, hogy a β -bomlás γ -fotont eredményezzen: $p = 0,9011 \cdot 0,944 = 85,06\%$, ennek megfelelően a tényleges ^{137}Cs bomlások száma:

$$N_{\text{bomlás}} = N_\gamma/p = 6,858 \cdot 10^6 \text{ db.}$$

Ebből a ^{137}Cs aktivitása: $A = 1,143 \cdot 10^4 \text{ Bq} = 11,43 \text{ kBq}$. A konverziós elektron keletkezésének valószínűsége: $p_e = 0,0989 \cdot 0,944 = 0,09336 = 9,366\%$.

Ez alapján a vizsgált időtartam alatt keletkező konverziós elektronok száma:

$$N_{\text{konv}} = N_{\text{bomlás}} \cdot p_e = 6,403 \cdot 10^5 \text{ db.}$$

Ehhez természetesen hozzá kell adni a béta-bomlás miatt keletkező elektronok számát, tehát a teljes kilépő elektronok száma:

$$N_{\text{elektron}} = N_{\text{konv}} + N_{\text{bomlás}} = 7,498 \cdot 10^6 \text{ db.}$$

4. Feladat:**(kitűzte: Papp Gergely || Mindenkinek)**

γ -foton Compton szórászt szenved egy elektronon. Melyik esetben lesz nagyobb az ütközés után a szórt γ -foton energiája: (a) egy 180° -os szórás, (b) két egymást követő 90° -os szórás?

Megoldás:

A Compton szórásra legelterjedtebb formula a következő:

$$\lambda_f - \lambda_i = \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \Theta),$$

ahol λ_i és λ_f a bejövő és kimenő foton hullámhossza, h a Planck állandó, m_e az elektron nyugalmi tömege és c a fénysebesség. Bár a kérdés megválaszolható hullámhossz formalizmusban is, alakítsuk át a kifejezést energiára:

$$E_f = \frac{E_i}{1 + \frac{E_i}{m_e c^2} (1 - \cos \Theta)},$$

ahol $E_{i,f} = h\nu_{i,f} = hc/\lambda_{i,f}$. Az egyszerűség kedvéért legyen $\epsilon = h\nu_i/m_e c^2 = E_i/m_e c^2$ a bejövő foton normált energiája (hasonlóképpen $\epsilon_f = E_f/m_e c^2$), ezzel a képlet

$$\epsilon_f = \frac{\epsilon}{1 + \epsilon(1 - \cos \Theta)}.$$

- a) $\cos 180^\circ = -1$, ezt a fenti kifejezésbe helyettesítve kapjuk hogy $\epsilon_a = \epsilon/(1+2\epsilon)$.
 b) $\cos 90^\circ = 0$, tehát az első 90° -os szórás után $\epsilon_{b1} = \epsilon/(1+\epsilon)$. Ezután az első szórás követően ϵ_{b1} energiájú foton szóródik újra 90° -ot, azaz $\epsilon_b = \epsilon_{b1}/(1+\epsilon_{b1})$, ami kifejtve

$$\epsilon_b = \frac{\epsilon_{b1}}{1 + \epsilon_{b1}} = \frac{\frac{\epsilon}{1+\epsilon}}{1 + \frac{\epsilon}{1+\epsilon}} = \frac{\frac{\epsilon}{1+\epsilon}}{\frac{(1+\epsilon)+\epsilon}{1+\epsilon}} = \frac{\epsilon}{1+2\epsilon} \equiv \epsilon_a.$$

Tehát az ütközés utáni energia azonos az (a) és (b) esetben.

Megjegyzés: ez egy szándékosan választott speciális eset, és nem általánosan igaz, hogy két (vagy több) egymást követő Compton-szórás utáni energia egyenlő a szórási szögek összegével történő szórás utáni energiával.

5. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || Mindenkinek)

Két egyforma üregsugárzó dobozt helyezünk el egymástól $R = 10$ cm távolságra vákuumban, más testektől távol. A két üreg nyílása $d = 0,9$ cm átmérőjű és egymással szemben helyezkedik el. A dobozok külső felülete tökéletes tükörként viselkedik. Ha az egyik üreg belsejében 1800 K hőmérsékletet tartunk fenn, mekkora állandósult hőmérséklet alakul ki a másik üreg belsejében, egyensúlyban? (Az üregsugárzó egy zárt doboz, amelynek kicsi nyílása közel abszolút fekete testként viselkedik.)

Megoldás:

A második üregsugárzó egyetlen módon kaphat energiát:

- csak hőszugárzás révén (hiszen vákuumban van),
- csak a nyíláson át (hiszen mindenhol máshol ideális tükör, minden ráeső sugárzást visszaver),
- csak az első üregsugárzótól (hiszen más test nincs a közelben).

A második üreg belsejében hosszú idő elteltével egy olyan T_2 hőmérséklet fog kialakulni, amelynél egyensúly áll fenn az üreg nyílásán kisugárzott és felvett teljesítmény között:

$$P_2^{\text{be}} = P_2^{\text{ki}}.$$

Mindkét test sugárzási teljesítményét a Stefan-Boltzmann törvényből számolhatjuk. A 2. testnél figyelembe kell vennünk azt, hogy a nyílást körülvevő teljes 4π térszögnek csak a fele a kifelé irány; ki kell számolnunk továbbá azt, hogy a 1. test nyílásából kisugárzott hőnek csak egy kicsiny, a lefedett térszöggel arányos része megy a 2. test nyílása irányába.

$$P_2^{\text{ki}} = \frac{1}{2} \frac{d^2 \pi}{4} \cdot \sigma T_2^4, \quad P_2^{\text{be}} = \frac{d^2 \pi}{4} \sigma T_1^4 \cdot \frac{\frac{1}{4} d^2 \pi}{4 R^2 \pi}.$$

Egyenlővé téve a két kifejezést:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 \pi}{4} \cdot \sigma T_2^4 = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot \sigma T_1^4 \cdot \frac{\frac{1}{4} d^2 \pi}{4 R^2 \pi} \Rightarrow T_2^4 = \frac{1}{8} \frac{d^2}{R^2} \cdot T_1^4,$$

innen pedig

$$T_2 = \sqrt[4]{\frac{1}{8} \frac{d^2}{R^2}} \cdot T_1 = 2^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\frac{d}{R}} \cdot T_1 \approx 321 \text{ K}.$$

Megjegyzés: A megoldás során az egy bizonyos térszögbe eső sugárzási intenzitás számításánál feltételeztük, hogy a hőmérsékleti sugárzó egyenletesen sugároz minden irányban (azaz a sugárzás szögeloszlása *izotróp*). A valóságban ez nem így van; a felületre (nyílásra) merőleges irányban nagyobb a sugárzás intenzitása, a felület síkjában pedig 0. Az intenzitás a felületre merőleges iránytól mért szög cos-ával arányos (lásd pl. https://en.wikipedia.org/wiki/Lambert%27s_cosine_law).

Mivel a feladatban a két nyílás egymással szemben helyezkedik el, a 2. üreg hőmérséklete a kapottnál valójában magasabb lenne.

6. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté || Mindenkinek)

A ^{63}Cu izotóp (p,n) magreakció során ^{63}Zn izotóppá alakul, melyet követően a ^{63}Zn pozitív β^+ -bomlással ismét ^{63}Cu izotóppá bomlik. A bomlás során felszabaduló energia 2,344 MeV.

- A megadott bomlási energia alapján határozzuk meg a $^{63}\text{Cu}(\text{p,n})^{63}\text{Zn}$ magreakció létrehozásához szükséges energiát!
- A $^{63}\text{Cu}(\text{d},2\text{n})^{63}\text{Zn}$, azaz a deuteron elnyelésével és két neutron kibocsátásával járó reakció végbemeneteléhez a tömegközépponti rendszerben 6,373 MeV kezdeti mozgási energiára van szükség. A megadott energia és az (a) részfeladat eredményei alapján határozzuk meg a deuteron kötési energiáját!

(Javaslat: Az energiamérlegeket leíró egyenleteket *atomtömegek* segítségével írjuk fel, és számoljunk mindenhol tömegközépponti rendszerben!)

Megoldás:

- a) A $^{63}\text{Cu}(\text{p,n})^{63}\text{Zn}$ magreakció energiamérlege a következőképpen írható:

$$M_{\text{Cu}}c^2 + m_{\text{p}}c^2 = M_{\text{Zn}}c^2 - m_{\text{e}}c^2 + m_{\text{n}}c^2 + Q_1,$$

ahol Q_1 a $^{63}\text{Cu}(\text{p,n})^{63}\text{Zn}$ magreakció létrehozásához szükséges energia (-1)-szere, M_{Cu} és M_{Zn} pedig rendre a ^{63}Cu és ^{63}Zn izotópok *atomtömegei*, emiatt jelenik meg az egyenlet jobb oldalán mínusz egy elektrontömeg. A ^{63}Zn ezt követő pozitív β^+ -bomlásának energiamérlege a következő:

$$M_{\text{Zn}}c^2 = M_{\text{Cu}}c^2 + 2m_{\text{e}}c^2 + Q_2.$$

ahol Q_2 a ^{63}Zn izotóp pozitív β^+ -bomlása során felszabaduló energia, és az egyenlet jobb oldalán szereplő plusz két elektrontömeg szintén az atomtömegek

miatt jelent meg. Az egyenletek átrendezésével a proton, neutron, elektron (pozitron) tömegének ismeretében Q_1 kifejezhető:

$$Q_1 = m_p c^2 - m_n c^2 - m_e c^2 - Q_2 = -4,149 \text{ MeV}.$$

- b) A ${}^{63}\text{Cu}(\text{d}, 2\text{n}){}^{63}\text{Zn}$ magreakció annyiban különbözik az előző reakciótól, hogy mindkét oldalon megjelenik plusz egy neutron, viszont a deuteronban a proton, ill. neutron kötött állapotban van. A plusz neutronok nyugalmi energiája tehát kiesik, a kötési energia pedig a két magreakció létrehozásához szükséges energia különbsége lesz:

$$\begin{aligned} M_{\text{Cu}}c^2 + m_p c^2 &= M_{\text{Zn}}c^2 - m_e c^2 + m_n c^2 + Q_1, \\ M_{\text{Cu}}c^2 + m_p c^2 + m_n c^2 - B_D &= M_{\text{Zn}}c^2 - m_e c^2 + m_n c^2 + Q_3 + m_n c^2. \end{aligned}$$

ahol Q_3 a ${}^{63}\text{Cu}(\text{d}, 2\text{n}){}^{63}\text{Zn}$ magreakció végbemeneteléhez a tömegközépponti rendszerben szükséges kezdeti mozgási energia. A deuteron kötési energiája az egyenletrendszer megoldásával adódik:

$$\implies B_D = Q_1 - Q_3 = -4,149 \text{ MeV} - (-6,373 \text{ MeV}) = 2,224 \text{ MeV}.$$

7. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || Mindenkinek)

Egy hidrogénszerű (egy vegyérték-elektronos) atom által kibocsátott fotonok energiáját a módosított Balmer-formulával lehet felírni:

$$hf_{1,2} = E_H (Z - z)^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

ahol E_H ($= 13,6 \text{ eV}$) a hidrogénatom ionizációs energiája, Z az atom rendszáma, z pedig az úgynevezett „árnyékolási” korrekció. Ez azt írja le, hogy a legutolsó vegyérték elektron „pályáján” belül lévő elektronok milyen mértékben „árnyékolják le” az atommag elektromos mezőjét.

- Ezt a formulát felhasználva számoljuk ki a vegyérték-elektronra vonatkozó árnyékolási tényezőt az alapállapotú Li atomban és Be^+ ionban, ha ezek ionizációs energiája $5,39 \text{ eV}$ illetve $17,0 \text{ eV}$! Az árnyékolási tényezőket tekintsük azonosnak.
- Indokoljuk meg, hogy az árnyékolási tényező miért tekinthető azonosnak a két esetben!
- Értelmezzük az (a) pontban kapott eredményt!

Megoldás:

Először a (b) kérdésre válaszolunk.

- b) Mind a Li, mind a Be atomoknál a vegyérték elektronállapotok a $2s$ állapotok. Mind a Li atomnál, mind a Be^+ ionnál ebben az állapotban egyetlen vegyérték-elektron van. Ezen a héjon „belül”, az $1s$ állapotban mindkét

esetben 2 elektron foglal helyet. Elektronszerkezeti szempontból tehát a két rendszer teljesen megegyezik. Az egyedüli különbség közöttük tehát csak az atommag töltésében van: A Li atommagjának $+3e$, míg a Be atommagjának $+4e$ töltése van. Mivel az elektronszerkezet azonos, ezért jogos feltételezni, hogy az árnyékolási faktorok is azonosak.

- a) A feladat szerint a Li atom ionizálásához $E_1 = 5,39$ eV, a Be^+ ion további ionizálásához $E_2 = 17,0$ eV energia kell. Ekkora energiát a hf_1 illetve hf_2 energiájú fotonok tudnak szolgáltatni. Mivel az elektronpályák is azonosak, ezért a két esetben az ionizáláshoz szükséges kvantumszámok négyzetei reciprokanak különbségei is azonosak. Képezzük tehát a kettő arányát:

$$\frac{hf_1}{hf_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{(Z_1 - z)^2}{(Z_2 - z)^2} \Rightarrow \frac{5,39}{17,0} = \left(\frac{3 - z}{4 - z} \right)^2.$$

Ebből az egyetlen ismeretlen, z , kifejezhető:

$$z = \left(3 - 4 \cdot \sqrt{\frac{5,39}{17,0}} \right) / \left(1 - \sqrt{\frac{5,39}{17,0}} \right) = 1,711.$$

- c) Látható, hogy az $1s$ állapotban lévő 2 elektron a mag töltéséből nem teljesen 2 elektronnyi töltést „árnyékol le”. Ennek az oka, hogy az egy csomógömbös $2s$ állapotban lévő elektronnak van megtalálási valószínűsége a mag helyén is, azaz az $1s$ állapot tértartományán belül is.

Megjegyzés: az árnyékolási tényezőket külön-külön is meg lehetne határozni, hiszen ismert az E_i értéke, valamint az hogy $n_1 = 1$ és $n_2 = \infty$. Így kiszámolva a két árnyékolási tényező: $5,39 = 13,6(3 - z)^2/2^2$, amiből $z = 1,741$ a Li atomra. Hasonlóan a Be^+ ionra $z = 1,764$ adódik. Látjuk, hogy a két árnyékolási tényező valóban 2%-on belül egyezik, így a feladat fent közölt megoldásánál jogos volt annak feltételezése, hogy a két esetben azonos az árnyékolási tényező.

8. Feladat:

(kíűzte: Radnóti Katalin || 2. (Junior) kategória)

Melyik esetben szabadulna fel több energia, ha egy nagy rendszámú (urán közeli vagy transzurán) atommag két, vagy három egyenlő részre hasadna? Melyiknek lenne nagyobb az aktiválási energiája? Indokoljuk meg a választ!

Megoldás:

Ha a nagy rendszámú atommag három részre hasad, akkor kisebb rendszámú atommagok keletkeznek, mint két részre hasadáskor. Például a ${}_{96}\text{Cm}$ (kúrium) esetében a két egyenlő részre történő hasadáskor a keletkezett izotópok rendszáma 48, míg a három részre hasadáskor 32. Ezért ez utóbbi esetben a végtermékek közelebb lesznek az energiavölgy mélypontjához, a vashoz ($Z = 26$).

A három részre történő maghasadás aktiválási energiája viszont jóval nagyobb, mint a két részre történő hasadásé, mert a felületi energia nagyon megnő. Emiatt egy ilyen folyamat valószínűsége sokkal kisebb.

9. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || 2. (Junior) kategória)

Az LHC 26655 m kerületű gyűrűjében két irányban, egymással szemben „csomagokban” keringenek a fénysebesség közelébe felgyorsított protonok. Irányonként 2808 protoncsomag kering. Az egymással szemben futó protoncsomagok a gyűrű 4 pontján elhelyezett detektorok középpontjában ütköznek. Az ütközések leggyorsabban 25 ns-ként követik egymást. Ezeknek az adatoknak az alapján válaszoljunk a következő kérdésekre:

- Legalább milyen távolságra haladnak protoncsomagok egymás után?
- A protoncsomag-helyek egyenletes gyűrűmenti eloszlását feltételezve irányonként hány „hely” nincs feltöltve protonokkal?

Megoldás:

- Az ütközések legrövidebb időbeli távolságából következtethetünk a protoncsomagok minimális távolságára. Ha a részecskék fénysebességgel haladnak, és két ütközés között 25 ns telik el, akkor a távolságuk $s = c \cdot t = 3 \cdot 10^8 \text{ [m/s]} \cdot 25 \cdot 10^{-9} \text{ [s]} = 7,5 \text{ m}$.
- A feltétel szerint a csomagok helye „egyenletesen” oszlik el a gyűrű mentén, azaz minden hely azonos távolságra van a következőtől. Mivel az előző kérdésre adott válasz alapján tudjuk, hogy vannak csomagok, amelyek 7,5 m távolságra vannak egymástól, ebből következik, hogy minden csomaghely távolsága is 7,5 m-re kell legyen a következőtől. Ezért a 26655 m kerületre $N = 26655 \text{ [m]} / 7,5 \text{ [m]} = 3554$ csomaghely fér rá. Viszont a feladat szerint csak 2808 protoncsomag kering, tehát a fel nem töltött helyek száma: $3554 - 2808 = 746$.

10. Feladat:

(kitűzte: Kis Dániel || 2. (Junior) kategória)

A SPECT vizsgálatokhoz használt γ -sugárzó $^{99\text{m}}\text{Tc}$ izotópot ^{99}Mo β^- bomlásából nyerik. Kezdetben 200 MBq Mo van jelen az izotópgenerátoron. 83 óra elteltével 80% kémiai kitermelési hatásfokkal (rövid idő alatt) leválasztják a keletkezett Tc-ot (A kitermelési hatásfok megmutatja, hogy az ott lévő anyag hányad részét tudjuk egyáltalán elválasztani).

Adjuk meg, hogy legfeljebb mennyi idő telhet el a vizsgálat kezdetéig, ha a detektálás hatásfoka 1%, és a mérés akkor sikeres, ha a teljes hossza alatt (mérési idő: 10 perc) a detektoron legalább $6 \cdot 10^5$ db beütést mérünk. Adatok: $T_{1/2}^{\text{Mo}} = 65,94$ óra, $T_{1/2}^{\text{Tc}} = 6,01$ óra.

Megoldás:

Mivel a kiinduló anyag felezési ideje sokkal hosszabb a keletkezett anyag felezési idejénél, ezért $t = 83$ h elteltével radioaktív (részleges vagy szekuláris) egyensúly áll be. Ezért a keletkezett Tc aktivitása jó közelítéssel ($\approx 10\%$) megegyezik a Mo aktivitásával:

$$A_{\text{Tc}0} \approx A_{\text{Mo}} = A_0 e^{-\lambda_{\text{Mo}} t}.$$

A 80% hatásfok miatt a kitermelés után (a bomlások elhanyagolása mellett) a maradék Tc aktivitása: $0,8A_{\text{Tc}0}$. A pihentetés során ez az aktivitás csökken, amelyből az adott detektálási hatásfok mellett a $t_m = 600$ s mérési idő alatt bekövetkező bomlások száma:

$$N_{\min} = \eta_{\text{det}} N_b = \eta_{\text{det}} t_m A_{\text{Tc}0} \cdot 0,8 e^{-\lambda_{\text{Tc}} t_{\text{pih}}} = \eta_{\text{det}} t_m A_0 \cdot 0,8 e^{-\lambda_{\text{Tc}} t_{\text{pih}} - \lambda_{\text{Mo}} t},$$

ahol kihasználtuk, hogy a mérési idő alatti Tc aktivitás csökkenésével nem kell számolnunk és $N_{\min}$ a minimális beütés száma. A kapott képlet alapján a keresett pihentetési idő:

$$t_{\text{pih}} = \frac{1}{\lambda_{\text{Tc}}} \ln \left(\frac{\eta_{\text{det}} t_m A_0 0,8 e^{-\lambda_{\text{Mo}} t}}{N_{\min}} \right) \approx 56,4 \text{ óra.}$$

11. Feladat:**(kitűzte: Sükösd Csaba || 1. (Szenior) kategória)**

Sokáig rejtély volt az, hogy hogyan jöttek létre az Univerzumban az élethez annyira szükséges ^{12}C atomok. Fred Hoyle (Cambridge) azt feltételezte 1952-ben, hogy léteznie kell egy gerjesztett állapotnak a ^{12}C atommagban 7,656 MeV gerjesztési energiánál, amelyen keresztül a következő két fúziós reakció valamelyike a ^{12}C atommag létrejöttéhez vezethet:

- (1) $^4_2\text{He} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^8_4\text{Be}$, és $^8_4\text{Be} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{12}_6\text{C}$; illetve
- (2) $^4_2\text{He} + ^4_2\text{He} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^{12}_6\text{C}$.

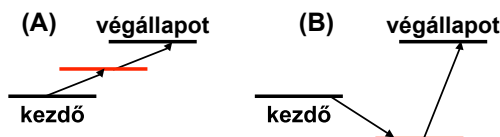
- a) Vajon a két reakció közül melyik tud alacsonyabb hőmérsékleten és kevésbé sűrű csillaganyagban megvalósulni? Indokoljuk meg a választ!
- b) Vajon mekkora hőmérséklet kell az egyes reakciólépések létrejöttéhez?
- c) A ^8Be atommag felezési ideje mindössze $6,7 \cdot 10^{-17}$ s. Milyen jelentősége van ennek?

Adatok: a ^8Be tömege: 8,00530520 u, a ^4He tömege: 4,00260325415 u, a ^{12}C tömege: 12,000 u. $1 \text{ u} \cdot c^2 = 931,4940954 \text{ MeV} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot c^2$.

Megoldás:

- a) Mindkét reakcióláncban azonos a kezdő és a végállapot. A kezdőállapotban 3 hélium atommag, a végállapotban egyetlen szénatommag van 7,656 MeV energiájú gerjesztett állapotban. Mivel a kérdésben az szerepel, hogy a reakciók csak magas hőmérsékleten zajlanak le, ezért már konkrét számítás nélkül is

megmondható, hogy a végállapot magasabb energiájú kell legyen, mint a kezdő. Az első reakcióláncban a végállapotot két lépésben, egy közbülső reakción keresztül érjük el. A közbülső állapot energiájától függően két lehetőség van:



A „B” esetben az első reakció exoterm, de a második reakcióhoz nagyobb energia kell, mintha egyetlen lépésben érnék el a végállapotot. Az „A” esetben pedig külön-külön mindegyik reakcióhoz kevesebb energia kell, mint a (végállapot – kezdőállapot) energiakülönbség. Azt, hogy melyik valósul meg a konkrét esetben, a tömegekből lehet megtudni. A berilliumos lánc első lépésének (${}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^8_4\text{Be}$) az energiamérlege a következő:

$$\Delta M = M_{\text{Be}} - 2M_{\text{He}} = 8,00530520 - 2 \cdot 4,00260325415 = 0,0002986917 \text{ u}.$$

A ${}^8\text{Be}$ alapállapota tehát „magasabban” van, mint a 2 α -részecske állapot (ezért is tud szinte azonnal „visszabomlani” két α -részecskére). Tehát a fenti ábrán az „A” helyzet valósul meg. Ebből következik, hogy a ${}^8\text{Be}$ -on keresztül vezető reakcióláncban kell alacsonyabb hőmérséklet. A három α -részecskés reakcióhoz jóval nagyobb sűrűség is kellene, hiszen annak a valószínűsége, hogy három részecske ütközik, mindig jóval alacsonyabb, mint az, hogy kettő.

- b) A megvalósulási hőmérsékletre a szükséges energiákat kell először meghatározni. ${}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^8_4\text{Be}$ esetére $\Delta E = 0,0002986917 \text{ u} \cdot c^2 = 0,278 \text{ MeV}$. A két α -részecskének ennyi (mozgási) energiát kell bevinni ahhoz, hogy a reakció létrejöjjön. Az ekvipartíció tétele szerint hőmérsékleti egyensúlyban mindkét részecske átlagosan ugyanakkora mozgási energiával rendelkezik, ezért az egy részecskére eső átlagos mozgási energia $0,139 \text{ MeV}$ kell legyen. Az α -részecske tömegpontként közelíthető, így $(3/2)kT = 0,139 \text{ MeV} = 2,24 \cdot 10^{-14} \text{ J}$. Ebből kapjuk, hogy $T = (2/3k) \cdot 2,24 \cdot 10^{-14} = 1,08 \cdot 10^9 \text{ K}$. Azaz ez a folyamat kb. egymilliárd K-en megy végbe. (Megjegyzés: a valóságban a hőmérsékleti egyensúlyban található Maxwell-Boltzmann sebességeloszlás és az alagúteffektus miatt alacsonyabb hőmérséklet is elegendő. Ez általánosan igaz minden fúzióval kapcsolatos hőmérséklet számítására.) A folyamat második részére (${}^8_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{12}_6\text{C}$) a tömeghiány:

$$\begin{aligned} \Delta M &= M_{\text{C}} + \frac{E_x}{c^2} - M_{\text{He}} - M_{\text{Be}} = \\ &= 12,0 \text{ u} + \frac{7,656 \text{ MeV}}{c^2} - 4,00250325415 \text{ u} - 8,0053052 \text{ u} = \\ &= -0,00780845415 \text{ u} + \frac{7,656 \text{ MeV}}{c^2}. \end{aligned}$$

Az ehhez szükséges energia: $\Delta E = \Delta M \cdot c^2 \approx -7,273 + 7,656 = 0,382$ MeV. Mivel ezt a reakciót is két részecske hozza létre, ezért az egyes részecskék átlagos energiája 0,191 MeV. Az ehhez tartozó hőmérséklet: $1,48 \cdot 10^9$ K, azaz kb. másfél milliárd K. Látható, hogy a kétlépcsős folyamat mindkét lépcsője nagyságrendileg eléggé közeli hőmérsékleten végbemehet. A második folyamat (a ^{12}C rezonanciájának az energiája) az, amely „beállítja” a csillag hőmérsékletét. Ezen a – valamivel magasabb – hőmérsékleten a folyamatlánc első lépcsője – a ^8Be létrejötte – is végbemehet.

Az egylépcsős „3-alfa” folyamathoz szükséges hőmérséklet kiszámítása:

$$\begin{aligned}\Delta M c^2 &= M_{\text{C}} c^2 + E_x - 3M_{\text{He}} c^2 = \\ &= \left[(12,0 - 3 \cdot 4,00250325415) \cdot 931,4940954 + 7,656 \right] \text{ MeV} \approx 0,660 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

Ezt a 3 α -részecskének kellene „összeadnia”, így mozgási energiájuk egyenként átlagosan 0,220 MeV kellene legyen. Látható, hogy ez magasabb hőmérsékletet jelentene, mint a kétlépcsős folyamat bármely tagja.

- c) A ^8Be rövid élettartamának az a jelentősége, hogy a kétlépcsős reakció lezajlásához nem elegendő az energia-feltétel (hőmérséklet-feltétel) teljesülése, hanem szükséges egy feltétel a hélium atomok sűrűségére is. Ugyanis a harmadik α -részecskének a ^8Be rövid élettartamán belül kell ütközni ahhoz, hogy a ^{12}C gerjesztett állapota létrejöhessen.

Megjegyzés: A sűrűségre lehet egy durva becslést adni. A kb. $2,24 \cdot 10^{-14}$ J mozgási energiájú α -részecske sebessége

$$v = \sqrt{2E/m} = \sqrt{(2 \cdot 2,24 \cdot 10^{-14} \text{ J}) / (4,0025 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg})} \approx 2,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

Ahhoz, hogy ezzel a sebességgel a ^8Be felezési idején belül ütközzön a berilliummal, $d = 2,6 \cdot 10^6 \text{ m/s} \cdot 6,7 \cdot 10^{-17} \text{ s} = 1,74 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ távolságon belül kell lenni.¹¹ No, de ezen a távolságon belül kellett létrejönni a ^8Be atomnak is pillanatokkal előbb, azaz a kezdőállapotban legalább három He-atomnak kellett egy ilyen sugarú gömbön belül lenni. A He atomsűrűség tehát legalább: $\rho = 3 / (4R^3 \pi / 3) = 9 / [4\pi (1,74 \cdot 10^{-10})^3] = 1,36 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3} = 1,36 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$. Ideális gáznak feltételezve a héliumot, a (parciális) nyomása:

$$p = \frac{N}{V} kT = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \cdot \frac{3}{2} kT = \frac{2}{3} \cdot 1,36 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3} \cdot 2,24 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 2,03 \cdot 10^{15} \text{ Pa. (!!)}$$

¹¹Nemcsak az α -részecske mozog, hanem a Be is mozoghat, tehát a relatív sebességüknek kell akkorának lenni, hogy a Be felezési idején (életidején) belül ütközzenek. Viszont a sebességek vektormennyiségek, és ezért egymáshoz képest véletlen irányokba mozoghatnak. A pontosabb számításhoz valószínűség-sűrűségfüggvényeket kellene felírni. Ezen a szinten viszont nem rossz közelítő becslés az, hogy a Be áll, és az α -részecske mozog hozzá képest.

12. Feladat: (kitűzte: Papp Gergely és Sükösd Csaba || 1. (Szenior) kategória)

A nyugvó müonok (μ -mezonok) átlagos élettartama (a λ bomlási állandó reciprokaként) $\tau_0 = 1/\lambda = 2,196 \mu\text{s}$. A nyugalmi tömeg $m_\mu = 207m_e$, ahol m_e az elektron nyugalmi tömege. Milyen kinetikus energiával kell megszülessen egy $N \gg 1$ darabból álló müon csoport a Föld felszínétől mért $h = 30 \text{ km}$ magasságban, hogy merőleges beérkezésnél éppen $N/2$ darab érje el a felszínt? (A légköri hatásokat hanyagoljuk el. A *távolság számításában* feltehetjük, hogy $v_\mu \approx c$.)

Megoldás:

Ha azt szeretnénk, hogy éppen a kiindulási müonok fele érje el a felszínt, úgy éppen egy felezési idő telik el a müon inerciarendszerében. Ezt mi mint külső szemlélő az idődilatáció értelmében úgy észleljük, hogy a müonoknak

$$t = \frac{T_{1/2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \gamma \cdot T_{1/2}$$

idő áll rendelkezésre, hogy a külső szemlélő által h -nak érzékelt távolságot $v_\mu \approx c$ sebességgel megtegyék, azaz $h = c \cdot t = c \cdot \gamma \cdot T_{1/2}$.

(Idődilatáció helyett Lorentz-kontrakcióval számolva is ugyanide jutunk, ott a müonok által $h' = h/\gamma$ -nak észlelt távolság lesz az amit a müonoknak $T_{1/2}$ idő alatt meg kell tennie.) Mivel $\lambda = \ln(2)/T_{1/2} \Rightarrow T_{1/2} = \ln(2)\tau_0$, ezért $h = c \cdot \gamma \ln(2)\tau_0$.

Ebből kapjuk, hogy

$$\gamma = \frac{h}{c \cdot \ln(2)\tau_0} \approx 65,7.$$

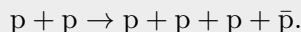
A keresett kinetikus energia a teljes energia és a nyugalmi energia különbsége, azaz

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= E_{\text{tot}} - E_0 = E_0(\gamma - 1) = m_\mu c^2(\gamma - 1) = 207m_e c^2(\gamma - 1) = \\ &= 207 \cdot 0,511 \cdot 64,7 \approx 6844 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Mivel $\gamma \approx 65,7$, így $v_\mu/c \equiv \beta = \sqrt{1 - 1/\gamma^2} \approx 0,99988 \approx 1$, tehát helyes volt a $v_\mu \approx c$ feltételezésünk.

13. Feladat: (kitűzte: Papp Gergely || 1. (Szenior) kategória)

Az 50-es években a Lawrence Berkeley kutatóintézetben antiprotonok előállítására alkalmas gyorsítót készültek építeni (ez lett a Bevatron, és itt fedezték fel 1955-ben az antiprotont, amiért az 1959-es évi Nobel-díjat adták). Az antiprotonokat proton-proton ütközésekkel hozták létre:



A gyorsító tervezésekor kritikus volt tudni, hogy mekkora kell legyen a bejövő protonok minimális *kinetikus* energiája, hogy a proton-antiproton párkeltés létrejöhesse. (A felgyorsított protonok nyugvó hidrogén céltárggyal ütköztek.)

Számoljuk ki ezt a küszöbenergiát, az egyszerűség kedvéért a proton nyugalmi energiájának egységeiben! Nagyságrendileg hány eV ez az energia? (Javaslat: használjuk ki, hogy a nyugalmi energia $(m_0c^2)^2 = E^2 - (pc)^2$ minden inerciarendszerben azonos, több részecske rendszerekre is!)

Megoldás:

Használjuk ki, hogy $E^2 - (pc)^2 = (m_0c^2)^2$ (a nyugalmi energia) invariáns, azaz inerciarendszer független. (Négyesimpulzus-megmaradás.) Ezzel könnyen transzformálhatunk a labor- és tömegközépponti (TKP) rendszerek között. A TKP rendszerben az összes lendület nulla, míg a laborrendszerben minden lendületet a bejövő proton hordoz:

$$\underbrace{E_{\text{TKP}}^2 - 0}_{\text{TKP}} = \underbrace{((m_{\text{in}} + m_0)c^2)^2}_{\text{E labor}} - \underbrace{p_{\text{in}}^2 c^2}_{\text{p labor}},$$

ahol $m_0 \equiv m_p$ a proton nyugalmi tömege, m_{in} a bejövő proton teljes (relativisztikus) tömege, és p_{in} a bejövő proton lendülete. Az antiproton keletkezési küszöbnél a tömegközépponti teljes energia $E_{\text{TKP}} = 4m_0c^2$, hiszen itt négy – protontömegnyi – részecske van „nyugalomban”. Így kapjuk, hogy

$$(4m_0c^2)^2 = (m_{\text{in}}c^2)^2 + 2m_{\text{in}}c^2m_0c^2 + (m_0c^2)^2 - p_{\text{in}}^2c^2.$$

Mivel a bejövő protonra is fennáll hogy $(m_{\text{in}}c^2)^2 - p_{\text{in}}^2c^2 = (m_0c^2)^2$:

$$16(m_0c^2)^2 = 2(m_{\text{in}}c^2)(m_0c^2) + 2(m_0c^2)^2 \implies m_{\text{in}}c^2 = 7m_0c^2.$$

Tehát ahhoz hogy két új részecskét hozzunk létre $2m_0c^2$ teljes nyugalmi energiával, a bejövő proton kinetikus energiájának minimum $6m_0c^2$ -nek kell lennie, ami nagyságrendileg 6 GeV. (Bevatron = **B**illions of **eV** **S**ynchro**t**ron.)



2018 – A Szenior kategória győztesei a díjat átadókkal.

2019 Elődöntő – Megoldások

1. Feladat:

(kitűzte: Ujvári Sándor)

Egy lezárt dobozban ötvözetet helyeztek el, amely kétfajta, azonos anyagmennyiségű (azonos számú atomot tartalmazó) fémből készült. Mindkét fém radioaktív, az egyik (A) felezési ideje 12 év, a másiké (B) 18 év. Amikor a dobozt kibontották és az ötvözetet elemezték, az A és B fém anyagmennyiségének aránya $N_A/N_B = 53/220$ volt. Mennyi idős volt az ötvözet?

Megoldás:

A bomlásegyenlet a két anyagra

$$N_A(t) = N_{A0} \cdot e^{-\lambda_A t}, \quad N_B(t) = N_{B0} \cdot e^{-\lambda_B t}.$$

A kezdeti atomszámok a szöveg szerint azonosak: $N_{A0} = N_{B0} \equiv N_0$.

A két egyenletet egymással osztva kapjuk, hogy

$$\frac{N_B}{N_A} = e^{(\lambda_A - \lambda_B)t} \implies t = \frac{\ln\left(\frac{N_B}{N_A}\right)}{(\lambda_A - \lambda_B)}.$$

A behelyettesítendő értékek

$$\frac{N_B}{N_A} = \frac{220}{53} \approx 4,151, \quad \lambda_A = \frac{\ln 2}{T_{1/2,A}} \approx 0,05776 \frac{1}{\text{év}}, \quad \lambda_B = \frac{\ln 2}{T_{1/2,B}} \approx 0,03851 \frac{1}{\text{év}}.$$

Az értékeket behelyettesítve kapjuk, hogy $t = 73,94$ év.

Alternatív megoldás:

A bomlástörvényt felírhatjuk 2 hatvány alapon is:

$$N_A(t) = N_{A0} \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2,A}}}, \quad N_B(t) = N_{B0} \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2,B}}}.$$

A kezdeti atomszámok a szöveg szerint azonosak: $N_{A0} = N_{B0} \equiv N_0$.

Vegyük a két bomlási egyenlet hányadosát, majd vegyük az így kapott egyenlet (tetszőleges alapú) logaritmusát:

$$\log\left(\frac{N_A}{N_B}\right) = \log\left[2^{-t\left(\frac{1}{T_{1/2,A}} - \frac{1}{T_{1/2,B}}\right)}\right] \implies t = -\frac{\log(N_A/N_B)}{\log(2)} \frac{1}{\frac{1}{T_{1/2,A}} - \frac{1}{T_{1/2,B}}}.$$

Az értékeket behelyettesítve

$$t = -\frac{\log(53/220)}{\log(2)} \cdot \frac{12 \cdot 18}{6} \text{ év} \approx 73,92 \text{ év}.$$

2. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté)

A Nap sugara 695 700 km, a felszíni hőmérséklete 5778 K.

a) Számítsuk ki a Nap átlagos térfogati teljesítménysűrűségét (W/m^3)!

Értelmezzük az eredményt!

b) Hány proton alakul a Napban héliummá másodpercenként?

c) Mekkora ezeknek a protonoknak az együttes tömege?

A Stefan-Boltzmann állandó értéke $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$.Megoldás:a) A Nap által másodpercenként kisugárzott teljesítményt a ρ_p teljesítménysűrűséggel és a Stefan-Boltzmann törvény segítségével kifejezve kapjuk:

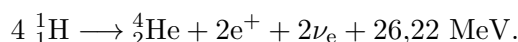
$$P = \rho_p \frac{4R^3\pi}{3} = 4R^2\pi\sigma T^4.$$

Az egyenletet átrendezve a teljesítménysűrűség:

$$\rho_p = \frac{3}{R}\sigma T^4 = 0,2725 \text{ W}/\text{m}^3.$$

Azért kaptunk ilyen kis értéket, mert (i) a fúziós teljesítmény 99%-a a Nap térfogatának 0,8%-át kitevő magban szabadul fel, (ii) a p-p ciklus első lépése lassú.

b) A Nap energiatermelése a p-p ciklusban történik:

Innen a másodpercenként héliummá alakuló protonok száma ($\epsilon = 26,22 \text{ MeV}$):

$$N = \frac{\rho_p \frac{4R^3\pi}{3}}{\epsilon} \cdot 4 = 3,66 \cdot 10^{38} \text{ db}.$$

c) A proton tömegével megszorozva $m = Nm_p = 6,12 \cdot 10^{11} \text{ kg}$.**3. Feladat:**

(kitűzte: Papp Gergely)

A Curiosity Mars-járó áramellátásáról egy Radioizotópos Termoelektromos Generátor (RTG) gondoskodik. A generátor hőforrása 8 darab, indításkor egyenként 0,5 kg tiszta alfa-bomló ${}^{238}_{94}\text{PuO}_2$ töltet. Az elektromos átalakítás hatásfoka $\eta = 6,25\%$. A ${}^{238}_{94}\text{Pu}$ felezési ideje $T_{1/2} = 87,7 \text{ év}$, alfa-energiája $E_\alpha = 5,593 \text{ MeV}$, a PuO_2 moláris tömege 276 g/mol .

a) Hány Watt az RTG elektromos teljesítménye induláskor?

b) Hányad részére esik ez a teljesítmény a Marshoz érkezés pillanatában, ha az út 253 napig tart?

Megoldás:

- a) Ha feltételezzük, hogy a bomláshő kizárólag az alfa-bomlásból ered (eltekintünk a magvisszalökődéstől, egyéb sugárzásoktól és a spontán hasadáستól) akkor a bomláshő megkapható mint a reakciógyakoriság és az α -energia szorzata.

Megjegyzés: a magvisszalökődés szintén melegíti az anyagot, ezért elhanyagolásának nem említése elvi hiba! Ugyanakkor az is helyes megoldás, ha valaki korrigál a magvisszalökődésre, és kiszámítja, hogy a bomlási energia:

$$Q \approx E_\alpha \frac{A}{A-4} \approx 1,017 \cdot E_\alpha = 5,688 \text{ MeV}.$$

Tömegegységre ($m = 1 \text{ kg}$) vetítve a teljesítmény:

$$P = E_\alpha R = E_\alpha N \lambda = E_\alpha \frac{m N_A}{M} \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \dots = 489,4 \frac{\text{W}}{\text{kg}} \approx 500 \frac{\text{W}}{\text{kg}}.$$

A Curiosity-n kezdetben $8 \cdot 0,5 \text{ kg} = 4 \text{ kg}$ töltet van, azaz a termikus teljesítmény jó közelítéssel $1957,76 \text{ W} \approx 2 \text{ kW}$, az elektromos teljesítmény pedig $122,36 \text{ W} \approx 125 \text{ W}$.

- b) A teljesítmény esése a bomlástörvényből

$$\frac{P_M}{P_F} = 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} = 2^{-\frac{0,71}{87,7}} = 99,44\%.$$

A változás nagyjából 0,5%, ami elhanyagolható (ez sejthető volt a felezési időből is).

4. Feladat:**(kitűzte: Szűcs József)**

Egy 5 amperes olvadó biztosíték kör keresztmetszetű olvadó szálának átmérője d . Mekkora lesz a biztosíték teherbírása, ha az ugyanabból az anyagból készült olvadó szálát azonos hosszúságú, $2d$ átmérőjűre cseréljük ki? (Tegyük fel, hogy a szálak hőleadása a hengerpalást mentén, tisztán hőszugárzás útján történik.)

Megoldás:

A biztosíték akkor olvad meg, ha a T olvadáspont fölé emelkedik a hőmérséklete. Egyensúlyban a keletkező Joule-hő elvezetéséről a feladat szövege alapján a hőszugárzás gondoskodik. Az izzószál által termelt Joule-hő az izzószál l hosszával, d átmérőjével, ρ fajlagos ellenállással I áram mellett

$$P_\Omega = I^2 R = I^2 \rho \frac{l}{d^2 \pi/4},$$

amit a T olvadásponton éppen kiegyenlít a hőmérsékleti sugárzás:

$$P_H = d\pi l \sigma T^4.$$

A két esetre felírva az energiaegyensúlyt

$$I_1^2 \rho \frac{l}{d^2 \pi/4} = d \pi l \sigma T^4, \quad I_2^2 \rho \frac{l}{(2d)^2 \pi/4} = 2 d \pi l \sigma T^4.$$

A két egyenletet leosztva egymással kapjuk, hogy

$$\frac{1}{4} \left(\frac{I_2}{I_1} \right)^2 = 2 \implies I_2 = I_1 \sqrt{8} = 14,14 \text{ A}.$$

5. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter)

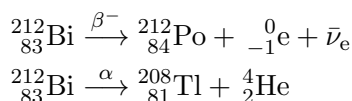
A $^{212}_{83}\text{Bi}$ mag radioaktív, 64% valószínűséggel β^- -bomlással, 36% valószínűséggel α -bomlással alakul át. A megmaradt bizmut atomok száma 60,55 percenként feleződik a bomlás során (azaz felezési ideje 60,55 perc).

- Milyen atommagok keletkeznek a bomlások során?
- Mekkorák az alfa- és a béta-bomlások felezési idejei (T_α ill. T_β) külön-külön?
- A bizmut hány százaléka bomlik el $T_\alpha + T_\beta$ idő eltelte után?

Megjegyzés: Egy többféle módon is bomlani képes radioaktív atommagnál beszélhetünk a különféle típusú bomlások időegységre eső valószínűségéről külön-külön is. Ezek a „részleges” bomlási valószínűségek, vagy részleges bomlási állandók. Mivel a különböző bomlások egymástól függetlenül, véletlenszerűen következhetnek be, ezért a teljes időegységenkénti bomlási valószínűség (λ [1/s]) ezeknek a részleges bomlási valószínűségeknek az összegeként adódik: $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_N$.

Megoldás:

- A bomlások a következőképpen zajlanak le:



Tehát a keletkezett atommagok $^{212}_{84}\text{Po}$ és $^{208}_{81}\text{Tl}$.

- A részleges bomlási állandókat a teljes bomlási állandóból és az elágazási arányból kell kiszámolni: $\lambda_\alpha = 0,36\lambda$, $\lambda_\beta = 0,64\lambda$.

$$T = 60,55 \text{ p} = 1,009 \text{ h} \implies \lambda = 11,45 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{p}} = 0,687 \frac{1}{\text{h}},$$

$$\lambda_\alpha = 0,36\lambda = 4,12 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{p}} = 0,247 \frac{1}{\text{h}} \implies T_\alpha = 168 \text{ p} = 2,81 \text{ h},$$

$$\lambda_\beta = 0,64\lambda = 7,33 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{p}} = 0,440 \frac{1}{\text{h}} \implies T_\beta = 94,6 \text{ p} = 1,58 \text{ h}.$$

-

$$\frac{N(t)}{N_0} = 2^{-\frac{T_\alpha + T_\beta}{T}} = 2^{-\frac{4,39 \text{ h}}{1,009 \text{ h}}} = 0,049,$$

Tehát a Bi 95,1%-a bomlik el, és 4,9%-a marad meg.

6. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba)

A CERN LHC gyorsító-csővében protonok száguldanak azonos sebességgel. Egy-egy proton mozgása elektromos áramerősséget jelent, így a párhuzamosan futó protonok olyanok, mint párhuzamos vezetőkben egy irányba futó áramok. Ezekről pedig tudjuk, hogy vonzzák egymást. Ugyanakkor pedig a protonok – azonos elektromos töltésük lévén – taszítják is egymást. Vajon melyik hatás az erősebb? Indokoljuk meg a választ! (Megjegyzés: a feladatban a pálya görbültségétől és a protonok gyorsításától tekintünk el, azaz vegyük úgy, mintha a feladatban szereplő kölcsönhatások nélkül a protonok egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznének.)

Megoldás:

Az eredménynek inercia-rendszertől függetlennek kell lenni, ezért válasszuk inercia-rendszernek az egyenesvonalú egyenletes mozgást végző protonokkal együttmozgó rendszert! Ebben a rendszerben CSAK elektrosztatikus taszítás van, hiszen a töltések nyugalomban vannak. Ezért a labor rendszerben is a taszító erőnek kell nagyobbak lennie, mint a párhuzamos áramok közötti vonzóerőnek. (Az itt írtak teljes megoldásnak számítanak.)

Alternatív megoldás:

(A diákoktól nem kérjük a levezetést, csak az összehasonlítást!)

Bár nem szükséges, de az is helyes megoldás, ha valaki kiszámítja a lineáris töltéeloszlású, egymástól d távolságra párhuzamosan száguldó protonnyalábok között fellépő taszítóerő, és a protonnyalábok által reprezentált hosszú, I áramerősségű egyenes vezetők közötti mágneses vonzóerő hányadosát.

Vegyünk egy $L \gg d$ hosszúságú protonnyaláb részt. Ez N darab protont tartalmaz, melyek összes töltése $Q = Ne$, ezzel az egyik nyalábtól d távolságban (ahol a másik protonnyaláb fut) az E térerősséget kiszámíthatjuk (Gauss, hengerszimmetriát feltételezve):

$$E = \frac{Ne}{L} \frac{1}{2\pi d\epsilon_0}.$$

Ekkor a két nyaláb egymással szemben lévő L hosszúságú részei között fellépő taszítóerő:

$$F_{\text{el}} = E \cdot Ne = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{(Ne)^2}{2\pi dL}.$$

Másrészt felírhatjuk az L hosszúságú, egyenes, áramjárta vezetők közötti mágneses vonzóerő képletét. Az áramerősség írható úgy, mint

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Ne}{L/v},$$

ahol v a protonok sebessége. A fellépő mágneses erő így

$$F_m = \mu_0 \frac{I^2}{2\pi d} L = \mu_0 \frac{(Ne)^2}{2\pi d L} v^2.$$

A két erő hányadosára tehát írhatjuk, hogy

$$\frac{F_m}{F_{el}} = \frac{\mu_0 \frac{(Ne)^2}{2\pi d L} v^2}{\frac{1}{\epsilon_0} \frac{(Ne)^2}{2\pi d L}} = \mu_0 \epsilon_0 \cdot v^2 = \frac{v^2}{c^2} < 1,$$

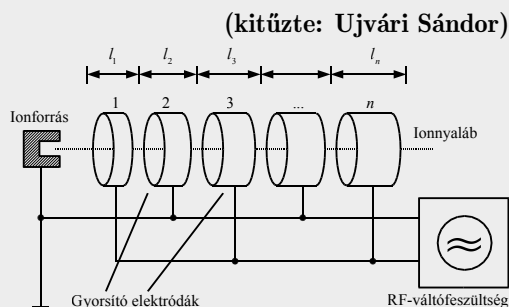
ahol kihasználtuk hogy $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$. Mivel a protonok v sebessége mindig kisebb mint a c fénysebesség, ezért a vonzó mágneses erő mindig kisebb mint a taszító elektromos erő.

7. Feladat:

2 MeV energiájú proton lép egy lineáris gyorsítóba, aminek 597 (fém-ből készült, üreges, hengeres) gyorsító elektródáját (driftcső) egy 200 MHz frekvenciájú oszcillátor működteti. A végső energia 300 MeV. A proton tömege $m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$.

- Milyen hosszú a második driftcső?
- Milyen hosszú az utolsó előtti?
- Hány driftcsőre lenne szükség, ha 500 MeV energiát szeretnénk elérni?

Megjegyzés: A gyorsítás szakaszosan történik az elektródák (driftcsövek) közötti hézagokban. Mivel az elektródák fém-ből vannak, belsejükben nincs elektromos térerősség (Faraday-kalitka), így nincs gyorsítás sem. A gyorsítási folyamat akkor optimális, ha a töltött részecske minden hézagban újra gyorsul, azaz ha két, egymást követő hézagba lépés között éppen félperiódusnyi idő telik el. A hézagközök és elektródák hosszának alkalmas megválasztásával elérhető, hogy a szakaszos gyorsítás egyenlő energiaadagokban történjen. A driftcsövek közötti hézagot - ahol a részecskék gyorsítása történik - tekintjük elhanyagolható szélességűnek a driftcsövek hosszához képest!



Megoldás:

597 driftcső 596 hézagot jelent. A hézagonkénti energianyereség

$$(300 - 2) \text{ MeV} / 596 = 0,5 \text{ MeV}.$$

- A második driftcsőben a sebesség még nemrelativisztikus, tehát írhatjuk, hogy

$$E_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{2 \frac{(2 + 0,5) \text{ MeV}}{938 \text{ MeV}/c^2}} = 0,073c,$$

ahol c a fénysebesség. A driftcső hossza a részecske sebességéből és a periódusidőből

$$l_1 = v_1 \frac{T}{2} = \frac{v_1}{2f} = \frac{0,073 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 2 \cdot 10^8 \text{ 1/s}} = 5,48 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5,48 \text{ cm}.$$

- b) Az utolsó előtti driftcsőben már feltehetően relativisztikus sebességgel mozog a proton. A proton teljes energiája $E = (938 + 299,5) \text{ MeV} = 1237,5 \text{ MeV}$, azaz $\gamma = 1237,5/938 = 1,319$.

Legyen $\beta = v/c$, amivel

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Rightarrow \beta = \frac{\sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma} = 0,652.$$

Ebből az utolsó előtti driftcső hossza az (a) ponthoz hasonlóan

$$l_{n-1} = \frac{\beta c}{2f} = \frac{0,652 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 2 \cdot 10^8 \text{ 1/s}} = \dots = 48,9 \text{ cm}.$$

- c) Ha 500 MeV energiát szeretnénk elérni, ahhoz további $(500 - 300)/0,5 = 400$ driftcsőre lenne szükség (összesen 997).

8. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté)

Arthur Ashkin az 1970-es években fejlesztette ki a fénynyomás elvén alapuló optikai csipeszt (vagy más néven lézercsipeszt), amely egy erősen fókuszált lézernyaláb segítségével mikroszkopikus részecskék háromdimenziós mozgatására alkalmas eszköz, és melynek kifejlesztéséért 2018-ban fizikai Nobel-díjat kapott. A fellépő erők és nyomások nagyságrendjének érzékeltetésére határozzuk meg egy 520 nm hullámhosszú, 50 mW teljesítményű lézer által kifejtett (a) erőt és (b) fénynyomást, ha a lézernyalábot hullámhossznyi átmérőre fókuszáljuk!

Megoldás:

- a) A lézernyaláb által kifejtett erő a teljesítményből számolható:

$$F = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{n \cdot k \frac{h\nu}{c}}{\Delta t} = \frac{k \frac{E}{\Delta t}}{c} = k \frac{P}{c} = 1,67 \cdot 10^{-10} \text{ N},$$

fekete testnél $k = 1$.

- b) A lézer által kifejtett nyomás a nyaláb hullámhosszal megegyező átmérőjének ismeretében pedig:

$$p = \frac{F}{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 \pi} = 786,4 \text{ Pa}.$$

9. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely)

Vegyünk egy, a Nap felszínéről kirepülő protont.

- a) Mekkora minimális kinetikus energiára van szüksége (eV egységekben), hogy elhagyhassa a Naprendszert?
b) Mekkora hőmérsékleten ekkora a részecskék átlagos energiája?

A Nap sugara 695 700 km, a proton tömege $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ kg. (Csak a Nap gravitációs terét vegyük figyelembe, a bolygók gravitációs hatásától tekintsünk el. A megoldáshoz szükséges további adatokat keressük ki a függvénytáblázatból. Figyelem! A táblázatban található szökési sebesség a Föld pályájáról érvényes.)

Megoldás:

- a) A feladat nem adta meg a Nap tömegét. Ez vehető táblázatból, vagy pl. számítható abból, hogy bármely a Nap körül keringő testre (pl Föld) a gravitációs erő biztosítja a pályán maradáshoz szükséges centripetális erőt (Kepler III). Eredményül kapjuk, hogy $M = 1,989 \cdot 10^{30}$ kg.

A szökési sebességet megszerzett test elszakad a központi égitest vonzásából, és attól állandóan távolodik. Ezen a pályán haladva a test sebessége a továbbiakban folyamatosan csökkenni fog, de csak a végtelenben csökken nullára. Az energiamegmaradás alapján a kezdeti és végső kinetikus és potenciális energia összege megegyezik, azaz írhatjuk hogy

$$E_{\text{kin},0} + E_{\text{pot},0} = E_{\text{kin},\infty} + E_{\text{pot},\infty}.$$

A Naptól „végtelen” távol a sebesség nulla, és így a végső kinetikus energia is nulla: $E_{\text{kin},\infty} = 0$. Ugyanakkor a Naptól „végtelen” távol a potenciális energia is nulla: $E_{\text{pot},\infty} = 0$. Tehát a szökési sebességnél a kezdeti potenciális és kinetikus energia összege nulla:

$$E_{\text{kin},0} + E_{\text{pot},0} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{-\gamma Mm}{r_0} = 0$$

Ebből a Nap középpontjától $r_0 = r_N$ távolságból indított test szökési sebességére írhatjuk, hogy

$$v_p = \sqrt{\frac{2\gamma M}{r_N}} = 6,178 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 617,8 \frac{\text{km}}{\text{s}}.$$

A szökési sebességből a proton kinetikus energiája

$$E_p = \frac{m_p v_p^2}{2} = \dots = 3,192 \cdot 10^{-16} \text{ J} = 1992,5 \text{ eV},$$

ahol az utolsó lépésben kihasználtuk, hogy $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

- b) Egy három szabadsági fokú részecskékből álló termikus közegben írhatjuk, hogy az átlagos energia $\langle E \rangle = 3k_B T/2$. Számíthatunk direktben a J egységekben adott energiából, vagy kihasználhatjuk hogy a konverzió eV egységekből K egységbe a k_B Boltzmann-állandó és az e elemi töltés aránya, $1 \text{ eV} \approx 11605 \text{ K}$. Ezzel a hőmérséklet amelyen az átlagos részecske energia 2 keV:

$$T = \frac{2}{3} E_p [\text{J}] \frac{1}{k_B} \equiv \frac{2}{3} E_p [\text{eV}] \frac{e}{k_B} \approx 1,54 \cdot 10^7 \text{ K}.$$

10. Feladat:**(kitűzte: Tarján Péter)**

Egy üreges acélgömb belsejében 5 kg ^{209}Po -ot helyezünk el, majd a gömböt a világűrbe juttatjuk egy olyan pályára, amin a Föld mindig árnyékolja a Napot.

a) Mekkora lesz az állandósult hőmérséklete a gömbnek kezdetben?

b) Adjuk meg a hőmérséklet változásának időfüggését!

A gömb sugara 10 cm, a ^{209}Po α -bomló, felezési ideje 125,2 év, egy bomlásban felszabaduló energia $7,98 \cdot 10^{-13}$ J, a gömb külsejének reflexióképessége 0,8.

Megoldás:

Az alfa bomlásban felszabaduló energia nagyobb részét az alfa részecske, kisebb részét a visszalökődő atommag viszi el mozgási energia formájában. Mindkét részecske mozgási energiája néhány μm úthosszon belül „elfogy”, azaz hővé alakul. Így az acélburkolaton keresztül nem tudnak részecskék megszökni, a bomlási hő a gömb anyagát melegíti. A gömb a világűrben csak hősugárzás révén tud energiát veszíteni, a mikrohullámú háttérsugárzás ($T = 2,7$ K) elnyeléséből nyert energia pedig elhanyagolható. Hőmérsékleti egyensúlyban tehát a bomlásból származó hőteljesítménynek és a kisugárzott hőteljesítménynek meg kell egyeznie.

a) A bomlásból származó hő teljesítménye:

$$P_{\text{bom}} = \frac{\Delta N}{\Delta t} \cdot Q = \lambda N Q = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m_0}{M} \cdot N_A Q = 2017 \text{ W}.$$

A sugárzási teljesítmény a Stefan–Boltzmann törvény és Kirchhoff sugárzási törvénye alapján:

$$P_{\text{sug}} = (1 - r) A \sigma T^4 \quad \Rightarrow \quad T = \sqrt[4]{\frac{P_{\text{sug}}}{(1 - r) 4\pi R^2 \sigma}},$$

ahol R a gömb sugara, $r = 0,8$ a reflexióképessége, $A = 4\pi R^2$ a gömb felszíne. Hőmérsékleti egyensúly esetén $P_{\text{bom}} = P_{\text{sug}}$, ezzel

$$T = \sqrt[4]{\frac{2017 \text{ W}}{0,2 \cdot 4\pi \cdot (0,1 \text{ m})^2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)}} = 1091 \text{ K}.$$

(Ezen a hőmérsékleten a polónium olvadt állapotban van, de az acél még nem.)

b) A gömb hőmérséklete idővel csökken, mert azonos időtartamok alatt egyre kevesebb bomlás történik. A termelt teljesítmény a polónium felezési idejének megfelelően exponenciálisan csökken, a hőmérséklet azonban a negyedik gyök miatt négyszer hosszabb felezési idejű exponenciális szerint:

$$T = \sqrt[4]{\frac{\lambda m N_A Q}{M(1 - r) 4\pi R^2 \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{\lambda m_0 e^{-\lambda t} N_A Q}{M(1 - r) 4\pi R^2 \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{\ln 2 \cdot m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} N_A Q}{T_{1/2} M(1 - r) 4\pi R^2 \sigma}}.$$

2019 Döntő – Megoldások

1. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin || Mindenkinek)

A nyomottvizes atomerőművek aktív zónájában az urándioxid üzemanyagot tartalmazó cirkónium csövekben (üzemanyagpálca) körülbelül $4 \cdot 10^5$ Pa (4 bar) nyomású héliumot töltenek. A reaktor üzemeltetése során a csövek mellett áramló víz körülbelül $1,2 \cdot 10^7$ Pa (≈ 120 bar) nyomású.

- Vajon miért héliumot alkalmaznak?
- Miért nem nagyobb nyomásra töltik fel a pálcákat?

Megoldás:

- Mivel a hélium nemesgáz, ezért kémiaiilag inaktív. A ^4He izotóp nem fog be neutron, mivel zárt a mag héjszerkezete. Másrészt a hélium a gázok között jó hővezetőnek számít. A hélium gáz részecskéinek (atomok) tömege viszonylag kicsi, ezért azonos hőmérsékleten átlagosan gyorsabban mozognak, mint pl. a nitrogén, CO_2 , argon, neon stb. molekulák/atomok. A hővezetés sebessége pedig függ a részecskék átlagos sebességétől is.
- Azért nem töltik a pálcákat nagyobb nyomású héliummal, mert az üzem során a hasadási termékek között keletkeznek gázok is (pl. kripton, xenon), amelyek benne maradnak az üzemanyagpálcában, és azok nyomása hozzáadódik a He nyomásához. Ha rögtön a teljes nyomásra töltlenék, akkor a kampány végére már akár ki is durranhatna a pálca.

2. Feladat:

(kitűzte: Mester András || Mindenkinek)

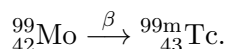
Orvosi diagnosztikában a $^{99\text{m}}_{43}\text{Tc}$ izotópot radioaktív nyomjelzőként használják.

- Mely elem béta-sugárzását követően keletkezik az izotóp?
- Milyen sugárzást bocsát ki a $^{99\text{m}}_{43}\text{Tc}$ izotóp? Milyen elem keletkezik?
- A sugárzó anyagnak hány %-a maradt még a páciens testében 24 óra múlva?
- Mennyi lesz 24 óra elteltével egy technécium izotóp bejuttatásával vizsgált 70 kg-os páciens aktivitása, ha testébe 4,63 nanogramm izotópot juttatnak be intravénásan?

Adatok: a $^{99\text{m}}_{43}\text{Tc}$ felezési ideje 6 óra, biológiai felezési ideje (amely idő alatt a bevitt radioaktív anyag mennyisége az anyagcsere folyamatok miatt felére csökken) 1 nap.

Megoldás:

- A β -sugárzás miatt a technéciumot molibdénből nyerik:



- A gerjesztett állapotban lévő $^{99\text{m}}_{43}\text{Tc}$ gamma-sugárzó, és $^{99}_{43}\text{Tc}$ izotóp keletkezik.
- A biológiai kiürülésre ugyanolyan exponenciális törvény érvényes, mint a fizikai bomlásra (erre utal a „biológiai felezési idő” fogalma is). Jelöljük T_1 -gyel

a radioaktív bomlás felezési idejét és T_2 -vel a biológiai felezési időt. A két csökkenési mód egymástól független, ezért

$$A(t) = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_1}} \cdot 2^{-\frac{t}{T_2}} = A_0 \cdot 2^{-t\left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\right)}.$$

Mivel a kérdés 1 napra szól, ezért praktikus a felezési időt is „nap” egységekben megadni, ezzel $t = 1$ és $1/T_1 + 1/T_2 = 1/1 + 1/(1/4) = 5$. Tehát egy nap alatt a sugárzás az eredeti $2^{-5} = 1/32 = 3,125\%$ -ára csökken.

- d) A vizsgált személybe $4,63 \text{ ng} = 4,63 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$ izotópot juttatnak be. Ez összesen $N_0 = (4,63 \cdot 10^{-9} \cdot 6,022 \cdot 10^{23})/99 = 2,82 \cdot 10^{13}$ darab atom. A kezdeti aktivitás: $A_0 = \ln 2/(6 \cdot 3600 \text{ s}) \cdot 2,82 \cdot 10^{13} = 9,04 \cdot 10^8 \text{ Bq} \approx 900 \text{ MBq}$. Az 1 nap utáni aktivitás a (c) pont alapján pedig $904 \text{ MBq}/32 \approx 28,25 \text{ MBq}$.

Megjegyzés: az eredmény független a vizsgált személy testtömegétől.

3. Feladat:

(**kitűzte: Papp Gergely || Mindenkinek**)

Vegyünk három különböző részecskét: (i) elektron ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$), (ii) töltött $\pi^\pm$ mezon ($m_{\pi^\pm} \approx 273m_e$) és (iii) proton ($m_p \approx 1836m_e$). Első lépésben gyorsítsuk fel őket oly módon, hogy kinetikus energiájuk a nyugalmi energia 2-szerese legyen, ez az 1. gyorsító fokozat.

- Milyen gyorsító feszültséget kell alkalmazunk, ha azt szeretnénk, hogy egy 2. lépcsőben történő további gyorsítás hatására a részecskék teljes energiája megduplázódjon?
- Mekkora lesz a részecskék sebessége fénysebesség egységeiben ($\beta \equiv v/c$) az 1. és a 2. fázis után?

Megoldás:

Jelöljük a részecskék nyugalmi energiáját általánosan E_0 -val. A feladat szerint az 1. gyorsító fokozat után a részecskék kinetikus energiája a nyugalmi energia kétszerese, azaz $E_{k,1} = 2E_0$. Tehát a részecskék teljes energiája $E_{t,1} = E_0 + E_{k,1} = 3E_0$. A második gyorsító lépés után a teljes energia duplázódik, tehát az összenergia $E_{t,2} = 6E_0$ -ra nő, és ehhez $\Delta E = 3E_0$ energiát kell átadni a részecskéknak.

- a) Praktikusabb kifejezni a részecskék tömegét eV egységekben. Az elektron esetén ez $511 \text{ keV}/c^2$, azaz $E_{0,e} = 0,511 \text{ MeV}$. Ebből következik, hogy a 2. gyorsító feszültség $3 \cdot 0,511 \text{ MV} = 1,533 \text{ MV}$. Mivel a tömegek az elektron tömeg arányában vannak megadva, ezért ez eV egységekben is igaz lesz. Így a három részecskére írhatjuk:

	tömeg [m_e]	E_0 [MeV]	2. feszültség [MV]
elektron	1	0,511	1,533
$\pi^\pm$ mezon	273	139,503	418,509
proton	1836	938,196	2814,688

- b) A részecskék sebessége fénysebesség egységeiben $\beta \equiv v/c$ kifejezhető a relativisztikus γ -faktorral:

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}.$$

A γ Lorentz-faktor viszont kifejezhető a teljes energia és a nyugalmi energia arányaként: $\gamma_i = E_{t,i}/E_0$. Ezzel tehát $\gamma_1 = 3$ és $\gamma_2 = 6$. Ezeket behelyettesítve β képletébe, kapjuk hogy

$$\beta_1 = \sqrt{1 - \frac{1}{3^2}} \approx 0,943, \quad \beta_2 = \sqrt{1 - \frac{1}{6^2}} \approx 0,986.$$

Mivel a gyorsító feszültség arányos volt a nyugalmi tömeggel (és később a teljes energiával), ezért a sebességek egyformák mind a három részecskére.

Megjegyzés: az egyszerűség kedvéért a feladat szövegében a proton és pion tömegek egész értékre kerekítve szerepelnek.

4. Feladat:

(kítűzte: Halász Máté || Mindenkinek)

A ${}^7_4\text{Be}$ atommagok protonfeleslegüktől elvileg két módon szabadulhatnak meg.

- Melyik ez a két lehetséges bomlási mód? Vizsgáljuk meg a megadott adatok alapján, hogy energetikailag közülük melyik valósulhat meg!
- A lehetséges bomlás felezési ideje a Földön 53,6 nap, a Nap belsejében viszont átlagosan 83,2 nap. Mi lehet az eltérés magyarázata?

Adatok: $M({}^7_4\text{Be}) = 7,016929 \text{ u}$, $M({}^7_3\text{Li}) = 7,016003 \text{ u}$ (atomtömegek), $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$, $1 \text{ u} = 931,494 \text{ MeV}/c^2$.

Megoldás:

- A ${}^7\text{Be}$ izotóp protontöbbslettel rendelkezik, melytől pozitív béta-bomlás, illetve elektronbefogás útján szabadulhat meg. Írjuk fel a két bomlási mód energiámérlegét! A pozitív béta-bomlás energiámérlege:

$$Q_{\beta+} = [M({}^7\text{Be}) - M({}^7\text{Li}) - 2m_e] c^2 = -0,1594 \text{ MeV} < 0.$$

Az elektronbefogás energiámérlege:

$$Q_{\text{ec}} = [M({}^7\text{Be}) - M({}^7\text{Li})] c^2 = 0,8626 \text{ MeV} > 0,$$

vagyis a ${}^7\text{Be}$ izotóp külső energiabefektetés nélkül csak elektronbefogással képes bomlani.

- Az elektronbefogás időegységre eső valószínűsége függ az atommagot körülvevő elektronsűrűségtől. Mivel a Napban plazma állapotban lévő anyagban a ${}^7\text{Be}$ atomok túlnyomó többségben teljesen ionizált állapotban vannak, ezért jelentősen kisebb elektronsűrűség van jelen az atommagok körül, innen ered az eltérés a Földön, illetve Napban érvényes átlagos élettartam között.

Megjegyzés: Kérdés, hogy vajon van-e a Nap belsejében elég magas hőmérséklet ahhoz, hogy a Be atomok „teljesen ionizált” állapotba kerülhessenek? Az elektronbefogás legnagyobb valószínűséggel a K-héjról (1s állapotból) történik, ezért annak a valószínűsége akkor csökken, ha az 1s állapotból is hiányzik legalább egy elektron (a teljes ionizációhoz mindkét elektronnak hiányozni kell). Táblázatok szerint a 3. elektron eltávolításához kb. 154 eV, a negyedik elektron eltávolításához pedig kb. 212 eV kell. Lásd pl.

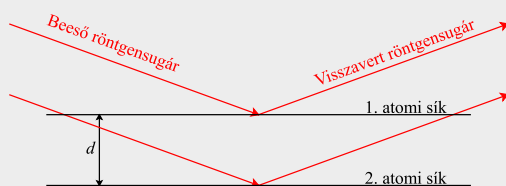
[https://en.wikipedia.org/wiki/Ionization_energies_of_the_elements_\(data_page\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Ionization_energies_of_the_elements_(data_page))

A 3. elektron leszakítása (154 eV) már kb. 1,8 millió K-en, az utolsó, negyedik elektron leszakítása pedig (212 eV) kb. 2,5 millió K hőmérsékleten megtörténhet. A Nap közepén, ahol a fúziós reakciók lezajlanak, ekkora hőmérséklet biztosan van.

5. Feladat:

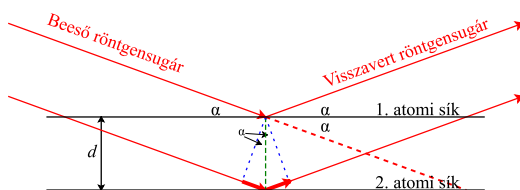
(kitűzte: Tarján Péter || Mindenkinek)

Grafit egykristályt 0,153 nm hullámhosszúságú röntgensugárával vizsgálunk Bragg-geometriában (lásd az ábrát). A visszavert röntgensugarak 3. erősítési maximumának iránya a beeső sugarak irányától 40° -kal tér el. Mekkora a grafitkristály d rácsállandója?



Megoldás:

A röntgendiffrakciónál a beesési és a visszaverődési szöget nem a beesési merőlegestől, hanem a kristály felszínétől mérjük. Itt is igaz viszont a visszaverődési törvénye, azaz mind a beesési-, mind a visszaverődési szög 20° .



12.1. ábra. Röntgendiffrakció vázlatos rajza. A szaggatott vonal a röntgensugárzás eredeti irányát mutatja, amelytől $2\alpha = 40^\circ$ -kal tér el a visszavert nyaláb iránya. A vastagított nyilak mutatják az első és második atomi síkról visszaverődő röntgensugarak közötti útkülönbség nagyságát, amelynek nagysága az ábrából leolvashatóan $2d \sin \alpha$.

Az egymással szomszédos atomi síkokról visszaverődött röntgensugarak útkülönbsége tehát $2d \sin \alpha$. Az erősítés feltétele, hogy az útkülönbség a hullámhossz egész

számú többszöröse legyen; a feladat a harmadrendű maximumra vonatkozó szöveget adja meg, tehát $3\lambda = 2d \sin \alpha$. Innen $d = 3\lambda/(2 \sin \alpha) = 6,71 \cdot 10^{-10}$ m.

6. Feladat:**(kitűzte: Ujvári Sándor || Mindenkinek)**

Pionok és müonok egyforma, $130 \text{ MeV}/c$ lendülettel haladnak át egy átlátszó közegen. Milyen tartományba esik a közeg n törésmutatója, ha csak a müonok keltenek Cserenkov-sugárzást? A pion nyugalmi tömege $140 \text{ MeV}/c^2$, a müoné $106 \text{ MeV}/c^2$. (Cserenkov-sugárzás akkor keletkezik, ha a közegen haladó részecske sebessége nagyobb mint a fény sebessége az adott közegen.)

Megoldás:

A vákuumra vonatkozó törésmutató definíció szerint $n = c/v$, ahol c a fénysebesség vákuumban, míg v a fény sebessége az adott közegen, és $n \geq 1$. A Cserenkov-sugárzás küszöbsebessége:

$$v > \frac{c}{n} \implies \frac{v}{c} \equiv \beta > \frac{1}{n}.$$

Fejezzük ki a részecske β sebességét a teljes energiából és lendületből:

$$\begin{aligned} \frac{v}{c} \equiv \beta &= \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{(m_0^2 c^2)^2}{E^2}} = \sqrt{\frac{E^2 - (m_0^2 c^2)^2}{E^2}} = \\ &= \frac{1}{E} \sqrt{E^2 - (m_0^2 c^2)^2} = \frac{pc}{E}. \end{aligned}$$

A müon lendülete $p_\mu = 130 \text{ MeV}/c$. A müon energiája:

$$\begin{aligned} E_\mu &= \sqrt{p_\mu^2 c^2 + (m_\mu^2 c^2)^2} = \sqrt{130^2 + 106^2} = 167,73 \text{ MeV}, \\ \frac{v}{c} = \beta_\mu &= \frac{p_\mu c}{E_\mu} = \frac{130}{167,73} = 0,775. \end{aligned}$$

A pion lendülete $p_\pi = 130 \text{ MeV}/c$. A pion energiája:

$$\begin{aligned} E_\pi &= \sqrt{p_\pi^2 c^2 + (m_\pi^2 c^2)^2} = \sqrt{130^2 + 140^2} = 191,05 \text{ MeV}, \\ \frac{v}{c} = \beta_\pi &= \frac{p_\pi c}{E_\pi} = \frac{130}{191,05} = 0,680, \end{aligned}$$

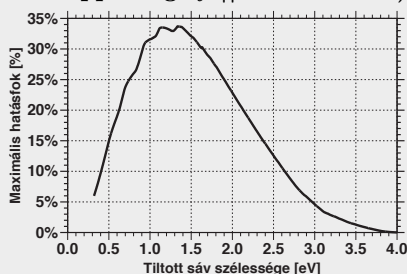
ebből a keresett n törésmutató

$$n_\mu = \frac{1}{\beta_\mu} = 1,29 < n < n_\pi = \frac{1}{\beta_\pi} = 1,47.$$

7. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely || Mindenkinek)

Az egyszerű p-n átmenetű félvezető napelemek hatásfokának van egy elméleti felső határa, az úgynevezett Shockley-Queisser limit. Maximumát 33.7%-nál éri el, azaz 1000 W/m^2 beeső napsugárzásból csak maximum 337 W/m^2 elektromos teljesítmény nyerhető ki. A hatásfok függését a félvezető tiltott sáv szélességétől az ábra mutatja.



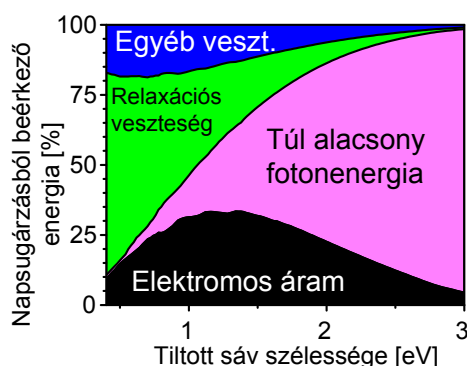
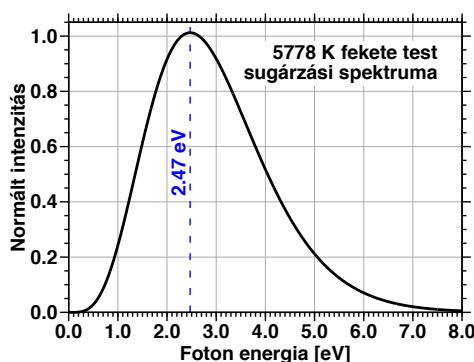
- A Nap felszíni hőmérséklete 5778 K. Milyen hullámhosszon sugározza ki a legtöbb energiát? Hány eV ennek a hullámhossznak megfelelő fotonenergia? *Vázlatosan* rajzoljuk le a sugárzási spektrumot!
- Próbáljuk megmagyarázni a hatásfok limit létezését kvalitatívan (nem számszerűleg)!
- Miért függ a hatásfok a tiltott sáv szélességétől, és miért nem monoton ez a függés?

Megoldás:

- a) A Wien-állandót közelítsük $b \approx 2897 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ -el. Ebből a Nap sugárzásának maximuma

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2897 \mu\text{m} \cdot \text{K}}{5778 \text{ K}} \approx 501,4 \text{ nm}.$$

Ez 2,47 eV energiának felel meg.



- b) A hatásfokban három effektus játszik szerepet:
- A napsugárzás spektruma folytonos, alakját a fekete test sugárzási törvényből kaphatjuk meg.
 - A félvezetőben a tiltott sáv szélességénél kisebb energiájú fotonok nem tudják a szigetelő sávból a vezető sávba gerjeszteni az elektronokat. Ezért a spektrumból a sáv szélességénél kisebb energiájú fotonok elvesznek a folyamat szempontjából.

- iii. A vezető sávba került elektron csak a sáv szélességének megfelelő mennyiségű energiát tudja elektromos áram formájában leadni, a maradék eldisszipálódik.
- c) A (b) pontban írtak következtében a folytonos spektrumból fotononként elektromosan kinyerhető energia a foton energia függvényében egy egységugrás függvény, ahol az ugrás helye a sáv szélessége. Az ugrás „magassága” pedig szintén a sáv szélességétől függ. Ezért aztán ha a sáv szélessége alacsony, akkor kevés energiát tudunk a fotonokból kinyerni. Ha a szélesség nagy, akkor pedig kevesebb fotonból tudunk egyáltalán energiát kinyerni. Az adott energián elérhető fotonok számát pedig a napsugárzás spektruma határozza meg. Így az optimum valahol a kettő között van.
(A feladatban és megoldásban szereplő Shockley-Queisser ábrák forrása: https://en.wikipedia.org/wiki/Shockley-Queisser_limit)

8. Feladat:**(kitűzte: Radnóti Katalin || 2. (Junior) kategória)**

Egy liter asztali fehér bor 77 gramm etilalkoholt (C_2H_5-OH) és 1 gramm káliumot tartalmaz. Határozzuk meg, hogy a fogyasztást követő percekben hogyan aránylik a felszívódó kálium ^{40}K izotópjaitól származó aktivitás (A_K) az alkohol ^{14}C -tartalmától származó aktivitáshoz (A_C)?

Adatok: Felezési idők: $T_{1/2}(^{14}C) = 5730$ év, $T_{1/2}(^{40}K) = 1,248 \cdot 10^9$ év. A kérdéses izotópok részaránya $N(^{14}C)/N(C) = 1,14 \cdot 10^{-12}$, $N(^{40}K)/N(K) = 1,18 \cdot 10^{-4}$.

Megoldás:

Az aktivitás képlete általánosan $A = N \cdot \ln 2 / T = \lambda \cdot N$. A bomlási állandók a két izotópra:

$$\lambda(^{14}C) = \frac{\ln 2}{5,730 \cdot 10^3 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 3,836 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{s}},$$

$$\lambda(^{40}K) = \frac{\ln 2}{1,248 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 1,761 \cdot 10^{-17} \frac{1}{\text{s}}.$$

Amiből az abszolút aktivitások (egy alkoholmolekulában két szénatom van!):

$$A_C = 2 \cdot 3,836 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{77 \text{ g}}{46 \text{ g/mol}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \cdot 1,14 \cdot 10^{-12} = 8,816 \text{ Bq},$$

$$A_K = 1,761 \cdot 10^{-17} \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ g}}{40 \text{ g/mol}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \cdot 1,18 \cdot 10^{-4} = 31,288 \text{ Bq}.$$

Ebből pedig az aktivitások arányára kapjuk, hogy

$$\frac{A_K}{A_C} = \frac{31,288 \text{ Bq}}{8,816 \text{ Bq}} \approx 3,55.$$

9. Feladat:

(kitűzte: Kis Dániel Péter || 2. (Junior) kategória)

Az uránizotópok az indukált hasadás illetve radioaktív bomlás mellett képesek spontán hasadásra is. Az ^{238}U izotóp esetében a bomlások $f_{\text{sf}} = 5,4 \cdot 10^{-5} \%$ -ában következik be spontán hasadás.

- a) A paksi atomerőműben átlagosan mennyi *spontán* ^{238}U hasadás történik egy nap alatt?
 b) Ez mekkora energia felszabadulást jelent?

Adatok: az urán mennyisége 42 t/blokk, a spontán hasadásból felszabaduló energia $3,2 \cdot 10^{-11} \text{ J}$, az átlagos dúsítás 4% (atom %), ezen a dúsításon az urán moláris tömege 237,93 g/mol, a ^{238}U radioaktív felezési ideje $4,468 \cdot 10^9$ év, az erőműnek 4 blokkja van.

Megoldás:

- a) Az U-238 magok számát a tömeg, a dúsítás és a moláris tömeg értékéből számíthatjuk:

$$N_{238} = \frac{(1-d)m}{M_u} N_A = \frac{0,96 \cdot 4 \cdot 4,2 \cdot 10^7 \text{ g}}{237,93 \text{ g/mol}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \frac{\text{db}}{\text{mol}} = 4,08 \cdot 10^{29} \text{ db.}$$

Ebből a napra számított spontán hasadások száma ($T_{1/2}$ -et praktikus nap egységekben megadni):

$$A_{\text{sf}} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N_{238} \cdot f_{\text{sf}} = \frac{\ln 2}{4,468 \cdot 10^9 \cdot 365} \cdot 4,08 \cdot 10^{29} \cdot 5,4 \cdot 10^{-7} = 9,37 \cdot 10^{10} \frac{1}{\text{nap}}.$$

- b) Az ebből a 4 blokkban felszabaduló energia $E = 3,2 \cdot 10^{-11} \cdot 9,37 \cdot 10^{10} = 2,9981 \text{ J} \approx 3 \text{ J}$.

10. Feladat:

(kitűzte: Mester András || 2. (Junior) kategória)

0,2 T erősségű homogén mágneses térben, azonos sugárforrásból, az indukcióvonalakra merőleges síkban egyszerre, egy irányban indul egy $6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ tömegű α -részecske $1,5 \cdot 10^4 \text{ km/s}$, egy β -részecske $8 \cdot 10^4 \text{ km/s}$ sebességgel, és egy γ -foton. (A relativisztikus hatásoktól tekintsünk el.)

- a) Mennyi idő múlva lesz az α -részecske sebessége merőleges a γ -foton pályájára?
 b) Mekkora utat tesz meg ez idő alatt az α - és β -részecske illetve γ -foton?

Megoldás:

- a) A homogén mágneses térben mind az α -, mind a β -részecske körpályán fog mozogni. A γ -foton egyenes pályán halad. Az α -részecske sebessége egy negyed kör megtétele után lesz merőleges a γ pályájára. Az α -részecske pályájának sugara:

$$r = \frac{mv}{QB} = \frac{6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 1,5 \cdot 10^7 \text{ m/s}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,2 \text{ T}} = 1,55 \text{ m.}$$

Az α -részecske periódusideje:

$$T = \frac{2r\pi}{v} = \frac{2 \cdot 1,55 \text{ m} \cdot \pi}{1,5 \cdot 10^7 \text{ m/s}} = 6,51 \cdot 10^{-7} \text{ s},$$

azaz egy negyed kört $T/4 = 1,63 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ alatt tesz meg.

b) Az α -részecske által megtett út

$$s_\alpha = v_\alpha \cdot t = 1,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,63 \cdot 10^{-7} \text{ s} = 2,44 \text{ m}.$$

Ez idő alatt az elektron körpályán $s_\beta = v_\beta \cdot t$ utat fut be:

$$s_\beta = 8 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,63 \cdot 10^{-7} \text{ s} = 13,02 \text{ m},$$

míg a γ -foton fénysebességgel halad, tehát

$$s_\gamma = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,63 \cdot 10^{-7} \text{ s} = 48,8 \text{ m}.$$

11. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || 1. (Szenior) kategória)

A debreceni Atommagkutató Intézetben található Magyarország legnagyobb részecskegyorsító berendezése, amely 1985 óta szolgáltat gyorsított részecskenyalábokat alap- és alkalmazott kutatások számára, illetve orvosi és ipari alkalmazásokhoz is. A gyorsító D alakú üreges fém elektródái (duánsok) a síkjukra merőleges 1,4 T erősségű homogén mágneses térben helyezkednek el. A gyorsított részecskék legnagyobb pályasugara $R = 45 \text{ cm}$.

- Legfeljebb hány MeV energiára tudja gyorsítani a ciklotron a protonokat illetve az α részecskéket?
- 5 MeV végenergiára gyorsításnál az alkalmazott mágneses tér nagysága 0,72 T. Mekkora frekvenciájú váltakozó feszültséget kell kapcsolni a duánsokra, hogy a proton ill. az α részecske a duánsok között mindig gyorsuljon? Hogyan tudnak ilyen α részecskéket gyorsítani, ha a gyorsítófeszültség frekvenciája csak a 8 – 24 MHz intervallumban változtatható?

Megoldás:

- A részecskék a duánsok közti résben gyorsulnak. A duánsok belsejében azonban nincs elektromos tér (Faraday-kalitka), így ott csak a mágneses tér hatásával kell számolnunk, a részecske állandó nagyságú sebességgel halad. A Lorentz-erő a részecskét (fél)kör pályára kényszeríti, amelynek dinamikai feltétele:

$$m \frac{v^2}{r} = QvB \implies v = \frac{QBr}{m},$$

A legnagyobb energiát tehát a maximális pályasugár és a mágneses tér erőssége korlátozza.

A klasszikus ciklotron nem működik relativisztikus energiákon¹², ezért az elérhető legnagyobb energiát közelítőleg lehet klasszikusan számolni:

$$E_{\max} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{Q^2 B^2 R^2}{2m},$$

$$E_p = 3,046 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 19,01 \text{ MeV},$$

$$E_\alpha = 3,046 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 19,01 \text{ MeV} \quad (\text{mert a } \frac{Q^2}{2m} \text{ arány ugyanakkora}).$$

- b) A részecske a duánsok belsejében félkör alakú pályán halad. Az ehhez szükséges idő: $\Delta t = s/v = r\pi/v$.

$$\Delta t = \frac{r\pi m}{QB r}.$$

Viszont amíg a részecske befutja a félkört, a duánsok polaritásának ellenkező előjelűvé kell változnia ahhoz, hogy a részecske újra olyan feszültséggel találkozzon, ami gyorsítja. Ez az időtartam tehát ennek megfelelően egyben a váltakozó feszültség fél periódusidejével egyezik meg:

$$\frac{T}{2} = \frac{m\pi}{QB} \implies f = \frac{Q}{m} \cdot \frac{B}{2\pi},$$

$$f_p = 1,098 \cdot 10^7 \text{ Hz} = 10,98 \text{ MHz},$$

$$f_\alpha = 5,526 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 5,526 \text{ MHz} \approx \frac{1}{2}f_p.$$

Látható, hogy a szükséges frekvencia az α részecskék esetében a rendelkezésre álló tartomány alá esik. Ehelyett annak harmadik harmonikusát (16,58 MHz) használják, ami már hozzáférhető. Így amíg a részecske a duáns belsejében tartózkodik, a gyorsítófeszültség nem egyszer, hanem háromszor vált polaritást, viszont a részecske így is megfelelő fázisban marad.

12. Feladat: (kitűzte: Szűcs József & Sükösd Csaba || 1. (Szenior) kategória)

Mintegy 100 évvel ezelőtt, az 1920-as évek elején – amikor még a kvantummechanika nem született meg, és a neutron sem fedezték fel (1932. Chadwick) – az atommagok összetételét a tudósok még úgy képzelték el, hogy a magban A számú proton és $A - Z$ számú elektron van kötött állapotban. Így pl. az ^{16}O magban 16 proton tart kötött állapotban 8 elektront. Az atommag méretére is csak a Rutherford-kísérlet adott egy felső korlátot: $R < 1 \cdot 10^{-14} \text{ m}$. Az 1920-as években azonban Louis de Broglie felfedezte a róla elnevezett összefüggést, és ezzel minden részecskéhez hullámot is rendeltek, amely a részecske lendületével van kapcsolatban.

¹²Az ATOMKI ciklotronja nem teljesen klasszikus, hanem szektorfókuszált ciklotron, amivel a relativisztikus tömegnövekedést bizonyos mértékig kompenzálni lehet.

- a) Mutassuk meg a de Broglie összefüggés felhasználásával, hogy egy elektron nem lehet kötött állapotban egy $A = 16$ protont tartalmazó, $1 \cdot 10^{-14}$ m sugarú atommagban!
- b) Legalább mekkora sugarúnak kellene lenni az $A = 16$ protont tartalmazó atommagnak, hogy fogva tudjon tartani akár csak egyetlen elektront?

Megoldás:

- a) Vegyük a Rutherford-féle becslést magméretet a de Broglie hullámhossz becslést méretének is: $\lambda_B \approx 1 \cdot 10^{-14}$ m. Ekkor az elektron mozgási energiája a következő lenne:

$$W_m \approx \frac{p^2}{2m_e} = \frac{(h/\lambda_B)^2}{2m_e} = \frac{h^2}{2m_e \lambda_B^2} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (1 \cdot 10^{-14} \text{ m})^2} = 2,41 \cdot 10^{-9} \text{ J} \approx 15000 \text{ MeV}.$$

A negatív potenciális energia viszont:

$$W_p \approx -k \frac{16e^2}{R} = -9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{16 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{1 \cdot 10^{-14} \text{ m}} \approx 3,7 \cdot 10^{-13} \text{ J} \approx -2,3 \text{ MeV}.$$

Mivel a mozgási energia 4 nagyságrenddel nagyobb mint a potenciális, ezért nem jön létre az elektron kötött állapota.

- b) Az elektron kötött állapotának feltétele:

$$E_\Sigma = -k \frac{16e^2}{R} + \frac{h^2}{2mR^2} < 0 \implies R > 6,25 \cdot 10^{-11} \text{ m}.$$

Ez a magméret ellentmond a Rutherford-szórás $R < 1 \cdot 10^{-14}$ m kísérleti eredményeinek.

Megjegyzés: A (b) pontban számolt méret a klasszikus Bohr sugárral (alapállapotú H-atom) összemérhető. Az egyetlen elektron kötéséhez szükséges becslést magméret megfelel a 15-szörösen ionizált P^{+15} atom méretének is.

13. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || 1. (Szenior) kategória)

Az ELI-ALPS szegedi kutatóintézet szuperlézereinek HF-PW nevű ága 2 PW maximális teljesítményű, 17 fs hosszúságú lézerimpulzusokat szolgáltat 800 nm közepes hullámhosszon.

- a) Mekkora az egyetlen lézerimpulzusban tárolt energia? (Tegyük fel, hogy az átlagos teljesítmény a maximális teljesítmény fele).
- b) Hány koherens foton van egyetlen ilyen impulzusban?
- c) Mekkora az elektromos térerősség maximális amplitúdója, ha ez a nyáláb 1 mm^2 felületre van fókuszálva?

- d) Hasonlítsuk a (c) pont eredményét a proton által létrehozott térerősséggel az alapállapotú H-atom sugaránál!
- e) Mekkora lehet az ebben az impulzusban lévő fotonok hullámhossz-bizonytalansága?

Javaslat: használjuk ki, hogy egy vákuumban terjedő elektromágneses hullámban az egységnyi felületre eső S teljesítmény kifejezhető a hullám elektromos térerősségének amplitúdójával: $S = c \cdot \epsilon_0 \cdot E^2$, ahol c a fénysebesség és $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$ a vákuum permittivitása. Tipp: $\Delta(1/x) = \Delta x/x^2$.

Megoldás:

- a) Az átlagos teljesítmény $1 \text{ PW} = 10^{15} \text{ W}$. Az ebben tárolt energia:

$$W = P \cdot t = 1 \cdot 10^{15} \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 17 \cdot 10^{-15} \text{ s} = 17 \text{ J}.$$

- b) Egyetlen 800 nm hullámhosszúságú foton energiája:

$$\mathcal{E}_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{800 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 2,5 \cdot 10^{-19} \text{ J},$$

ezért a 17 J energiát

$$n = \frac{17 \text{ J}}{2,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 6,84 \cdot 10^{19} \text{ db}$$

koherens foton tudja szolgáltatni.

- c) Ha ezt a nyalábot 1 mm^2 felületre fókuszáljuk, akkor a lézerimpulzus alatt a maximális teljesítménysűrűség

$$S = \frac{P}{A} = \frac{2 \cdot 10^{15} \text{ W}}{(10^{-3} \text{ m})^2} = 2 \cdot 10^{21} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

Egy elektromágneses hullámban a teljesítménysűrűség és a benne lévő elektromos térerősség amplitúdója között az összefüggés

$$S = c \cdot \epsilon_0 \cdot E^2,$$

ahol c a fénysebesség és ϵ_0 a vákuum permittivitása ($\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$). Ebből kapjuk:

$$E = \sqrt{\frac{S}{c \cdot \epsilon_0}},$$

illetve behelyettesítve:

$$E = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{21} \text{ AV/m}^2}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}}} = \sqrt{7,53 \cdot 10^{23} \frac{\text{V}^2}{\text{m}^2}} \approx 8,7 \cdot 10^{11} \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

- d) A H-atom sugara (Bohr-sugár): $r_0 = 52,92 \text{ pm} = 52,92 \cdot 10^{-12} \text{ m}$. A protontól ilyen távolságban a térerősség:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e}{r_0^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Vm}}{\text{C}} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{(52,92 \cdot 10^{-12} \text{ m})^2} = 5,142 \cdot 10^{11} \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Látszik, hogy egy ilyen lézerimpulzus akár ki is tudja szakítani az elektront az atom/molekula kötelékéből. Ionizálni tud, annak ellenére, hogy egyetlen fotonja erre képtelen lenne (több fotonos ionizáció).

- e) A hullámhossz-bizonytalanság kiszámításához az energiára és az időre vonatkozó határozatlansági összefüggésből indulunk ki:

$$\Delta \mathcal{E}_f \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Fotonokról lévén szó, ebből kapjuk:

$$h\Delta f \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi \cdot 2} \implies c \cdot \Delta \left(\frac{1}{\lambda} \right) \cdot \Delta t \geq \frac{1}{4\pi}.$$

Kihasználva, hogy

$$\Delta \left(\frac{1}{\lambda} \right) = \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2},$$

kapjuk

$$c \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} \cdot \Delta t \geq \frac{1}{4\pi} \implies \Delta \lambda \geq \frac{\lambda^2}{4\pi \cdot c \cdot \Delta t}.$$

Behelyettesítve:

$$\Delta \lambda \geq \frac{(800 \cdot 10^{-9} \text{ m})^2}{4\pi \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 17 \cdot 10^{-15} \text{ s}} \approx 10 \cdot 10^{-9} \text{ m}.$$

A lézer hullámhossztartománya tehát $\lambda = 800 \pm 10 \text{ nm}$.

Alternatív megoldás:

Kiindulhatunk a helyre és a lendületre vonatkozó határozatlansági összefüggésből is:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Felhasználva a de Broglie-összefüggés kapjuk:

$$c \cdot \Delta t \cdot \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} \cdot h \geq \frac{h}{4\pi}.$$

Ebből is kapjuk:

$$\Delta \lambda \geq \frac{\lambda^2}{4\pi \cdot c \cdot \Delta t} = \frac{(800 \cdot 10^{-9} \text{ m})^2}{4\pi \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 17 \cdot 10^{-15} \text{ s}} \approx 10 \cdot 10^{-9} \text{ m}.$$

A lézer hullámhossztartománya tehát $\lambda = 800 \pm 10 \text{ nm}$.

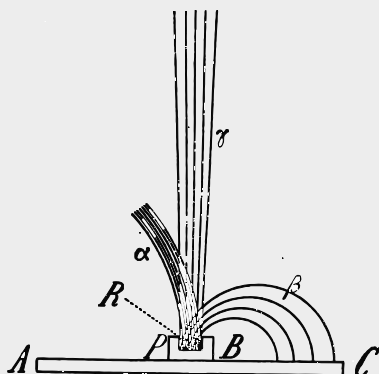
2020 Elődöntő – Megoldások

1. Feladat:

A mellékelt ábra Marie Curie doktori értekezéséből származik, mely 1903-ban jelent meg. A leírás szerint az ABC fényképezőlemezre a rádiumot (R) egy ólomtömbbe (P) vágott kis mélységbe elhelyezve, és annak környezetében erős homogén mágneses teret létesítve, melynek $\vec{B}$ indukcióvektora a rajz síkjára merőlegesen befelé mutat, a preparátumból kiinduló sugarak különválnak.

Az ábrán lévő vonalcsoportok szerkezetéből következtessünk a három különböző sugárzás minél több jellegzetes tulajdonságára! Indokoljuk is meg!

(kitűzte: Radnóti Katalin)



Megoldás:

- A mágneses mezőbe az indukcióvonalakra merőlegesen érkező egyes részecskék (alfa és béta) körpályán (köríven) mozognak a Lorentz erő hatására, ezért az ábra alapján ezek elektromosan töltöttek; míg a γ nem térül el, ezért ez a típusú sugárzás elektromosan semleges. Az eltérülés irányából a részecskék elektromos töltésének az előjelét is meg lehet mondani: az alfa-részecskék pozitív elektromos töltésűek, a béta-részecskék negatívak.
- Az indukcióvonalakra merőlegesen belépő töltött részecskék körpályájának sugara a részecskék lendületétől függ. Ezért az ábráról azt is leolvashatjuk, hogy míg az alfa-részecskék lendülete (és energiája) meghatározott érték, addig a béta-részecskék esetében ez nem így van. Erre Marie Curie a dolgozatában utalt is, hiszen a béta-sugarak mágneses mezőben való eltérülésének érzékeltesére több különböző sugarú körívet rajzolt, míg az alfa-sugarak párhuzamos, azonos sugarú köríveken futnak. A különböző pályasugarak pedig azt jelentik, hogy a mágneses térbe belépő béta-részecskék (elektronok) sebessége különböző. (Megjegyzés: Mint később kiderült, a béta-bomlási folyamatban keletkezik egy antineutrínó is, és e két részecske osztozik az energián.)
- Az alfa-sugárzást ábrázoló vonalaknak határozott vége van: az ionizáció útján történő energiaátadás addig folytatódik, míg az alfa-részecske végül leadja teljes energiáját. (1907-ben kiderült, hogy He-atommá alakul.) A pályanyomok hossza arra utal, hogy az anyagban ennek a sugárzásnak rövid a hatótávolsága. Ez is alátámasztja a fenti megállapítást, hogy ezeknek a részecskéknek azonos az energiája, mivel azonos hosszon adják át azt az anyagnak.
- A γ sugárzás jóval gyengébben ionizál, jóval hosszabb úton adja le energiáját, sokkal hosszabb a hatótávolsága.

2. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Magfizikában léteznek úgynevezett „mágikus számok”.

- Mi a mágikus szám jelentése a magfizikában? Melyek a mágikus számok?
- A függvénytáblázat segítségével soroljunk fel minél több kétszeresen mágikus atommagot!

Megoldás:

- A mágikus számok léte a cseppmodell keretein belül nem magyarázható. A magon belül a nukleonok is héjakba rendeződnek (külön a protonok és külön a neutronok). A mágikus számoknál lezárt héjszerkezetek vannak, melyek stabilabbak. Mágikus számok a 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126.
- Használhatjuk például a függvénytáblázat stabil izotópokra vonatkozó táblázatát. Itt megtalálható kétszeresen mágikus magok például a ${}^4_2\text{He}$, az ${}^{16}_8\text{O}$, a ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ & ${}^{48}_{20}\text{Ca}$, és a ${}^{208}_{82}\text{Pb}$.

Megjegyzés: A mágikusság hatása az elemek természetes előfordulási arányában is megfigyelhető: a kétszeresen mágikus ${}^4_2\text{He}$ az egyik leggyakoribb atommag az univerzumban, a ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ pedig a legnehezebb, természetben előforduló stabil atommag. A 82 protonszám miatt a különböző ólomizotópok 3 bomlási sor „végállomásai”.

Kettősen mágikus például a stabil ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ izotóp, amelyik a legnehezebb olyan atommag, amiben egyezik a neutron- és protonszám. Hasonló figyelhető meg a ${}^{48}_{20}\text{Ca}$ esetén, mely annak ellenére, hogy viszonylag könnyű atom, 20 protonjához képest igen sok, 28 neutron tartalmaz, és mégis stabil.

A mágikus nukleonszám hatására olyan elem is lehet hosszú felezési idejű, amelynek nem-mágikus „szomszédai” jóval rövidebb felezési idejűek. Ez is a mágikus számhoz kötődő megnövekedett stabilitás megnyilvánulása.

3. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba)

Miért nem lehet az atomi elektront olyan golyócskának felfogni, amely „véletlenszerűen rohangál” az atommag körül úgy, hogy előre nem lehet megmondani, hogy hol van?

Megoldás:

Mert ez ellentmondana több megmaradási törvénynek is.

- Centrális erőterben (amilyen az atommag Coulomb-erőtere) a perdületvektor nagyságának és irányának állandónak kell maradnia, ezért a pontszerű elektron pályája csakis egy síkban lehetne. A „véletlenszerű rohangálásnál” ez nem teljesülne, a perdületvektor is „össze-vissza” mutatna.

- b) Véletlenszerű rohangálásnál biztosan gyorsuló mozgást végez az elektron, akkor pedig sugárzással energiát kellene veszítsen. Vagy az atomok nem lehetnének stabilak, vagy pedig sérülne az energia megmaradása.

4. Feladat:**(kitűzte: Halász Máté)**

Mérések azt mutatták, hogy az 1 g tömegű, hermetikusan lezárt ^{226}Ra izotóp mintában hosszú idő alatt is csak legfeljebb $6,4 \mu\text{g}$ tömegű ^{222}Rn leányelem halmozódik fel. A ^{222}Rn felezési ideje $T_{1/2} = 3,8235$ nap. A ^{226}Ra és ^{222}Rn moláris tömegeit vehetjük 226 g/mol -nak ill. 222 g/mol -nak.

- Miért stabilizálódik a ^{222}Rn mennyisége elegendően hosszú idő alatt? Milyen aktivitások jellemzik ezt az állapotot?
- Becsüljük meg ez alapján a rádium (jóval hosszabb) felezési idejét!
- Miért kell hermetikusan lezárni a ^{226}Ra mintát?

Megoldás:

- a) Ha a rádium felezési ideje jóval nagyobb mint a radoné, akkor elegendően hosszú idő elteltével a ^{226}Ra aktivitása még alig csökken, viszont a ^{222}Rn mennyisége már stabilizálódik. Azért stabilizálódik, mert ilyenkor a ^{226}Ra bomlásából időegység alatt „keletkezett” ^{222}Rn atommagok száma megegyezik a mintában lévő ^{222}Rn atommagok elbomlásából származó csökkenéssel. Az előbbi éppen egyenlő a ^{226}Ra aktivitásával, az utóbbi pedig a ^{222}Rn aktivitásával - az aktivitás definíciójából következően. Ilyenkor tehát az anyamag és a leánymag aktivitásai megegyeznek. Ezt az állapotot szekuláris egyensúlynak nevezzük.
- b) Mivel szekuláris egyensúlyban az aktivitások ($A = N\lambda = N \ln(2)/T_{1/2}$) megegyeznek, az atommagok számának aránya megegyezik a felezési idők arányával:

$$A_1 = A_2 \longrightarrow N_1 \lambda_1 = N_2 \lambda_2 \implies \frac{N_1}{T_{1/2}(1)} = \frac{N_2}{T_{1/2}(2)}.$$

Felhasználva a ^{226}Ra és ^{222}Rn moláris tömegeit:

$$N(^{226}\text{Ra}) = \frac{1 \text{ g}}{M(^{226}\text{Ra})} = \frac{1 \text{ g}}{226 \text{ g/mol}} = 4,425 \cdot 10^{-3} \text{ mol},$$

$$N(^{222}\text{Rn}) = \frac{6,4 \cdot 10^{-6} \text{ g}}{M(^{222}\text{Rn})} = \frac{6,4 \cdot 10^{-6} \text{ g}}{222 \text{ g/mol}} = 2,883 \cdot 10^{-8} \text{ mol}.$$

A ^{226}Ra becsült felezési ideje tehát:

$$T_{1/2}(^{226}\text{Ra}) = T_{1/2}(^{222}\text{Rn}) \cdot \frac{N(^{226}\text{Ra})}{N(^{222}\text{Rn})} \approx 1607 \text{ év}.$$

A rádium felezési ideje valóban jóval nagyobb mint a radoné.

- c) A hermetikus elzárásra azért van szükség, mivel a ^{222}Rn nemesgáz, így elzárás nélkül elillanna, és nem alakulhatna ki a szekuláris egyensúly.

5. Feladat:**(kitűzte: Radnóti Katalin & Papp Gergely)**

A nukleáris balesetek, illetve légköri atombomba-robbantások egyik legfontosabb radioaktív terméke az urán hasadása során keletkező, természetben nem megtalálható, tisztán béta-bomló $^{131}_{53}\text{I}$.

- a) A csernobili katasztrófa után a helybeli lakosok pajzsmirigyének $^{131}_{53}\text{I}$ aktivitása körülbelül 1 kBq volt. Becsüljük meg, hogy mennyi idő alatt csökkenhet ez 10 Bq alá! A $^{131}_{53}\text{I}$ fizikai felezési ideje 8,05 nap, a biológiai pedig 120 nap.
- b) A $^{131}_{53}\text{I}$ -et egyes pajzsmirigy-megbetegedések gyógyítására is használják. Megfigyelték, hogy nagy dózisok orvosi használata esetén kisebb valószínűséggel alakul ki mellékhatásként rákos megbetegedés, mint közepes dózisok alkalmazása mellett. Mi lehet ennek az oka?

Megoldás:

- a) A $^{131}_{53}\text{I}$ magok száma mind a radioaktív bomlás, mind a biológiai anyagcsere következtében csökken:

$$N(t) = N(0) \cdot 2^{-\frac{t}{T_{\text{fiz}}}} \cdot 2^{-\frac{t}{T_{\text{bio}}}} = N(0) \cdot 2^{-\left(\frac{t}{T_{\text{fiz}}} + \frac{t}{T_{\text{bio}}}\right)}.$$

Bevezethetünk egy ún. effektív felezési időt:

$$\frac{1}{T_{\text{eff}}} = \frac{1}{T_{\text{fiz}}} + \frac{1}{T_{\text{bio}}} \implies T_{\text{eff}} = 7,544 \text{ nap}.$$

Az aktivitás $A(t) = \lambda N(t)$ időfüggéséből kifejezhetjük az időt, ami ahhoz kell, hogy az aktivitás a 10 Bq/1 kBq = 0,01 részére essen:

$$A(t) = A(0) \cdot 2^{-\frac{t}{T_{\text{eff}}}}$$

$$t = -\frac{T_{\text{eff}} \log\left(\frac{A_t}{A_0}\right)}{\log(2)} = -\frac{7,544 \text{ nap} \cdot \log(0,01)}{\log(2)} = 50,12 \text{ nap}.$$

(A log itt tetszőleges alapú logaritmust jelöl.)

- b) A jód felhalmozódik a pajzsmirigyben, ahol lokális sugárkárosodást okoz. A lokális hatást tovább növeli, hogy a ^{131}I jód béta-bomló, ezért az ionizáló sugárzás csak maximum pár mm mélyre hatol be a szövetbe, míg az átlagos behatolás még ennél is kisebb. A sugárzás hatótávolsága nem függ az izotóp aktivitásától. Kis dózisok által okozott sugárkárosodás nagy részét a szervezet javító mechanizmusai kijavítják. Közepesen nagy dózisokat az érintett sejtek még túlélnek, ám a DNS károsodása miatt a sugárkárosodás hatására később esetleg rákos megbetegedés alakulhat ki. Nagy dózisok esetén a besugárzott sejtek osztódás nélkül elpusztulnak, ezért kisebb valószínűséggel alakul ki rákos megbetegedés.

6. Feladat:**(kitűzte: Tarján Péter)**

A Földre a Napból érkező sugárzás felületegységre jutó teljesítménye (napállandó) $S_0 = 1361 \text{ W/m}^2$.

a) Mennyi a Nap felszínén a felületegységenkénti sugárzási teljesítmény?

b) Számítsuk ki, hogy milyen hullámhosszon sugároz legjobban a Nap!

Használható adatok: az átlagos Nap–Föld távolság: $R = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$, a Nap sugara $r = 6,957 \cdot 10^5 \text{ km}$, a Stefan-Boltzmann állandó $\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4)$, a Wien-féle eltolódási törvény állandója $b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ K}\cdot\text{m}$; a Napot tekintjük abszolút fekete testnek!

Megoldás:

a) A Nap által kisugárzott összes teljesítmény:

$$P_{\text{össz}} = 4\pi R^2 S_0 = 3,828 \cdot 10^{26} \text{ W}.$$

A Nap felületegységenkénti sugárzási teljesítménye:

$$P_{\text{Nap, fel.}} = \frac{P_{\text{össz}}}{4\pi r^2} = 6,293 \cdot 10^7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

Vagy direkt számítással:

$$P_{\text{Nap, fel.}} = \frac{R^2}{r^2} S_0 = 6,293 \cdot 10^7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

b) A Stefan–Boltzmann törvény alapján:

$$6,293 \cdot 10^7 \text{ W/m}^2 = \sigma T^4 \implies T = 5772 \text{ K}.$$

Wien eltolódási törvényét használva meg lehet határozni a maximális emisszióképességhez tartozó hullámhosszt:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T} = 5,021 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 502,1 \text{ nm}.$$

7. Feladat:**(kitűzte: Radnóti Katalin)**

Tegyük fel, hogy a $t = 0$ időpillanatban mérést végzünk egy szabad elektronon. Sikerül olyan mérést végeznünk, amelynek során mind a helyét, mind a lendületét az elméletileg elérhető lehető legpontosabban mérjük. A lendület (p_x) átlagértéke 0 közelében van; a helyet pedig $\Delta x_0 = 10^{-8} \text{ cm}$ -es bizonytalansággal tudjuk meghatározni. (Adatok: $\hbar/2 \approx 5,273 \cdot 10^{-35} \text{ m}^2\text{kg/s}$.)

a) Becsüljük meg a sebesség bizonytalanságát!

b) Mekkora lesz a helybizonytalanság 0,1 s illetve 1 s után? (Azaz: Hogyan terjed szét idővel ez a hullámcsomag?)

Megoldás:

a) A határozatlansági reláció

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}.$$

A feladat szövege szerint az „elméletileg elérhető lehető legpontosabban” mérjük mindkettőt, azaz az egyenlőtlenség helyett most épp egyenlőség áll fenn. Ebből becsülhetjük a sebesség bizonytalanságát:

$$\Delta v = \frac{\hbar}{2m\Delta x} = 5,79 \cdot 10^5 \text{ m/s},$$

ahol m az elektron tömege.

b) Ez azt jelenti, hogy a mérés során ilyen sebesség-komponensekből álló hullámcsomagot hoztunk létre. Mivel a mérés után az elektron „szabad” elektronként viselkedik, ezért a különböző sebességkomponensek zavartalanul haladnak tovább. Ezért a sebesség bizonytalanságból számítható az új helybizonytalanság t idő után:

$$\Delta x(t) = \Delta x_0 + \Delta v \cdot t = \Delta x_0 + \frac{t\hbar}{2m\Delta x_0}.$$

0,1 s után tehát a helybizonytalanság $\Delta x = 57,9$ km, és 1 s után 579 km.

8. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely)

Hány keV mozgási energia mellett lesz egy elektron de Broglie hullámhossza egyenlő a Compton hullámhosszával? (Egy részecske Compton hullámhossza olyan foton hullámhosszát jelenti, amelynek az energiája megegyezik a részecske nyugalmi energiájával.) Az elektron nyugalmi tömege $m_0 \approx 511 \text{ keV}/c^2$.

Megoldás:

A Compton-hullámhossz (a fenti definíció, vagy a függvénytáblázat szerint):

$$m_0 c^2 = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \implies \lambda = \frac{h}{m_0 c} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}.$$

Az ilyen hullámhosszú elektron lendülete a de Broglie-összefüggés szerint:

$$p = \frac{h}{\lambda} = m_0 c.$$

Ezért az ilyen hullámhosszú elektron teljes energiája:

$$E = \sqrt{(pc)^2 + (m_0 c^2)^2} = m_0 c^2 \sqrt{2} = 1,4142 \cdot m_0 c^2 = 722,66 \text{ keV},$$

a mozgási energia pedig:

$$E_m = E - m_0 c^2 = (\sqrt{2} - 1) \cdot m_0 c^2 = 0,4142 \cdot m_0 c^2 = 211,663 \text{ keV}.$$

9. Feladat:**(kitűzte: Tarján Péter)**

Alfa-részecskék hatótávolságát mérjük levegőben végeablakos GM-csővel. A mérésből 2,73 cm-t kapunk, de aztán eszünkbe jut, hogy az alfa-részecskék energiát veszítenek a detektor csillám végeablakán áthaladás közben is, így a kapott hatótávolságot korrigálnunk kell. A GM-cső adatlapján azt találjuk, hogy a végeablak rétegvastagsága (más néven m/A felületi sűrűsége) 2 mg/cm^2 . Adott még az is, hogy $1 \text{ cm } 15^\circ\text{C}$ -os levegőréteg alfa-elnyelés szempontjából egyenértékű $1,43 \text{ mg/cm}^2$ felületi sűrűségű csillámmal. A mérés során a levegő hőmérséklete 27°C .

- Határozzuk meg 1 cm vastag 15°C -os levegőréteg felületi sűrűségét!
- Határozzuk meg az alfa-részecskék korrigált hatótávolságát a 27°C -os levegőben!
- Határozzuk meg az alfa-részecskék energiáját és sebességét a következő összefüggés alapján:

$$R = \frac{1,28 \cdot 10^{-3}}{\rho} (E + 1,34)^{1,90},$$

ahol az R hatótávolságot méterben kapjuk, ha az E energia MeV-ben vett számértékét és a levegő sűrűségének (ρ) kg/m^3 -ben vett számértékét helyettesítjük be.

A légkör nyomását annak súlya adja, ezért a légkör állapotváltozása izobárnak tekinthető. A levegő sűrűsége 15°C -on $1,225 \text{ kg/m}^3$.

Megoldás:

- Először meghatározzuk azt, hogy mekkora $1 \text{ cm } 15^\circ\text{C}$ -os levegő rétegvastagsága (felületi sűrűsége)!

$$d_1 = \frac{m}{A} = \frac{\rho_1 V_1}{A} = \rho_1 x_1 = 1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,01 \text{ m} = 1,225 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2},$$

ahol m az A alapterületű, x_1 magasságú hasámban található anyag (levegő) tömege.

- Állandó nyomáson történő (izobár) állapotváltozásnál a 27°C -os levegő sűrűségére felírhatjuk:

$$\rho_2 = \frac{T_1}{T_2} \cdot \rho_1 = \frac{288 \text{ K}}{300 \text{ K}} \cdot 1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1,176 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Az $1 \text{ cm } 15^\circ\text{C}$ -os levegőréteggel részecskeelnyelés szempontjából egyenértékű 27°C -os levegőréteg vastagsága tehát:

$$x_2 = \frac{d_1}{\rho_2} = 1,042 \text{ cm};$$

ez felel meg tehát $1,43 \text{ mg/cm}^2$ -es csillámrétegnek. A GM-cső végablaka ennél $2/1,43 \approx 1,4$ -szer vastagabb, így $1,042 \text{ cm} \cdot 1,4 = 1,457 \text{ cm}$ levegőrétegnek felel meg. Ez egy additív korrekció, így a teljes hatótávolság a 27°C -os levegőben:

$$R = 2,73 \text{ cm} + 1,46 \text{ cm} = 4,19 \text{ cm}.$$

c) Átrendezve a hatótávolság–energia összefüggést:

$$E = \sqrt[1,90]{\frac{R \cdot \varrho}{1,28 \cdot 10^{-3}}} - 1,34 = 5,49 \text{ MeV} = 8,80 \cdot 10^{-13} \text{ J}.$$

A természetes alfa-részecskékről tudjuk, hogy sosem relativisztikusak, így számolhatunk a klasszikus mozgásienergia-képlettel ($m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$):

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 1,63 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

10. Feladat:

(kitűzte: Mester András)

Gáztöltésű kamrában elhelyezett $^{210}_{84}\text{Po}$ izotóp által kisugárzott alfa-részecskék elnyelődnek a kamrában. A kamra által mért töltésáram $0,5 \mu\text{A}$. Tegyük fel, hogy csak egyszeres elektromos töltésű ionok keletkeznek az ionizáció során, és ezek 38%-át érzékeljük áramként.

- Milyen az alfa-részecskék pályája a kamrában? Mi lehet a magyarázata annak, hogy csak a keletkezett töltött részecskék 38% részéből lesz ionizációs áram?
- Becsüljük meg a preparátum aktivitását!
- Mennyi a preparátum tömege?

Adatok: az alfa-részecskék átlagos energiája $E_\alpha = 5,41 \text{ MeV}$, a $^{210}_{84}\text{Po}$ felezési ideje 138 nap. Levegőben az átlagos ionizációs energia 35 eV , azaz egy-egy ion-elektron pár létrehozásakor ennyi mozgási energiát veszít az α -részecske.

Megoldás:

- Az alfa-részecskék pályája gázokban nagy tömegükből és energiájukból adódóan gyakorlatilag egyenes. Nyomukban viszonylag széles és rövid ionizációs csatorna keletkezik.

Az alfa-részecske nagy fajlagos ionizációja miatt a pálya mentén nagy az elektronok és ionok sűrűsége, és ezek egy része atomokká rekombinálódhat, mielőtt a detektorkamra anódját illetve katódját elérnék. Rekombináció bekövetkezhet különböző nyalábok elektronjai és ionjai között is. Többek között ezek miatt lesz a hatásfok csak 38%-os.

- Az észlelt áram alapján 1 másodperc alatt keletkezett töltéshordozók száma:

$$N_{\text{töltés}} = \frac{I}{e} = \frac{5 \cdot 10^{-7} \text{ C/s}}{1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 3,1208 \cdot 10^{12} \frac{1}{\text{s}}.$$

A keletkezett elektron-ion *párok* száma ennek a fele (hiszen az áramhoz az ionok és az elektronok vándorlása egyenlő arányban járul hozzá):

$$N_{\text{pár}} = \frac{N_{\text{töltés}}}{2} = 1,5604 \cdot 10^{12} \frac{1}{\text{s}}.$$

Ennyi elektron-ion pár keltéséhez szükséges energia másodpercenként:

$$E = 1,5604 \cdot 10^{12} \frac{1}{\text{s}} \cdot 35 \text{ eV} = 5,4613 \cdot 10^{13} \frac{\text{eV}}{\text{s}}.$$

Ennyi energiát le tud adni $5,4613 \cdot 10^{13} \text{ (eV/s)} / 5,41 \cdot 10^6 \text{ eV} = 1,0095 \cdot 10^7$ db alfa-részecske másodpercenként; de ez csak 38%-a a teljes részecskeszámnak. A másodpercenként elnyelt alfa-részecskék száma megegyezik az aktivitással, hiszen a forrás a kamra közepén van, így a geometriai hatásfok 100%:

$$A = \frac{1,0095 \cdot 10^7 \text{ 1/s}}{0,38} = 2,6565 \cdot 10^7 \text{ Bq.}$$

c)

$$A = \lambda N = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A.$$

ahonnan a radioaktív anyag tömegét kifejezve:

$$m = \frac{A \cdot T_{1/2} \cdot M}{\ln(2) \cdot N_A} = \frac{2,6565 \cdot 10^7 \text{ 1/s} \cdot 1,1923 \cdot 10^7 \text{ s} \cdot 210 \text{ g/mol}}{0,6931 \cdot 6,0221 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}} = 1,5935 \cdot 10^{-7} \text{ g.}$$

2020 Döntő – Megoldások

A 2020-as döntő a koronavírus-járvány első hulláma miatt először elhalasztásra került. Ezt követően a további hullámok miatt az év folyamán később sem lehetett jelenléti döntőt tartani, ezért végül az elődöntő eredményei alapján hirdetett sorrendet a Versenybizottság.

2021 Elődöntő – Megoldások

1. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Mekkora a sebessége annak az

- a) elektronnak
- b) protonnak

amelyiknek a mozgási energiája éppen megegyezik a nyugalmi energiájával?

Megoldás:

- a) A feladat szövege szerint a teljes energia

$$E_t = \gamma m_0 c^2 = 2m_0 c^2 \implies \gamma = 2.$$

Innen kifejezhető a részecskék v/c sebessége:

$$\gamma = 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \implies \frac{v}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2} \implies v \approx 0,866c \approx 2,6 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

- b) A részecske nyugalmi tömege kiesik a számítás során, így mindegy hogy elektronnról vagy protonról (vagy egyébről) van szó. Tehát protonra szintén

$$v \approx 0,866c \approx 2,6 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

2. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

A káliumhiányos, illetve a sóelvonókúrán lévő betegeknek Kálium-R tablettát kell szedniük, mely 524,44 mg káliumot tartalmaz tablettánként. Mekkora többletaktivitást jelent napi 2 tablettá bevétele egy egészséges embernek, akinek a ^{40}K aktivitása kb. 5 kBq? A kálium atomok 0,0117%-a ^{40}K , és ennek felezési ideje $1,27 \cdot 10^9$ év.

Megoldás:

Az aktivitás képlete

$$A = \lambda N = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} N.$$

A felezési idő meg van adva, így csak a magok számát kell meghatároznunk:

$$N = 2 \cdot 0,0117\% \cdot \frac{m}{M} N_A = 2 \cdot 1,17 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{0,52444 \text{ g}}{40 \text{ g/mol}} \cdot 6 \cdot 10^{23} \approx 1,84 \cdot 10^{18} \text{ db}.$$

Ebből számítható az aktivitás:

$$A = \frac{0,693}{1,27 \cdot 10^9 \cdot 3,1536 \cdot 10^7 \text{ s}} \cdot 1,85 \cdot 10^{18} \approx 31,85 \text{ Bq}.$$

Így két tabletta $31,85 \text{ Bq}/5 \text{ kBq} \approx 0,64\%$ -os növekedést jelent.

Megjegyzés: A kálium folyamatosan ürül is, 16 napos átlagos biológiai felezési idővel.

3. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté)

Tegyük fel, hogy egy ^{235}U atommag egy neutron befogása után két azonos részre hasad.

- Becsüljük meg, hogy mekkora elektrosztatikus energia szabadul fel a hasadás során (számoljunk egyenletes töltéssűrűséggel)!
- Hogyan viszonyul ez a hasadás során felszabaduló teljes energiához?
- Mi az eltérés oka?

Az R sugarú, $+Ze$ töltésű egyenletesen töltött gömb elektrosztatikus energiája:

$$E_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{R}$$

Megoldás:

- A neutron befogásával létrejövő ^{236}U atommag tömegszáma $A = 236$, sugara a következőképpen számítható:

$$R \approx 1,2 \cdot 10^{-15} \cdot A^{1/3} \text{ m} \approx 7,4 \cdot 10^{-15} \text{ m}.$$

Ha a ^{236}U mag két egyenlő részre hasad, akkor az elektrosztatikus energiában bekövetkező változás $(1/(4\pi\epsilon_0) \equiv k \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)$:

$$\begin{aligned} \Delta E_C &= \frac{3}{5} k \left[\frac{(Ze)^2}{R} - 2 \cdot \frac{\left(\frac{Z}{2}e\right)^2}{R \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{1/3}} \right] = \frac{3}{5} k \frac{(Ze)^2}{R} \left(1 - 2 \cdot \frac{2^{1/3}}{4} \right) = \\ &= \frac{3}{5} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(92 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{7,4 \cdot 10^{-15} \text{ m}} \cdot \left(1 - \frac{2^{1/3}}{2} \right) \approx \\ &\approx 5,85 \cdot 10^{-11} \text{ J} \approx 365,6 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

- Egy hasadás során körülbelül 200 MeV energia szabadul fel, ami jelentősen kevesebb, mint a felszabaduló elektrosztatikus energia.
- Az eltérés oka elsősorban a felületi energiatag hasadás következtében történő növekedése, illetve másodsorban az, hogy a hasadás általában nem szimmetrikusan történik.

4. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Mekkora energiával lehet egy vízmolekulát elemeire bontani? Becsüljük meg az alábbi mérés alapján! Vízet elektrolizálunk, az elektrolízis során keletkezett hidrogéngáz térfogata 10 cm^3 , nyomása 10^5 Pa és hőmérséklete 293 K . Az elektrolízist $1,74 \text{ V}$ feszültségen végezzük $\eta = 90\%$ -os hatásfokkal.

Megoldás:

A vízbontáshoz töltésfelvételre van szükség. A hidrogén leválasztásához szükséges töltés $Q = 2eN$, ahol e az elemi töltés, N pedig az időegység alatt elektrolizált vízmolekulák száma.

Az ehhez szükséges energia U feszültségen $E = \eta UQ$.

A kérdéses molekulánkénti energia tehát:

$$\frac{E}{N} = \frac{\eta UQ}{N} = \frac{\eta U \cdot 2eN}{N} = 2\eta Ue = 2 \cdot 0,9 \cdot 1,74 \text{ V} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \approx 0,5 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 0,5 \text{ aJ}.$$

Alternatív megoldás:

A felbontott molekulák száma a gáztörvényből számítható:

$$N = \frac{pV}{kT} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 293 \text{ K}} = 2,47 \cdot 10^{20} \text{ darab}.$$

A gáztörvényből kiszámolt hidrogén leválasztáshoz szükséges Q töltés:

$$Q = N \cdot 2e = 2,47 \cdot 10^{20} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \approx 79 \text{ C}.$$

A leválasztáshoz szükséges energia

$$E = \eta UQ = 0,9 \cdot 1,74 \text{ V} \cdot 79 \text{ C} \approx 123,7 \text{ J}.$$

Innen $E/N = 123,7 \text{ J} / 2,47 \cdot 10^{20} \approx 0,5 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 0,5 \text{ aJ}$.

5. Feladat:**(kitűzte: Papp Gergely)**

Mekkora legyen a bejövő proton mozgási energiája a $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^7_4\text{Be} + n$ reakció során (a reakció endoterm, reakcióenergia: $Q = -1,6433 \text{ MeV}$), hogy a keletkező neutron a laborrendszerből nézve nyugalomban legyen? A ${}^7_3\text{Li}$ magot tekintsük állónak. Adatok: $m_{\text{Be}} = 7,01693 \text{ u}$, $m_{\text{p}} = 1,00728 \text{ u}$.

Megoldás:

A bejövő proton lendületét teljes egészében a Be magnak kell elvinnie, hiszen a neutron állva keletkezik; ugyanezért a neutron mozgási energiát sem visz el.

A folyamatra felírhatjuk a laborrendszerben a lendület- és energiamegmaradást:

$$p_{\text{p}} = p_{\text{Be}} \equiv p \quad \text{és} \quad E_{\text{Be}} - E_{\text{p}} = Q.$$

A mozgási energiákat a proton p lendületével kifejezve:

$$Q = E_{\text{Be}} - E_{\text{p}} = \frac{p^2}{2m_{\text{Be}}} - \frac{p^2}{2m_{\text{p}}} = \frac{p^2}{2m_{\text{p}}} \left(\frac{m_{\text{p}}}{m_{\text{Be}}} - 1 \right).$$

Innen kifejezhetjük a kérdéses proton energiát:

$$E_{\text{p}} = \frac{p^2}{2m_{\text{p}}} = \frac{Q}{\frac{m_{\text{p}}}{m_{\text{Be}}} - 1} = \frac{-1,6433 \text{ MeV}}{\frac{1,00728 \text{ u}}{7,01693 \text{ u}} - 1} \approx \frac{-1,6433 \text{ MeV}}{0,1436 - 1} \approx 1,92 \text{ MeV}.$$

6. Feladat:

(kitűzte: Mester András)

Egy kísérlet során egy 4 kg tömegű nyúl testébe 5 pikomol mennyiségű radioaktív izotópot juttattak. A sugárzás összaktivitása a 10. napon 3 kBq, a 60. napon pedig 1,5 kBq volt a kísérleti állat testében. Mekkora az elnyelt dózis (J/kg) a nyúl testében a kísérlet első 15 napja alatt, ha a testszövet bomlásenként 1 MeV energiát nyelt el?

Megoldás:

A bevitt radioaktív magok darabszáma

$$N_0 = n \cdot N_A = 5 \cdot 10^{-12} \text{ mol} \cdot 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 3 \cdot 10^{12} \text{ darab.}$$

Az aktivitás 50 nap alatt a felére csökkent, így $T_{1/2} = 50 \text{ nap}$.

A 15. napon meglévő radioaktív magok száma:

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{-t/T_{1/2}} \implies N(15) = 3 \cdot 10^{12} \cdot 2^{-15/50} \approx 2,44 \cdot 10^{12}.$$

Elbomlott: $N_0 - N(15) = 5,6 \cdot 10^{11}$ atom, ez

$$5,6 \cdot 10^{11} \text{ MeV} \approx 5,6 \cdot 10^{11} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J} \approx 0,09 \text{ J.}$$

Ebből az elnyelt dózisa kapjuk, hogy

$$D = \frac{0,09 \text{ J}}{4 \text{ kg}} = 2,25 \cdot 10^{-2} \frac{\text{J}}{\text{kg}} \equiv 22,5 \text{ mGy.}$$

Megjegyzés: A feladat ebben a formában túlhatározott, és ellentmondásos adatokat tartalmaz. A megadott aktivitásból (tizedik napon 3 kBq) a felezési idő (50 nap) ismeretében vissza lehet következtetni a nulladik nap aktivitására, a kezdeti aktivitás és a felezési idő ismeretében pedig ki lehet számítani a radioaktív atomok kezdeti számát. Ez ellentmondásban van a feladatban megadott 5 pikomol = $300 \cdot 10^{10}$ értékkel. Dicséretes, hogy erre az ellentmondásra néhány versenyző rájött. Egy tanuló pedig ezt azzal oldotta fel, hogy a megfigyelt 50 napos felezési időt a fizikai és a biológiai felezési idő eredőjének – effektív felezési időnek – tekintette, és ennek a feltételezésével meghatározta a beadott radioizotóp fizikai és biológiai felezési idejét is! Sajnáljuk, hogy ez az ellentmondás benne maradt a kitűzött feladatban, és külön gratulálunk azoknak a versenyzőknek, akik erre rájöttek!

7. Feladat:

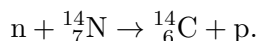
(kitűzte: Papp Gergely)

A ^{14}C szénizotópos (radiokarbon) mérés egy elterjedt technika szerves anyagok kormeghatározásában, amennyiben a minta nem túl öreg ($\lesssim 50\,000$ éves).

- a) Hogyan keletkezik a Földön a radioaktív ^{14}C izotóp?
- b) Mi a radiokarbon kormeghatározási módszer alapelve?
- c) Tengeri élőlények radiokarbon meghatározása esetenként hibás - például frissen kifogott kagylók vagy tengeri emlősök esetén is több ezer éves (vagy még öregebb) - eredményt adhat. Mi lehet ennek az oka?

Megoldás:

- a) A Földön a kozmikus sugárzás hatására keletkező neutronok hatnak kölcsön a légköri nitrogénnel:



A bomlás és keletkezés között beállt egy egyensúly, ezért a légköri ^{14}C koncentráció állandósult.

- b) A módszer alapelve, hogy az élőlények életciklusuk során folyamatosan felvesznek és ürítenek szén (légkörből, táplálékláncból), ezáltal amíg életben vannak, a szöveteikben lévő ^{14}C magok aránya a stabil ^{12}C -höz képest egyensúlyba kerül a légkörrel vagy a tápláléklánccal. Mivel a ^{14}C radioaktív (5730 éves felezési idővel), ezért az élőlény pusztulása után a szénanyagcsere megszűnik és a ^{14}C elbomlik - minél öregebb a minta, annál kevesebb ^{14}C található benne. Amennyiben élete során a légköri értékkel került egyensúlyba (mely ismert és közel állandó viszonyítási szám), úgy az arány változásból kiszámítható a minta elhullásának kora.
- c) Az óceánokban nem a légköri szénizotóp arány található. Egyrészt a vízben is található szén (oldott CO_2 , karbonát ionok, stb), másrészt a vízbe oldódik a kőzetekből több millió éves szén is. Ezért a tengeri táplálékláncban sem a légköri $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ arány található. A pontos arány bonyolult módon függ az élőhelytől, táplálkozási szokásoktól, stb. Így tengeri élőlényekből származó szerves anyagokra a radiokarbon kormeghatározás tipikusan nem (vagy legfeljebb nagyon bonyolult kiegészítő számításokkal) alkalmazható.

8. Feladat:**(kitűzte: Tarján Péter)**

A gerjesztett állapotú ${}^6\text{Li}$ mag gamma-bomló, a bomlás során felszabaduló energia 3562,88 keV. A stabil ${}^6\text{Li}$ atommag tömege $m = 6,013477$ u.

- a) Mekkora sebességgel lökődik vissza a kezdetben álló mag a γ -bomlás során?
- b) Hogyan aránylik ez a hőmozgás átlagos mozgási energiájából származó sebességhez 1500 °C hőmérsékleten (ahol a Li már gáz halmazállapotú)?

Megoldás:

- a) A bomlás során ${}^6\text{Li}$ mag keletkezik. A bomlási energia a lendületmegmaradás miatt megoszlik a foton és a leánymag között, amelyek egymással ellentétes irányban távoznak. A foton energiáját ε -nal, a bomlási energiát Q -val jelölve, az energia- és lendületmegmaradás egyenletei:

$$Q = \varepsilon + \frac{1}{2}mv^2, \quad \frac{\varepsilon}{c} = mv.$$

A második egyenletből: $\varepsilon = mvc$. Ezt az első egyenletbe behelyettesítve:

$$0 = v^2 + 2cv - \frac{2Q}{m}.$$

A másodfokú egyenlet együtthatói

$$A = 1, \quad B \approx 6 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad C \approx -1,14 \cdot 10^{14} \text{ m}^2/\text{s}^2.$$

Az egyenlet gyökei:

$$v_1 \approx 1,9 \cdot 10^5 \text{ m/s}, \quad v_2 \approx -6,0 \cdot 10^8 \text{ m/s},$$

amiből a negatív gyök fizikailag nem értelmes.

- b) Ugyan az atommag a bomlási energiának csak kicsi részét (mindössze 0,032%-át) viszi el, a visszalökődés sebessége így is jelentős. A Li atom átlagos mozgási energiája $1500^\circ\text{C} \approx 1773 \text{ K}$ hőmérsékleten:

$$E_m = \frac{3}{2}kT \approx 3,67 \cdot 10^{-20} \text{ J}.$$

ahonnan a sebesség $v_{\text{th}} \approx 2,71 \cdot 10^3 \text{ m/s}$, azaz a visszalökődési sebesség a hőmozgásból származó sebességnek kb. 70-szerese.

9. Feladat:**(kitűzte: Sükösd Csaba)**

Egy sólámpa belsejében 15 W elektromos teljesítményű, 2000 K hőmérsékleten világító izzólámpa van. A sólámpa kristálya a lámpából ráeső teljesítmény 60%-át elnyeli. A sólámpa teljesen körülveszi az izzószálat, külső felszíne 1000 cm^2 . A sólámpa teljes felszínét, és az állandó 20°C hőmérsékletű környezetet tekintjük feketetest sugárzónak. A konvektív és konduktív hőátadást hanyagoljuk el.

- Mekkora teljesítménnyel fűti az izzó a sólámpát?
- Mekkora teljesítménnyel fűti a környezet a sólámpát?
- Mitől függ, hogy a sólámpa mekkora teljesítménnyel fűti a környezetet?
- Milyen hőmérsékletű lesz a sólámpa felszíne, amikor már beállt a hőmérsékleti egyensúly?

Megoldás:

- a) A feladat szerint az izzó 15 W teljesítményének 60%-át elnyeli, azaz a sólámpát

$$P_I = 15 \text{ W} \cdot 0,6 = 9 \text{ W}$$

teljesítmény fűti az izzóból.

- b) A sólámpára a környezetből eső teljesítmény a hőmérsékleti sugárzásból

$$P_K = F \cdot \sigma \cdot T_K^4 = 1000 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 5,670 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \cdot 293,15^4 \text{ K} \approx 41,87 \text{ W}.$$

- c) A Stefan-Boltzmann törvény alapján a kisugárzott teljesítmény a sólámpa felszínének hőmérsékletétől függ:

$$P_S = F \cdot \sigma \cdot T_S^4.$$

- d) A sólámpa két forrásból kap sugárzási teljesítményt. Egyrészt belülről „fűti” a lámpa izzószála, másrészt a külső környezetből származó hősugárzás. Az egyensúly beállta után a sólámpa külső felszíne hősugárzás formájában az őt ért összteljesítményt fogja kisugározni.

A sólámpát érő összes teljesítmény $P_S = P_I + P_K = 9 \text{ W} + 41,87 \text{ W} = 50,87 \text{ W}$.

A kisugárzásra vonatkozó Stefan-Boltzmann törvény:

$$P_S = F \cdot \sigma \cdot T_S^4$$

$$T_S = \sqrt[4]{\frac{P_S}{F \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{50,87 \text{ W}}{1000 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 5,670 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}}} \approx 307,77 \text{ K}.$$

A sólámpa külső felszínének a hőmérséklete tehát $307,77 \text{ K} \approx 34,6 \text{ }^\circ\text{C}$ lesz.

10. Feladat:**(kitűzte: Szücs József)**

Erőmentes L hosszúságú szakaszra 6 elektront zárunk be (a rendszerre érvényes a Pauli-elv). A bezárt elektronok összes mozgási energiája 10 eV. A kvantált elektronrendszer alapállapotban van.

- Mekkora az L szakasz hossza?
- Milyen maximális hullámhosszúságú fénnel gerjeszthető az elektronrendszer?
- Ha egy L -nek megfelelő hosszúságú láncmolekulákból álló polimerből (ahol a molekulákban 6-6 szabad elektron található) vékony fóliát készítenénk, akkor napfénnel átvilágítva milyen színűnek látnánk a fóliát?

Megoldás:

a) Használjuk a szakaszra bezárt elektronra vonatkozó energia-képletet:

$$E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2.$$

A Pauli-elvnek megfelelően 2-2 elektron van az 1., 2. és 3. energiaszinten. Így az elektronok mozgási energiájának összegét az alapállapot energiájával kifejezhetjük, ebből E_1 és a szakasz L hossza meghatározható:

$$\sum E = 2E_1 + 2 \cdot 4E_1 + 2 \cdot 9E_1 = 10 \text{ eV} \implies E_1 = 10/28 \text{ eV} = \frac{5}{14} \text{ eV}.$$

$$\begin{aligned} E_1 = \frac{h^2}{8mL^2} &\rightarrow L = \sqrt{\frac{h^2}{8mE_1}} = \frac{h}{2} \sqrt{\frac{1}{2mE_1}} = \\ &= \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{2} \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 5/14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}} \approx \\ &\approx 1,026 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 1,03 \text{ nm}. \end{aligned}$$

b) Gerjesztéskor a 3. szinten lévő 2 elektron közül az egyik a 4., 5., 6., ... szintre kerülhet. A maximális hullámhossz ekvivalens a minimális gerjesztési energiával, ennek feltétele:

$$\frac{hc}{\lambda_{\max}} \geq (16-9)E_1 = \frac{35}{14} \text{ eV} \implies \lambda_{\max} \leq \frac{hc}{\frac{35}{14} \text{ eV}} \approx 496 \text{ nm} \quad (\text{kékeszöld szín}).$$

c) Mivel a napsugárzás látható spektrumából (gerjesztés miatt) hiányoznak a 496 nm-es fényhullámok (kékeszöld szín, #00E8BE), ezért a maradék keveréke a kiegészítő vörös (#E82E00) színűnek látszik.

(Megjegyzés: hasonló színek – narancs, narancs-vörös, stb – is elfogadhatók jó megoldásként.)

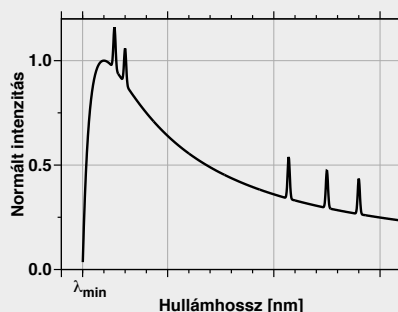
2021 Döntő – Megoldások

1. Feladat:

(kitűzte: Mester András || Mindenkinék)

Egy röntgensőben az elektronok $1,8 \cdot 10^8$ m/s sebességre gyorsulnak fel.

- Hány %-os lesz az elektronok tömegének növekedése?
- Mekkora feszültség gyorsítja az elektronokat?
- A röntgensugárzás intenzitására vonatkozó ábrán a folytonos tartományt az anód-ba becsapódó elektronok úgynevezett „fékezési sugárzása” adja. Mekkora lesz a kibocsátott röntgensugarak $\lambda_{\min}$ legrövidebb hullámhossza?
- Vajon mi okozza az ábrán látható „tűskéket” (a folytonos spektrumra ráakódó vonalas spektrumot)?

Megoldás:

Adatok: $v = 1,8 \cdot 10^8$ m/s, $m_0 = 9,1094 \cdot 10^{-31}$ kg, $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js, $e = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ C.

- a) A sebesség jelentős növekedésével megnőtt a látszólagos tömeg:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{(0,6c)^2}{c^2}}} = 1,25 \cdot m_0,$$

azaz a tömeg látszólagos megnövekedése 25 %-os.

- b) Az elektromos tér munkája megegyezik az elektronok mozgási energiájának változásával. Figyelembe véve, hogy a mozgási energia értéke a relativisztikus összenergia és nyugalmi energia különbsége:

$$eU = mc^2 - m_0c^2 = 0,25m_0c^2.$$

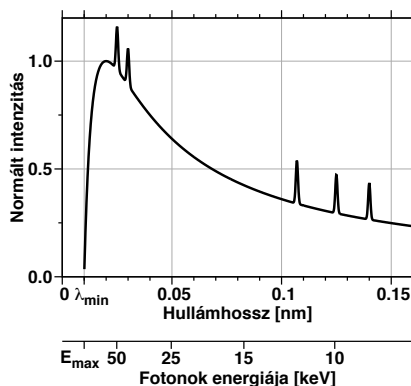
Innen az első egyenlet figyelembe vételével:

$$U = \frac{0,25m_0c^2}{e} = 127,925 \text{ kV} \approx 128 \text{ kV}.$$

- c) Mivel a fékezési sugárzás miatt az ábrán is látható folytonos spektrum jön létre, a legnagyobb fotonenergiát (legkisebb hullámhosszat) akkor kapjuk, amikor egy elektron teljes energiája egyetlen foton energiájává alakul. Az ehhez tartozó minimális hullámhossz $eU = hf_{\max}$.

$$f_{\max} = \frac{eU}{h} = 3,093 \cdot 10^{19} \text{ Hz} \implies \lambda_{\min} = \frac{c}{f_{\max}} \approx 9,964 \cdot 10^{-12} \text{ m} \approx 0,01 \text{ nm}.$$

d) A röntgensugárzás egyik összetevője a fékezési sugárzás, amely egy fotonenergia tartományban folytonos, elektromágneses sugárzás. Az elektronokat gyorsító feszültségtől függ, hogy ez milyen hullámhossztartományt ölel át. A kis tüskék jelzik a röntgensugárzás másik összetevőjét, az úgynevezett karakterisztikus röntgensugárzást. Az anódba becsapódó elektronok az anód atomjainak valamelyik belső elektronhéjáról képesek kiütni egy-egy elektront. A kiütött elektron helyére magasabb héjakon lévő elektronok ugranak, a két elektronállapot energiája közötti különbséget jól meghatározott fotonenergiájú elektromágneses sugárzás formájában kibocsátva. Az így keletkezett - az anód anyagára jellemző - karakterisztikus sugárzás okozza a tüskéket.



2. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)

Nem tudjuk pontosan, hogy egy koronavírus-oltás után a beoltott ember mennyi ideig marad védett a vírus ellen. Válasszuk azt a modellt, hogy ez is a radioaktív atommagokhoz hasonlóan történik: azaz nagyon sok ember esetén N beoltott emberből T „felezési idő” után már csak $N/2$ marad védett. A járványügyi szakemberek szerint a „nyájimmunitást” akkor érnük el, ha egy adott idő után a lakosságnak legalább 60%-a védett lesz. Tegyük fel, hogy pl. $T = 25$ hét.

- A 60%-os átoltottság elérése után legalább milyen, időben állandó sebességgel kell oltani az éppen nem immunis embereket, hogy a védett személyek aránya ne csökkenjen 60% alá?
- Hány főt kell hetente beoltani egy tízmilliós lakosságú országban?

Megoldás:

A jelenség analóg a radioaktív egyensúllyal, amikor valamilyen folyamat révén radioaktív atommagok keletkeznek (pl. atomreaktorban, neutronbesugárzás hatására, a légkörben a kozmikus sugárzás hatására, stb.) és a radioaktivitásuk miatt pedig el is bomlanak. E két folyamat egyensúlyba kerül: az aktivitás az egyensúly beállta után időben állandóvá válik. Esetünkben a „keletkezés” a védőoltás felvétele és az immunitás kialakulása, a „bomlás” pedig az immunitás megszűnése.

- Az egyensúly beállta után a védett emberek N_v számának relatív változása egy hét alatt a bomlástörvény alapján:

$$\frac{\Delta N_v}{N_v} = 1 - 2^{-t/T} = 1 - 2^{-\frac{1 \text{ hét}}{25 \text{ hét}}} = 0,0273.$$

Tehát a védett emberek (a népesség 60%-a) 2,73%-a veszíti el hetente a védettségét. A konstans 60%-os védettségi arány fenntartásához legalább ennyi embert kell hetente beoltani.

Alternatív megoldás: Az újonnan beadott védőoltásokkal az időegységenként elvesztett („elbomlott”) oltottak számát szeretnénk pótolni. Ez a mennyiség analóg az aktivitással: $A = (\ln 2/T)N_v$. Innen az egy hét alatt oltandó emberek aránya

$$\frac{\Delta N_v}{N_v} = 1 \text{ hét} \cdot \frac{\ln 2}{25 \text{ hét}} \approx 2,77\%.$$

- b) A teljes népességnek ez $1,64 - 1,66\%$ -a, tízmilliós lakosságnál $\approx 164\,000 - 166\,000$ ember hetente.

3. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté || Mindenkinek)

Gamma-foton kibocsátásakor és elnyelődésekor az atommag kicsit visszalökődik, illetve meglökődik. Ez beleszól az energiamérlegbe, és ezért a kibocsátott gamma-foton energiája nem azonos azzal, mint amit a mag el tud nyelni. Így az atomoknál megfigyelt optikai rezonancia-abszorpció az atommagoknál nem jön létre. Az egyik lehetséges mód arra, hogy atommagok esetén megfigyeljük a rezonancia-abszorpciót, a Doppler-jelenség kihasználása: a forrást és az abszorbenst nagy sebességgel egymás felé mozgatjuk, például úgy, hogy az egyiket egy gyorsan forgó korongra erősítjük. Mekkora fordulatszámra kell ehhez forgatnunk egy $r = 5$ cm sugarú korongot, melynek végére egy $E_\gamma = 412$ keV energiájú γ -sugárzást kibocsátó $^{198\text{m}}\text{Hg}$ sugárforrás van erősítve? Adatok: A $^{198\text{m}}\text{Hg}$ atomtömege $M = 197,97$ u, $1 \text{ u} = 931,49 \text{ MeV}/c^2$.

Megoldás:

Az atommag meglökődési (foton-abszorpció) és a visszalökődési (foton-emisszió) energiáját a lendület- és energiamegmaradás törvényének segítségével számíthatjuk ki. A γ -foton lendülete a következőképpen fejezhető ki: $p_\gamma = E_\gamma/c$.

Mind az abszorpció esetén, mind az emisszió esetén ekkora lendületet kap az atommag a lendületmegmaradás miatt. A két esetben csak a lendület iránya más: abszorpció esetén az atommag lendületének iránya megegyezik a fotonéval, az emisszió esetén pedig azzal ellentétes irányú. Az atommag által kapott mozgási energia azonban csak a kapott lendület négyzetétől függ, így az előjelnek nincs szerepe. Ezért ezt az energiamegmaradás egyenletébe helyettesítve a meglökődési, illetve a visszalökődési energia a következő:

$$E_m = \frac{p_m^2}{2M} = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}.$$

A $^{198\text{m}}\text{Hg}$ 412 keV energiájú γ -vonala esetén ez az energia $E_m = 0,46$ eV. Ahhoz, hogy a céltárgyban lévő $^{198\text{m}}\text{Hg}$ atommagok képesek legyenek elnyelni a forrás által kibocsátott γ -fotonokat, a Doppler-effektus segítségével $2 \cdot E_m$ energiakiülönbségnek megfelelő frekvenciaeltolódást kell elérnünk:

$$E'_\gamma = E_\gamma + 2E_m = E_\gamma \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right).$$

(Mivel a várható sebesség jóval kisebb a fénysebességnél, ezért elegendő volt a Doppler-effektus klasszikus képletével számolni.) A sebesség innen kifejezhető:

$$v = c \left(\frac{E_\gamma + 2E_m}{E_\gamma} - 1 \right) = c \left(1 + \frac{2E_m}{E_\gamma} - 1 \right) = c \cdot \frac{2E_m}{E_\gamma} \approx 670 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A fordulatszám a sebességből és a korong sugarából számolható:

$$f = \frac{v}{2r\pi} \approx 2,13 \cdot 10^3 \frac{1}{\text{s}} = 1,28 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{min}}.$$

Megjegyzés: lásd még a 2017-es szimulációt (86. oldal) és megoldását (262. oldal).

4. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)

Becsüljük meg a határozatlansági reláció felhasználásával a harmonikus rezgőmozgást végző kvantumos részecske (oszillátor) potenciális és kinetikus energiájának arányát alapállapotban!

Megoldás:

Alapállapotban az oszillátor nem „mozog”, azaz a lendületének a várható értéke nulla $\langle p \rangle = 0$. Az állapotfüggvénynek azonban véges kiterjedése van (Δx), és így a Heisenberg-összefüggés miatt kell legyen Δp „lendület-kiterjedése” is. Ezek miatt az alapállapot energiája:

$$E = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{(\Delta p)^2}{2m} + \frac{1}{2}D(\Delta x)^2.$$

Használjuk a Heisenberg-összefüggést (becslésünkhöz tegyük fel hogy egyenlőség áll fenn, hiszen ekkor kerülünk a legközelebb a megszokott klasszikus esethez):

$$\Delta p \approx \frac{\hbar}{2\Delta x},$$

ezt visszahelyettesítve kapjuk:

$$E = \frac{\hbar^2}{8m(\Delta x)^2} + \frac{1}{2}D(\Delta x)^2.$$

Alapállapotban ennek a kifejezésnek a minimumát keressük. Ezt kétféleképpen is megtehetjük.

(i) Ehhez használjuk még fel a számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenséget:

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{2} = \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b},$$

ahol az egyenlőség csak $a = b$ esetén áll fenn. Legyen

$$\frac{a}{2} = \frac{\hbar^2}{8m(\Delta x)^2}, \quad \frac{b}{2} = \frac{1}{2}D(\Delta x)^2.$$

Ekkor $(a + b)/2$ éppen az energia-kifejezést adja. Ennek a minimuma $a = b$ esetén jön létre. Mivel $a/2 = E_{\text{kin}}$ és $b/2 = E_{\text{pot}}$, ezért

$$\frac{E_{\text{kin}}}{E_{\text{pot}}} = \frac{a/2}{b/2} = \frac{a}{b} = 1.$$

- (ii) A második lehetőség - ha valaki tanulta - a deriválás. Mivel mindkét tag $(\Delta x)^2$ -től függ, célszerű bevezetni az $u = (\Delta x)^2$ változót. Így kapjuk:

$$E = \frac{\hbar^2}{8mu} + \frac{1}{2}Du.$$

A szélsőérték meghatározásához ennek a deriváltját kell 0-vá tenni:

$$\frac{dE}{du} = -\frac{\hbar^2}{8mu^2} + \frac{1}{2}D = 0.$$

Ebből $u = \sqrt{\hbar^2/4mD}$. Ezt visszahelyettesítve kapjuk:

$$E = \frac{\hbar^2\sqrt{4mD}}{8m\hbar} + \frac{1}{2}D\hbar\frac{1}{\sqrt{4mD}}.$$

Elvégezve a lehetséges egyszerűsítéseket kapjuk:

$$E = \frac{\hbar}{4}\sqrt{\frac{D}{m}} + \frac{\hbar}{4}\sqrt{\frac{D}{m}}.$$

Innen látszik, hogy energiaminimum esetén a kinetikus energia és a potenciális energia azonos.

Megjegyzés #1: Egy további érdekes eredményt is megkaphatunk, bár a feladat erre nem kérdezett rá. Az $a/2 = b/2$ egyenlőségből kapjuk:

$$\frac{\hbar^2}{8m(\Delta x)^2} = \frac{1}{2}D(\Delta x)^2 \implies (\Delta x)^2 = \frac{\hbar}{2}\sqrt{\frac{1}{Dm}}.$$

Ezt visszahelyettesítve kapjuk a harmonikus oszcillátor alapállapot energiáját:

$$E = \frac{\hbar^2}{8m(\Delta x)^2} + \frac{1}{2}D(\Delta x)^2 = \frac{\hbar^2}{8m} \cdot \frac{2}{\hbar}\sqrt{Dm} + \frac{1}{2}D \cdot \frac{\hbar}{2}\sqrt{\frac{1}{Dm}} = 2 \cdot \frac{\hbar}{4}\sqrt{\frac{D}{m}}.$$

Figyelembe véve, hogy egy klasszikus harmonikus oszcillátorra $\omega = \sqrt{D/m}$, kapjuk végül hogy $E = \hbar\omega/2$.

Megjegyzés #2: Az egyik versenyző a viriáltételre hivatkozva a hibás $2E_{\text{kin}} = -E_{\text{pot}}$ következtetésre jutott. A helyes választ meg lehet adni a viriáltétel segítségével is, de figyelembe kell venni, hogy azokban a speciális esetekben, amikor a részecskék közötti kölcsönhatási potenciál a távolságtól $V(r) = Cr^n$ alakban függ, akkor a viriáltétel értelmében $2\langle E_{\text{kin}} \rangle = n\langle E_{\text{pot}} \rangle$, ahol a $\langle \dots \rangle$ az átlagolást jelenti. A harmonikus oszcillátornál $n = 2$ (parabola-potenciál), így ebből adódik, hogy $\langle E_{\text{kin}} \rangle = \langle E_{\text{pot}} \rangle$.

5. Feladat:**(kitűzte: Papp Gergely || Mindenkinek)**

A magas légkörben alacsony energiájú neutronok $^{14}_7\text{N}$ magokkal való kölcsönhatása során keletkezhet $^{14}_6\text{C}$ radiokarbon mag. A radioaktív $^{14}_6\text{C}$ mag bomlásakor keletkező elektronok maximális energiája $E_0 = 0,156 \text{ MeV}$.

- Írjuk fel a $^{14}_6\text{C}$ mag bomlásának folyamatát!
- Milyen részecske keletkezik még az alábbi reakcióban? $n + ^{14}_7\text{N} \rightarrow ^{14}_6\text{C} + ?$
- Mekkora mozgási energiával keletkezik a $^{14}_6\text{C}$ és a kérdéses részecske?

(A bejövő neutron és a nitrogén mag mozgási energiáját hanyagoljuk el.)

Adatok: $m_p = 938,272 \text{ MeV}/c^2$, $m_n = 939,565 \text{ MeV}/c^2$, $m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2$.

Megoldás:

- A radiokarbon negatív béta-bomlással bomlik, azaz $^{14}_6\text{C} \rightarrow ^{14}_7\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e$.
- Tömeg- és töltésmegmaradásból $n + ^{14}_7\text{N} \rightarrow ^{14}_6\text{C} + p$.
- A keletkező részecske a $\approx 14 \text{ u}$ tömegű $^{14}_6\text{C}$ és egy proton $m_p \approx 1 \text{ u}$, tehát a két részecske jó közelítéssel 1:14 arányban fog osztozni a Q reakcióenergián. (Megjegyzés: számolhatunk pontosabb értékekkel is, de nem szükséges.) Mekkora a reakcióenergia?

$$\begin{aligned} n + ^{14}_7\text{N} &\longrightarrow ^{14}_6\text{C} + p, \\ m_n + m_{^{14}\text{N}} &= m_p + m_{^{14}\text{C}} + Q/c^2, \\ Q/c^2 &= m_n - m_p + m_{^{14}\text{N}} - m_{^{14}\text{C}}. \end{aligned}$$

Ezen a ponton két választásunk van. Vagy kikeressük táblázatból az atomtömegeket, vagy felhasználjuk a megadott adatot. Eszerint a $^{14}_6\text{C}$ bomlásakor keletkező elektron maximális energiája $0,156 \text{ MeV}$. Mivel $m_{^{14}\text{N}} \gg m_e$, ez jó közelítéssel megegyezik a béta-bomlás során keletkező energiával. Felírva erre is az energiamegmaradást

$$m_{^{14}\text{C}} = m_{^{14}\text{N}} + m_e + m_{\nu} + 0,156 \text{ MeV}/c^2.$$

Ezt az egyenletet a fenti egyenlettel kombinálva, és kihasználva hogy $m_{\nu} < 0,12 \text{ eV}/c^2$ kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} Q/c^2 &= m_n - m_p - m_e - 0,156 \text{ MeV}/c^2, \\ Q &= 939,565 \text{ MeV} - 938,272 \text{ MeV} - 0,511 \text{ MeV} - 0,156 \text{ MeV} = 0,626 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Ezen az energián osztoznak $\approx 1:14$ arányban a radiokarbon és a proton, tehát $E_p = 0,5843 \text{ MeV}$ (irodalmi adat: $0,584 \text{ MeV}$) és $E_{^{14}\text{C}} = 0,0417 \text{ MeV}$.

6. Feladat:**(kitűzte: Veres Gábor & Tarján Péter || Mindenkinek)**

A $^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$ „izotópgenerátort” gyakran használják a radioaktív bomlás bemutatására, a Ba rövid felezési ideje miatt. Ebben a hosszú felezési idejű Cs

egy kicsi tartályban van elhelyezve, és termeli leányelemét, a Ba-ot. Szükség esetén a tartály belsejéből a Ba-ot ki lehet oldani (kémiai különbözősége miatt), míg a Cs benne marad. Tegyük fel, hogy egy alkalmazáshoz kioldottuk a tartályban levő összes Ba-ot. Mennyi ideig tart ezután, hogy a tartályban a Ba aktivitása újra elérje a Cs aktivitásának 90%-át? Adatok: a ^{137}Cs felezési ideje $T_1 = 30$ év, a ^{137m}Ba felezési ideje $T_2 = 2,55$ min. Útmutatás: Egy bomlási sor második tagjának aktivitása az idő függvényében, általános esetben $A_2(t) = A_1(0) \cdot \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot \left(2^{-\frac{t}{T_1}} - 2^{-\frac{t}{T_2}}\right)$ (a leányelem mennyisége kezdetben 0).

Megoldás:

A Cs (a továbbiakban 1. indexű) és a Ba (a továbbiakban 2. indexű) elég hosszú idő után egyensúlyba kerülnek, a Cs sokkal hosszabb felezési ideje miatt. Ilyenkor időegység alatt ugyanannyi Ba atom keletkezik a Cs bomlásából, mint amennyi radioaktív Ba elbomlik. Ez azt jelenti, hogy az aktivitásaik megegyeznek, azaz $A_1(t) = A_2(t)$. (Ezt az állapotot szekuláris egyensúlynak hívjuk.)

Amikor a Ba-ot eltávolítjuk a tartályból, a mennyisége (és ezzel az aktivitása is) 0-ról kezd el növekedni, és tart a Cs aktivitásához, a következő összefüggés szerint:

$$A_2(t) = A_1(0) \cdot \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot \left(2^{-\frac{t}{T_1}} - 2^{-\frac{t}{T_2}}\right).$$

Emeljünk ki a zárójelből $2^{-\frac{t}{T_1}}$ -t, és vegyük észre, hogy

$$A_1(t) = A_1(0) \cdot 2^{-\frac{t}{T_1}}.$$

Így kapjuk:

$$A_2(t) = A_1(t) \cdot \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot \left(1 - 2^{-t \cdot \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)}\right).$$

A feladat szerint azt a t időt keressük, amelyre igaz az, hogy $A_2(t)/A_1(t) = 0,9$:

$$0,9 = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot \left(1 - 2^{-t \cdot \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)}\right).$$

Azonos átalakítással:

$$1 - 0,9 \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 2^{-t \cdot \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)}.$$

Mivel $T_1 \gg T_2$, ezért $(T_1 - T_2)/T_1 \approx 1$, és $(1/T_2) \gg (1/T_1)$, így egyszerűsíthetjük:

$$0,1 = 2^{-\frac{t}{T_2}} \implies t = -T_2 \frac{\ln(0,1)}{\ln(2)} \approx 8,47 \text{ perc.}$$

(Az is elfogadható megoldás, hogy a Cs hosszú felezési ideje miatt $A_1(t) \approx A_1(0)$.)

7. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté || Mindenkinek)

A Napban lejátszódó p-p ciklusban a legtöbb neutrínó a $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu$ fúziós reakcióból származik, azonban a legnagyobb energiájú neutrínók a Nap belsejében szintén jelen lévő ${}^8\text{B}$ magok pozitív β -bomlása során keletkeznek.

- Számítsuk ki a kibocsátott neutrínók maximális energiáját a protonok fúziója esetén, illetve a ${}^8\text{B}$ pozitív β -bomlása során, ha a ${}^8\text{Be}$ leánymag 2,84 MeV energiájú gerjesztett állapotban keletkezik!
- A 60-as évek végén végzett Davis-kísérlet során a $\nu + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar}$ magreakciót használták a Napban lejátszódó fúzióból származó neutrínók detektálására (a keletkező, elektronbefogással bomló argont kibuborékolta-tás után gázionizációs detektorral mérték meg). Mutassuk meg, hogy csak a ${}^8\text{B}$ pozitív β -bomlása során keletkező neutrínók tudják ezt a reakciót kiváltani!

Adatok: $M({}^8\text{B}) = 8,024606 \text{ u}$, $M({}^8\text{Be}) = 8,005304 \text{ u}$, $1 \text{ u} = 931,4941 \text{ MeV}/c^2$, $M({}^{37}\text{Cl}) = 36,965897 \text{ u}$, $M({}^{37}\text{Ar}) = 36,966770 \text{ u}$, $m_p = 1,00727647 \text{ u}$, $m_e = 5,48579909 \cdot 10^{-4} \text{ u}$, $m_d = 2,01355345 \text{ u}$. (A megadott tömegek atomtömegek.)

Megoldás:

- A kezdeti állapotok és a termékek figyelembe vételével a $p + p$ fúziós reakció és a ${}^8\text{B}$ pozitív β -bomlása során keletkező neutrínók maximális energiája:

$$p + p \rightarrow d + e^+ + \nu,$$

$$E_{\nu,1}^{\max} = [2m_p - (m_d + m_e + m_\nu)] c^2 \approx [2m_p - m_d - m_e] c^2 = 0,420 \text{ MeV},$$

valamint

$${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be}^* + e^+ + \nu,$$

$$E_{\nu,2}^{\max} = \{M({}^8\text{B}) - 5m_e - [M({}^8\text{Be}) - 4m_e] - m_e\} c^2 - 2,84 \text{ MeV} = 14,06 \text{ MeV},$$

ahol figyelembe vettük, hogy a Nap belsejében a ${}^8\text{B}$ és ${}^8\text{Be}$ atomok túlnyomó többségben teljesen ionizált állapotban vannak jelen.

- A kísérletben használt magreakció kiváltásához szükséges minimális neutrínó-energia:

$$\begin{aligned} E_{\nu,\min} &= -[m_\nu + M({}^{37}\text{Cl}) - M({}^{37}\text{Ar}) - m_e + m_e] c^2 \approx \\ &\approx -[M({}^{37}\text{Cl}) - M({}^{37}\text{Ar})] c^2 = 0,813 \text{ MeV}, \end{aligned}$$

ahol ismét elhanyagoltuk a neutrínó tömegét. Tehát a kísérletben használt magreakciót a fentiek közül csak a ${}^8\text{B}$ pozitív β -bomlásából származó neutrínók képesek kiváltani.

8. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || 2. (Junior) kategória)

Anna és Berci egy laboratóriumi mérésben elektronnyaláb mozgását vizsgálták.

A jegyzőkönyv szerint az elektronoknak $x = (0,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-10}$ m helyen $v_x = (1,5 \pm 0,4) \cdot 10^7$ m/s a sebessége. Anna szerint a mérésben van valami hiba, de Berci szerint a mérés jó. Kinek van igaza és miért?

Megoldás:

A Heisenberg-féle határozatlansági összefüggés szerint $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$. Itt most $\Delta p_x = m \cdot \Delta v_x$. Ebből azonnal adódik, hogy

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = 0,1 \cdot 10^{-10} \text{ m} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0,4 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,64 \cdot 10^{-35} \text{ Js},$$

ami kisebb, mint $\hbar/2 \approx 5,27 \cdot 10^{-35}$ Js, tehát a mérési hiba becslése nem lehet jó – Annának van igaza.

9. Feladat: (kitűzte: Radnóti Katalin || 2. (Junior) kategória)

A paksi atomerőműben 4 reaktor működik.

a) Becsüljük meg a 4 reaktorban található összes urán tömegét, ha tudjuk, hogy ennek 1,14%-a hasad el évente! Tegyük fel, hogy a felszabaduló energia nagyrészt az ^{235}U hasadásából ered, és egy évben 330 napot üzemel a reaktor.

b) Mekkora lenne egy, a paksi erőművel azonos hőteljesítményű hőerőmű évi fűtőanyag-szükséglete, ha az 24,5 MJ/kg fűtőértékű szenet használna?

Adatok: egy reaktor hőteljesítménye $P_{\text{th}} = 1485$ MW, egy hasadásban felszabaduló energia 32 pJ.

Megoldás:

a) Egy reaktor aktív zónájában naponként elhasadt ^{235}U magok száma:

$$\frac{\Delta N_U}{\Delta t} = \frac{8,64 \cdot 10^4 \text{ s/nap} \cdot 1,485 \cdot 10^9 \text{ W}}{3,2 \cdot 10^{-11} \text{ J}} = 4,0095 \cdot 10^{24} \frac{1}{\text{nap}}.$$

A naponta egy reaktorban elhasadt ^{235}U össztömege:

$$\frac{\Delta m_U}{\Delta t} = \frac{4,0095 \cdot 10^{24} \text{ 1/nap}}{6,0221 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}} \cdot 0,235 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} = 1,5646 \frac{\text{kg}}{\text{nap}}.$$

Évi 330 üzemnappal számolva az elhasadt ^{235}U tömege 516,32 kg/év egy blokkra. Az ehhez szükséges üzemanyag-töltet egy blokkra

$$m_U = \frac{516,32 \text{ kg/év}}{0,01141 \text{ /év}} = 45\,291 \text{ kg} \approx 45 \text{ t},$$

azaz 4 blokkra kb. 181 t.

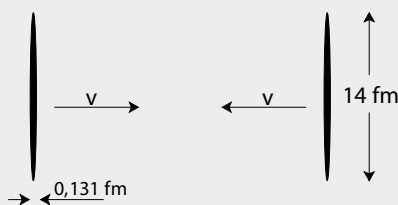
b) A szükséges szén tömege 4 reaktorblokkra számolva:

$$\frac{\Delta m_{\text{szén}}}{\Delta t} = \frac{4 \cdot 86\,400 \text{ s/nap} \cdot 1,485 \cdot 10^9 \text{ W} \cdot 330 \text{ nap/év}}{24,5 \cdot 10^6 \text{ J/kg}} = 6,9127 \cdot 10^9 \frac{\text{kg}}{\text{év}}.$$

10. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || 2. (Junior) kategória)

A Relativisztikus Nehézion-ütköztető (RHIC) gyorsítóberendezés gyűrűiben (például) 14 fm átmérőjű $^{197}_{79}\text{Au}$ atommagok haladnak egymással szemben nagy energián. Ezt a mellékelt ábrán látható módon szokták illusztrálni.



a) Értelmezzük az ábrát!

b) Adjuk meg az arany atommagok nukleononkénti mozgási energiáját!

Megoldás:

- a) Mint a gyorsító neve is mutatja, a felgyorsított atommagok relativisztikus sebességgel mozognak, azaz nem elhanyagolható a Lorentz-kontrakció: a laborrendszerből nézve a mozgás irányába eső méretek lerövidülnek. Így lesz a gömb alakú atommagból látszólag „palacsinta”.
- b) Az extrém nagy lapultság fénysebességhez igen közeli sebességre utal. A „palacsinta” vastagsága a relativisztikusan rövidült gömbátmérő: $\gamma D = D_0$, ahol a szokásos jelölés szerint

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

valamint $D = 0,131$ fm és $D_0 = 14$ fm (az ábráról leolvasva).

Ebből $\gamma = 106,87$. Egy nukleon teljes relativisztikus energiája: $E = \gamma m_0 c^2$, a mozgási energia (a nukleonokat $m_0 = 1u$ -val számítva)

$$E_m = (\gamma - 1)uc^2 \approx 1,59 \cdot 10^{-8} \text{ J} = 99 \text{ GeV}.$$

Megjegyzés: Egy gömb alakú objektum még látszólag sem lapul „palacsintává”, mint ahogy a feladat szövege szerint „illusztrálni szokták”, hanem a relativisztikus hatások miatt csak elfordulni látszik (Penrose-Terrell effektus). Lásd pl.: https://en.wikipedia.org/wiki/Terrell_rotation.

11. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || 1. (Szenior) kategória)

Egy, a Nap körül ellipszis pályán keringő, fekete gömbnek tekinthető űrszonda legmagasabb (Kelvinben mért) egyensúlyi hőmérséklete $2T_0$ [K], a legalacsonyabb pedig T_0 [K]. Napközben a Naptól való távolsága 1 CsE (csillagászati egység, a Föld közepes távolsága a Naptól).

- a) Mekkora a maximális és a minimális egyensúlyi hőmérséklete a szondának?
- b) Hány év a szonda T_{sz} keringési ideje?

Adatok: Napállandó a Nap-Föld távolságnál: 1360 W/m^2 , Stefan-Boltzmann állandó: $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$.

Megoldás:

a) Alkalmazzuk a Stefan-Boltzmann törvényt az r sugarú űrszondára:

$$S_1 r^2 \pi = \sigma (2T_0)^4 \cdot 4r^2 \pi \quad \text{napközelen,}$$

$$S_2 r^2 \pi = \sigma (T_0)^4 \cdot 4r^2 \pi \quad \text{naptávolban,}$$

ahol S_1 és S_2 a Naptól mért távolság négyzetével fordítottan arányos helyi napállandók. Az állandósult legmagasabb és legalacsonyabb hőmérsékletet az első egyenletből kapjuk:

$$2T_0 = \sqrt[4]{\frac{S_1}{4\sigma}} = 278,27 \text{ K} = 5,27 \text{ }^\circ\text{C} \quad \text{napközelen,}$$

$$T_0 = 139,13 \text{ K} = -133,86 \text{ }^\circ\text{C} \quad \text{naptávolban.}$$

b) A napközeli és naptávoli Stefan-Boltzmann egyenletek hányadosából a napállandókra kapjuk a $S_1/S_2 = 16$ arányt. Ebből a szonda R_1 napközeli és R_2 naptávoli távolságainak arányára kapjuk:

$$16 = \frac{S_1}{S_2} = \frac{1/R_1^2}{1/R_2^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \implies \frac{R_2}{R_1} = 4.$$

De a feladat szerint napközelen a távolsága éppen 1 CsE, így $R_1 = 1$ CsE és $R_2 = 4$ CsE, ebből az űrszonda pályájának fél nagytengelye

$$a = \frac{R_1 + R_2}{2} = 2,5 \text{ CsE.}$$

Kepler II. törvényét alkalmazva az űrszonda és a Föld keringésére, kapjuk:

$$\frac{T_{sz}^2}{T_F^2} = \frac{(2,5 \text{ CsE})^3}{(1 \text{ CsE})^3} \implies T_{sz} = T_F \sqrt{2,5^3} = 3,95 T_F = 3,95 \text{ év.}$$

12. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || 1. (Szenior) kategória)

Egy Compton-szórás vizsgáló kísérletben a $\lambda_1 = 0,1$ nm hullámhosszúságú röntgenfotonok paraffinból elektronokat löknek ki. A kísérletben csak a beeső nyaláb irányához képest 8 fokban Compton-szóródott röntgenfotonok által meglökött elektronokat vizsgálják. A Compton-szórás szempontjából az elektronok szabad elektronoknak tekinthetők. Egy másik kísérletben a 1,5 eV kilépési munkájú fémből léptetnek ki elektronokat bizonyos λ_2 hullámhosszúságú monokromatikus fénnel. Mind a fémből kiléptetett, mind pedig a paraffinból kilökött (vizsgált) elektronok azonos U_z feszültségű ellentérrel fékezhetők le. Adatok: Planck-állandó: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js, Compton-hullámhossz: $\lambda_C = h/(m_e c) = 2,43 \cdot 10^{-12}$ m.

- a) Mekkora az elektronokat lefékező ellenterek U_z zárófeszültsége?
 b) Milyen tartományba esik, és mekkora a fotoeffektust kiváltó fény λ_2 hullámhossza?

Megoldás:

- a) Számítsuk ki a Compton-szóráskor a foton hullámhossz-változását:

$$\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos\vartheta) = 2,3648 \cdot 10^{-14} \text{ m.}$$

Így a fotonok megnövekedett hullámhossza

$$\lambda' = 10^{-10} \text{ m} + 2,3648 \cdot 10^{-14} \text{ m} \approx 1,0002365 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

lesz. Így a foton energiavesztesége, amely megegyezik a meglökött elektron mozgási energiájával, kiszámítható:

$$\begin{aligned} W_{\text{kin}} = \Delta E_{\text{foton}} &= h \cdot c \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \Delta\lambda} \right) = \frac{h \cdot c}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)} \Delta\lambda = \\ &= \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{10^{-10} \text{ m} \cdot 1,0002365 \cdot 10^{-10} \text{ m}} \cdot 2,365 \cdot 10^{-14} \text{ m} \approx 47 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 2,93 \text{ eV.} \end{aligned}$$

Vagyis az ellenterek feszültsége mindkét esetben: $U_z = W_{\text{kin}}/e = 2,93 \text{ V}$.

- b) Az alkalmazott fény hullámhosszát a fotoeffektus $hc/\lambda_2 = E_{\text{ki}} + W_{\text{kin}}$ egyenletéből számíthatjuk ki:

$$\lambda_2 = \frac{hc}{E_{\text{ki}} + W_{\text{kin}}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4,7 \cdot 10^{-19} \text{ J} + 2,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,8 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 280 \text{ nm.}$$

Vagyis az alkalmazott fény az UV tartományba esik.

13. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely || 1. (Szenior) kategória)

Tudjuk, hogy párkeltés során a kiindulási foton és a keletkezett elektron-pozitron pár mellett mindig kell, hogy legyen egy „negyedik partner” is ahhoz, hogy az energia- és lendület-megmaradási törvényeket egyszerre teljesíteni lehessen. A legtöbb esetben ez a negyedik partner egy nehéz atommag. Legalább mekkora E_{min} fotonenergia kell ahhoz, hogy ez a negyedik test egy „nyugvó” elektron lehessen? (Az energiát praktikus az elektron nyugalmi energiájának egységében megadni.)

Megoldás:

A megoldás kulcslépése azt felismerni, hogy a párkeltési küszöbön a párkeltés után a tömegközépponti rendszerben nincs kinetikus energia, csak a keletkezett részecskék nyugalmi energiája. Ebben az esetben szükséges a lehető legkevesebb energia.

Többrészecske-rendszerekre is érvényes az $\mathcal{E}^2 = (Pc)^2 + (M_0c^2)^2$ relativisztikus energia összefüggés, ahol $\mathcal{E}$, P , M_0 a rendszer teljes energiája, lendülete és nyugalmi tömege. Kifejezhető a rendszer invariáns (nyugalmi) tömege $\mathcal{E}^2 - (Pc)^2 = (M_0c^2)^2$, ami inerciarendszer-független. Ebben az egyenletben két ismeretlenünk van, de két inerciarendszerben külön-külön felírva az invariáns tömeget már lesz két egyenletünk hogy a két ismeretlent kifejezzük. A két praktikus viszonyítási rendszer a laborrendszer (ahol kérdéses a foton energiája) és a tömegközépponti (TKP) rendszer, ahol a rendszer teljes lendülete definíció szerint 0, megkönnyítve a számítást. Az invariáns tömeggel kényelmesen konvertálhatunk a két rendszer között.

A továbbiakban jelöljük a foton kérdéses bejövő energiáját E -vel, lendületét p -vel; ekkor $E = pc$. Fejezzük ki a *foton+elektron rendszer* invariáns tömegét a párkeltés előtti pillanatban! A TKP rendszerben definíció szerint az összlendület nulla. A laborrendszerben minden lendületet a bejövő foton hordoz, a teljes energia pedig a foton pc energiája plusz a nyugvó elektron m_0c^2 nyugalmi energiája:

$$(M_0c^2)^2 = \underbrace{\mathcal{E}^2 - (Pc)^2}_{\text{TKP}} = \underbrace{\mathcal{E}'^2 - (P'c)^2}_{\text{labor}} = (M_0c^2)^2$$

$$\underbrace{E_{\text{TKP}}^2 - 0}_{\text{TKP}} = \underbrace{\left[pc + m_0c^2\right]^2}_{\text{labor}} - (pc)^2. \quad (\text{párkeltés előtt})$$

A TKP rendszerben a párkeltés után a keletkezési küszöbön definíció szerint nincs kinetikus energia (a foton épp annyi energiát hoz be, hogy a párkeltés létrejöheszen), így minden energiát az eredeti elektron, illetve a keletkezett elektron-pozitron pár nyugalmi energiája ad ki. Tehát a TKP rendszerben

$$E_{\text{TKP}} = m_0c^2 + (m_0c^2 + m_0c^2) = 3m_0c^2. \quad (\text{párkeltés után})$$

Az energiamegmaradás értelmében E_{TKP} ugyanaz a párkeltés előtt és után, így ezt a párkeltés előtti egyenletben bal oldalra behelyettesítve, és a jobb oldalon a négyzetre emelést elvégezve:

$$(3m_0c^2)^2 = \cancel{(pc)^2} + 2 \cdot pc \cdot m_0c^2 + (m_0c^2)^2 \cancel{-(pc)^2}.$$

A megmaradó $pc = E$ tag épp a foton keresett bejövő energiája (laborrendszerben), azaz

$$9(m_0c^2)^2 - (m_0c^2)^2 = 2 \cdot E \cdot m_0c^2 \implies E = 4m_0c^2.$$

Tehát elektron terében a „klasszikus” $2m_0c^2$ energiánál épp $2 \times$ annyi energia szükséges a párkeltéshez.

Alternatív megoldás: Ha a keletkezési küszöbön a tömegközépponti rendszerben nincs kinetikus energia, az annak felel meg hogy a párkeltés után a 2 elektron és 1

pozitron együtt mozog, azaz egyforma lendülettel rendelkezik. Ezzel felírható az energia- és lendületmegmaradás a párkeltés előtt (bal) és után (jobb):

$$\vec{p}_f = 3\vec{p}_e$$

$$p_f c + m_e c^2 = 3 \cdot \sqrt{(p_e c)^2 + (m_e c^2)^2},$$

ahol a második egyenletben a relativisztikus energia képletet használtuk, illetve a foton keresett energiája $E_f = p_f c$. Az első egyenletből $p_e = p_f/3$, ezt a másodikba helyettesítve

$$p_f c + m_e c^2 = 3 \sqrt{\left(\frac{p_f c}{3}\right)^2 + (m_e c^2)^2} \quad (\text{négyzetre emelve})$$

$$\cancel{(p_f c)^2} + 2p_f c \cdot m_e c^2 + (m_e c^2)^2 = 9 \cancel{\frac{(p_f c)^2}{9}} + 9(m_e c^2)^2 \quad (/(2m_e c^2))$$

$$E_f = p_f c = 4m_e c^2.$$

Tehát a keresett minimális fotonenergia $4m_e c^2$.

Megjegyzés: a feladat mindkét megoldás esetén általánosítható tetszőleges M tömegű negyedik partner esetére. Ekkor a megoldás $E_{\min} = 2m_e c^2(1 + m_e/M)$. $M = m_e$ speciális esetben $E_{\min} = 4m_e c^2$. A „klasszikus” közelítésben $M \rightarrow \infty$ és így kapjuk az ismerős eredményt, hogy $E_{\min} = 2m_e c^2$.

2022 Elődöntő – Megoldások

1. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter)

Mely híres XX. századi fizikusoktól származhatnak az alábbi idézetek?

- a) „Ez volt a leghihetlenebb dolog, ami valaha történt velem. Majdnem olyan, mintha az ember egy tizenöt hüvelykes ágyúval selyempapírra lőne, és a golyó visszapattanna.”
- b) „Jöjjön Koppenhágába, dolgozzon velünk. Kedveljük azokat, akik gondolatkísérleteket tudnak végezni!”
- c) „Felkapcsoltuk a kapcsolót, és láttuk a villanásokat. Néztük tíz percre, aztán mindent kikapcsoltunk és hazamentünk. Azonnal tudtam, hogy nagy bánat vár a világra.”
- d) „Nem a gravitáció tehet róla, hogy az emberek szerelembe esnek.”
- e) „Nem szabad elfelejtenünk, hogy a rádiumról felfedezésekor senki sem tudta, hogy hasznos lesz a gyógyításban. Az tisztán alapkutatás volt. Ez is bizonyítja, hogy a tudományos munkát nem szabad pusztán a közvetlen haszna alapján megítélni. Végezni kell önmagáért, a tudomány szépségéért; és persze mindig fennáll az esélye, hogy egy tudományos felfedezés – mint a rádium – majd az emberiség hasznára válik.”

Megoldás:

- a) Ernest Rutherford
(https://hu.wikipedia.org/wiki/Ernest_Rutherford)
- b) Niels Bohr (<https://tinyurl.com/mrvee3x8>)
- c) Szilárd Leó (<https://quotepark.com/hu/szerzok/szilard-leo/>)
- d) Albert Einstein
(https://www.citatum.hu/szerzo/Albert_Einstein/3?r=4)
- e) Marie Curie (<https://hu.eferit.com/marie-curie-idezetek/>)

2. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté és Sükösd Csaba)

Egy átlagos magyar család éves villamosenergia-fogyasztása 2275 kWh (2020-as adat). Becsüljük meg, hogy hány gramm ^{235}U elhasítása lenne szükséges, ha ennek a villamos energiának a teljes egészét a Paksi Atomerőműben termelnék meg? Adatok: A Paksi Atomerőmű egy blokkjának névleges elektromos teljesítménye $P_e = 500$ MW, termikus teljesítménye $P_t = 1485$ MW. Az egy hasadásban felszabaduló energiát vegyük $E_h = 200$ MeV-nek.

Megoldás:

Az éves villamosenergia-fogyasztásnak megfelelő hőmennyiség:

$$Q = \frac{P_t}{P_e} E_e = \frac{1485 \text{ MW}}{500 \text{ MW}} \cdot 2275 \text{ kWh} \cdot 1000 \frac{\text{W}}{\text{kW}} \cdot 3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \approx 2,43 \cdot 10^{10} \text{ J.}$$

$E_h = 200$ MeV hasadásonként felszabaduló energiával számítva ez összesen

$$N = \frac{Q}{E_h} = \frac{2,43 \cdot 10^{10} \text{ J}}{200 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \approx 7,6 \cdot 10^{20} \text{ db}$$

hasadás. Az éves villamosenergia-fogyasztás megtermeléséhez szükséges elhasadt ^{235}U magok össztömege tehát:

$$m = \frac{N}{N_A} M_{^{235}\text{U}} = \frac{7,6 \cdot 10^{20}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} \cdot 235,0439 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 0,2967 \text{ g} \approx 0,3 \text{ g}.$$

4,7%-os friss üzemanyag dúsítással számolva az egy családra jutó üzemanyag teljes tömege $\approx 6,4$ g.

3. Feladat:

(kitűzte: Ujvári Sándor)

A ^{239}Pu α -bomló, és az α -részecskéket 5,1567 MeV kinetikus energiával bocsátja ki. Hőmérsékleti egyensúlyban az 1 mol mennyiségű ^{239}Pu izotóp 0,461 W hőteljesítménnyel fűti a környezetét.

- Mennyi az α -bomlásban felszabaduló teljes energia?
- Számítsuk ki ezekből az adatokból a ^{239}Pu felezési idejét!

Megoldás:

- Vegyük észre, hogy nem a bomlási energia, hanem az α -részecske kinetikus energiája van megadva! A leadott energia a leánymag (^{235}U) és az α -részecske kibocsátás utáni mozgási energiájának összege. Az energiamegmaradás és a lendületmegmaradás tételét felírva:

$$Q = \frac{m_U v_U^2}{2} + \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}, \quad m_U \cdot v_U = m_\alpha \cdot v_\alpha.$$

v_U -t kifejezve és behelyettesítve az energia képletébe:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{m_U}{2} \cdot \frac{m_\alpha^2 \cdot v_\alpha^2}{m_U^2} + \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha^2}{2} = \frac{m_\alpha}{m_U} E_\alpha + E_\alpha = E_\alpha \left(\frac{m_\alpha}{m_U} + 1 \right) = \\ &= \left(\frac{4}{235} + 1 \right) \cdot 5,1567 \text{ MeV} \approx 5,2445 \cdot 10^6 \text{ eV} \approx 8,4026 \cdot 10^{-13} \text{ J}. \end{aligned}$$

- A leadott teljesítmény az elbomlott magok száma szorozva a bomlásonként felszabaduló energiával, innen számíthatjuk a felezési időt:

$$P = \lambda N Q = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} N Q \implies T_{1/2} = \frac{\ln(2) \cdot n \cdot N_A \cdot Q}{P}.$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2) \cdot 1 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \cdot 8,4026 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{0,461 \text{ W}} = 7,6083 \cdot 10^{11} \text{ s}.$$

Az 1 évet 365,24 nappal számítva kapjuk, hogy $7,6083 \cdot 10^{11} \text{ s} \approx 24\,110$ év.

4. Feladat:**(kitűzte: Ujvári Sándor)**

Egy $8 \cdot 10^{-16}$ J energiájú foton ütközik egy hozzá képest nyugvónak és szabadnak tekinthető elektronnal. A visszaverődő foton a beesővel ellentétes irányban halad.

- Mekkora a beeső foton hullámhossza?
- A visszaverődő foton hullámhossza hány százalékkal nagyobb a beeső foton hullámhosszánál?
- Mekkora az ütközés után az elektron sebessége?

Megoldás:

Jelöljük a foton és elektron ütközés előtti frekvenciáját, hullámhosszát és sebességét f , λ és v -vel, míg ütközés után f' , λ' és v' , az elektron nyugalmi tömege m_0 , a foton ütközés előtti energiája E_γ , a feladat szövegének értelmében $v = 0$.

- a) A foton hullámhossza:

$$\lambda = h \frac{c}{E_\gamma} = 6,262 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8 \cdot 10^{-16} \text{ J}} \approx 2,485 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

- b) A hullámhossz megváltozása kiszámítható a Compton-egyenletből:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} [1 - \cos(\vartheta)] = \frac{6,262 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} [1 - (-1)] \approx 4,85 \cdot 10^{-12} \text{ m}.$$

A növekedés százalékos értéke $100 \cdot \Delta\lambda / \lambda = 100 \cdot 4,85 \cdot 10^{-12} \text{ m} / 2,48 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 1,95\%$.

(A 180° -os visszaverődés miatt a hullámhossz megváltozása éppen a $\lambda_C = h/(m_0 c) \approx 2,4263 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ Compton-hullámhossz kétszerese.)

- c) Az elektron sebessége kiszámítható az átadott energiából. Első közelítésként feltesszük, hogy nem lesz relativisztikus:

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_\gamma - hf' = E_\gamma - \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda} = E_\gamma - \frac{\frac{hc}{\lambda}}{\frac{\lambda + \Delta\lambda}{\lambda}} = \\ &= 8 \cdot 10^{-16} \text{ J} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,0195}\right) \approx 1,53 \cdot 10^{-17} \text{ J}. \end{aligned}$$

Innen az elektron sebessége:

$$\Delta E = \frac{m_0 v^2}{2} \implies v = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m_0}} \approx 5,8 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A sebesség valóban nem relativisztikus.

Alternatív megoldás: A 180° -os visszaverődés miatt számíthatunk energia- és lendületmegmaradásból is:

$$\frac{E_\gamma}{c} = -\frac{h}{\lambda'} + p_e,$$

$$E_\gamma = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{p_e^2}{2m_0}.$$

Az első egyenletet c -vel szorozva és a második egyenlettel összeadva az ismeretlen λ' kiejthető, és p_e -re kapunk egy másodfokú egyenletet:

$$2E_\gamma = p_e c + \frac{p_e^2}{2m_0} \implies p_e^2 + 2m_0 c \cdot p_e - 4m_0 E_\gamma = 0.$$

A másodfokú egyenletet megoldva, a pozitív gyököt megtartva kapjuk, hogy

$$v' = \frac{p_{e,1}}{m_0} = c \left(\sqrt{1 + \frac{4E_\gamma}{m_0 c^2}} - 1 \right) = \dots \approx 5,8 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Mivel $v' \ll c$, ezért jogos volt klasszikusan számítani. A visszaverődő foton energiája:

$$E'_\gamma = E_\gamma - \frac{1}{2} m_0 v'^2 = \dots = 7,847 \cdot 10^{-16} \text{ J},$$

innen a hullámhosszak arányára kapjuk, hogy

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{E_\gamma}{E'_\gamma} = \frac{8}{7,847} = 1,0195,$$

azaz a növekedés 1,95%-os.

5. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József)

Egy a Naptól állandó távolságban, folyamatos napsütésben keringő űrhajóból a helyi napállandó meghatározása céljából az űrhajósok egy jó hővezető kockát helyeznek ki az űrbe úgy, hogy egyik (abszolút fekete) lapja merőleges a napsugárzásra. A többi öt lap tükröződő fóliával van borítva, melynek fényvisszaverő képessége $r_t = 0,8$. (A fényelnyelő és fényvisszaverő képességeket vegyük hullámhossztól és hőmérséklettől függetlenül állandónak!)

- Mekkora a mért S_0 napállandó, ha a kocka állandósult hőmérséklete 57°C ?
- Mennyivel és hogyan változik meg a kocka állandósult hőmérséklete, ha az egyik oldaláról eltávolítják a borító fóliát (a fólia nélküli lap feketének vehető)?
- Legfeljebb hány borítófóliát távolíthatnak el a kísérlet során anélkül, hogy a kocka hőmérséklete 0°C alá esne?

Megoldás:

Bár a fényes oldalakat nem éri napsugárzás, a probléma megoldásához szükségünk van Kirchhoff sugárzási törvényére, miszerint (adott hullámhosszon és hőmérsékleten) az emisszióképeség és az abszorpcióképesség hányadosa állandó. A feladat felteszi, hogy ez most minden hullámhosszra és hőmérsékletre igaz. Az abszolút fekete oldal esetén, definíció szerint $a_f = \epsilon_f = 1$, míg a tükröződő oldalra $a_t = \epsilon_t = 1 - r_t = 0,2$. Jelöljük a kocka oldalhosszúságát l -el, a Stefan-Boltzmann állandó $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$, az egyszerűség kedvéért legyen $T[^\circ\text{C}] = 273 + T[\text{K}]$.

a) Egyensúly esetén az elnyelt és kibocsátott hőmérsékleti sugárzás megegyezik:

$$S_0 l^2 = \sigma T_0^4 (l^2 + 5 \cdot 0,2 l^2) \\ \Rightarrow S_0 = 2\sigma T_0^4 = 2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4} \cdot (330 \text{ K})^4 = 1344,83 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

b) 1 fólia eltávolítása utáni egyensúlyi állapot:

$$S_0 l^2 = \sigma T_1^4 (2l^2 + 4 \cdot 0,2 l^2) \\ \Rightarrow T_1 = \sqrt[4]{\frac{S_0}{2,8\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{2\sigma T_0^4}{2,8\sigma}} = T_0 \sqrt[4]{\frac{2}{2,8}} = 303,37 \text{ K} = 30,38^\circ\text{C}.$$

Tehát a kocka hőmérséklete $26,62^\circ\text{C}$ -kal csökken.

c) Újabb fóliák eltávolítása után a kocka hőmérséklete

$$T_2 = T_0 \sqrt[4]{\frac{2}{3 \cdot 0,2 + 3}} = 0,8633 \cdot 330 \text{ K} = 284,9 \text{ K} = 11,9^\circ\text{C}, \\ T_3 = T_0 \sqrt[4]{\frac{2}{2 \cdot 0,2 + 4}} = 0,8210 \cdot 330 \text{ K} = 270,96 \text{ K} = -2,03^\circ\text{C}.$$

Tehát összesen 2 db védőfóliát távolíthatunk el a kísérleti kockáról.

6. Feladat:

(kitűzte: Ujvári Sándor)

A galaxisok színeképe felvilágosítást ad arról, hogy milyen anyagokból állnak. A galaxisok színeképvonalainak hullámhossza viszont a földi elemek színeképéhez képest eltolódik. Ez a galaxisok hozzánk képest végzett mozgásáról hordoz információt. Az Androméda-galaxis színeképét vizsgálva a mérések szerint a hidrogén 656,281 nm-es színeképvonala eltolódott 655,624 nm-re. Milyen irányba és milyen sebességgel mozog hozzánk képest ez a galaxis?

Megoldás:

A Doppler-összefüggés értelmében a megfigyelt hullámhossz (λ_m) és a forrás hullámhossz (λ_f) között a következő összefüggést írhatjuk fel:

$$\frac{f_f}{f_m} = \frac{\lambda_m}{\lambda_f} = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}},$$

ahol $\beta = v/c$, v a forrás és megfigyelő egymáshoz viszonyított sebessége. Ebből

$$\beta = \frac{\lambda_m^2 - \lambda_f^2}{\lambda_m^2 + \lambda_f^2} = \frac{655,624^2 - 656,281^2}{655,624^2 + 656,281^2} \approx -0,001,$$

azaz a galaxis $c/1000 \approx 3 \cdot 10^5$ m/s sebességgel **közelít** a megfigyelő felé.

Megjegyzés: bár az univerzum tágulásával a legtöbb galaxis fényét vörösetolódással látjuk, a galaxisok egymáshoz képest is mozognak, így előfordulhat, hogy két galaxis közeledik egymáshoz.

Alternatív megoldás:

A fenti megoldásban szereplő képlet általános, relativisztikus sebességeknél is érvényes. A hangtani Doppler-effektusnál figyelembe vesszük hogy a hang terjedési közegéhez képest milyen irányban és sebességgel mozog a forrás és a megfigyelő is. A feladatból látjuk, hogy az eltolódott hullámhossz rövidült (kéeltolódás), tehát a forrás galaxis a megfigyelőhöz közeledik. Ekkor klasszikusan írhatjuk:

$$f_m = f_f \frac{c \pm v_m}{c - v_f},$$

Ahol $\pm$ előjele attól függ hogy a megfigyelő közeledik vagy távolodik-e a forráshoz képest a hullámterjedési közeg inerciarendszerében. A fénysebesség viszont minden inerciarendszerben ugyanaz, ezért vizsgálhatjuk a folyamatot a megfigyelőhöz rögzített inerciarendszerből, ahol $v_m = 0$. A képletet átírva hullámhosszra ($f\lambda = c$) kapjuk, hogy

$$\lambda_m = \lambda_f \frac{c - v_f}{c} \implies v_f = c \frac{\lambda_f - \lambda_m}{\lambda_f} \approx \frac{c}{1000}.$$

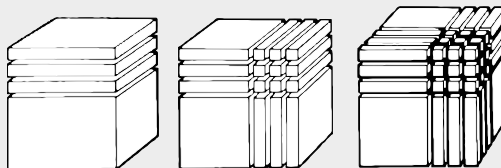
A sebesség előjele pozitív, mivel azt tételeztük fel, hogy a forrás közeledik.

7. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin)

Becsüljük meg a megadott adatok segítségével, hogy mekkora lehet egy széntetraklorid molekula mérete (a szomszédos molekulák átlagos távolsága)! A megoldáshoz használjuk fel a következőket: a forrás során teljesen eltávolodnak egymástól a molekulák, a molekulák eltávolítása elérhető a felület növelésével is. Gondolatban egy V térfogatú kockát lehet sok kis, egy molekulát tartalmazó

kockára felbontani az ábrán látható módon. Adatok: a szobahőmérséklet $T_{sz} = 22^\circ\text{C}$, a szén-tetraklorid forráspontja $T_f = 76^\circ\text{C}$, fajhője $c = 0,84 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$, forráshője $L_f = 195 \text{ kJ/kg}$, felületi feszültsége $\sigma = 2,64 \cdot 10^{-2} \text{ J/m}^2$, sűrűsége $\rho = 1590 \text{ kg/m}^3$ (tekintsük állandónak).



Megoldás:

A megoldáshoz tekintsük egy l oldalélű kocka feldarabolását d oldalélű kockákra, ahol d a molekula mérete. A vágások teljes száma $3(l/d - 1)$. Minden vágásnál $2l^2$ új felület keletkezik. Ha makroszkopikus kockát tekintünk, úgy feltehetjük hogy $l/d \gg 1$, és így a vágások száma $\approx 3l/d$.

Ha a felületi feszültség σ , akkor az ehhez szükséges energia

$$E_v = 3 \cdot \frac{l}{d} \cdot 2l^2 \cdot \sigma.$$

A kocka felmelegítéséhez ($\Delta T = T_f - T_{sz}$) és elforralásához szükséges energia:

$$E_f = l^3 \rho \cdot (c\Delta T + L_f).$$

Mind a feldaraboláshoz, mind az elforraláshoz ugyanannyi energiát kell felhasználni, tehát:

$$E_v = E_f \implies \frac{3l}{d} \cdot 2l^2 \cdot \sigma = l^3 \rho \cdot (c\Delta T + L_f).$$

Ebből d értéke kiszámítható:

$$d = \frac{6\sigma}{(c\Delta T + L_f)\rho} = \frac{6 \cdot 2,64 \cdot 10^{-2} \frac{\text{J}}{\text{m}^2}}{\left[840 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 54^\circ\text{C} + 195 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \cdot 1590 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \approx 4,14 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

Megjegyzés: Ehhez a becsléshez csak makroszkopikusan mérhető mennyiségeket (sűrűség, fajhő, forráshő, felületi feszültség) használtunk fel, nincs szükség az Avogadro-számra vagy moláris tömegre.

8. Feladat:

(kitűzte: Mester András és Tarján Péter)

A szén radioaktív ^{14}C izotópja ($T_{1/2} = 5700$ év) a Föld légkörében folyamatosan keletkezik és hozzájárul a légkör sugárzásához. A légköri radiokarbon aktivitásának legmagasabb értékét 1963-ban mérték, ekkor a légkör molekuláinak 0,032%-a volt CO_2 , és a szénatomok $2,33 \cdot 10^{-12}$ -ed része volt ^{14}C . Adatok: $p = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $R_{\text{Föld}} = 6370 \text{ km}$, $M_{\text{levegő}} = 29 \text{ g/mol}$.

- a) Mekkora volt 1963-ban a ^{14}C aktivitása a légkörben?
 b) Hány százalékos az aktivitás változása a földi légkör sugárzásának a múlt század első felében állandósult $1,57 \cdot 10^8$ GBq értékéhez képest?
 c) Mi lehet a növekedés és a későbbi csökkenés oka?

Megoldás:

- a) A légnyomás a teljes légkör súlyából származó nyomás, így $pA = mg$, ahol m a teljes légkör tömege, $A = 4\pi R_{\text{Föld}}^2$ pedig a Föld felszíne. Így a légkör tömege és anyagsűrűsége:

$$m = \frac{p \cdot 4\pi R_{\text{Föld}}^2}{g} = 5,267 \cdot 10^{18} \text{ kg} \implies n = \frac{m}{M} = 1,816 \cdot 10^{20} \text{ mol.}$$

Ebből a CO_2 molekulák száma:

$$N_{\text{C}} = f_{\text{C}} \cdot n \cdot N_{\text{A}} = 3,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,816 \cdot 10^{20} \cdot 6,0221 \cdot 10^{23} \approx 3,5 \cdot 10^{40}.$$

A radioaktív ^{14}C -et tartalmazó CO_2 -molekulák száma így:

$$N_{\text{C14}} = f_{\text{C14}} \cdot N_{\text{C}} = 2,33 \cdot 10^{-12} \cdot 3,5 \cdot 10^{40} \approx 8,15 \cdot 10^{28}.$$

A ^{14}C radiokarbon aktivitása:

$$A = \lambda N_{\text{C14}} = \frac{\ln(2)}{T} \cdot N_{\text{C14}} = \frac{0,693}{5700 \text{ év} \cdot 365,24 \frac{\text{nap}}{\text{év}} \cdot 86400 \frac{\text{s}}{\text{nap}}} \cdot 8,15 \cdot 10^{28} \approx 3,14 \cdot 10^{17} \text{ Bq} = 3,14 \cdot 10^8 \text{ GBq.}$$

Így a légkörben 1963-ban másodpercenként kb. $3,14 \cdot 10^{17}$ ^{14}C mag bomlott el.

- b) A növekedés a múlt század első feléhez képest:

$$\Delta A = \frac{A - A_0}{A_0} = \frac{3,14 \cdot 10^8 \text{ GBq} - 1,57 \cdot 10^8 \text{ GBq}}{1,57 \cdot 10^8 \text{ GBq}} = 1 = 100\%.$$

- c) A Földön a kozmikus sugárzás hatására keletkező neutronok hatnak kölcsön a légköri nitrogénnel: $n + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^{14}_6\text{C} + p$. A bomlás és keletkezés között beáll egy egyensúly, ezért a légköri ^{14}C koncentráció természetes körülmények között állandósul. A fosszilis tüzelőanyagokban az évmilliók során már lebomlott a bennük lévő ^{14}C , így elégetésük *hígítja* a légkör ^{14}C tartalmát.

A növekedés oka, hogy emberi tevékenységek, főleg a légköri atombomba-kísérletek hatására szabad neutronok kerültek a légkörbe, így a ^{14}C -izotóp mesterséges előállítása is megvalósult. 1963-tól az atomhatalmak nagy része nemzetközi egyezményekben vállalta a légköri atombomba-robbantások beszüntetését (Partial Test Ban Treaty, 1963. október). A megnövekedett ^{14}C tartalom folyamatosan csökken, elsősorban a szén körforgása (illetve a ^{14}C bomlása és hígulása) miatt, és kellő idő (várhatóan néhány évtized) eltelte múlva visszaáll a korábbi egyensúlyi értékre.

9. Feladat:**(kitűzte: Tarján Péter)**

Rutherford-féle szórás kísérletet végzünk $^{27}_{13}\text{Al}$ magokon: vékony alumínium fóliát bombázunk 5,49 MeV energiájú α -részecskékkal. Tegyük fel, hogy az Al atommag szabadon el tud mozdulni.

- Milyen közel juthat az α -részecske az Al atommagjához?
- Előfordulhat-e, hogy az α -részecske valamilyen magreakciót hoz létre, és nem csak Rutherford-szórás történik? Az atommag sugarát közelítsük az $R \approx 1,25 \cdot 10^{-15} \sqrt[3]{A}$ [m] formulával.

Az α -részecske és az Al mag tömegarányát egyenlőnek vehetjük a tömegszámok arányával.

Megoldás:

- Az α -részecske akkor kerül legközelebb az atommaghoz, ha a sebességvektora éppen a középpontjukat összekötő egyenesbe esik. A Coulomb-erő lassítja az α -részecskét és gyorsítja az Al atommagot. Amíg az α -részecske sebessége nagyobb, mint a magé, a köztük levő távolság csökken. Amint az α -részecske sebessége kisebb lesz, mint a magé, a köztük levő távolság növekszik. Ezért az alfa-részecske akkor van legközelebb a maghoz, amikor sebességeik éppen megegyeznek: $u_\alpha = u_{\text{Al}} = u$. Ezzel az energiamegmaradás:

$$\frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = \frac{1}{2} m_\alpha u^2 + \frac{1}{2} m_{\text{Al}} u^2 + k \frac{2 \cdot 13 e^2}{r_{\min}}.$$

Kihasználva a lendületmegmaradást, kapjuk, hogy

$$u = \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_{\text{Al}}} v_\alpha.$$

Az egyenlet rendezése után

$$r_{\min} = k \frac{13e \cdot 2e}{E_\alpha} \cdot \frac{m_{\text{Al}} + m_\alpha}{m_{\text{Al}}} \approx k \frac{13e \cdot 2e}{E_\alpha} \cdot \frac{27 + 4}{27} \approx 7,841 \cdot 10^{-15} \text{ m}.$$

- Az Al magjának sugara $R_{\text{Al}} \approx r_0 \cdot \sqrt[3]{A} \approx 3,75 \cdot 10^{-15}$ m, az α -é pedig $R_\alpha \lesssim 2 \cdot 10^{-15}$ m. Klasszikus gondolatmenettel az α -részecske nem érheti el a magot, hiszen $r_{\min} > (R_{\text{Al}} + R_\alpha)$. Viszont nincs nagyságrendi különbség az értékek között, így a kvantummechanikai alagúteffektus miatt létrejöhet magreakció.

(Az α -részecske átlagos mért sugara $R_\alpha \approx 1,67 \cdot 10^{-15}$ m $\rightarrow$ a $\sqrt[3]{A}$ képlet nagy A esetén pontosabb.)

10. Feladat:**(kitűzte: Tarján Péter)**

Hogyan aránylik egymáshoz a 2 MV feszültséggel gyorsított elektron, illetve proton de Broglie-hullámhossza?

Megoldás:

A de Broglie-hullámhossz kiszámítható a részecske lendületéből: $\lambda = h/mv$.

Klasszikusan kezelhető részecskénél kihasználhatjuk, hogy

$$mv = \sqrt{2mE_m} = \sqrt{2mQU}.$$

Mindkét részecske egyszeres töltésű, így a mozgási energiájuk azonos, 2 MeV. Ez a proton nyugalmi energiájánál sokkal kisebb, így a proton esetében jogos közelítés a klasszikus mozgási energiával számolni:

$$\lambda_p = \frac{h}{\sqrt{2m_p eU}} = 2,024 \cdot 10^{-14} \text{ m}.$$

Az elektron esetében a 2 MeV energia a relativisztikus tartományba esik, hiszen a nyugalmi energia ennek kb. negyede. Aki az elektront nem relativisztikusan számolja, legfeljebb 3 pontot kaphat a feladatra!

Relativisztikusan tehát $E_m = (\gamma - 1)m_0c^2$, ahol $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Innen

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{2 \text{ MeV}}{0,511 \text{ MeV}/c^2} + 1 = 4,914, \\ v &= \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} c = 0,979c = 2,935 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \\ m &= \gamma m_0 = 4,914m_0 = 4,476 \cdot 10^{-30} \text{ kg}, \\ p &= mv = 1,314 \cdot 10^{-21} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}, \\ \lambda_e &= \frac{h}{p} = 5,043 \cdot 10^{-13} \text{ m}.\end{aligned}$$

Ezzel a keresett arány

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = 24,92.$$

Alternatív megoldás: A lendületet közvetlenül is kiszámíthatjuk a relativisztikus energia formulából (ez esetben mindkét részecskét relativisztikusan kezelve):

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E_{\text{tot}}^2 - (m_0c^2)^2} = \frac{1}{c} \sqrt{(E_m + m_0c^2)^2 - (m_0c^2)^2}.$$

Az $E_m = 2 \text{ MeV}$ mozgási és $m_{0,e}c^2 = 0,511 \text{ MeV}$, $m_{0,p}c^2 = 938,27 \text{ MeV}$ nyugalmi energiákat a képletbe behelyettesítve az elektronnra és protonra kapjuk, hogy

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{p_p}{p_e} = \sqrt{\frac{(2 + 938,27)^2 - 938,27^2}{(2 + 0,511)^2 - 0,511^2}} \approx 24,93.$$

2022 Döntő – Megoldások

1. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)

Az orosz-ukrán háború során a sérült csernobili atomerőmű környezetéből megnövekedett dózisteljesítményt jelentettek. Egyesek szerint emiatt jódtablettákat kellene szedni.

- Miért javasolják a hatóságok jódtabletta szedését atomerőmű-baleset környezetében?
- Valóban ajánlott-e a 2022-ben Csernobil környékén megemelkedett dózisteljesítmény miatt jódtablettákat szedni? A választ indokoljuk!

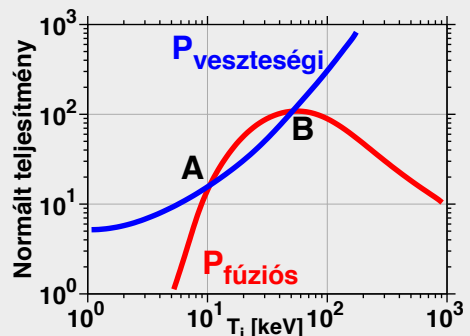
Megoldás:

- A maghasadásban keletkező ^{131}I izotóp felezési ideje 8 nap. Atomerőmű-balesetnél a jód a környezetbe (levegőbe, táplálékláncba stb.) kerülve bejut az emberi szervezetbe, és ott a pajzsmirigyben felhalmozódva komoly lokális sugárterhelést okozhat. Ezt „előzi” meg a jódtabletták előzetes szedése, amelyek inaktív jódval „telítik” a pajzsmirigyet, és így megakadályozzák, de legalábbis jelentősen lecsökkentik a radioaktív jód felvételét.
- A radioaktív jód a rövid, 8 napos felezési idő miatt gyorsan elbomlik a környezetben. Mivel a csernobili telephelyen nukleáris láncreakció már több mint 20 éve nincs (az utolsó reaktort 2000-ben állították le), ezért a korábban keletkezett – és pl. a baleset időpontjában még jelen lévő – radioaktív jód mára már teljesen lebomlott. Tehát, ha meg is sérülne a sugárvédelmet biztosító szarkofág, radioaktív jód már nincs jelen. A jódtabletták indokolatlan szedésének esetleges negatív következményei is lehetnek. Emiatt a stabil jód nagy adagját csak akkor célszerű bevenni és csak azoknak, amikor és akik számára a hatóságok azt elrendelik!

2. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)

Egy fúziós reaktorban a magas hőmérsékletű deutérium-trícium plazma hősugárzással (és más módon is) veszít energiát. A plazmát fűtő fúziós reakciók teljesítménye is függ a hőmérséklettől. E két teljesítmény hőmérsékletfüggését mutatja a mellékelt ábra. A vízszintes tengelyen a hőmozgás átlagos mozgási energiája van, a függőleges tengely a teljesítménnyel arányos. Az ábra tengelyei logaritmikusak.



- Hány Kelvin a plazma hőmérséklete az A pontban?

- b) A plazma hőmérséklete akkor állandó, ha a veszteségi és fűtési teljesítmény egyenlő. Az egyensúly az A és a B pontban is fennáll, de csak az egyik pontban stabil a plazma hőmérséklete. Vajon melyikben és miért?

Megoldás:

- a) Az ábrán a vízszintes tengelyen a hőmérséklet keV egységekben adott. Ez az adott hőmérsékleten a részecskék átlagos energiáját mutatja. Mivel a plazma hőmérsékletén a részecskék már nem kötöttek, ezért tömegpontokként viselkednek, így 3 szabadsági fokuk van, amelyekre egyenként $kT/2$ energia jut, így a részecskék teljes energiája $E = 3kT/2$. Az ábra alapján az A pontban $E \approx 10$ keV, ezért a Kelvinben kifejezett hőmérséklet:

$$T = \frac{2E}{3k} = \frac{2 \cdot 10 \text{ keV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ J/keV}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}} \approx 77,3 \cdot 10^6 \text{ K.}$$

- b) Az A pontbeli működés instabil. Ha egy kicsit is elmozdulunk ebből a pontból (például egy kicsit megnövekszik a hőmérséklet), akkor a fúziós teljesítmény meghaladja a veszteséget, és akkor a plazma még tovább melegszik. Fordítva is, ha a másik irányba – az alacsonyabb hőmérsékletek felé – mozdulunk el, akkor pedig a veszteségi teljesítmény fogja meghaladni a fúziós teljesítményt, és ekkor a plazma még tovább hűl. A B pontban történő üzemi viszonyok stabil, hiszen bármilyen irányban is mozdulunk el egy kicsit, olyan hatás keletkezik, amely visszatéríti a rendszert a stabil egyensúlyi B pontba.

3. Feladat: (kitűzte: Radnóti K., Sükösd Cs. & Halász M. || Mindenkinek)

A jó neutronelnyelő anyagok fékezik, sőt le is állíthatják a láncreakciót. Ezen az alapon működnek a mozgatható szabályozó rudak is, vagy a reaktor hűtővizébe kevert bórsav. A Paksi Atomerőműben újabban olyan üzemanyag-kazettákat használnak friss üzemanyagként, amelynek néhány pálcájába jó neutronelnyelő gadolíniumot is belekevertek.

- a) Vajon mi értelme van az üzemanyaghoz láncreakciót fékező anyagot keverni, ha a szabályozó kazettákkal ellentétben nem tudjuk őket mozgatni?
- b) Van-e olyan, jó neutronelnyelő izotóp, amely az atomerőmű működése során keletkezik?

Megoldás:

- a) Annak érdekében, hogy egy üzemanyag-kazettából összességében több energiát lehessen kinyerni, magasabb dúsítású uránt használnak. A több energia viszont nem jelentheti a reaktor teljesítményének a növekedését, ezért el kell érni, hogy a kazetták hosszabb ideig bent lehessenek a reaktorban – hosszabb ideig "égjenek ki". A reaktornak a magasabb ^{235}U tartalom mellett is kritikus állapotban, állandó teljesítményen kell üzemelnie. A kezdeti, potenciálisan nagyobb neutronszorozási tényező csökkentésére szolgál - a bórsav és a

szabályozókazetták mellett - a gadolínium. Mivel a gadolínium elnyeli a neutronokat – „mérgezi” a reaktort – de a reaktor működése közben elfogy – „kiég” –, ezért kiégő mérgeknek is nevezik. A kiégő mérgek másik jelentős szerepe a teljesítményeloszlás egyenletesebbé tétele.

Megjegyzés: A pontosabb magyarázathoz összetett reaktorfizikai fogalmak szükségesek, ezért ezt csak említés szintjén tesszük meg. Eszerint a gadolínium a kampány kezdetén extra reaktivitást köt le, részben ellensúlyozva a magasabb kezdeti urándúsítást (reaktorbiztonsági okokból sem a bórsavkoncentrációt, sem pedig a szabályozórudakban lévő neutronelnyelő anyagok mennyiségét nem lehet határ nélkül növelni), ezáltal a zóna nagyobb kezdeti reaktivástartálékkal tud rendelkezni, és hosszabb idő telhet el két üzemanyag-átrakás között.

- b) A reaktor működése közben, a maghasadás során folyamatosan keletkezik a xenon 135-ös tömegszámú izotóp, mely nagyon jó neutronelnyelő, amivel folyamatosan számítani kell a reaktor működése során.

A keletkező reaktormérgek közül a legjelentősebb a ^{135}Xe . Ezen felül keletkeznek más neutronelnyelő magok is, például a ^{149}Sm .

4. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || Mindenkinek)

Marx György (1927 – 2002), az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny alapítójának emlékére.

- a) Magyarázzuk meg a Marx György által felvetett kérdést: miért nem sérül az energiamegmaradás törvénye a trícium radioaktív bomlásánál, hiszen a keletkező ^3_2He mag gyengébben kötött, mint a kezdeti ^3_1H mag volt, és még szabad elektron is keletkezik $E_\beta > 0$ mozgási energiával!
- b) Mi okozhatja a ^3_2He mag ^3_1H magénál gyengébb kötését, ha mindkét magban 3-3 nukleon van?

Adatok: $E_k(^3_1\text{H}) = 1,334 \text{ pJ}$, $E_k(^3_2\text{He}) = 1,214 \text{ pJ}$, $E_\beta^{\text{max}} = 18,6 \text{ keV}$.

Megoldás:

- a) A megmaradási törvény azért nem sérül, mert az energiamérlegnél figyelembe kell venni a kezdeti ^3_1H magot és a keletkező ^3_2He magot alkotó nukleonok nyugalmi energiáját is. Az előbbi 2 neutron és egy protont, az utóbbi viszont 2 protont és egy neutron tartalmaz, így (mivel a neutron nyugalmi tömege nagyobb a proton nyugalmi tömegénél) a ^3_2He mag nukleonjainak nyugalmi energiája kisebb lesz, mint a ^3_1H esetében.

A nukleonok nyugalmi energia különbsége fedezi a ^3_2He mag magasabb energiaszintre kerülését (kisebb kötési energiáját), és a keletkező szabad elektron teljes energiáját is.

- b) A ^3_2He mag kötési energiáját a magban lévő két (egymást taszító) proton pozitív elektrosztatikus potenciális energiája gyengíti.

5. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József és Halász Máté || Mindenkinek)

Az urán dúsítási szintjét annak Bq/mol-ban mért fajlagos aktivitásából kívánjuk meghatározni.

- a) Maximálisan hányszorosára növelhető dúsítással a fajlagos aktivitás a természetes uránhoz képest?
 b) Adjuk meg a fajlagos aktivitás maximumát!

Adatok: Az ^{235}U felezési ideje 704 millió év, az ^{238}U izotópé 4,47 milliárd év. A természetes uránban az ^{235}U atomok számának aránya 0,7%, az ^{238}U atomok számának aránya 99,3%, valamint kis mennyiségben jelen van a ^{238}U bomlási sorából származó, vele szekuláris egyensúlyban lévő ^{234}U is. Vegyük figyelembe, hogy a ^{234}U és ^{235}U izotópok a dúsítás során együtt maradnak.

Megoldás:

- a) Írjuk fel a radioaktivitás bomlástörvénye alapján mólnyi mennyiségű, természetes izotóparányú, vegytiszta urán összaktivitását! Figyelembe véve, hogy a ^{234}U szekuláris egyensúlyban van a ^{238}U -nal:

$$\begin{aligned} A_t &= N_A (0,007 \cdot \lambda_{235} + 2 \cdot 0,993 \cdot \lambda_{238}) = \\ &= N_A (0,007 \cdot k \lambda_{238} + 2 \cdot 0,993 \cdot \lambda_{238}) = 2,0304 \cdot \lambda_{238} N_A, \end{aligned}$$

$$\text{ahol } k = \lambda_{235} / \lambda_{238} = T_{238} / T_{235} = 6,349.$$

Mivel $\lambda_{235} > \lambda_{238}$, ezért 100%-os dúsítottságnál lesz maximális az aktivitás-növekedés a természetes uránhoz képest. A dúsított urán mólnyi mennyisége összaktivitásának számolása során vegyük figyelembe, hogy a ^{234}U és ^{235}U izotópok a dúsítás során együtt maradnak, emiatt a ^{234}U aktivitása a természetes uránban lévő aktivitásának 100%/0,7%-szerese lesz (a ^{234}U mennyiségét elhanyagolhatjuk a 100%-hoz képest):

$$\begin{aligned} A_{100} &= N_A \left(1 \cdot \lambda_{235} + \frac{1}{0,007} \cdot 0,993 \cdot \lambda_{238} \right) = \\ &= N_A (k \cdot \lambda_{238} + 141,857 \cdot \lambda_{238}) = 148,206 \cdot \lambda_{238} N_A, \end{aligned}$$

azaz a növekedés a dúsítás hatására

$$\frac{148,206 \cdot \lambda_{238} N_A}{2,0304 \cdot \lambda_{238} N_A} = 72,99 \approx 73\text{-szoros.}$$

- b) A 100% dúsítású urán fajlagos aktivitása:

$$A_{100} = 148,206 \cdot \lambda_{238} N_A = 148,206 \cdot \frac{\ln(2)}{T_{238}} N_A = 4,386 \cdot 10^8 \frac{\text{Bq}}{\text{mol}}.$$

6. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || Mindenkinek)

Csikai Gyula (1930 – 2021) debreceni fizikus emlékére.

Szalay Sándor és Csikai Gyula 1956-os kísérlete szolgálta az egyik első bizonyítékot a neutrínó létezésére.

A kísérletben egy béta-bomlásból származó elektron és a leánymag nyomait figyelték meg ködkamrában. A

${}^6_2\text{He} \rightarrow {}^6_3\text{Li} + e^- + \bar{\nu}$ folyamatban keletkező Li mag

és az elektron indulási irányait mutatja az ábra. (A bomlás előtt az anyamag állónak tekinthető.)

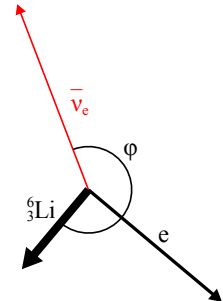


- Magyarázzuk meg, miért bizonyíték az ábrán látható ködkamra-kép arra, hogy egy harmadik részecske is keletkezik a bomlás során!
- Mekkora és milyen irányú lendületet visz el a keletkező antineutrínó, ha az elektron a bomlásban felszabaduló energia 40%-át, a Li mag pedig $1,5 \cdot 10^{-17}$ J-t visz el mozgási energiaként? (Tegyük fel, hogy a Li mag és az elektron kezdeti sebességei éppen merőlegesek egymásra. Válasszuk x tengelynek a leánymag, y tengelynek az elektron pályairányát!)

Az atommagok tömege $m_{\text{He}} = 9,9928 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_{\text{Li}} = 9,9856 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_e = 9,1094 \cdot 10^{-31}$ kg $\approx 0,511$ MeV/ c^2 . A Li magot kezelhetjük nemrelativisztikusan.

Megoldás:

- Az anyamag állt, azaz a rendszer kezdeti lendülete 0. Így a végállapotú lendületnek is nullának kell lennie, ami a Li maggal és az elektronnal szemmel láthatóan nem teljesülhet. A lendület csak úgy tud megmaradni, ha legalább még egy részecske keletkezik, ami az ábrán kb. felfelé irányban indul. A keletkezett részecske elektromosan semleges, mert nem hagy nyomot a ködkamrában és mert nélküle is teljesül a töltésmegmaradás.
- Számítsuk ki a bomlási energiát! A neutrínó nyugalmi tömegét nem tudjuk, de azt igen, hogy az elektron tömegénél sokkal kisebb, így elhanyagolható:



$$Q \approx (m_{\text{He}} - m_{\text{Li}} - m_e)c^2 = 5,6523 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 3,5279 \text{ MeV}.$$

Az elektron mozgási energiája ekkor $E_e = 0,4 \cdot Q = 2,2609 \cdot 10^{-13}$ J.

A részecskék lendülete a mozgási energia és a nyugalmi tömeg segítségével számítható; az elektron relativisztikus.

$$p_x = p_{\text{Li}} = \sqrt{2m_{\text{Li}}E_{\text{Li}}} = 5,4733 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$p_y = p_e = \sqrt{\frac{E_e^2}{c^2} + 2E_em_e} = 9,9029 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Az antineutrínó lendületkomponensei ugyanekkorak, de ellentétes előjelűek:

$$\vec{p}_{\nu} = -(\vec{p}_{\text{Li}} + \vec{p}_e) = (-5,4733; -9,9029) \cdot 10^{-22} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A lendület nagysága (Pitagorasz-tétellel)

$$|\vec{p}_\nu| = \sqrt{(\vec{p}_{\text{Li}})^2 + (\vec{p}_e)^2} = 1,1315 \cdot 10^{-21} \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Az iránya (szögfüggvénnyel) olyan, hogy az x tengellyel bezárt szöge $\varphi = 241^\circ$ (lásd az ábrát; a nyílak hossza itt már a lendülettel arányos.)

Megjegyzés: A neutrínó mozgási energiájának és lendületének ismeretében *elvileg* ki lehet számítani a tömegét is. Gyakorlatilag a feladat adataiból irreálisan nagy értéket fogunk kapni, mert már a feladathoz megadott adatok is a neutrínó tömegénél nagyságrendekkel nagyobb kerekítéseket és elhanyagolásokat tartalmaznak.

7. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || Mindenkinek)

1991. október 15-én az USA-ban lévő Fly's Eye detektor észlelte az addigi legnagyobb, $(3,2 \pm 0,9) \cdot 10^{20}$ eV energiájú részecskét a kozmikus sugárzásban. Ezt a részecskét „Oh My God” (OMG) részecskének nevezték el, mivel észlelésekor a kutatók így kiáltottak fel meglepetésükben.

- Mekkora sebességű teniszlabdának (tömege kb. 57 g) van ekkora mozgási energiája?
- Tegyük fel, hogy az OMG részecske proton volt! Mennyivel térne el a sebessége a vákuumbeli fénysebességtől?
- Tegyük fel, hogy egy ilyen energiájú proton, és egy foton egyszerre indul el a Földről, ugyanabba az irányba. Mennyi idő múlva „maradna le” ez a proton 1 cm-rel a foton mögött a földi koordinátarendszerben? (A földi koordinátarendszert tekinthetjük inerciarendszernek.)

A proton nyugalmi tömege: $m_p = 0,938 \text{ GeV}/c^2$. A felmerülő numerikus probléma kikerüléséhez használhatjuk a $1 - (a/b)^2 \approx 2(1 - a/b)$ közelítést, ha $a \approx b$.

Megoldás:

- a) Mivel a teniszlabda makroszkopikus test, a mozgási energiáját számíthatjuk klasszikusan: $E = mv^2/2$, amiből:

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2 \cdot 10^{20} \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}}{0,057 \text{ kg}}} = 42,41 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 152,7 \frac{\text{km}}{\text{h}} (!)$$

- b) A proton nyugalmi energiája $m_0 c^2 = 938 \text{ MeV} = 9,38 \cdot 10^8 \text{ eV}$. A mért energia ennél sok nagyságrenddel nagyobb, ezért mindegy hogy azt teljes vagy csak kinetikus energiának tekintjük. A részecske energiájára felírhatjuk:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{m_0 c^2}{E}\right)^2 = \left(\frac{9,38 \cdot 10^8 \text{ eV}}{3,2 \cdot 10^{20} \text{ eV}}\right)^2 = 8,59 \cdot 10^{-24}.$$

A bal oldalt célszerű tényezőkre bontani: $(1 - v/c) \cdot (1 + v/c) = 8,59 \cdot 10^{-24}$. Mivel nagyon jó közelítéssel $v/c \approx 1$, ezért

$$\left(1 - \frac{v}{c}\right) \cdot 2 \approx 8,59 \cdot 10^{-24},$$

ahonnan kapjuk, hogy

$$\Delta v = c - v = c \cdot 4,295 \cdot 10^{-24} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4,295 \cdot 10^{-24} = 1,288 \cdot 10^{-15} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c) Ahhoz, hogy a foton és a proton között $1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$ útkülönbség létrejöjjön,

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{\Delta v} = \frac{0,01 \text{ m}}{1,288 \cdot 10^{-15} \text{ m/s}} = 7,76 \cdot 10^{12} \text{ s}$$

idő szükséges. Ez több, mint 246 000 év!

8. Feladat:

(kitűzte: Veres Gábor || 2. (Junior) kategória)

Az LHC-ben a protonok energiája 7 TeV. Az alagút 27 km kerületű gyűrű. Milyen hosszúnak érzékelik a protonok ezt a kört? A proton tömege: $m_p = 0,938 \text{ GeV}/c^2$.

Megoldás:

A Lorentz-kontrakció miatt a protonok a gyűrű kerületét rövidebbnek „látják”: $s' = s/\gamma$. A γ -faktor a teljes energia és a nyugalmi energia hányadosából meghatározható:

$$E = mc^2 = \gamma m_0 c^2 \implies \gamma = \frac{E}{m_0 c^2} = \frac{7000 \text{ GeV}}{0,938 \text{ GeV}} \approx 7463.$$

Ezzel

$$s' = \frac{27 \text{ km}}{7463} = 0,003618 \text{ km} = 3,618 \text{ m}.$$

Megjegyzés: a feladat nem adta meg, hogy a 7 TeV a protonok mozgási energiája, vagy a teljes energia. Vegyük észre, hogy mivel ez az érték sokkal nagyobb, mint a nyugalmi energia, ezért lényegében mindegy, melyiknek tekintjük.

9. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || 2. (Junior) kategória)

Gondolatban helyezzünk el az éjjeliszekrényünkre egy dobozban 1000 db ^{238}U uránatomot! Hányszor nagyobb annak a valószínűsége, hogy egy hat oldalú dobókockával egymás után 10-szer hatost dobunk, mint annak, hogy reggelre az uránatomok közül akár csak egy is elbomlik?

Adatok: az ^{238}U felezési ideje 4,47 milliárd év, az alvási időt vegyük 8 órának.

Megoldás:

Számítsuk ki az 1000 atomos ^{238}U aktivitását:

$$A = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot N = 1,55 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{év}} = 4,91 \cdot 10^{-15} \frac{1}{\text{s}} = 1,41 \cdot 10^{-10} \frac{1}{8 \text{ h}}.$$

Annak a *valószínűsége*, hogy 1 bomlás fog történni 8 óra alatt, nagyon jó közelítéssel $1,41 \cdot 10^{-10}$.

(A 2 vagy több bomlás valószínűsége elhanyagolható.)

Annak az esélye hogy 6 oldalú dobóckockával $10 \times$ egymás után 6-ost dobunk,

$$1 : 6^{10} = 1 : 60\,466\,176 \approx 1,65 \cdot 10^{-8},$$

így kockadobások esélye kb. $117 \times$ nagyobb, mint az uránbomlás esélye.

Megjegyzés #1: A lottóötös valószínűsége $1 : 43\,949\,268 = 2,28 \cdot 10^{-8}$, ami kb. 162-szer nagyobb, mint ezerből egy uránmag 8 órán belüli elbomlásának valószínűsége.

Megjegyzés #2: Hasonló a gondolatmenet, ha onnan indulunk, hogy a λ bomlási állandó fizikai jelentése a bizonyos időtartam alatti bomlási valószínűség, és figyelembe vesszük, hogy 1000 atom van.

10. Feladat: (kitűzte: Mester András és Tarján Péter || 2. (Junior) kategória)

Az EU-ban a legtöbb élelmiszert Belgiumban kezelik ionizáló sugárzással. A kezeléshez használt izotópok γ -fotonjainak energiája kb. 1,2 MeV.

- Miért kezelnek bizonyos élelmiszereket ionizáló sugárzással?
- Hány gray (Gy) az elnyelt dózis, ha 50 dkg csirkehús besugárzása esetén annak hőmérsékletemelkedése $1,2\text{ }^\circ\text{C}$? ($c_{\text{csirke}} \approx 3370 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$)
- Mennyi ideig tart a besugárzás, ha a γ -forrás aktivitása 420 TBq, és a kibocsátott energia 25%-a nyelődik el a húsból?

Megoldás:

- A besugárzás során az élelmiszerben jelen levő mikroorganizmusok és kártevők elpusztulnak, így hatékonyan megelőzhetőek az étel okozta megbetegedések. Mivel a sugárzás az élelmiszer további érését (pl. gyümölcsök) illetve csírázását (burgonya, hagyma) is jelentősen lelassítja, az eltarthatóság is megnövekszik. Fontos látni, hogy ilyen célra többnyire γ -sugárzást használnak. Ettől a besugárzott anyag *nem* aktiválódik fel, azaz nem lesz radioaktív. Az ilyen módon kezelt élelmiszerekben semmilyen érzékszervi változás nem érzékelhető a kezeletlenhez képest (ellentétben más tartósítási eljárásokkal).
- A besugárzás során elnyelt hő:

$$Q = cm\Delta T = 3370 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0,5 \text{ kg} \cdot 1,2\text{ }^\circ\text{C} = 2022 \text{ J},$$

ebből az elnyelt dózis:

$$D = \frac{Q}{m} = c\Delta T = 3370 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 1,2 ^\circ\text{C} = 4044 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 4044 \text{ Gy}.$$

- c) A forrás aktivitása $A = 420 \text{ TBq} = 4,2 \cdot 10^{14} \text{ 1/s}$. Az általa kibocsátott sugárzás összteljesítménye:

$$P_{\text{ö}} = A \cdot E_{\gamma} = 4,2 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{s}} \cdot 1,2 \text{ MeV} = 5,04 \cdot 10^{14} \frac{\text{MeV}}{\text{s}} = 80,75 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 80,75 \text{ W}.$$

A hasznos teljesítmény ennek 25%-a: $P_{\text{h}} = \eta P_{\text{ö}} = 20,19 \text{ W}$. Ezzel a besugárzás ideje

$$\Delta t = \frac{Q}{P_{\text{h}}} = \frac{2022 \text{ J}}{20,19 \text{ W}} \approx 100 \text{ s}.$$

11. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin || 1. (Szenior) kategória)

Vegyünk egy, az 500 nm hullámhosszú (zöld színű) fény hullámhosszával megegyező sugarú gerjesztett hidrogénatomot.

- Ennek a hidrogénatomnak az elektronja mekkora főkvantumszámú pályán van a Bohr-modellben?
- Mekkora hullámhosszúságú fotonnal lehetne ezt az atomot ionizálni?
- Előfordulhat-e egy ekkora méretű hidrogénatom szobahőmérsékleten?

Adatok: $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, az alapállapotú hidrogénatom sugara $r_0 \approx 0,05 \text{ nm}$ -rel közelíthető, energiája $-2,2 \text{ aJ}$.

Megoldás:

- A hidrogénatom mérete a Bohr-modellben a következőképp függ az elektron n főkvantumszámától: $r_n = r_0 \cdot n^2$. Ebbe behelyettesítve $n = 100$ adódik.
- A hidrogénatom energiája a következőképp függ az elektron n főkvantumszámától:

$$E_n = \frac{-2,2 \text{ aJ}}{n^2}.$$

Ennek mínusz egyszerese a keresett ionizációs energia, ami $2,2 \cdot 10^{-22} \text{ J}$. Ez a keresett foton energiája. A hullámhossz

$$\lambda = \frac{hc}{E_n} = 0,9 \text{ mm},$$

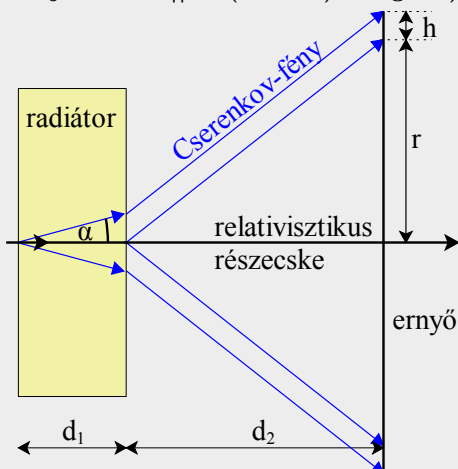
(ami a mikrohullámú tartományba esik).

- A kb. 290 K-os környezetben egy részecske átlagos kT energiája $\approx 4 \cdot 10^{-21} \text{ J}$, ami kb. 20-szorosa a kiszámított ionizációs energiának, tehát nem lenne stabil az ütközésekkel szemben.

12. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || 1. (Szenior) kategória)

A részecskefizikai detektorrendszerek egyik hasznos összetevője a RICH (Ring Imaging CHerenkov) detektor. Ennek elve, hogy egy vékony átlátszó közegen (*radiátoron*) nagy sebességgel áthaladó töltött részecske Cserenkov-fényt kelt; ez a kúp alakban szétterjedő sugárzás egy távolabb elhelyezkedő ernyőn gyűrű alakú fényfoltot hoz létre. A fényt pozícióérzékeny elektronikus detektorokkal érzékeljük. Egy ilyen detektor vázlatát mutatja az ábra.

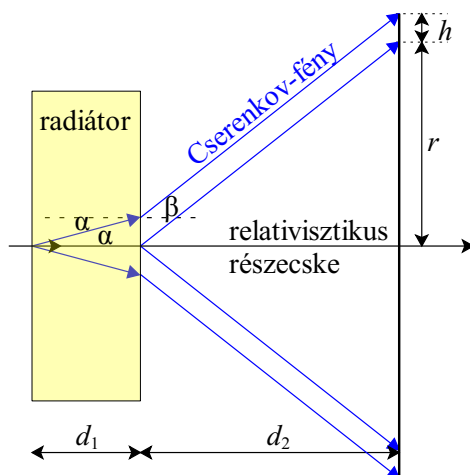


Egy nagy energiájú π^- áthaladásakor az ernyőn kapott fénygyűrű belső sugara $r = 118,2$ mm.

- Milyen vastag a fénygyűrű az ernyőn?
- Mekkora az átmenő töltött részecske lendülete?
- Egy adott típusú részecskénél vajon mi korlátozza a meghatározható legkisebb és legnagyobb lendületet?

Adatok: A radiátor törésmutatója $n = 1,2988$, $d_1 = 15$ mm, $d_2 = 80$ mm, $m_\pi = 0,1396$ GeV/ $c^2 = 2,489 \cdot 10^{-28}$ kg, a radiátor és az ernyő közötti közegnek tekintjük vákuumnak. A Cserenkov-sugárzás kibocsájtási szögére írhatjuk, hogy $\cos(\alpha) = c/(nv)$, ahol v a részecske sebessége, n a törésmutató és c a fénysebesség vákuumban.

Megoldás:



- a) A radiátorból kilépő Cserenkov-fény törési szögére felírható: $\operatorname{tg} \beta = r/d_2$, ahonnan $\beta = 55,91^\circ$. Ekkor a beesési szög (= a Cserenkov-fény fél kúpszöge) a Snellius–Descartes törvényből számítható:

$$\begin{aligned}\frac{1}{n} &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \\ \alpha &= 39,62^\circ.\end{aligned}$$

Így a gyűrű vastagságának meghatározása geometriai feladattá egyszerűsödött: $h/d_1 = \operatorname{tg} \alpha$, ahonnan $h = d_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha = 12,42$ mm.

- b) A Cserenkov-sugárzásról tudjuk, hogy $\cos(\alpha) = \frac{c/n}{v}$. Innen a pion sebessége: $v = c/(n \cos(\alpha)) = 0,9995c = 2,996 \cdot 10^8$ m/s.
A relativisztikus (látszólagos) tömeg:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 30,88 \cdot m_0 = 4,311 \frac{\text{GeV}}{c^2} = 7,686 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

A lendület:

$$mv = 30,88 m_0 \cdot 0,9995 c = 4,309 \frac{\text{GeV}}{c} = 2,303 \cdot 10^{-18} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

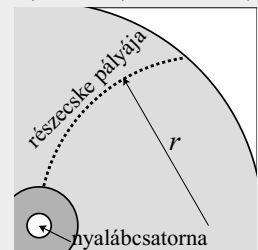
- c) A meghatározható legkisebb lendületre a Cserenkov-küszöb ad alsó korlátot. (A küszöbérték ennél a radiátornál $1,207 \cdot m_0 c$ – ennek kiszámítását nem várjuk el.) A Cserenkov-küszöböt kicsivel meghaladó lendületek pontos meghatározását az ernyő detektorainak helyfelbontása korlátozza.
Nagyon nagy lendületeknél az α szög nagy lesz, széles a Cserenkov-kúp, tehát az ernyő mérete a korlátozó tényező.

13. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || 1. (Szenior) kategória)

Vegyünk egy gyorsítót, ahol egymással szemben 1 GeV energiára gyorsított elektronokat és pozitronokat ütköztetünk. Az ütközés után keletkező töltött részecskéket egy ún. sokszálas proporcionális kamrával mérjük, amely a töltött részecskék lendületének mérésére alkalmas.

A detektor belsejében a homogén mágneses tér axiális irányú (az ábra síkjára merőleges) és nagysága $B = 2$ T. Egy észlelt, egyszeres elemi töltésű részecske pályasugara $r = 1,59$ m.



- a) Mekkora az észlelt részecske lendületének nyalábirányra merőleges összetevője?
b) A lenti táblázatból adjuk meg az összes lehetséges részecskét, amihez ez a pálya tartozhat! m_0 értéke MeV/ c^2 egységekben van megadva.

Jel	γ	ν_e	e^-	μ^-	π^0	π^-	K^-	p	n	τ^-
m_0	0	$< 2,2 \cdot 10^{-6}$	0,511	105,7	135	139,6	493,7	938,3	939,6	1776,9

Megoldás:

- a) A részecske görbült pályáját a Lorentz-erő okozza (v_T a transzverzális sebesség, azaz a sebesség ábra síkjába eső komponense):

$$m \frac{v_T^2}{r} = Qv_TB \implies mv_T = rQB.$$

Ide behelyettesítve a görbületi sugarat:

$$p_T = mv_T = rQB = 5,09 \cdot 10^{-19} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,951 \text{ GeV}/c.$$

- b) Az ütközőnyalábos gyorsítóban a lendületmegmaradás miatt mindig legalább két részecske keletkezik az elektron-pozitron annihiláció után. A részecskék keltésére rendelkezésre álló energia $2 \cdot 1 \text{ GeV} + 2 \cdot 511 \text{ keV} \approx 2 \text{ GeV}$, ennek kell fedeznie a részecskepár nyugalmi tömegét és mozgási energiáját is. A keletkezett részecskéknek a kvantumos megmaradási törvények miatt azonos részecske-antirészecske párnak kell lennie, és a feladat szövegének értelmében töltött részecskepár kell legyen.

A két részecske a lendületmegmaradás miatt éppen ellentétes irányba (egymással 180° -ot bezáróan) indul az ütközési pontból. A részecske-antirészecske pár ellentétes töltése miatt pedig ha az egyik jobbra kanyarodik, a másik balra. Egy p lendületű, m_0 nyugalmi tömegű részecske teljes energiája

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}.$$

Ezt átrendezve:

$$m_0 = \frac{1}{c^2} \sqrt{E^2 - p^2 c^2}.$$

A részecskepár egyik felére az energiamegmaradás miatt $E = 1 \text{ GeV}$. Az előzőekben kapott lendületet behelyettesítve:

$$m_0 \leq 0,309 \text{ GeV}/c^2 = 5,51 \cdot 10^{-28} \text{ kg}.$$

Az ennek a feltételnek megfelelő részecskepárok: $\gamma\gamma$, $\nu\nu$ (bármelyik fajtájú), e^-e^+ , $\mu^-\mu^+$, $\pi^-\pi^+$, $\pi^0\pi^0$. Ezek közül ki lehet zárni a fotonpárt, a neutrínókat és a semleges pionokat, mert ezek az ionizációs elven működő kamrában nem hagynak nyomot (és a π^0 rövid életideje miatt el sem jut odáig). Marad tehát az e^-e^+ , $\mu^-\mu^+$ és a $\pi^-\pi^+$. A többi megadott részecske keltéséhez a nagy tömeg miatt nem áll elegendő energia a rendelkezésre.

(A részecsketömeg azért lehet nem csak egyenlő a kiszámított értékkel, hanem kisebb is nála, mert a számított transzverzális lendület csak alsó becslést ad a teljes lendületre, hiszen lehet axiális komponens is.)

5. rész

Mérés – Tanulságok, mintajegyzőkönyvek

Az 5. és 6. részek vegyesen tartalmaznak mintajegyzőkönyveket, tanácsokat, tapasztalatokat, tanulságokat.

Az általunk megadott jegyzőkönyvek részletesebbek és bővebbek, mint amelyet a versenyzők a szűk időkorlátok között képesek írni. Vázlatosabban leírt tapasztalatokat is elfogadtunk teljes értékűként.

Nem feltétlen kell behelyezni a táblázatokat és diagramokat a jegyzőkönyvbe, ha a méréshez a versenyzők által leadott egyéb (pl. Excel) fájlban ez megtalálható a Versenybizottság számára – a jegyzőkönyvben ezekre ilyenkor hivatkozni kell. A főbb mérési lépések leírását, elemzéseket, gondolatokat, következtetések tömör megfogalmazását viszont elvárjuk.

A mintajegyzőkönyvekben a keretezett szövegek nem elvárt részei a versenyzők jegyzőkönyveinek. Ilyen környezetbe helyezzük pl. a megjegyzéseinket.

2017 Mérés – Megemlékezés

Nyirati László székesfehérvári fizikatanár kollégánk, barátunk 2017-ben csatlakozott az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny Versenybizottságához. Abban az évben ő találta ki és tervezte meg a kísérleti feladatot, ő is készítette elő, sőt még a kísérlet végrehajtásához szükséges Arduino mikrovezérlők többségét is ő hozta el az iskolájából a Verseny döntőjére. Segített a versenyzőknek a kísérleti feladatok végrehajtásában, és részt vett a beadott jegyzőkönyvek javításában (ezek most már nem elérhetők a Versenybizottság számára).

2018-ban is nagy lelkesedéssel készült a következő évi kísérleti forduló tervezésére és végrehajtására, ám súlyos, gyógyíthatatlan betegség támadta meg, amely 2019 elején legyőzte. Kiváló munkatársat, a Versenybizottság lelkes tagját, és igazi jó barátot veszítettünk el. Nyugodj békében Laci!



2017 – Nyirati László mérést vezet Pakson.

2018 Mérés mintajegyzőkönyv – Az e/k hányados (elektrontöltés / Boltzmann-állandó) meghatározása tranzisztor kollektoráramának mérésével

A kísérleti feladat leírását lásd a [72.](#) oldalon.

Mérési jegyzőkönyv – e/k állandó mérése tranzisztor kollektoráramának
feszültségfüggéséből.

Készítette: Tarján Péter

A mérés elve Félvezető eszközökben a szabad töltéshordozók száma, így a feszültség hatására rajtuk átfolyó áram erősen függ a hőmérséklettől. A mérés során BFY33 típusú npn tranzisztor kollektoráramát mérjük az emitter-bázis feszültség függvényében, különböző hőmérsékleteken. A tranzisztor hőmérsékletét vízfürdővel állítjuk be. A vizsgált összefüggés:

$$\ln I_c = (\ln \beta + \ln I_0) + \frac{e}{kT} \cdot U = \text{konst.} + \frac{e}{kT} \cdot U.$$

Az $\ln I_c$ kifejezést U_{eb} függvényében ábrázolva egyenest kapunk, amelynek a meredeksége e/kT , ahol e az elemi töltés értéke, k a Boltzmann-állandó, T az abszolút hőmérséklet. Ebből az e/k hányados értéke kifejezhető.

A mérés menete Összeállítottam a mérésleírásban ([74.](#) oldal) látható kapcsolást. A tranzisztort vízfürdőbe merítettem, amelynek a hőmérsékletét folyadékos hőmérő mérte. Az első mérésnél szobahőmérsékletű vizet használtam, majd meleg vizet, végül a kettő keverésével előállítottam egy közbülső hőmérsékletet. A potméterrel állítottam az emitter-bázis feszültséget. A feszültséget és a kollektoráramot egy-egy digitális multiméterrel mértem. A mérési adatokat a [16.1.](#) táblázatok tartalmazzák. A mért adatokat ábrázoltam és egyenest illesztettem rájuk (lásd [16.1.](#) ábra). A meredekség $M = e/kT$, innen kifejezve a keresett állandót: $e/k = M \cdot T$. A grafikonon szereplő értékek felhasználásával:

$$M_1 \cdot T_1 = 11557,5 \text{ C} \cdot \text{K/J},$$

$$M_2 \cdot T_2 = 11192,8 \text{ C} \cdot \text{K/J},$$

$$M_3 \cdot T_3 = 11360,6 \text{ C} \cdot \text{K/J}.$$

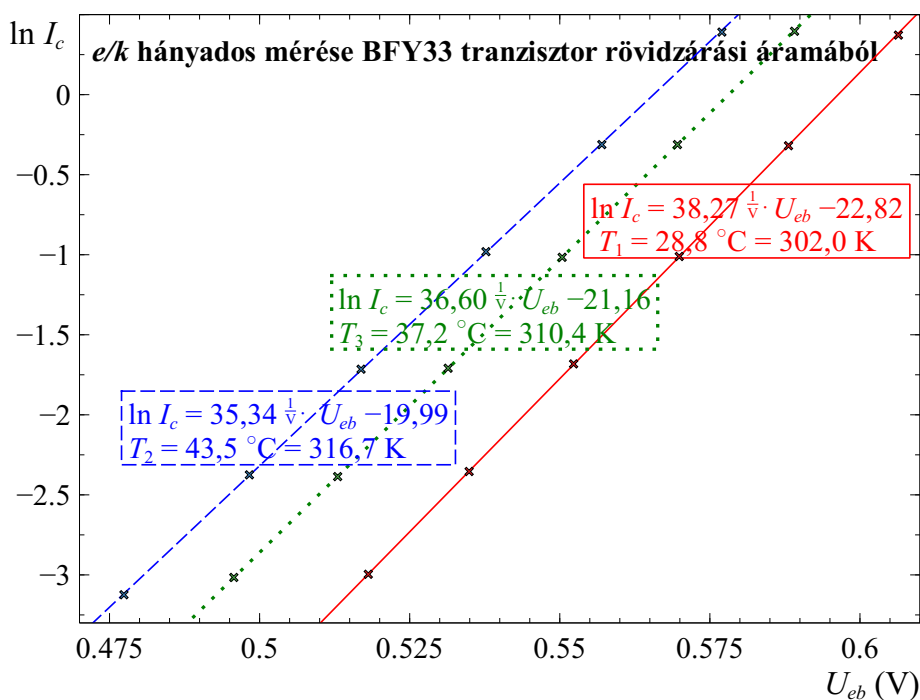
Az eredmények átlaga:

$$\left(\frac{e}{k}\right)_m = 11370,3 \text{ C} \cdot \text{K/J}.$$

U_1 [V]	I_1 [mA]	$\ln I_1$	U_2 [V]	I_2 [mA]	$\ln I_2$	U_3 [V]	I_3 [mA]	$\ln I_3$
0,5181	0,050	-2,996	0,4774	0,044	-3,124	0,4957	0,049	-3,016
0,5349	0,095	-2,354	0,4983	0,093	-2,375	0,5130	0,092	-2,386
0,5523	0,186	-1,682	0,5169	0,180	-1,715	0,5314	0,181	-1,709
0,5699	0,364	-1,011	0,5377	0,375	-0,981	0,5504	0,362	-1,016
0,5881	0,727	-0,319	0,5570	0,732	-0,312	0,5696	0,732	-0,312
0,6064	1,450	0,372	0,5770	1,479	0,391	0,5891	1,486	0,396

(a) $T_1 = 28,8\text{ }^\circ\text{C}$ (b) $T_2 = 43,5\text{ }^\circ\text{C}$ (c) $T_3 = 37,2\text{ }^\circ\text{C}$

16.1. táblázat. A mért kollektoráram (I_c) az emitter-bázis feszültség (U_{eb}) függvényében három hőmérsékleten.



16.1. ábra. A tranzisztor kollektoráram az emitter-bázis feszültség függvényében három hőmérsékleten.

Hibák A mérés során a hibák forrásai a következők lehetnek:

- A víz hűlése miatt hőmérsékletváltozás,
- a hőmérő szisztematikus hibája, illetve leolvasásból adódó pontatlansága,
- a tranzisztor áram általi önfűtése,
- a multiméterek pontatlansága.
- Az árammérő belső ellenállása elegendően kicsi, és a feszültségmérő belső ellenállása elegendően nagy ahhoz, hogy csak elhanyagolható mértékben szóljanak bele a mérési eredményekbe.

A hibák mértékét az eredmények statisztikai szórásával becsültem:

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \\ &= \sqrt{\frac{(11557,5 - 11370,3)^2 + (11360,6 - 11370,3)^2 + (11192,8 - 11370,3)^2}{2}} = \\ &= 182,5 \text{ C} \cdot \text{K/J},\end{aligned}$$

amely a kapott érték 1,6%-a. Az irodalmi érték:

$$\left(\frac{e}{k}\right)_i = 11604,5 \text{ C} \cdot \text{K/J}.$$

A mért értéknek az irodalmi értéktől való relatív eltérése:

$$\frac{\left(\frac{e}{k}\right)_m - \left(\frac{e}{k}\right)_i}{\left(\frac{e}{k}\right)_i} \cdot 100\% = 2,0\%.$$

Az irodalmi érték a mért érték hibaintervallumán *kívül* esik, azaz vélhetően valamilyen szisztematikus hiba van a mérésben. Feltűnő, hogy az első, szobahőmérsékleten végzett mérésben kapott érték van legközelebb az irodalmi értékhez (az eltérés mindössze 0,4%), míg a legnagyobb eltérést a meleg víz esetében kaptam (3,5%). Ez lehet véletlen is; de akár utalhat arra is, hogy a meleg víz nem elhanyagolható mértékben hűl a mérés közben, és az egyenes egyenletében mind a meredekség, mind a konstans tag változik, és így szisztematikus torzítja a kapott e/k hányadost.

– Mintajegyzőkönyv vége –

Megjegyzések Az alábbi megjegyzések elsősorban utólagos okulásra szolgálnak; a versenyen a szűk időkeret vagy hiányzó információk miatt nyilvánvalóan nincs lehetőség a lentiek egy részének alapos végiggondolására és kielemezésére.

- a) A mérési utasítás felhívja arra a figyelmet, hogy gondoljuk át, milyen lépésközzel érdemes a mérési pontokat felvenni. Ha az áramokat kb. egyenletesen, azaz számtani sorozatként próbáljuk felvenni (pl. 0,05; 0,10; 0,15; stb.), akkor az $\ln$ függvény miatt nem lesz egyenletes az eloszlásuk. Célszerű ezért az áramokat kb. mértani sor szerint (pl. 0,05; 0,10; 0,2; stb.) felvenni. (Vagy, ami ezzel ekvivalens ez esetben: a feszültségeket kb. számtani sorozatként.)
- b) Vegyük észre, hogy a táblázatban az egyes feszültség- ill. áramerősség-értékek ugyanannyi tizedesre vannak megadva. Bár a 0,5 és a 0,5000 értékek matematikailag ugyanazt jelentik, a „fölöslegesen” kiírt nullákkal tudjuk jelezni, hogy annál az értéknél is ugyanolyan pontossággal olvastuk le a mérőműszert, mint a többinél, csak történetesen kerek értéket kaptunk.
- c) A 3 adatsort külön-külön is lehet ábrázolni, nem feltétlenül kell egyben.
- d) A hibák számszerűsítése és azok eredményre való hatásának becslése ebben a mérésben nagyon nehéz, több okból is. Az egyik ok a grafikus kiértékelés: nem egyszerű megállapítani, hogy a feszültségmérés és az árammérés hibái hogyan befolyásolják a meredekség értékét és hibáját. A másik ok, hogy az egyenletünkben több mennyiség nem lineáris módon befolyásolja a kapott értékeket (exponenciális/logaritmikus függés, $1/T$; a hőmérséklet értéke ráadásul az egyenes egyenletének konstans tagját is befolyásolja, amit nem is vizsgálunk).
- e) A fent felsorolt hibalehetőségek egyben (csökkenő) fontossági sorrendet is jeleznek. A hőmérsékletváltozások illetve a pontatlanul ismert hőmérséklet a legjelentősebb hibaforrás; a multiméterek pontossága jellemzően 1-2%, a tranzisztor önfűtése az általunk használt áramok esetén elhanyagolható.
- f) Észben kell tartani, hogy a hőmérő a saját hőmérsékletét méri; a víz és a tranzisztor belseje is lehet kissé eltérő hőmérsékletű (pl. ha nem várjuk meg a hőmérsékleti egyensúly beálltát, vagy nincs kevergetve a víz).
- g) A fentiek miatt tehát valóban az tűnik célszerűnek, ha a hibát a mért eredményekből becsüljük, például a statisztikai szórással. Ehhez viszont nyilván szerencsésebb lenne, ha nem mindössze 3 mérésünk lenne.
- h) A jegyzőkönyv végén említett sejtés (a szisztematikus hiba a hőmérséklet változásából és/vagy pontatlan hőmérsékletmérésből származhat) több idő ráfordításával ellenőrizhető is. Végeztem egy mérést úgy, hogy szándékosan hagytam, hogy változzon közben a hőmérséklet; és egyet úgy is, hogy a tranzisztor (és a hőmérő) olvadó jégbe merült. Az eredmények a 16.2. ábrán láthatóak. Némileg meglepő módon az egyenes még a változó hőmérsékletű mérésnél is egészen jó illeszkedést mutat. Az ebből kapott meredekséget $43,85\text{ }^{\circ}\text{C} = 317,00\text{ K}$ középhőmérséklettel beszorozva kapjuk, hogy

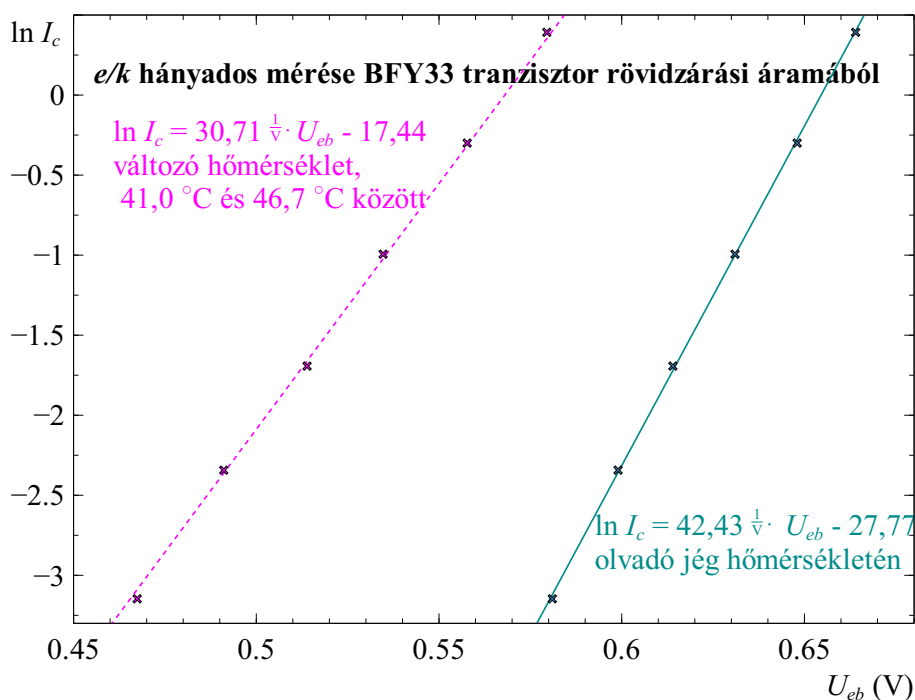
$$\frac{e}{k} = M \cdot T = 9735,1\text{ C} \cdot \text{K/J},$$

amely 16,1%-kal kisebb, mint az irodalmi érték.

Az olvadó jégben ($0\text{ }^{\circ}\text{C} = 273,15\text{ K}$) ugyanez:

$$\frac{e}{k} = M \cdot T = 11589,8\text{ C} \cdot \text{K/J},$$

amely mindössze 0,1%-kal (!) tér el az irodalmi értéktől. Ez jól mutatja, hogy a mérés pontossága valóban leginkább a hőmérséklet állandóságán és annak pontos ismeretén múlik. (Megjegyzendő, hogy a hitelesítetlen hőmérő az olvadó jégben végig $1,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ot mutatott, amelyet figyelmen kívül hagytam. Ha kb. ennyi eltérése van a valós értéktől a többi hőmérsékleten is, az értelemszerűen szintén befolyásolja a mérés jóságát, még hozzá aránytalanul nagyobb mértékben.)



16.2. ábra. A hibák eredetének ellenőrzésére elvégzett újabb mérések. Folytonos vonal: olvadó jég hőmérsékletén; szaggatott vonal: szándékosan változó hőmérsékleten.

Eredmények A versenyen tökéletes (25 pontos) jegyzőkönyv nem született, de voltak nagyon szépen sikerült mérések.

A szenioroknál (18 fő) az átlagos pontszám és szórás $16,28 \pm 5,88$ volt; a junioroknál (10 fő) $17,10 \pm 6,33$. A szenior versenyzőknél volt egy 24 pontos, egy 23 pontos és három 22 pontos jegyzőkönyv; a legalacsonyabb szenior pontszám 6 volt. A junioroknál ketten értek el 24 pontot és ketten 22 pontot; a legalacsonyabb junior pontszám 4 volt.

2019 Mérés mintajegyzőkönyv – Oldat koncentrációjának meghatározása áthaladó fény elnyelésének mérésével

A kísérleti feladat leírását lásd a 76. oldalon.

Ebben a fejezetben Bonifert Balázs, a Junior (!) kategória 2019-es győztesének (313. oldal) versenyen készített, maximális pontszámú jegyzőkönyvét mutatjuk be. Ez a jegyzőkönyv tömör, de minden lényeges információt tartalmaz. A jegyzőkönyv formáját a könyv stílusához igazítottuk (a versenyen formázással nem szükséges időt tölteni), és minimális nyelvtani korrekciókat végeztünk rajta.

Mérési jegyzőkönyv – Oldat koncentrációjának meghatározása. Kód: 54

Az árammérőt a LED-del sorba kötöttem. A feszültségmérő a napelem feszültségét mérte. 20 mA-re állítottam az összes LED-et.

A tiszta vizes küvetával várhatóan kicsit kevesebbet mérünk, mint levegőnél. Azért csak kicsit, mivel a víz színtelen, nem nyel el sok látható fényt. Így is lett: 0,01 – 0,05 V közti eltérést mértem.

Várakozásaim szerint 25-40%-ot fog elnyelni a közeg. Mivel digitális műszerekkel mértem, a mérésre kis hibát jósoltam.

A legtöményebb oldatnál a legnagyobb eltérést a zöld fény mutatott. Ez a fény nyelődik el a legjobban, így ezt fogom használni a későbbiekben. A mérésnél probléma volt, hogy a LED-ek pontosan ugyanazt a felületet világítsák meg, mert különböző volt kicsit a fényfolt mérete. Ez nem befolyásolja a megfelelő LED kiválasztását.

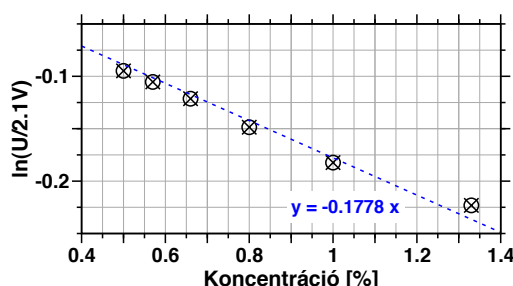
	szín	piros	zöld	sárga	kék
levegő	U (V)	1,97	2,12	1,81	2,26
tiszta víz	U (V)	1,96	2,10	1,77	2,23
legtöményebb oldat	U (V)	1,93	1,70	1,69	2,15

Megmértem az összes oldatot, a mérési eredményeket lásd a 16.2. táblázatban. Számoltam egy korrigált feszültséget (U_k), amit úgy kaptam, hogy levontam a küvetta és a deszt. víz által elnyelt fény okozta feszültségkülönbséget (0,02 V). Az ebből vett logaritmusokat ábrázoltam (16.3. ábra). Erre egyenest illesztettem Excel-el; a (0;0) pontot metszésre kényszerítettem. Az egyenes egyenletére $y = -0,1778 \cdot x$ jött ki. A mérés valóban szép eredményeket adott, $R^2 = 0,975$.

Az ismeretlen oldat töménységének 0,8% és 1,33% között kell lennie szemmel való becslésem alapján. A mérés alapján 1% és 0,8% között van. Az egyenesből $c = -0,1653 / -0,1778 = 0,93\%$ jött ki, ami megfelel az előzetes becsléseknek.

konc. (%)	1,33	1	0,8	0,66	0,57	0,5	x
U [V]	1,7	1,77	1,83	1,88	1,91	1,93	1,8
U_k [V]	1,68	1,75	1,81	1,86	1,89	1,91	1,78
$\ln(U/2,1V)$	-0,223	-0,182	-0,149	-0,121	-0,105	-0,095	-0,165

16.2. táblázat. Zöld fénnel mérés: (6)–(7) feladatok mérési eredményei.

16.3. ábra. $\ln(U/2,1V)$ értéke a koncentráció függvényében.

A felezési koncentráció $U_k = 2,1/2 = 1,05$ V-nál van. $\ln(1,05/2,1) = -0,6931$. Innen $c = -0,6931 / -0,1778 = 5,88\%$. Ezt nem tudjuk leellenőrizni, de nagyjából helyesnek tűnik.

Mérési hibák:

- Multiméterek digithibája (0,5%); Zavaró külső fény (5 – 8%)
- A kuvetta falának inhomogenitása (1%); Kevés mérési pont (3%)
- Az előző oldatból ottmaradt rész is feloldódik az új oldatban, megváltoztatva ezzel annak koncentrációját (1%)
- A koncentrációk kezdeti bizonytalansága (1%)
- A LED nem mindig azonos fényárama (3% különböző LED-ek esetén, 1% azonos LED-eknél)
- Multiméter belső ellenállása (1% különböző LED-ek esetén, elhanyagolható azonos LED-eknél)

Ezek okozhatják a tapasztalt hibákat. Összességében $\pm 10\%$ -ot becsülnék a hibára.

– Mintajegyzőkönyv vége –

Tanulságok A versenyen a mérési feladat jól teljesíthetőnek bizonyult.

A szenioroknál (20 fő) az átlagos pontszám és szórás $18,35 \pm 6,27$ volt; a junioroknál (10 fő) $15,10 \pm 5,93$. A szenior versenyzőknél volt kettő 25 pontos, kettő 24 pontos, kettő 23 pontos és három 22 pontos jegyzőkönyv. A junioroknál is volt egy 25 pontos jegyzőkönyv (lásd fent); egy-egy versenyző 20, 19 ill. 18 pontot szerzett.

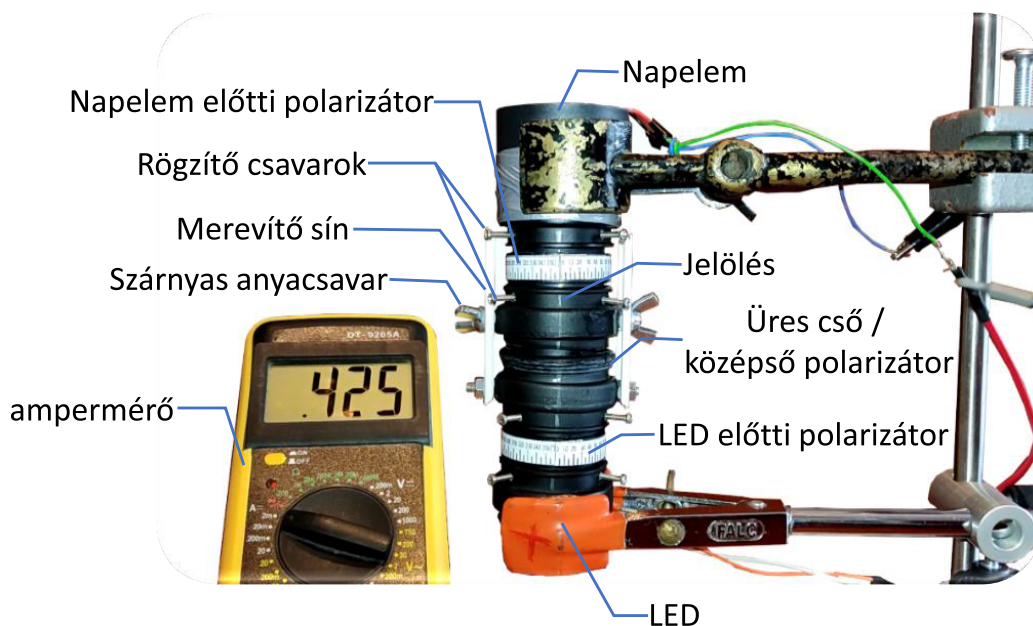
2022 Mérés mintajegyzőkönyv – Fotonok polarizációja

A kísérleti feladat leírását lásd a 79. oldalon.

Mérési jegyzőkönyv – Fotonok polarizációja.

Készítette: Borbély Venczel

A feladat a fény polarizációjának vizsgálata és a jelenség magyarázata részecskemodell segítségével is. A kísérlet első részében a klasszikus két polárszűrős kísérletet végzem el, majd utána két keresztezett polarizátor közé behelyezek egy harmadik polarizátort és megvizsgálom, mi történik, ha azt is elforgatom a másik két polarizátor között. A feladat kiírásánál szereplő elméletből kiderült, hogy a fény intenzitása $\cos^2$ -es függvény szerint változik, a mérés során ezt szeretném igazolni. Az egyfotonos vizsgálat a fényszecskek statisztikai vizsgálatát vetíti elő, így várhatóan a $\cos^2$ -es függvény valószínűségi értelmezését kell majd használnom. Két szorgalmi feladat is van: egyrészt megvizsgálni, hogy mi történik, ha a középső és az első szélső polarizátort állítom keresztezett állásba és a harmadikat vizsgálom; másrészt megvizsgálhatom, hogy ideális esetben mit kellene kapni. Azt várom, hogy a mért értékek korrelálnak az elméleti értékekkel.



16.4. ábra. A polarizáció mérés kísérleti eszköze.

1. feladat – ismerkedés az eszközzel. A 16.4. ábrán látható kísérleti eszköz két lombikfogó segítségével egy állványhoz van rögzítve. Az eszköz csőbe szerelt, forgatható, skálával ellátott polárszűrőkből, fényforrásból (LED) és fényérzékelőből (napelem) áll. Alul található a LED és felül a napelem. A LED fölött és a napelem

előtt van egy-egy polarizátor (előbbi csavarokkal rögzítve), a harmadik polarizátor külön áll rendelkezésre. A fényforrás 6 V-os áramforrásról működik, védőellenállással van ellátva. A napelemhez egy ellenállás és egy multiméter kapcsolódik egyen-áramú 2 mA-es méréshatárral; a fényintenzitással arányos áramerősséget mérem egy sorba kötött árammérővel.

2. feladat – Excel előkészítése. A kísérlet elvégzéséhez egy rövid eszközleírás és egy Excel fájl áll rendelkezésemre `Polarizacios_jelenseg_vizsgalata_ures.xlsx` néven.¹³ Ezt a fájlt kell átnevezni saját kódra. Az Excel fájl három munkalapból áll. Az 1. **mérés** munkalap a kétpolarizátoros kísérlethez (5. mérési feladat), a 2. **mérés** munkalap a hárompolarizátoros feladathoz (6. mérési pont) tartozik. Az Összehasonlítás munkalapon a két mérés összehasonlítását tehetem meg.

3. feladat – Napelem áramának mérése. Polaritáshelyesen bekötöttem a LED-et az asztali áramforrásra és a mérőműszert is rákötöttem a napelem kivezetéseire. Miután bekapcsoltam a fényforrást, mindkét polarizátort a 0 osztásra állítottam. Ekkor elvileg párhuzamos a két polarizátor. Ekkor 0,490 mA áramerősséget mértem. Megvizsgáltam, hogy mi történik, ha egy kicsit jobbra, illetve balra elforgatom. Mindkét irányban azt tapasztaltam, hogy csökkent az áramerősség, vagyis a két polarizátor valóban párhuzamos állásban volt.

Ha a hengerekre ragasztott skálák elcsúsztak, előfordulhat, hogy a párhuzamos állás nem pont a két 0 állásban van. Ekkor célszerű feljegyezni az eltolódás értékét (bár az Excel solver megadja a szögeltérés értékét).

4. feladat – 1. polarizátor mérése. 15°-onként elforgattam a napelem előtti polarizátort és az ampermérőn mért áramerősség értékeket beírtam az Excel fájl 1. **mérés** munkalapján az $I(\alpha_1)$ oszlopába a megfelelő szögállás mellé. A feljegyzett adatokat a 16.3. táblázat tartalmazza.

Az Excel fájl a mérés közben automatikusan elkészítette az áramerősség-szög diagramot (pontok a 16.5a ábrán). Ez látszólag egy $\cos^2$ -es függvény, de hogy megbizonyosodjak róla, használok a fájlba beépített függvényt és rákattintok az **Illesztés** gombra. A függvény a **Solver** bővítmény segítségével a négyzetes eltérések átlagának minimumát felhasználva meghatározza az A amplitúdót és a φ_1 fázist. Esetemben az amplitúdó értéke $A = 0,502$ mA, a fázis $\phi_1 = 1,299^\circ$. Innen látható, hogy a két skála között van egy kis mértékű elcsúszás. Ez azonban olyan kicsi ($\approx 1,3^\circ$), hogy „forgatással” nem tudtam kimutatni.

¹³A jegyzőkönyvben hivatkozott fájlok letölthetők ezen a címen:
<https://sukjaro.hu/oszlv-konyv2022/>.

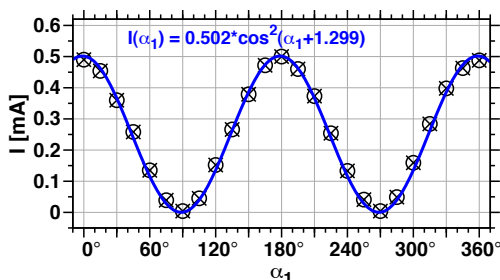
$\alpha_1 [^\circ]$	I_m [mA]	I_i [mA]
0	0,490	0,502
15	0,454	0,463
30	0,360	0,367
45	0,258	0,240
60	0,135	0,116
75	0,039	0,028
90	0,004	0,000
105	0,045	0,040
120	0,152	0,136

$\alpha_1 [^\circ]$	I_m [mA]	I_i [mA]
135	0,266	0,263
150	0,379	0,387
165	0,472	0,474
180	0,500	0,502
195	0,460	0,463
210	0,373	0,367
225	0,254	0,240
240	0,133	0,116
255	0,041	0,028

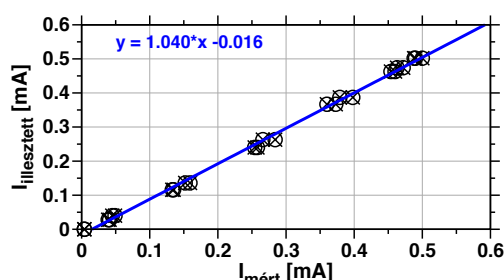
$\alpha_1 [^\circ]$	I_m [mA]	I_i [mA]
270	0,004	0,000
285	0,049	0,040
300	0,159	0,136
315	0,284	0,263
330	0,398	0,387
345	0,463	0,474
360	0,488	0,502

16.3. táblázat. A két polárszűrővel mért (I_m) és illesztett (I_i) adatok.

A és ϕ értéke az Excel táblázatból is leolvasható, de a feladat az volt, hogy határozzuk meg ezeket az értékeket, ezért a mérési jegyzőkönyvben ki kell írni, ki kell emelni őket.



(a) Mért és illesztett adatok.



(b) Az illesztés pontossága.

16.5. ábra. Az 1. mérés és illesztés eredménye.

A Solver bővítmény kiszámítja az egyes szögállásoknak megfelelő intenzitás értéket az $A \cdot \cos^2(\alpha_1 + \phi_1)$ oszlopban. A 16.5b ábrán az illeszkedés pontosságát láthatjuk. A mérési pontjainkra egy lineáris trendvonalat illeszt az Excel. Látható, hogy a mérési pontjaink eléggé illeszkednek a trendvonalra, az illeszkedés jósága közel 1 ($R^2 = 0,9977$). Ez azt igazolja, hogy a mért adataim is $\cos^2$ -es függvény szerint változnak. Hibaforrás lehet a pontatlan szögbeállítás forgatás közben, illetve, ha a részekből álló eszköz nincs tökéletesen egy tengelyben (ez okozhatja az amplitúdó nagyságának különbségét 0° , illetve 180° esetén).

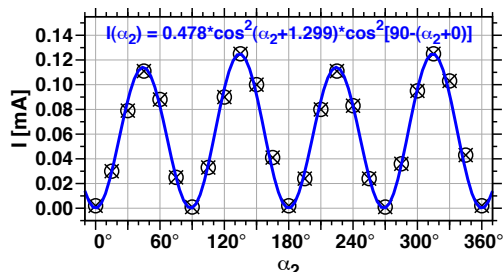
A mérési adatokból még az is jól látszik, hogy ha a polarizátorok 90° -os, illetve 270° -os szöget zárnak be egymással, akkor nem, vagy csak alig engednek át fényt. Ezt az állapotot nevezzük keresztezett polarizátor állásnak. 180° és 0° állásban a legnagyobb az áramerősség értéke, vagyis ekkor vannak a polarizátorok azonos állásban.

5. feladat – középső polarizátor mérése. Az 5. feladatnál először megkerestem a napelem előtti polarizátor elforgatásával azt az állást, amelynél a legkisebb volt az áramerősség értéke. Ez 90° fölött volt egy kicsivel, kb. az előző mérésnél kapott $1,3^\circ$ -os eltéréssel. Ezután rögzítettem ezt a polarizátort a kis csavarok segítségével. Kicseréltem a középső üres csövet a harmadik polarizátorra és beállítottam a 0 állásba. 15° -onként elforgattam a középső polarizátort és az Excel fájl 2. **mérés** munkalapjába beírtam a mért áramerősség értékeket a megfelelő helyre. A fentiekben leírtak alapján meghatároztam a B amplitúdót és a ϕ_2 fázist. Az amplitúdó értéke $B = 0,478$ mA, a fázis $\phi_2 = 0^\circ$. A mért és illesztett adatokat a 16.4. táblázat tartalmazza, a kapott diagramok a 16.6. ábrán láthatók. A mért és az illesztett pontokra helyezett trendvonal illesztési jósága itt is közel 1, de kisebb, mint a kétpolarizátoros mérésnél ($R^2 = 0,9739$). Amint a 16.6a ábrán is látható, ennél a mérésnél már nem annyira jól illeszkedik a mért és az illesztett görbe. A mért adatok ingadozása részben az eszköz tökéletlenségének tudható be (valószínű, hogy nem volt tengelyben a középső polarizátor), másrészt a forgatás közben nem biztos, hogy mindig pontosan sikerült az adott szög osztására állni.

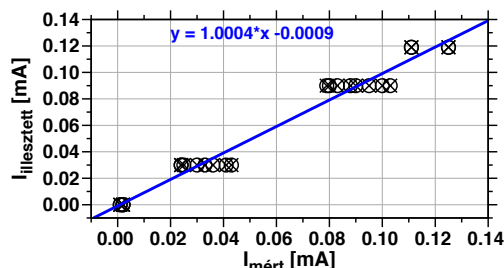
$\alpha_2 [^\circ]$	I'_m [mA]	I'_i [mA]	$\alpha_2 [^\circ]$	I'_m [mA]	I'_i [mA]	$\alpha_2 [^\circ]$	I'_m [mA]	I'_i [mA]
0	0,002	0,000	135	0,125	0,119	270	0,001	0,000
15	0,030	0,030	150	0,100	0,090	285	0,036	0,030
30	0,079	0,090	165	0,041	0,030	300	0,095	0,090
45	0,111	0,119	180	0,002	0,000	315	0,125	0,119
60	0,088	0,090	195	0,024	0,030	330	0,103	0,090
75	0,025	0,030	210	0,080	0,090	345	0,043	0,030
90	0,001	0,000	225	0,111	0,119	360	0,002	0,000
105	0,033	0,030	240	0,083	0,090			
120	0,090	0,090	255	0,024	0,030			

16.4. táblázat. A három polárszűrővel mért (I'_m) és illesztett (I'_i) adatok.

Az egyik érdekesség, amely feltűnik, hogy keresztezett polarizátorok közé betett harmadik polarizátornak vannak olyan állásai, amelyen újra fény jut a napelemre. Ennek a változásnak is $\cos^2$ -es a függvénye, csak amint sejteni lehetett az Excel fájlban megjelenő képleteknél, itt két $\cos^2$ függvény szorzása jelenik meg. Ennek a



(a) Mért és illesztett adatok.



(b) Az illesztés pontossága.

16.6. ábra. A középső polarizátor forgatása – mérés és illesztés eredménye.

görbének a maximuma $(2k + 1)(\pi/4)$ -nél van ($k \in \mathbb{N}$). A szomszédos polarizátorok egymáshoz viszonyított állását kell figyelembe venni és nem a két szélső polarizátor egymáshoz viszonyított állását. Ekkor előfordulnak olyan helyzetek, amikor adott állásoknak megfelelő polarizációs állapotú fény jut a fényforrásból a fényérzékelőre.

A másik érdekesség, amely feltűnik, hogy a kapott görbéknek a periódusa feleakkora, mint amit a kétpolarizátoros mérésnél mértem. A harmadik érdekesség az, hogy a B amplitúdó értéke és a diagramon látható maximális érték nem ugyanakkora. A kétpolarizátoros mérésnél ez a két adat ugyanakkora volt. Az utóbbi két érdekességnek a magyarázata az, hogy a két $\cos^2$ -es függvény szorzata jelentősen csökkenti az amplitúdót és felezi a periódusidőt. Sőt, a B értéke ugyanakkora kellene legyen, mint az A amplitúdó értéke, de mivel a polarizátorok nem teljesen átlátszóak, itt egy kis fényvesztés tapasztalható.

6. feladat – összehasonlítás, foton-modell. Ha összehasonlítom a két mérés során kapott illesztett görbét az Összehasonlítás munkalap segítségével, akkor azt látom, hogy a hárompolarizátoros mérésnél a frekvencia kétszer akkora és a legnagyobb intenzitás érték sokkal kisebb, mint két polárszűrő esetén. A táblázatok illesztett adataiból a maximumokat véve: $I'_{\max}(\alpha_2)/I_{\max}(\alpha_1) = 0,119/0,502 = 0,237$, vagyis a második mérésnél a mért intenzitásnál az első mérésnél mértnek mindössze 23,7%-a.

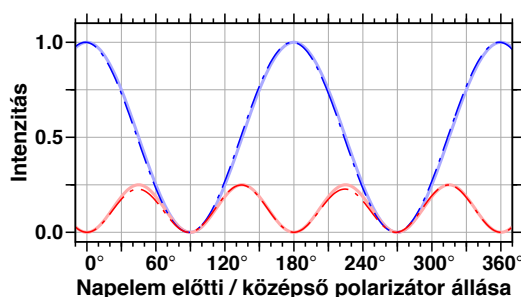
Ha mérési eredményeinket a fotonmodell segítségével próbáljuk értelmezni, akkor mindenképp szem előtt kell tartani, hogy a foton oszthatatlan. Ha gondolatban olyan fényforrást alkalmazunk, amelyből egyszerre csak egy foton lép ki, akkor ellentmondásba kerülhetünk, mert az egyetlen fotonra is érvényes kell legyen a kapott $\cos^2$ -es függvény, de egyetlen foton vagy átmegy vagy elnyelődik. Az ellentmondás úgy oldható fel, ha feltesszük, hogy sok egyfotonos kísérletet nézve az áthaladás $P(\vartheta)$ valószínűségét adja meg a $\cos^2$ -es függvény: $P(\vartheta) = \cos^2(\vartheta)$.

(A polarizáció foton-modelles részletes értelmezését érdemes elolvasni a lábjegyzetben^{14,15} szereplő irodalmakból.)

7. (szorgalmi) feladat – polarizátorok szerepének felcserélése? A középső és a napelem előtti polarizátort keresztezett állásba állítottam és feloldottam a LED melletti polarizátort, majd elforgattam. Nem tapasztaltam lényeges áramerősség változást; az áramerősség értéke 0,001 mA és 0,002 mA között véletlenszerűen változott. Hasonlókat tapasztaltam akkor is, ha a LED melletti és a középső polarizátort rögzítettem egymáshoz keresztezett állásban és a napelem előtti polarizátort forgattam. Mindkét esetben azt láttam, hogy ha a két keresztezett polárszűrőn kívül forgatjuk a harmadikat, akkor nem tapasztalok intenzitásváltozást. Vagyis a polarizátorok szerepe nem cserélhető fel.

8. (szorgalmi) feladat – összehasonlítás az elmélettel. A mérésleírás szerint a 3. feladatnál várható elméleti függvény $I(\alpha_1)/I_0 = \cos^2(\alpha_1)$, míg a 4. feladatnál várható elméleti függvény $I(\alpha_2)/I_0 = \cos^2(\alpha_2) \cdot \cos^2(90^\circ - \alpha_2)$.

Beillesztettem egy új munkalapot az Excel fájlba, és külön oszlopokba beírtam az egyes polarizátorok helyzetét. A LED melletti polarizátor helyzetét 0-nak tekintettem. A háropolarizátoros esetben a napelem előtti polarizátor helyzete 90° -os (keresztezett polarizátorok). A forgó polarizátor esetén 15° -onként számoltam. A feladatban megadott képletekkel kiszámoltam az intenzitás értékeket az egyes helyzetekben és ábrázoltam az eredményeimet a forgó polarizátor helyzetének függvényében.



16.7. ábra. Polarizátorok viselkedése ideális esetben (folytonos vonal), összehasonlítva a méréssel (szaggatott vonal). Az eltérés minimális.

A 16.7. ábrán látható, hogy a mérésem hasonló az ideális helyzethez. A két-polarizátoros esethez képest a háropolarizátoros elrendezésben a maximum a $I'_{\max}(\alpha_2)/I_{\max}(\alpha_1) = 25\%$ -ára csökken le. A mérések során kapott $23,7\%$ nem áll

¹⁴http://fizikaiszemle.hu/uploads/2021/06/fizszem-202106-tothkristof_14_07_55_1624882075.43.pdf

¹⁵<http://fiztan.phd.elte.hu/kozkincs/magypub/pub/modern/kvantum-hatarozatlansag.pdf>

messze ettől az értéktől. A különbség abból adódik, hogy a valóságban – az ideális esettel ellentétben – a polarizátorok nem teljesen átlátszók.

9. feladat – jegyzőkönyv készítése. A mérés során a klasszikus polarizációs kísérlet mellett egy új érdekes jelenséggel találkoztam. Méréssel igazoltam a klasszikus elektrodinamikai elméletben kapott $\cos^2$ -es függést. A jelenség megmagyarázásánál a fotonelméletet is használtam, ahol az egyenletben szereplő $\cos^2$ -es tag a foton polarizátoron való átjutásának valószínűségét adja meg. Igazoltam azt is, hogy mérésem összhangban van az elmélet alapján vártakkal.

– Mintajegyzőkönyv vége –

Tanulságok a versenyről

A legtöbb pontot a feladatban utasításként megjelenő és végrehajtott mérési részekre kaptak a versenyzők (4. és 5. feladatok).

Nehezebben ment a mért értékek elemzése, hiányos volt a mérésből kiemelendő adatok megemlítése, a mérés menetének rövid ismertetése, előzetes várákozás, cél megemlítése vagy valamilyen bevezető gondolat a méréshez. A jelenség teljes értékű fotonelméleti magyarázata két munkában jelent meg (egy szenior és egy junior versenyzőnél), további 7 versenyző adott részben jó értelmezést. Az 1. szorgalmi feladat (7. feladat) népszerű volt a szeniorok körében, a 19 versenyzőből 12-en válaszoltak erre a kérdésre. A másik szorgalmi feladatot összesen 5 versenyző kezdte el és ketten végezték el hibátlanul.

Jó tanács: mérési jegyzőkönyv íráskor érdemes egy kis bevezetővel kezdeni, a kért mérési adatokat kiemelten megjeleníteni, és végül méréseinket értékelni.

Örömünkre szolgált, hogy a versenyzők megpróbálták értelmezni a látott jelenségeket, igyekeztek következtetéseket levonni, és hogy a hibaszámolás, hibák felderítése, valamint megmagyarázása is sokak számára fontos része mérő-kutató munkájuknak.

Az útmutató szerint összesen 30 pontot lehetett elérni (25 pont a kötelező részre és 5 pont a szorgalmi feladatokra). Maximum 25 pont került beszámításra, és aki a szorgalmi feladatokkal meghaladta ezt, különdíjban részesült. A legmagasabb elért pontszám a szenior kategóriában 27 pont, a junior kategóriában 19 pont volt. Az átlag a szenioroknál $16,8 \pm 4,9$ pont, a junioroknál $12,6 \pm 5,5$ pont.



2022 – Kísérleti forduló.



2022 – A Marx György emléktábla megkoszorúzása (Sükösd Csaba, fent).

6. rész

Szimuláció – Tanulságok, mintajegyzőkönyvek

Az 5. és 6. részek vegyesen tartalmaznak mintajegyzőkönyveket, tanácsokat, tapasztalatokat, tanulságokat.

Az általunk megadott jegyzőkönyvek részletesebbek és bővebbek, mint amelyet a versenyzők a szűk időkorlátok között képesek írni. Vázlatosabban leírt tapasztalatokat is elfogadtunk teljes értékűként.

Nem feltétlen kell behelyezni a táblázatokat és diagramokat a jegyzőkönyvbe, ha a méréshez a versenyzők által leadott egyéb (pl. Excel) fájlban ez megtalálható a Versenybizottság számára – a jegyzőkönyvben ezekre ilyenkor hivatkozni kell. A főbb mérési lépések leírását, elemzések, gondolatok, következtetések tömör megfogalmazását viszont elvárjuk.

A mintajegyzőkönyvekben a keretezett szövegek nem elvárt részei a versenyzők jegyzőkönyveinek. Ilyen környezetbe helyezzük pl. a megjegyzéseinket.

2017 Szimuláció „Hogy kellett?” – Gamma-sugarak rezonanciaabszorpciója (Moon-kísérlet szimulációja)

Ebben a fejezetben Papp Gergely vázlatosan bemutatja, hogy hogyan kellett megoldani a 2017-es szimulációs feladatot. A feladat leírását lásd a [86.](#) oldalon. (Hasonló témájú még a 2021. évi döntő 3-as feladata – lásd [209.](#) oldal.)

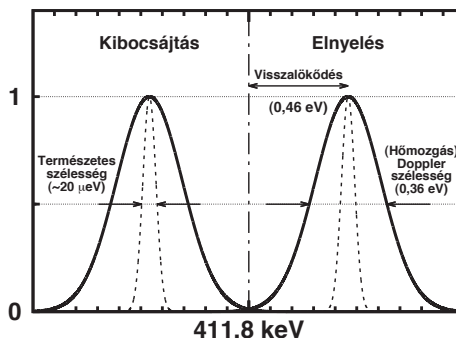
A szimuláció során megmérjük a γ -kibocsátás és γ -elnyelés során az atommag visszalökődéséből származó energiaveszteséget, és a γ -energiaspektrum hőmérsékleti kiszélesedését. Ha a példánkban a mag gerjesztett állapotból alapállapotba bomlik, úgy felszabadul $\Delta E = E_g - E_0$ energia. Összesen ΔE energia szabadul fel, de a lendületmegmaradás értelmében a mag visszalökődik, ezért a γ -energia kisebb: $E_\gamma = \Delta E - \delta E$. A γ -foton elnyelődésekor szintén történik egy meglökődés: $E'_\gamma = \Delta E + \delta E$. A két eset között a különbség $2\delta E$, ezért van az, hogy a kibocsátott γ -fotonok nem nyelődnek el újra. Egyik feladat ennek a δE energiának a kimérése.

A magok a hőmozgás miatt „ide-oda” mozognak, ezért a kibocsátáskor és elnyeléskor $+/-$ irányú Doppler-eltolódás lép fel. Ez a spektrum Doppler-kiszélesedését okozza. Másik feladatunk ennek a kimérése.

A méréshez W.G. Davey és P.B. Moon 1953-as kísérletét követjük: egy nagysebességű ultracentrifugával Doppler-effektus segítségével eltoljuk a kibocsátott fotonokat ($\Delta E_D = E_\gamma \cdot v(f)/c$). A mérés során radioaktív arany forrást és higany céltárgyat használunk. Az elnyelt fotonok száma a két Doppler-kiszélesedett spektrum átfedésével arányos, amiről megmondtuk hogy szintén Gauss-görbe, ami $\sqrt{2}$ -ször olyan széles mint az eredeti hőmérsékleti kiszélesedés.

Az elnyelt fotonok szinte azonnal kisugárzódnak a tér minden irányába – ezeknek a szelektív detektálásával tudjuk mérni az elnyelt fotonok számát a fordulatszám függvényében. Az a fordulatszám, ahol az elnyelés maximális, megadja a δE visszalökődés értékét, míg a féltértékszélességből számíthatjuk a Doppler-kiszélesedést.

Vegyük észre, hogy ehhez a méréshez elegendő egy beütésszámláló, nincs szükségünk spektrométerre. Továbbá a centrifugás módszerrel adott esetben nagyobb precizitással tudunk energiát mérni, mint egy spektrométer energiafelbontása.



17.1. ábra. Doppler-kiszélesedés, illetve energia-eltolódás illusztrációja.

2. feladat – gondoljuk végig!

- A kiszélesedés: „pár tized eV nagyságrendű” – szerepel a mérésleírásban!
- A visszalökődés mértéke kiszámítható! Ismerjük a bomlásban felszabaduló energiát ($E_g \approx 411,8 \text{ keV}$), meg van adva a céltárgy $M = 198$ -as tömegszáma. Innen $\delta E = E_g^2/(2Mc^2) \approx 0,46 \text{ eV}$. ($\delta E \ll E_\gamma \approx E_g$.)
- A leírásban szereplő ábrán szándékosan nem szerepelt az x tengely beosztása, de megadtuk hogy az ábra arányos – így ha tudjuk az eltolódás értékét, a kiszélesedés félértékszélessége leolvasható a grafikonnál (az ábrán szerepelt az $y = 0,5$ egyenes). Innen a Doppler-kiszélesedés félértékszélessége $0,36 \text{ eV}$.
- A leírás megmondta hogy Gauss-görbét várunk.
- Az eV-ben adott értékeket átszámíthatjuk rotor fordulatszámra. Ez azt jelenti, hogy az elnyelés (és újrakibocsátás) maximumát $2 \cdot 0,46 \text{ eV} \approx 1400 \text{ 1/s}$ fordulaton várjuk, a mérhető félértékszélességet pedig $\sqrt{2} \cdot 0,36 \text{ eV} \approx 775 \text{ 1/s}$ fordulathoz. Ez két információt is ad nekünk:
 - a) Ha nem ilyen értékeket kapunk, akkor valami baj van az összeállítással!
 - b) Ezen értékek környékére érdemes sűríteni a mérési pontokat.

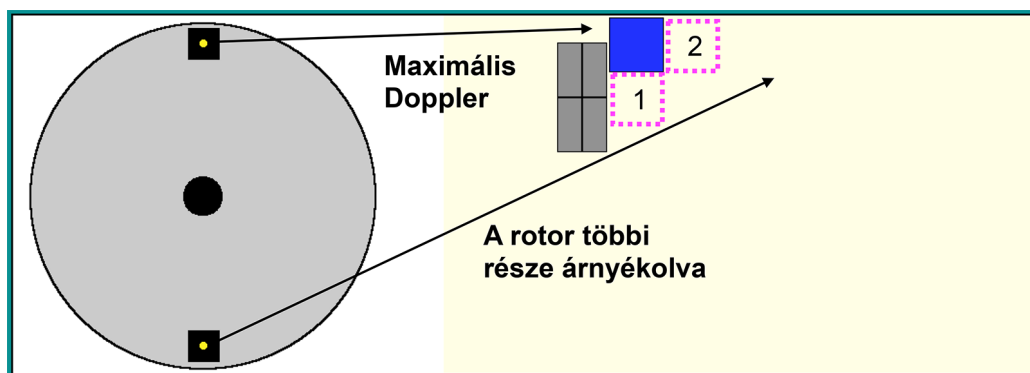
3. feladat – forrás és rotor. Ez a feladat csak egy technikai lépés. Azért van szükség két forrásra, hogy mechanikailag kiegyensúlyozott legyen a rotor.

4. feladat – háttér mérés. Ebben a pontban azt kellett észrevegynünk, hogy forgó rotornál nagyobb háttérrel mérünk, mert a forrásunk „elkent” lesz.

A mérésleírás talán nem hangsúlyozta ki eléggé, hogy helyezzük be a detektort a sugárzási térbe, és **gondoljuk meg, hova érdemes!** Olyan mérési elrendezést szeretnénk majd létrehozni, ahol a Hg céltárgyunkat minél inkább *monoenergiás* sugárzás éri, ugyanakkor a detektorunkat *csak* a Hg-ből érkező sugárzás éri. A forrásokból minden irányban repülnek ki fotonok, és mivel a rotor körbe forog, ezért a sugárzási térben vegyesen lesznek pozitív és negatív irányba különböző mértékben eltolt energiájú fotonok. Ez a feladat ennek felismerésére próbált minket rávezetni. Két mérési elrendezést mutat a 17.2. ábra. Olyan geometriában szeretnénk majd mérni, ahol az ólom árnyékolja a detektort a rotorból jövő sugárakra, illetve az ólom árnyékolja a Hg-t is, kivéve egy adott szög alatt, hogy minél inkább monoenergiás sugárzás érje. Itt érdemes érintő irányban kilépő fotonokra optimalizálni. Az ábrán (1)-el jelölt konfiguráció háttére jobb lesz mint a (2)-é, mert nem éri közvetlenül a rotorból sugárzás.

5. feladat – árnyékolt háttér. Ez a feladat szintén rávezetésre szolgál, hogy kitapasztaljuk hova érdemes tenni az árnyékolást, hogy a detektort minél kevesebb sugárzás érje a rotorból. Jól leárnyékolt esetben a háttérünk nagyon kicsi lesz.

6. feladat – Hg céltárgy. Ez utolsó rávezető feladat, hogy kitaláljuk (vagy kipróbáljuk) hova érdemes tenni az árnyékolást, Hg céltárgyat és detektort, az ideális mérési elrendezés érdekében.



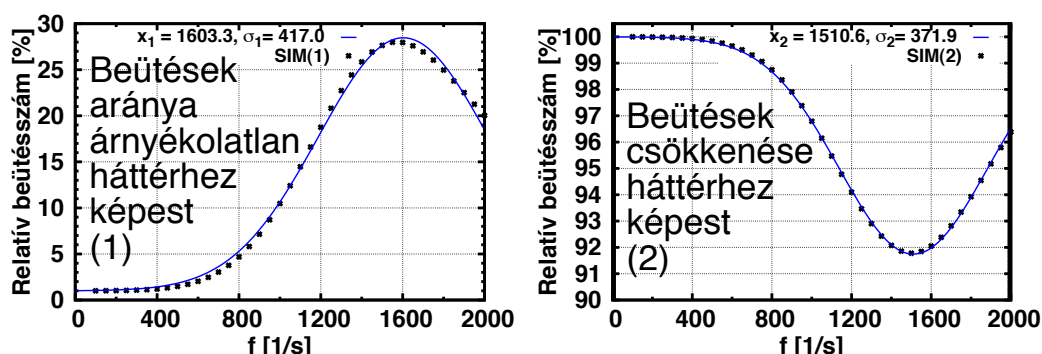
17.2. ábra. Két példa elrendezés. Az (1)-es jól árnyékolta, míg a (2)-es nem.

7. feladat – görbe kimérése. A 17.2. ábrán szereplő (1)-es konfiguráció jól árnyékolta, ezért itt a rotorsebesség növelésével nő a beütésszám (átfedésbe hozzuk a két hőmérsékleti kisélestedes spektrumot), majd utána csökken (elértük a maximális átfedést). A (2)-es konfiguráció viszont nem jól árnyékolta, ezért itt a fordítottját fogjuk megfigyelni - először csökken a beütésszám (A Hg céltárgy egyre több foton nyel el, egyre kevesebb ér a detektorra), majd nő. A mérést mindkét esetben el lehet végezni, de figyelni kell arra, hogy milyen görbe alakot várunk! A mérés során a pontokat érdemes az „érdekes” helyeken sűríteni, illetve arra is figyelni kell, hogy minden sebességnél elegendő statisztikánk legyen, hiszen a relatív hiba $\sqrt{N}/N$. Az, hogy ehhez mennyi ideig kell egy pontot mérni, a mérési geometriától is függ.

8. feladat – ábra. A két elrendezésben mért normált eredményeket mutatja a 17.3. ábra. Míg egyik esetben a beütések száma, addig másik esetben a beütések csökkenése a számunkra értékes mennyiség. Az (1)-es esetben a mért beütésszámból levontuk az árnyékolta háttér, majd az így kapott maradék beütésszámot az ugyanebben a geometriában mért árnyékolatlan beütések számához normáltuk. Az effektus nagysága így 30%-osnak látszik – alacsony a háttér, de csak a Hg által szórt fotonok egy részét detektáljuk. A (2)-es esetben a detektor nincs teljesen árnyékolva, a beütésszám jól megfigyelhető csökkenését a rezonanciaszórás okozza. Az effektus kb 10%-osnak látszik – majdnem az összes, a Hg által elnyelt foton hiányát detektáljuk, de nagyobb háttérrel. A versenyen sokan jó mérést végeztek, de előfordult aki nem írta le mit mért, vagy rosszul értelmezte a látottakat.

9. feladat – kiértékelés. Itt nem szükséges függvényt illeszteni, elegendő leolvasni a maximum helyét, és a félértékszélességet. A 17.3. ábrán láthatjuk a Gauss-görbe illesztésének eredményét, azaz $x_1 \approx 1603$, $\sigma_1 \approx 417$, amiből

$\Delta_1 = \sigma_1 \sqrt{8 \ln(2)} \approx 982$, míg $x_2 \approx 1510$, $\Delta_2 = 371,9 \cdot \sqrt{8 \ln(2)} \approx 875,75$. Nagyságrendileg azt kaptuk amit vártunk, de van eltérés a várakozásoktól.



17.3. ábra. Mérési eredmények (normálva) a két példa geometriában.

10. feladat – számítás. Utolsó lépésnek át kell konvertáljuk a fordulatszámokban adott értékeket eV egységekre. $2 \cdot \delta E = E_\gamma \cdot v(f)/c = E_\gamma \cdot 2\pi f r/c$, ahol f a csúcs helye, és innen $\delta E_1 \approx 0,53$ eV, $\delta E_2 \approx 0,50$ eV. A Doppler-kiszélesedésekre hasonlóan $\sqrt{2} \Delta_D = E_\gamma \cdot 2\pi(\Delta_{1/2})r/c$, azaz $\Delta_{D,1} \approx 0,46$ eV és $\Delta_{D,2} \approx 0,41$ eV. Mindkét esetben felülbecsüljük a számított értékeket. A (2)-es „áteresztős” mérés közelebb van a várt értékhez.

11. feladat – hibaelemzés.

- Szisztematikus hiba: háttér. A detektorunk és a Hg nem tökéletesen árnyékolt, ezért a rotorból különböző energiájú fotonok érkezik még beléjük. Emiatt nem fogjuk pontosan a várt Gauss-görbét kapni.
- Statisztikus hiba: megfelelően nagy beütésszám kell, enélkül a görbe maximumának és félérték szélességének leolvasása bizonytalan lesz.
- A 17.3. ábrán lévő illesztések nem tökéletesek – a mért görbék kis mértékben aszimmetrikusak. Ennek oka, hogy az ábrán látható elrendezésben a bejövő fotonnyaláb nem tökéletesen kollimált, a korong mentén így nem tökéletesen érintő irányban Doppler-eltolt járulékot is belemérjük.

A mérés fő tanulsága, hogy nagyon hasznos előre végiggondolni, mit is fogunk mérni. A két kérdéses mennyiség a mérésleírásban megadott adatokból kiszámítható volt. Megfelelően választott geometria mellett kényelmesen, viszonylag kevés zavaró hatással terheltén tudjuk elvégezni a mérést.

Értékelés Minden részpontszám kategóriában volt maximum, de nem volt tökéletes jegyzőkönyv. Aki előre végiggondolta hogy milyen értékeket vár, annak könnyebb dolga volt. A háttér méréseket abban a konfigurációban kell elvégezni, amiben a végső mérést is végezzük – ha új elrendezést találunk, a háttérrel újra le kell mérni. Sok mérés kézi átlagolása felesleges, mert a statisztikus hiba $\sqrt{N}$ -es – egyszerűbb egy-egy hosszabb mérés. Kevesen végeztek hibaelemzést.



2017 – Szimulációs forduló (fent) és Prof. Trócsányi Zoltán előadása (lent).

2018 Szimuláció mintajegyzőkönyv – Compton-szórás tulajdonságainak vizsgálata koincidencia spektrométerekkel

A szimulációs feladat leírását lásd a 92. oldalon.

A jegyzőkönyv a program versenyen használt verziójával készült. A honlapról letölthető verzióban más sugárforrások (más fotonenergiák) állnak rendelkezésre. A mérés ezeken az energiákon is elvégezhető.

A 2017-ben megjelent „Országos Szilárd Leó Fizikaverseny 2011–2016” könyvben a 236–242. oldalon szerepel a 2013-as szimulációs forduló mintajegyzőkönyve, aminek témája szintén gammaspektrum elemzése. Akinek elérhető, javasoljuk azt a mintajegyzőkönyvet is tanulmányozni.

Szimulációs jegyzőkönyv – Compton-szórás.

Készítette: Papp Gergely

A szimulációs forduló során fő feladatként igazolnunk kell a Compton-szórás energiaformuláját, aminek az alábbi alakját praktikus használnunk:

$$\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_f} = 1 + \varepsilon_i(1 - \cos \theta) = (1 + \varepsilon_i) - \varepsilon_i(\cos \theta),$$

ahol $\varepsilon_{\{i,f\}} = E_{\{i,f\}}/m_e c^2$ a bejövő (i) és a szórt (f) foton normált energiája.

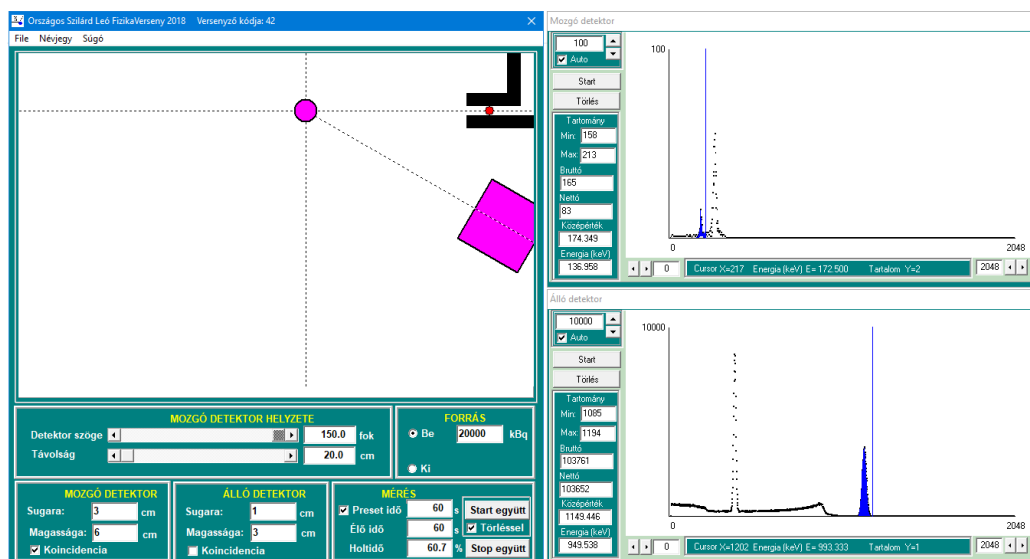
Rendelkezésünkre áll egy kevert sugárforrás két gamma energiával: $E_1 = 312 \text{ keV} \rightarrow \varepsilon_{i,1} \approx 0,61$ illetve $E_2 = 950 \text{ keV} \rightarrow \varepsilon_{i,2} \approx 1,86$. A két forraserősség aránya 1:4, de azt nem tudjuk, hogy adott energián mi a detektálási határfok. A minta összaktivitása állítható.

A mérést két gammaspektrométerrel kell elvégezni. Az egyik pozíciója fix, míg a másik mozgatható (szög, elsőtől vett távolság). Mindkettő hengeres (a fix „áll” – tengelye merőleges a képernyő síkjára – míg a mozgatható „fekszik”), és sugárunk állítható. Az álló spektrométer nemcsak detektálja a fotonokat, hanem ebben történnek azok a Compton-szórások is, amelyekből származó fotonok esetleg beütést adhatnak a mozgó detektorban. Lehetőségünk van koincidenciában mérni, ilyenkor az adott spektrométer csak azokat a beütéseket mutatja, amik a másik detektorban is beütést okoztak. Így remélhetőleg szelektíven tudjuk mérni a szórt fotonokat.

1. feladat. Elolvastam a mérési leírást. A (10)-es feladatot kivéve nem szükséges mennyiségi analízist végezni, így az egyes mérések során könnyen változtatható a geometria és mérési idő, csak arra kell figyelni, hogy elegendő statisztika legyen a csúcshely meghatározásához. Azt ezen a ponton még nem látni jól, hogy ehhez mi az „elégletes statisztika”.

2. feladat – álló detektor vizsgálata. Beállítom a két detektor méreteit. Kicsit megnöveltem az álló detektor eredetileg 0,75 cm sugarát $r_1 = 1 \text{ cm}$ -re, arra szá-

mítva hogy javítja a befogott fotonok számát, cserébe kevésbé lesz pontszerű a detektor, és a Compton-szórást szenvedett fotonok kilépése is kicsit kevésbé valószínű. Az álló detektor magassága $h_1 = 3$ cm. A mozgó detektort $r_2 = 3$ cm és $h_2 = 6$ cm méretűre vettem. A detektort elforgattam 150° -os pozícióba és $D = 20$ cm-es távolságra, hogy minimalizáljam a visszaszórott fotonok hatását. Kíváncsiságból ezt a detektort koinkidencia üzemmódra tettem. A minta aktivitását felvittem a maximális $A = 20\,000$ kBq-re, a mérési időt pedig $t = 60$ s-re állítottam be. A kapott spektrumokat mutatja a 17.4. ábra. Az álló detektor spektrumában két csúcs látható, ezek adatait a 17.1. táblázatban foglaltam össze. Ezek a két különböző energiájú sugárzás „teljes-energia” csúcsai. Ezeket főleg a gamma-fotonok fotoeffektusa által keltett elektronok okozzák a detektorban. Az adatokat magamnak egy Excel fájlban rögzítettem. A két mért energia $E_{\text{mért},1} = 311$ keV és $E_{\text{mért},2} = 949,5$ keV, ami nagyon közel van a mérésleírásban megadott $E_{\text{várt},1} = 312$ keV és $E_{\text{várt},2} = 950$ keV-hez.



17.4. ábra. Az álló detektor mérése, a mozgó detektor 150° -os állásban.

	ROI ₁	ROI ₂	$E_{\text{mért}}$ [keV]	$E_{\text{várt}}$ [keV]	Bruttó	Nettó
E_1	330	430	311,0	312	$1,6 \cdot 10^5$	$1,4 \cdot 10^5$
E_2	1085	1194	949,5	950	$1,0 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^5$

17.1. táblázat. Álló detektor mérése, a két csúcs adatai.

A spektrumban ezen felül még látszanak „lapos” részek, ahogy erre a mérésleírás is rákérdez. Ezek a két, különböző energiájú gamma-sugárzás (E_1, E_2) Compton-hátai. Amikor gamma-fotonok Compton-szórást szenvednek elektronokkal, a meg-

lökött elektron energiáját detektáljuk. Ha a foton ezek után kilép a detektorból, és nem adja le minden energiáját, akkor csak töredék energiát fogunk mérni, ez alkotja a Compton-hátat. Ezeket a Compton-szórt, kilépett fotonokat szeretnénk a második detektorral befogni.

Érdemes még megjegyezni, hogy az elforgatott és távolra helyezett mozgó detektor is rögzített két (kis) csúcsot. Ezek adatait is felírom, mert még jól jöhet a későbbi mérési ponthoz (a jegyzőkönyvben a (6)-os feladatnál szerepel majd).

3. feladat – közvetlen fotonok. Úgy állapíthatjuk meg hogy a mozgó detektort közvetlenül is érik fotonok, hogy látjuk a forrásenergiát a spektrumban. A forrás fotonok Compton-háta eltakarhatja a vizsgált szórt csúcsokat. Ennek kiküszöbölésére próbálunk olyan geometriát választani ahol nincs közvetlen foton, illetve használjuk a koincidencia üzemmódot.

4. feladat – mit várunk? Azt várom, hogy a mérésleírásban szereplő ábrák alapján nagyobb szögnél csökkenni fog a szórás valószínűség. A (2)-es feladatnál viszont láttam, hogy 150° -nál is lehetett szórt fotonokat mérni, tehát a nagy szögek mérése sem reménytelen.

Mielőtt továbblépek, átállítottam a mozgó detektor sugarát 1 cm-re, a távolságot 10 cm-re és elindítottam egy 480 s hosszú mérést. Készíték egy új munkalapot Excel-ben, ahova beprogramozom a mérésleírásban szereplő energiaképletet:

$$E_f = \frac{E_i}{1 + \frac{E_i}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}.$$

Ez alapján lehet ábrázolni is a várt fotonenergiákat (lásd 17.6a. ábra). Excel híján a $\cos(\theta)$ „kerek” értékeire kézzel is könnyen lehet számítani. Praktikusnak találtam pár cellát üresen hagyni, hogy ide be tudjam írni az aktuálisan vizsgált szögeket, hogy lássam, milyen energián várom a szórt fotonokat. A számított értékeket a mért eredményekkel együtt közlöm majd a (6)-os pontnál.

5. feladat – geometria hatása. Még nem tudom mi lesz majd a jó detektor méret és távolság. Ha nagy a mozgatható detektor, és/vagy közel van, akkor több fotont befog, de a szög bizonytalan lesz. A beütésszám vélhetőleg a sugár négyzetével arányos, illetve a távolság négyzetével fordítottan. A szögbizonytalanság ugyanakkor, pontszerű forrást feltételezve, $\delta\alpha = \pm \arctg(r_2/D)$. Nagyobb / közelebbi detektorral az extra beütésszám és rövidebb mérési idő kompenzálhat a szögbizonytalanságért. A túl nagy $\delta\alpha$ eltorzíthatja a mérést, mert a szórás valószínűsége szögfüggő (lásd mérésleírás ábrák), tehát a pozitív és negatív oldalon más mennyiségű szórt fotont fogunk kapni. Ez a probléma $\approx 90^\circ$ felett kevésbé jelentkezik, ekkor a szórás valószínűség már csak „lapos” függvénye a szögnek.

6. feladat – mérés minimum 5 szögnél. Az első mérési pontot felvettük már az álló detektor vizsgálatakor. Az E_1 energiára az eltérés a várttól 6%, míg az E_2

energián 1% alatti. Amíg a táblázatot előkészítettem (beleértve a (4)-es feladatot), lefutott a hosszabb, 8 perces mérés, $r_2 = 1$ cm-es detektorral, de $D = 10$ cm távolsággal. Így a szögbizonytalanság is pár fokot csökkent. A mérési idő letelte után azt tapasztaltam, hogy itt mindkét esetben 1% alatti az eltérés a várt értéktől. Viszont nem biztos hogy lesz időm még 4 pontot ilyen hosszan mérni (ha esetleg valamit korrigálni kell), ezért megpróbálom a következő méréseket nagyobb szögbizonytalanság mellett, 2 perc mérési idővel futtatni, és ha még lesz időm, később még futtatok párat.

A mért adatokat a 17.2. és a 17.3. táblázatokban mutatom be, ahol α a szög fokban, D a távolság cm-ben, r_2 a mozgó detektor sugara cm-ben, t a mérési idő másodpercben, $\delta\alpha$ a szögbizonytalanság fokban, ROI a csúcs kijelölt szélei, Brut. és Net. a bruttó és nettó beütésszámok, E_m és E_{sz} a mért és számított energiák keV-ben. Az eltérés a várt értékektől tipikusan 5% alatt marad.

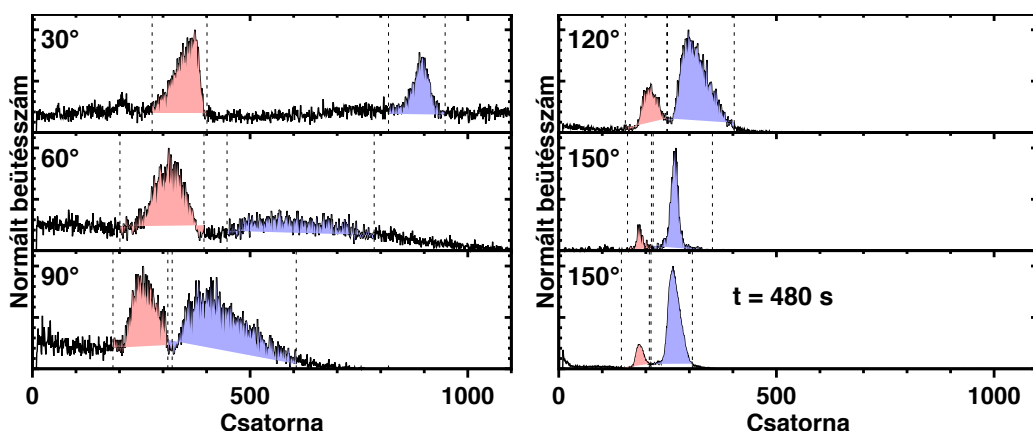
α	D	r_2	t	$\delta\alpha$	ROI ₁	ROI ₂	Brut.	Net.	E_m	E_{sz}
150	20	3	60	8,6	158	213	165	83	137,0	145,9
150	10	1	480	5,7	144	208	947	723	144,9	145,9
120	10	3	120	17,1	153	249	2483	1619	171,6	162,9
90	10	3	120	17,1	185	321	3382	2022	209,4	193,8
60	10	3	120	17,1	201	394	6349	3358	254,3	239,1
30	10	3	120	17,1	275	401	7006	4801	283,5	288,4

17.2. táblázat. A mérésnél használt beállítások, és a csúcsok adatai – E_1 .

α	D	r_2	t	$\delta\alpha$	ROI ₁	ROI ₂	Brut.	Net.	E_m	E_{sz}
150	20	3	60	8,6	217	353	1044	908	213,3	212,6
150	10	1	480	5,7	212	307	5581	5266	211,4	212,6
120	10	3	120	17,1	249	403	8353	7352	253,9	250,9
90	10	3	120	17,1	311	606	5859	2614	341,7	332,4
60	10	3	120	17,1	447	785	5791	2242	474,3	492,6
30	10	3	120	17,1	818	948	4856	1606	723,6	760,7

17.3. táblázat. A mérésnél használt beállítások, és a csúcsok adatai – E_2 .

Az 5 szögnél mért spektrumokat a 17.5. ábrán ábrázoltam. Szaggatott vonalak és besötétítés mutatja a kiválasztott ROI-kat. A jobb alsó ábra mutatja a 480 s hosszú 150°-os mérés spektrumát. Ennek a spektrumnak jobb a statisztikája és szögbizonytalansága mint az ugyanezen szögnél 60 s-ig mért spektrumnak, de szerencsére a meghatározott energiák között nincs pár %-nál nagyobb különbség, alátámasztva, hogy a többi pontban választott 2 perces mérés elegendő lehet.



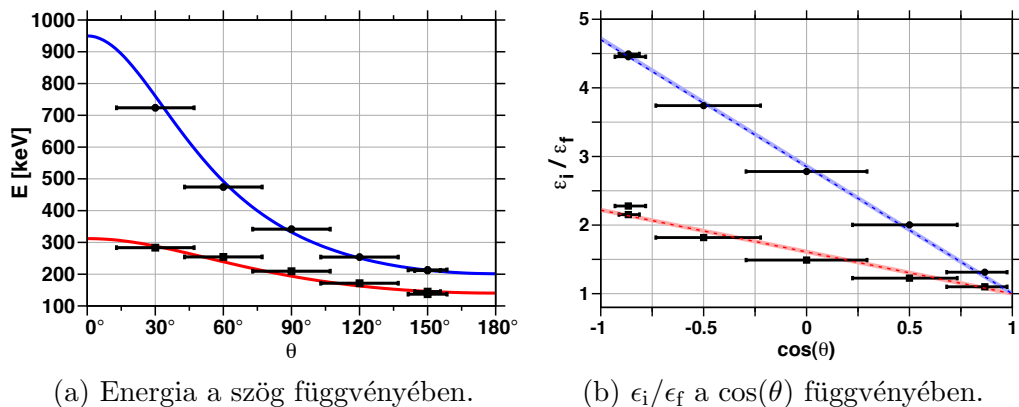
17.5. ábra. A mozgó detektorban mért normált spektrumok 5 szögnél. Szaggatott vonalak és besötétítés mutatja a kiválasztott ROI-kat.

A versenyzőknek javasoltuk, hogy minden állásról / spektrumról csináljanak képernyőképet, és azokat egyértelműen hivatkozzák a jegyzőkönyvben. A táblázatos adatokat nem szükséges bemásolni a jegyzőkönyvbe, de hivatkozni kell rájuk: melyik fájl, melyik munkalap, oszlopok elnevezése, stb.

7. feladat – ábrázolás. A mért adatokat a várt értékekkel együtt ábrázolja a 17.6. ábra. Ábrázoltam a számított értékeket (folytonos vonalak) és a mért értékeket (pontok), mind keV-ben, mind normált energiában, ahogy a mérésleírás javasolta. A mért értékeknél a szög bizonytalanságát úgy szemléltettem, hogy a mért pontokat egy $[\alpha - \delta\alpha, \alpha + \delta\alpha]$ szakasz reprezentálja. A cos ábrázolásnál ezeket a szögértékeket helyettesítettem be a szögfüggvénybe. Az energia bizonytalanságának becslésére nincsen jó fogódzónk, mert nem tudjuk hogy a csúskereső algoritmusnak mi a hibája. Ha használnánk a beütésszámból származtatott $1/\sqrt{N}$ hibát, azzal valószínűleg felülbecsülnénk az energia hibáját.

Nem vártuk el a hiba ábrázolását, de le kell írni, hogy a szögnek van hibája.

A mért pontok (főleg hibával) viszonylag jól illeszkednek a várt görbé(k)hez. Hosszabb mérési idővel, vagy kisebb nyílásszöggel valószínűleg még jobb egyezést érhetünk volna el. A mérés „jóságára” még becslésképpen egyenest illesztettünk a 17.6b. ábrán lévő pontokra (szaggatott vonalak – nagyrészt fedésben a folytonos vonalakkal). Az illesztett egyenesek egyenletei $y = (1 + \varepsilon) - \varepsilon \cdot x$. Az illesztett értékek $\hat{\varepsilon}_1 = 0,609$ és $\hat{\varepsilon}_2 = 1,85$, ami a várt $\varepsilon_1 = 0,61$ és $\varepsilon_2 = 1,86$ értékekhez nagyon közel esik.



17.6. ábra. Számított (folytonos vonal), mért (pontok hibával) és illesztett (szaggatott vonal) adatok. Az alacsonyabb energiás vonalak tartoznak $E_1 = 312$ keV-hez.

8. feladat – hibaelemzés. Az előző pontokban már elemeztük az egyik legfontosabb hibaforrást, hogy a detektor nem végtelenül kicsi, és az ebből eredő $\delta\alpha$ szögbizonytalanságot. Mivel a szórási valószínűség függvénye a szögnek, ez a csúcs alakjának torzulásához vezet. Ez mint szisztematikus hiba eltolhatja a csúcs helyét. A csúcshely meghatározásnak is van hibája, de erre a verseny időkerete alatt nem tudunk számszerű becslést adni. Az tapasztaltuk, hogy – még nagy szögbizonytalanság esetén is – pár ezer beütésből álló nettó csúcsterület mellett kielégítő a csúcshelyek meghatározása: a várt értéktől való eltérés $\lesssim 5\%$. Hosszabb mérésekkel, kisebb sugarú detektorral valószínűleg még pontosabban lehetett volna a csúcsokat illeszteni. Ezzel együtt, ahogy az előző pontban az egyenesillesztés mutatta, a Compton-formulát igazoltnak tekinthetjük.

9. feladat – csúcs alakjának változása. Ahogy a korábbi pontokban írtuk, és a 17.5. ábrán is megfigyelhető, a csúcsok alakja torzul. Ennek oka, hogy a szórási valószínűség a szög függvénye: $\alpha - \delta\alpha$ irányból több foton jön, mint $\alpha + \delta\alpha$ irányból. Ez a nagyobb szögek felé „húzza” a mért pontokat – ahogy azt a 17.6. ábrán is láthatjuk. A mérésben használt energiák mellett azt várjuk, hogy kb. 90° és afölött a hatás kevésbé hangsúlyos, mert itt a valószínűség szögfüggése (gradiense) már nem olyan erős.

10. feladat – távolságfüggés. Vegyük a 17.2. táblázatból a 30° -os esetet, mert ennek kellően nagy a beütésszáma. A holtidő ebben az esetben 62% volt. Mérjünk újra ugyanezen beállítások ($r_2 = 3$ cm, $t = 120$ s) mellett, más távolságokon! Azt tapasztaltam, hogy a holtidő mindhárom beállítás mellett kb. ugyanaz maradt – ennek oka valószínűleg az, hogy a fix detektort mindig ugyanaz a fluxus éri. Ezért holtidő-korrekción nem végzek. A mérés után ugyanazon ROI (275:401) mellett összehasonlítom a beütésszámokat (17.4. táblázat).

Megfigyeltem, hogy a csúcs alakja változik. Ennek oka a korábban már többször említett effektus a szórási valószínűséggel. Erre lehetne korrigálni úgy, hogy a távolság állításával úgy állítom be a detektor méretét hogy a $\delta\alpha$ nyílásszög ugyanaz maradjon, de ekkor a detektor méretét is állítani (és azzal számolni) kell, és erre már nem maradt időm.

D [cm]	Brut.	Net.
5	14104	8216
10	7006	4801
20	1925	965

17.4. táblázat

A táblázat alapján a várt $1/R^2$ függést nem látom igazoltnak: az első lépésben a távolság kétszerezésével a beütésszámok nagyjából feleződtek, és csak a második lépésben történik egy nagyjából negyedelés. Az eltérések oka a detektor véges mérete, illetve a csúcs alak változása, de elképzelhetőnek tartom, hogy a szimulációs program valamilyen limitációja is közrejátszik.

– Mintajegyzőkönyv vége –

A Compton-él és Compton-hát

A mérésleírásban szerepelt, de talán nem elég hangsúlyosan, hogy is működik a detektor. A detektor a *benne leadott* energiát méri, azonban a gamma-fotonok csak „közvetve” adnak át energiát a detektornak: először valamilyen módon egy elektronnak adják át az energiájukat, és ez az elektron adja tovább az energiát a detektort alkotó kristálynak. Az elektronok – elektromos töltésük révén – gyorsan lefékeződnek, ezért jó közelítés az, hogy a teljes energiájukat átadják a detektornak. A fotonok ebben a szimulációban kétféle módon lépnek kölcsönhatásba a detektor atomjaiban lévő elektronokkal: vagy fotoeffektussal elnyelődnek (teljes energia), vagy Compton-szórást szenvednek. (Kellően nagy energiájú gamma-fotonokkal ezeken kívül még párkeltés is létrejöhet, de ebben a szimulációban szándékosan olyan energiákat választottunk, hogy ezzel ne kelljen foglalkozni.) Az első esetben egy atomi elektron megkapja a foton teljes energiáját, a második esetben csak a meglökött elektronnak átadott energiát mérjük, ami a teljes fotonenergiának csak egy része. A detektor méretétől, anyagától, és a geometriától függően a foton egy vagy több Compton-szórás után kiléphet a detektorból, ekkor az energia egy részét nem detektáljuk. A szimuláció során éppen ezeket a szórt és kilépett fotonokat szeretnénk mérni a mozgó detektorral (lehetőleg 1 szórás után).

A Compton-szórás jelensége miatt egy véges méretű detektorban sosem csak tisztán a teljesenergia-csúcsot fogjuk látni, hanem a különböző szögű Compton-szórásokban meglöködött elektronok energiáját is. A legkisebb energiaátadás akkor történik, ha $\theta \rightarrow 0$, tehát tetszőlegesen kicsi energiák is szerepelnek a spektrumban. A Compton-szóráskor átadható energiának azonban van egy maximuma, ez akkor következik be, ha $\theta = 180^\circ$, ekkor $\cos(180^\circ) = -1$. Ekkor az elektronnak

átadott energia, a mérésleírásban is szereplő képletek felhasználásával:

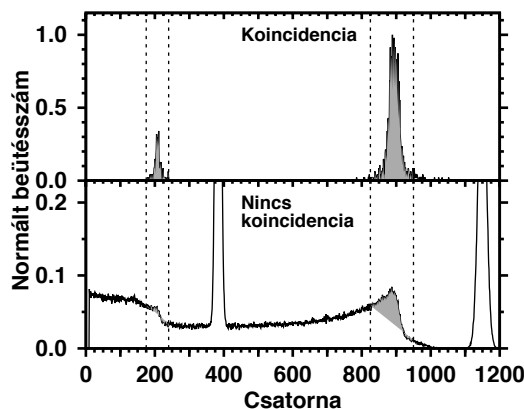
$$E_e = E_i - E_f = E_i \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{2E_i}{m_e c^2}} \right) \iff \varepsilon_e = \varepsilon_i - \varepsilon_f = \varepsilon_i \left(1 - \frac{1}{1 + 2\varepsilon_i} \right),$$

ami mindig kisebb, mint a bejövő foton energiája. A teljesenergia-csúcs mellett tehát csökkenő energiák felé egy „szünet” után megjelennek a 180° -os Compton-szórásban meglökött elektronok energiái, ez a *Compton-él*, majd innen egészen 0 keV energiáig (ami a 0° szöggel való szóródásnak felelne meg) folyamatosan vannak beütések – ez a *Compton-hát*. A Compton-hát alakját az egyes szögeken való szórás valószínűsége, a detektor energiafüggő hatásfoka (stb.) befolyásolja. Egy gammaspektrum elemzésekor az egyik nehézség, hogy a nagy energiás csúcsok Compton-háta elfedheti az alacsonyabb energiákon megjelenő kisebb csúcsokat. A téma részletes diszkusszióját megtaláljuk szakkönyvekben, pl. Bódizs Dénes „Atommagsugárzások mérés technikája” című könyvében.

Mérés kettős koincidenciával

A verseny során nem kértük, de a mérést úgy is el lehet végezni, hogy mindkét spektrométert koincidencia üzemmódba helyezzük. Ekkor az álló detektor is csak azokat az elektron-energiákat fogja mutatni, amelyekről éppen a mozgó detektorba szóródtak a fotonok a Compton-szórás során. Így a mozgó detektorral vett koincidenciával „megjelölhetjük”, hogy az eredeti spektrum mely része származott a mozgó detektor irányú Compton-szórásból. Így ha a két spektrumban megmérjük a csúcsok E_1 , E_2 (mozgó) illetve E_3 , E_4 (álló) értékeit, azt várjuk, hogy $E_1 + E_3 = 312$ keV illetve $E_2 + E_4 = 950$ keV. Ennek eredményét mutatja a 17.5. táblázat. Az összegek jó közelítéssel megegyeznek a várt értékekkel, a legnagyobb eltérés 30° -nál látható az $E_2 + E_4$ energiánál.

Tekintsük újra a 17.4. ábrán látható geometriát. A 17.7. ábrán illusztráljuk a koincidenciát az álló detektorban. Az ábra mindkét része az álló detektor spektrumát mutatja, az ábra felső része a koincidenciával felvett spektrumot (ez felel meg $737,2$ keV energiának), míg az alsó rész a nyers spektrum (ami a 17.4. ábrán is szerepel alul). A 150° szög mellett a mozgó detektorba beszóródó fotonok által meglökött elektronok a Compton-él környékén találhatók. (180° -os mérést a szimuláció nem tesz lehetővé.)



17.7. ábra. Az álló detektor mérése, a mozgó detektor 150° -os állásban.

α	D	r_2	t	E_1	E_3	$E_1 + E_3$	E_2	E_4	$E_2 + E_4$
150	20	3	60	137,0	165,2	302,2	213,3	737,2	950,5
120	10	3	120	171,6	144,7	316,3	253,9	697,6	951,5
90	10	3	120	209,4	102,0	311,4	341,7	604,4	946,1
60	10	3	120	254,3	56,1	310,4	474,3	469,3	943,6
30	10	3	120	283,5	29,0	312,5	723,6	210,8	934,4

17.5. táblázat. A mozgó (E_1 , E_2) és álló (E_3 , E_4) detektorokban koincideneciával mért csúcsok helyei, és azok összegei – minden energia keV-ben.

Tanulságok a versenyről

- (2) Célunk, hogy menjen a spektrométer kezelése ismert energiák meghatározásával. Itt láthatjuk hogy mit jelent, hogy az első detektor szórja a fotonokat.
 - (3) Ha látjuk a spektrumban az eredeti forrás energiákat, akkor vannak közvetlenül érkező fotonok. Ezeket a csúcsokat ilyenkor figyelmen kívül kell hagyni, de ezek Compton-éle és Compton-háta zavarhatja a mérést. Célszerűbb a koincidenencia üzemmóddal a közvetlenül érkező fotonokat kiszűrni.
 - (4) Itt két dolgot kell végiggondolni:
 - Milyen energiákat várunk? A megadott képlet segítségével ki tudjuk számítani pár általunk választott szög értékre (akár úgy is hogy a $\cos(\theta)$ „kerek” értékeit használjuk: 0, 1, -1, 1/2, stb). A szögeket tetszőlegesen választhatjuk. Ez egyrészt könnyű pont, másrészt segít, hogy milyen energiákon várjuk majd a szórt csúcsokat, és tudunk korrigálni, ha ott nem találjuk. Az ezévi elméleti fordulóban szerepelt már egy Compton-szórásos feladat (döntő 4. feladat – 156. oldal), ami reméltük, hogy segít a rávezetésben is.
 - Milyen szórási valószínűséget várunk? A mérésleírásban vélhetőleg megkavarta a versenyzők egy részét a segítő céllal betett ábra. Erről azt kell megállapítanunk, hogy nagyobb szögnél kisebb a mérési valószínűség, tehát vagy kis szögnél mérünk, vagy nagyobb szögnél hosszabb mérési időre lesz szükség (egy utolsó, nagy szögű pont rögzítése alatt lehet pl. jegyzőkönyvet írni). Nem muszáj a szögeket szabályos közönként venni, a mérésleírás csak azt kérte, hogy legalább 5 különböző szöget mérjünk meg.
- A versenyzők megoldásai itt nagyon szórtak, volt aki egyáltalán nem írt a várakozásokról, volt aki szép ábrát is készített.
- (5) A detektor méretének és távolságának megválasztásában két egymással ellentétes hatás érvényesül:
 - Ha nagy a detektor és/vagy közel rakjuk, úgy sok beütésünk lesz, de a szögtartomány amiben mérünk tágabb lesz, energiában elkenve a csúcsot.
 - Kis méretű, vagy távoli detektorral pontosabb az energia, de alacsonyabb a beütésszám, hosszabb mérés kell.

A diákok nagy része szépen rájött hogy kompromisszumot kell kötni, és a leg-többen elfogadható geometriát választottak. Néhányan úgy döntöttek, hogy mivel a beütésszámokat nem kell számszerűleg összehasonlítani, nem muszáj ugyanolyan méretet és távolságot használni az egyes szögeknél, lehet kicsit optimalizálni.

- (6) A mérésnél érdemes volt észrevenni, hogy egyszerre mindkét energia mérhető, mindkét szórt csúcs megjelenik a spektrumban (bár van olyan geometria ahol „átlapolnak”, részben fedésbe kerülnek egymással). A forrás fotonokat ki kell szűrni megfelelő geometriával, és / vagy koincidenencia használatával. A mérési forduló során szóban elmondtuk, hogy több perces mérési időkre is szükség lehet. (A mintajegyzőkönyvben szándékosan rövid, 2 perces mérési időket használtunk.) Voltak nagyon szép mérések.
- (7) A mérésleírásban segítségképpen megadtuk hogyan kell a Compton-szórás kérdéses összefüggését egyenesre transzformálni. A bejövő fotonenergia megadja az egyenes $y = (1 + \varepsilon_i) + \varepsilon_i[\cos(\theta)]$ egyenletét – tudjuk, mit várunk. Itt újra hangsúlyozzuk hogy a θ , és ezáltal $\cos(\theta)$ értékei általunk tetszőlegesen választhatók. Voltak nagyon szép mérések, volt aki egyenest is illesztett és összehasonlította a várt és mért egyenes paramétereket.
- (8) A geometria okozta bizonytalanságot többen felismerték. Bár a csúcshely-meghatározás és egyenesillesztés hibáját nem kellett számszerűleg meghatározni, szükséges megemlíteni.
- (9) A csúcs alakjának változásáról és annak okáról sajnos senki sem írt.
- (10) A távolságfüggés mérését könnyen megszerezhető pontnak szántuk, de mivel hátul volt a sorrendben, kevesen csinálták meg. (A feladatokat nem kötelező sorrendben végrehajtani, lásd még (1)-es feladat.)

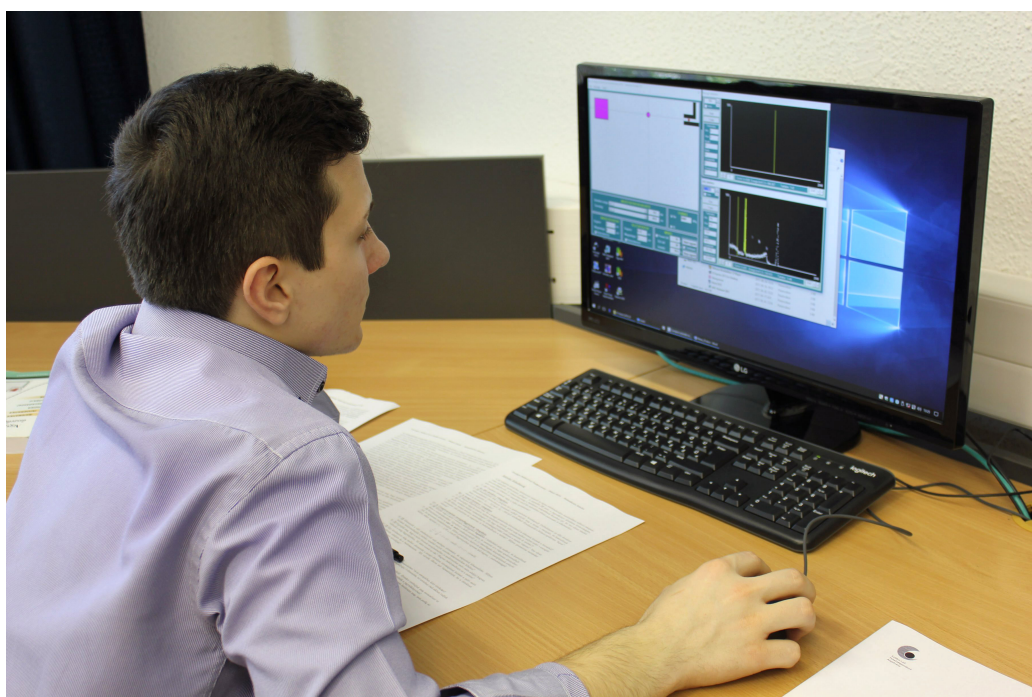
A (9)-es feladatot kivéve minden feladatra volt maximális pontos megoldás, de nem volt olyan, akinek mindegyik egyszerre ment volna.

Tipikus hibák

- Nagyban megkönnyíti dolgunkat ha előre végiggondoljuk, kiszámítjuk, és akár ábrázoljuk is, hogy mit várunk. Ha pedig ezt megtettük, ezeket az információkat használjuk is a méréshez. Ekkor tudjuk hogy hol keressük a csúcsot a spektrumban, és ha ott nem találjuk, akkor valamit változtatni kell.
- A jegyzőkönyvekben meg kell próbálni „vezetni” az olvasót. Ez a szűk időkeret miatt nem könnyű, de nem *sokat* kell írni, hanem *mindent ami lényeges*.
- A használt mérési idő, geometria, beállítások, stb – ezek mind olyan paraméterek amiket fel kell írni, enélkül a mérés nem megismételhető (és a javító sem tudja, hol lehetett a probléma).
- Kis szögű mérésnél koincidenenciát kell használni, enélkül a teljesenergia-csúcsok Compton-háta el fogja takarni a keresett effektust. Fontos hogy tudjuk, mit várunk.

- Ha csúcshelyet akarunk meghatározni, ne jelöljük ki az egész spektrumot, nekünk kell megjelölni hogy mettől meddig tart egy-egy csúcs.
- A hibaelemzés hiánya tipikus visszatérő probléma. Itt néhány átgondolt mondat értékes pontokat ér!
- Előnyből indult, aki a 2018-as döntőre készülve elolvasta a 2017-es könyvben megjelent gammaspektrum-elemzés mintajegyzőkönyvet.

A feladat tanulsága, hogy gondoljuk át előre mit fogunk mérni, mire számítunk, és írjuk is ezt le. Ez egyrészt „olcsó pont”, de sokkal fontosabb, hogy könnyebben azonosíthatjuk, ha valami nem stimmel a méréssel, és tudunk korrigálni. A döntőre készülve érdemes lehet a rendelkezésre álló mintajegyzőkönyveket tanulmányozni – gammaspektrum-elemzés máskor is előfordulhat egy nukleáris tematikájú versenyen. . .



2018 – Szimulációs forduló.

2019 Szimuláció mintajegyzőkönyv – Villamosenergia-rendszer

A szimulációs feladat leírását lásd a 97. oldalon.

A jegyzőkönyv a programnak egy, a versenyen használnál későbbi, felhasználóbarátabb verziójával készült. A főbb különbségek:

- A főablakban megjelenítésre került a normált eltérés (a versenyen még a **Statisztika** menüben kellett megkeresni).
- A **CO₂ termelés** ablakban a helytelen t/kWh javításra került t/GWh-ra.
- A főablakban a tározós erőművek %-os töltöttsége is kijelzésre került. A versenyen számszerűen nem volt leolvasható, csak saccolni lehetett egy diagramon.

Szimulációs jegyzőkönyv – Villamosenergia-rendszer. Készítette: Tarján Péter

A szimulációval egy Magyarországhoz hasonló méretű és időjárású, energetikailag önellátó ország villamosenergia-ellátásának lehetőségeit vizsgáljuk. Feladatunk egy olyan rendszer összeállítása, amivel mindig pontosan annyi energiát tudunk előállítani, amennyire szükség van, miközben ezt a lehető legolcsóbban és a lehető legkevesebb CO₂ kibocsátásával tesszük meg. Az energiát továbbító és elosztó hálózattal nem foglalkozunk, csak az erőművekre koncentrálnunk.

1. feladat. Elolvastam a mérési leírást.

2. feladat – várható min/max terhelés. A mérés leírásában olvasható, hogy a legmagasabb terhelés 6,5 GW, a legalacsonyabb ennek 47%-a, azaz kb. 3 GW. Az első grafikon alapján az augusztusi napi csúcserték 95% valószínűséggel 6 GW alatt marad, a napi minimum pedig 3,3 GW fölött. Január hónapban magasabb a terhelés, a napi csúcs 95% valószínűséggel kb. 6,4 GW alatt marad, a napi minimum pedig 3,8 GW fölött.

3. feladat – program megismerése egyszerű rendszer építésével. Az egyszerűség kedvéért 5 szén- és 5 gázerőművel kezdtem, és a szimulációt 5-ször futtattam. Ez az összeállítás az esetek nagy részében működő, az igényt jól követő termelést eredményezett, ám az öt esetből egyszer a nap jelentős részében képtelen volt kielégíteni a terhelést, ekkor 1,0%-os normált eltérést kaptam. Ez nem meglepő, hiszen a beépített kapacitás csak 5,5 GW, és a napi csúcs megközelítheti a 6,0 GW-ot.

4. feladat – egyszerű megbízható rendszer építése. Az előző eredményből okulva a gázerőművek számát 6-ra emeltem, míg a szénerőművekből továbbra is 5 volt. Ez az ellátásbiztonságot megnövelte, hiszen a beépített kapacitás 6,0 GW-ra nőtt. Ez sokszori (kb. 20) futtatás során is elegendőnek bizonyult, nem volt olyan nap, hogy a normált eltérés 0,2% fölött lett volna. (Véges számú próbálgatással nem

lehet teljes bizonyossággal kijelenteni, hogy soha nem lesz olyan nap, amikor ez a rendszer is kevés; az előzőek alapján ennek valószínűsége kb. 5%.)

5. feladat – jegyezzük le a tapasztalatokat. A próbálgatás során igyekeztem a környezetvédelmi szempontokra is tekintettel lenni; a prioritásokat úgy állítottam be, hogy túl kevés energia esetén a kevésbé szennyező gázerőművek teljesítményének növelése az elsődleges, túl sok energia esetén pedig a szénerőművek szabályozódnak le hamarabb.

6. feladat – fosszilis rendszer mérőszámai. Az első 5 ilyen futás eredményeit átlagolva a CO₂-termelés $(663,08 \pm 7,55)$ t/GWh, az áramár pedig $(98,05 \pm 1,95)$ \$/MWh. A normált eltérés mind az 5 esetben 0,1%-nak adódott. A későbbiekben ezekhez a számokhoz tudunk viszonyítani.

7. & 8. feladat – optimalizáció. A nap- és szélenergiát használó erőművek esetén a probléma, hogy nem feltétlenül akkor termelnek, amikor szükség van rá, ezért ki kell egészíteni őket szabályozható kapacitással és/vagy energiatárolási lehetőségekkel. Az utóbbira az egyetlen megoldás a tározós vízierőmű. Ennek hiányában minden GW szél- és naperőműkapacitást ki kell egészíteni ugyanannyi rugalmas kapacitással! Ha van energiatárolási lehetőség, ennél kevesebb is elég lehet.

Valamennyi nap- és szélerőművet valószínűleg érdemes telepíteni, de nem túl sokat, hiszen az általuk megtermelt energia sincs ingyen: ezek az erőművek a szimuláció adataival az elméleti csúcsteljesítményüket nagyon ritkán adják le, viszont fix költségeik révén növelik a megtermelt energia árát. Szélerőművet az alacsony kihasználtság és kiszámíthatatlanság miatt nem láttam érdemesnek telepíteni. A naperőművek viszont az augusztusi napokban dél és kora délután között érik el maximális teljesítményüket, ami szerencsésen egybeesik a legnagyobb terhelés időszakával.

A szabályozható technológiák közül a legalacsonyabb CO₂-kibocsátású a vízierőmű. Abból viszont legfeljebb 3 darabot lehet beépíteni (nincsenek nagy esésű folyók az országban), amelyek legkisebb és legnagyobb teljesítménye összesen 0,6 GW és 1,8 GW. Célszerű ezekhez hozzávenni néhány atomerőművet, amely a „zsínóáramot” szolgáltatni tudja. Négy atomerőmű már sok, hiszen ezek nem szabályozhatóak, és az általuk termelt 4 GW önmagában több, mint amennyire a nyári hajnali órákban szükség van. Kiegészítve vízierőművekkel és tározókkal viszont egészen jó eredményeket ad.

„Környezetbarát” konfiguráció:

- 0 szén, 0 gáz, 4 atom, 0 szél, 3 nap, 3 víz, 4 tározó.
- Beépített kapacitás: 8,4 GW (minimum: $4,6 \text{ GW} + (-4 \cdot 0,5 \text{ GW}) = 2,6 \text{ GW}$).
- Tárolási kapacitás: 24 GWh.
- Prio.: túl kevés: víz > tározó > gáz > szén, túl sok: gáz > víz > tározó > szén.

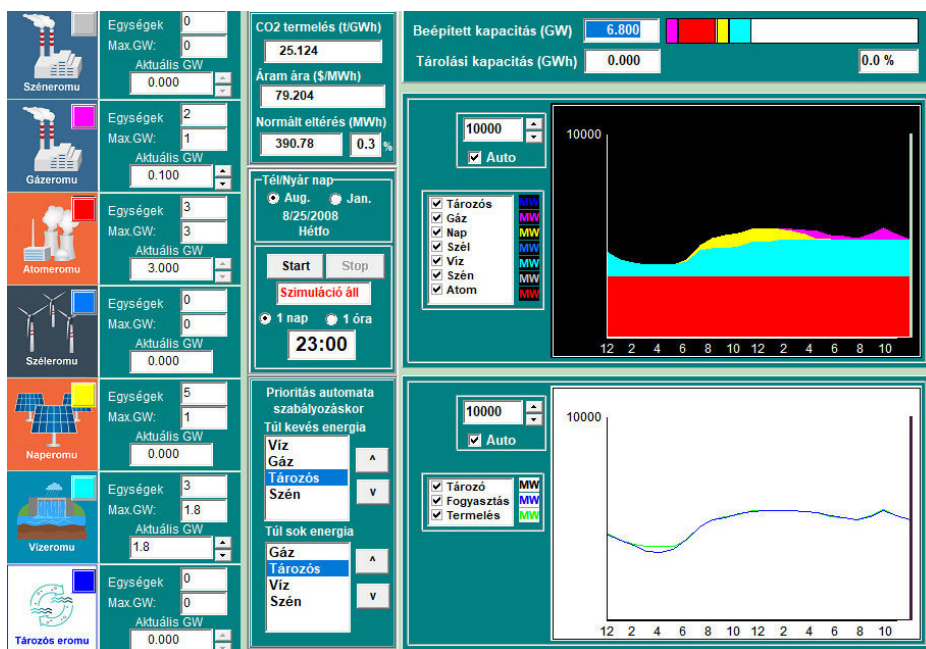
Eredmények (10 futás alapján):

- CO₂-kibocsátás: (12,24 ± 0,81) t/GWh, ár: (110,08 ± 9,88) \$/MWh.
- A normált eltérés 10-ből 8-szor 0,1%, egyszer 1,8%, egyszer 0,5%.
- A tározó töltöttsége többnyire középtájon marad, átlagosan (57,58 ± 30,44)%, a 10-ből 3-szor volt a nap végén 100%. 20% alatt a nap végén sosem volt.

Ez a verzió valószínűleg a legkörnyezetbarátabb a lehetséges konfigurációk közül, nagyon alacsony CO₂-kibocsátással. Azonban ennek oltárán valamelyest be kellett áldozni az áram megtermelésének költségét, hiszen a környezetbarát technológiák a szimulációban nem a legolcsóbbak.

9. & 10. feladat – optimalizáció árra ÉS CO₂ kibocsátásra. Ha az áram árát is megpróbáljuk alacsonyan tartani, akkor egyfajta kompromisszumot kell keresnünk, pl. a következő „kompromisszumos” konfigurációval (17.8. ábra):

- 0 szén, 2 gáz, 3 atom, 0 szél, 5 nap, 3 víz, 0 tározó.
- Beépített kapacitás: 6,8 GW (minimum: 3,2 GW).
- Tárolási kapacitás: 0.
- Prio.: túl kevés: víz > gáz > tározó > szén, túl sok: gáz > víz > tározó > szén.



17.8. ábra. A „kompromisszumos” konfiguráció egyik futása nyáron – a hajnali órákban túltermeléssel.

Eredmények (10 futás alapján):

- CO₂-kibocsátás: (26,82 ± 6,40) t/GWh, ár (78,84 ± 1,73) \$/MWh.
- A normált eltérés 10-ből 5× 0,1%, 1× 0,2%, 3× 0,3% és 1× 0,4%

- A minimális teljesítménye ennek a konfigurációnak 3,2 GW, ezért némelyik napon előfordul, hogy a hajnali órákban a termelés kissé meghaladja a terhelést (ebből származnak a nagyobb normált eltérések).

Láthatjuk, hogy a CO₂-kibocsátás és az áramár egy bizonyos ponton túl csak egymás rovására csökkenthetők. A „környezetbarát” konfiguráció CO₂-ben kb. 55%-al kedvezőbb a „kompromisszumosnál”, de az áramár kb. 40%-al magasabb.

11. feladat – tél/nyár különbségek. A grafikonok szerint a téli terhelés magasabb, mint a nyári, és a terhelés csúcsa is inkább az esti órákra esik a kora délután helyett. A nyári terhelés kiszolgálásánál az egyik gondot az okozta, hogy ha környezetbarát technológiákat használunk, azok minimális teljesítménye időnként nagyobb, mint a terhelés. A téli időszakban a minimum terhelés is magasabban van, ezért ez a helyzet javulni fog. Éppen ezért télen működőképes lehet egy 4 atomerőművet tartalmazó konfiguráció némi tározós kapacitással.

Nehézséget okoz viszont, hogy a téli magasabb terhelést úgy kell kielégíteni, hogy a naperőművek lényegében nem termelnek – így a nyárra optimalizált energiamix biztos, hogy nem lesz elég. A fenti „kompromisszumos” konfiguráció maximális teljesítménye 6,8 GW, amiből 1 GW a naperőművek elméleti járuléka. A naperőművek teljesítménye télen elhanyagolható, nélkülük viszont a termelés nem tud lépést tartani a terheléssel.

12. feladat – téli szimuláció a nyári rendszerrel. A nyári „kompromisszumos” energiamix használatával végigszimuláltam egy napot néhányszor. Az áramár hasonló szinten maradt, de a CO₂-kibocsátás alaposan megnőtt, a nyári 27 t/GWh értékről kb. 70-re. Ez érthető, hiszen a naperőművek helyett a gázerőműveknek jobban ki kell venniük a részüket a termelésből. Viszont látszik az, hogy a téli napok többségét ez a mix nem tudja kiszolgálni, a délutáni-esti órákban energiahány van, a normált eltérés gyakran meghaladja a 0,5%-ot.

Lehet a téli fogyasztásra is optimalizálni, ez némileg más konfigurációt igényel, mint a nyári. A probléma viszont az, hogy a valóságban nem lehet felépíteni és lebontani komplett erőműveket tél és nyár között. Olyan konfigurációt kell összeállítani, amely egyaránt ki tudja szolgálni a téli és a nyári igényeket (és bármit a kettő között). Ez nyilván azt jelenti, hogy sem nyáron, sem télen nem lesz a lehető legjobb. A leginkább célravezető talán a nyári konfiguráció kiegészítése lehet 1-2 olyan erőművel, amely rugalmasan szabályozható és alacsony fix költséggel üzemeltethető. Erre legalkalmasabbnak a gázerőmű tűnik – természetesen azzal a hátránnyal, hogy a CO₂-kibocsátást és az áram árát meg fogja növelni (az utóbbit az elhasznált gáz árán keresztül).

– Mintajegyzőkönyv vége –

Téli és kombinált optimalizációk

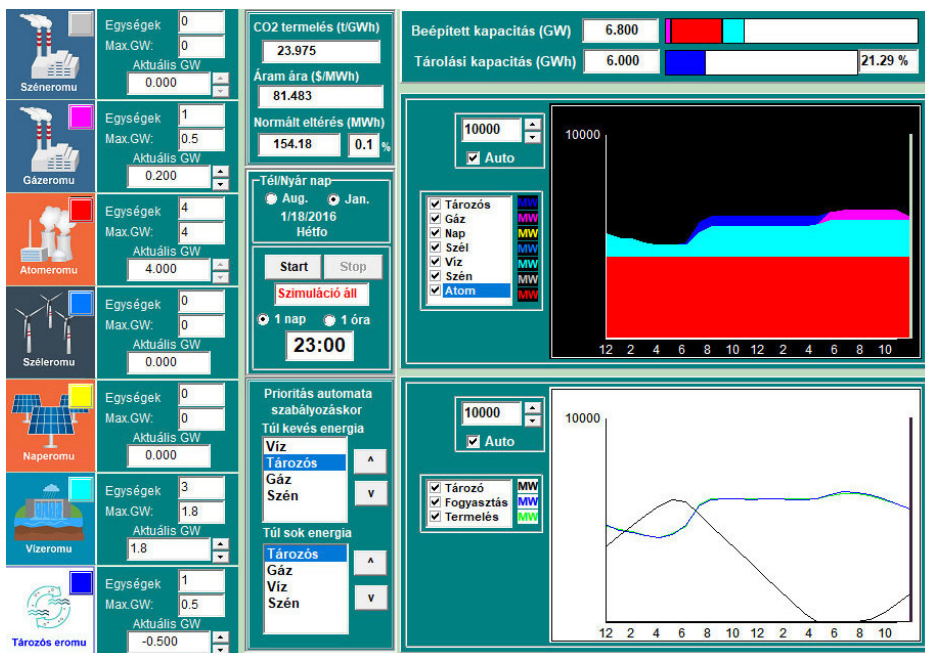
A versenyen rendelkezésre álló szűk időkeret miatt nem volt elvárás, hogy a versenyzők optimalizáljanak a téli ill. a téli+nyári működésre. Itt megmutatunk néhány lehetséges konfigurációt.

Az alábbi „zöld” konfiguráció a téli működésre van optimalizálva:

- 0 szén, 1 gáz, 4 atom, 0 szél, 0 nap, 3 víz, 1 tározó.
- Beépített kapacitás: 6,8 GW (minimum: 4,6 GW + $(-0,5 \text{ GW}) = 4,1 \text{ GW}$).
- Tárolási kapacitás: 6 GWh.
- Prio: túl kevés: víz > tározó > gáz > szén, túl sok: tározó > gáz > víz > szén.

A téli eredmények (10 mérés alapján):

- CO₂-kibocsátás: $(17,59 \pm 3,17) \text{ t/GWh}$, ár: $(82,01 \pm 2,15) \text{ \$/MWh}$.
- A normált eltérés 10-ből 9-szer 0,1% (!), egyszer 0,3%.
- A tározó átlagos töltöttsége a nap végén $(26,94 \pm 26,03)\%$. A töltöttség szinte mindig 20% körül alakul a nap végén, a 10-ből 1-szer volt 100%-on a tározó. A napi lefutás olyan, hogy kb. 6 óráig növekszik a töltöttség, onnan folyamatosan csökken (akár 0-ig), majd 20-21 óra körül újra emelkedésnek indul. Az alacsony töltöttség a nap végén nem is baj, mert egész éjszaka (másnap reggelig) folytatódik a növekedés. Egy ilyen futást mutat a 17.9. ábra.



17.9. ábra. A „zöld” konfiguráció télen. A tározót jól kihasználja, reggel majdnem megtelik, este pedig 0-ra csökken a töltöttség, majd onnan kezd visszanoíni.

A nyári eredményeket előre vetíti, hogy a minimális termelés 4,1 GW, ami túl sok a hajnali órákra (10 mérés alapján):

- CO₂-kibocsátás: $(11,58 \pm 0,25)$ t/GWh, ár: $(92,47 \pm 2,70)$ \$/MWh.
- A normált eltérés mindig nagy, átlagosan 1,05%, mert a hajnali órákban a termelést nem lehet a terhelésnek megfelelő alacsony szintre leszábályozni, ezért a fölösleges energia a tározó töltésére fordítódik, amitől a tározó többnyire (10-ből 8-szor) megtelik a nap közepére, és úgy is marad.

A „kompromisszumos” konfiguráció + 1 gázerőmű (összesen 3) téli eredményei:

- CO₂-kibocsátás: $(72,76 \pm 12,03)$ t/GWh (a nyárra optimalizált konfigurációhoz képest +171%).
- Ár: $(78,34 \pm 4,14)$ \$/MWh (−0,6%, lényegében változatlan).
- A normált eltérés 10-ből 10-szer 0,1% (!).

A „kompromisszumos” konfiguráció + 1 gázerőmű (összesen 3) nyári eredményei:

- CO₂-kibocsátás: $(34,53 \pm 15,46)$ t/GWh (a nyárra optimalizált konfigurációhoz képest +29%, de a nagy szórásból láthatóan az értékek vadul ingadoznak).
- Ár: $(79,44 \pm 4,14)$ \$/MWh (+0,8%, lényegében változatlan).
- A normált eltérés 10-ből 9-szer 0,1% (!), egyszer 0,6%, a termelés *általában* szépen követi a keresletet (amikor nem, akkor reggeli túltermelés van).

A korábbi „környezetbarát” konfiguráció meglepően jól működik télen is. Eredmények (10 futás után):

- CO₂-kibocsátás: $(12,82 \pm 0,23)$ t/GWh, ár: $(97,27 \pm 2,35)$ \$/MWh.
- A normált eltérés 10-ből 10-szer 0,1% (!)
- A tározók átlagos töltöttsége a nap végén $44,51 \pm 7,33\%$. Az alacsony szórásból látható, hogy a tározók töltöttsége meglehetősen konzisztensen alakult, egyszer sem volt nagyon magas vagy nagyon alacsony (nap közben sem). A töltöttség a nap első részében többnyire nőtt, a második felében csökkent – a fordulópont viszont vándorolt 6 és 18 óra között.

A téli CO₂-kibocsátás nagyon alacsony maradt, lényegében ugyanannyi, mint nyáron. Meglepő módon az áramár még csökkent is, közel 12%-kal. Megjegyzendő, hogy a tározók töltöttsége itt sokkal stabilabb, kevésbé változik, mint nyáron, így télen valószínűleg kevesebb tározó is elég lenne.

Elmondható, hogy a program által kínált egyszerű prioritásos logikával a tározós vízierőművek töltöttségét nyáron nagyon nehéz konzisztensen a kívánt 20%-80% közötti sávban tartani: ugyanazokkal a beállításokkal is előfordul, hogy egyik nap végére kiürül a tározó, egy másik napon pedig teljesen megtelik. Kifinomultabb szabályozási lehetőségekkel ez nyilván kiküszöbölhető lenne. Meglepő, hogy ez az ingadozás kevésbé jellemző télen, a tározók töltöttsége sokkal szűkebb határok között mozog.

A valóságban a rendszerirányító finomabb szabályozást tud alkalmazni mint a program egyszerű automata prioritás alapú logikája. A programban is van lehetőségünk óráról órára döntést hozni arról hogy mikor melyik erőmű mennyit termeljen, amivel még tovább lehet optimalizálni. Ennek használata a versenyen rendelkezésre álló rövid idő alatt nem lett volna praktikus.

Tanulságok a versenyről

A feladat fő üzenete az volt, hogy villamosenergia-rendszert építeni egy összetett feladat. A jegyzőkönyveket olvasva úgy éreztük, hogy ez az üzenet „átment”. A pontok a (rész)feladatokra, logikus munkára, jegyzőkönyvre jártak. Le kell írni mit csináltunk, és miért! Minden részpontszám kategóriában volt maximum. A pontok átlaga $14 \pm 3,5$ (max: 20, medián: 15, min: 7).

A versenyen használt programverzióval, megfelelő megbízhatóság és tartalék mellett a tipikus stratégia amivel 85 \$/MWh és 20 t/GWh alá be lehetett menni: 3-4 atom + 2-3 víz +1-2 tározó (+kis valami). A legjobb rendszer amit láttunk: 3 atom, 1 szél, 4 nap, 3 víz, 1 tározó: 75,4 \$/MWh és 14,7 t/GWh.

Az alábbiakban felsoroljuk a feladatok céljait, megjegyzéseinket, és a végén zárójelben az átlagos pontszámot százalékban.

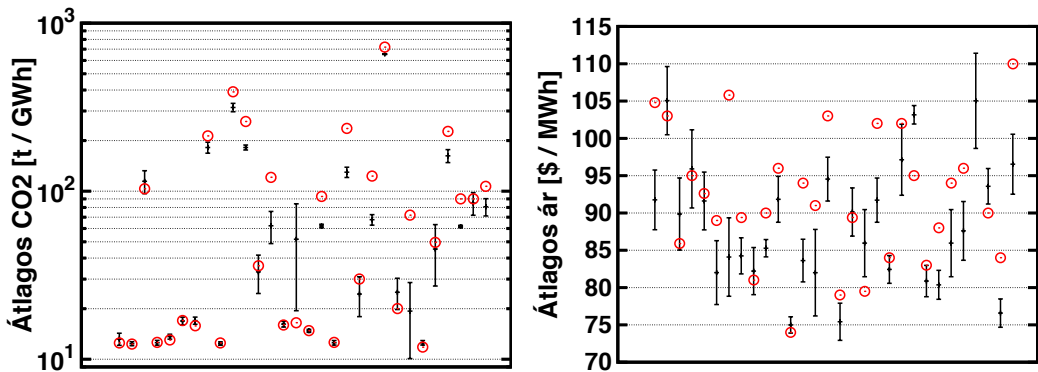
- (1) Olvassuk végig előre a feladatokat is!
- (2) Célunk hogy lássuk milyen rendszert kell építeni. A téli és nyári más! (38%)
- (3) Célunk a „bemelegítés”. Egyszerű rendszert javasoltunk. (97%)
- (4) Figyelni kell az önellátásra. Le is kell írni hogy mi volt a hiba %. (69%)
- (5) Bemelegítés a dokumentációra. Konfigurációt le kell írni. (83%).
- (6) Viszonyítási pontot ad a későbbiekre, átlagolás! (52%)
- (7) Nem vártunk egy fix jó megoldást, több lehetőség van. CO₂, ár és megbízhatóság is kell – mind a három! Egy mindenkinél kimaradt. (61%)
- (8) Lehet számolni, mérni, és becsülni is. Sokan kihagyták. (22%)
- (9) Kis gondolkozás, esetleg rendszerek összehasonlítása, kvantitatívan. Sokan kihagyták, de voltak nagyon jók. (46%)
- (10) Nagyon fontos lépés - megmagyarázni a gondolatmenetet. Sok jó volt, de gyakorolni kell a lényegre törekvést. (62%)
- (11) „Nincs annyi Nap, de nagyobb a terhelés” – ingyen pontnak szántuk. (76%)
- (12) Ez tényleg csak téli nap mérése ugyanazzal a rendszerrel, és egy kis gondolkodás. Félreértett feladat – sokan megcsinálták, de nem írták le jól. (48%)

Tipikus hibák

- Voltak nehezen követhető jegyzőkönyvek.
- Elég volt csak nyárra optimalizálni, a telet csak ki kellett próbálni!

- Nem jó megközelítés a rendszert szigorúan télre optimalizálni, mondván akkor nyáron biztos működni fog – mások a körülmények!
- A tározó kifogyását vagy betelését figyelni kell.
- Statisztika hiánya – kiszemelt rendszer csak 1 napra futtatva.

A statisztikáról ejtsünk még egy szót. A javítás során minden diák legjobbnak ítélt konfigurációját a különálló program kernel segítségével lefuttattuk az összes adatbázisban lévő napra, hogy ezáltal megtudjuk az adott konfiguráció tényleges átlagteljesítményét. Hogy a pontozás igazságos legyen, ezért mindig a diákok által beírt, és a tényleges érték közül a *nagyobbikat* vettük figyelembe a pontozáskor. Így nem jutott előnyhöz az, aki egy „jó irányba” kiszóró napra való futtatással alábecsülte a rendszere költségét vagy CO₂ kibocsátását. Ugyanakkor rosszul járt az, aki jó rendszert épített, de csak egy olyan napra futtatta le, ahol az a rendszer épp alulteljesít.



17.10. ábra. A diákok által beírt (körök), és tényleges rendszerteljesítmények (pontok szórással). Minden pont egy-egy versenyző. A bal ábra logaritmikus.

Aki átlagolt (vagy kis szórású rendszert épített) ott nem volt jelentős eltérés a kettő között. Ezt illusztráljuk a 17.10. ábrán, ahol a diákok által jegyzőkönyvbe beírt értékeket (körök) hasonlítjuk össze az adott rendszer tényleges teljesítményével (pontok szórással). Sok esetben a versenyzők egy kirívóan kiszóró pontot fogadtak el, ami átlagolással elkerülhető. Ha a rendszert jobbnak hisszük mint ami, elvesztegetjük a további optimalizáció lehetőségét. Az ábrán azt is megfigyelhetjük, hogy a diákok által épített rendszerek költsége, és különösen CO₂ kibocsátása széles tartományt ölel fel.

A feladat tanulsága, hogy fontos figyelni a statisztikára! Mind a rendszerterhelés, mind a nap- és szél erőművek teljesítménye ingadozik, ezért fontos hogy több napra is lefuttassuk ugyanazt a rendszert, és átlagoljunk.



2019 – Szimulációs forduló (fent) és a versenybizottság tagjai (Babcsány Boglárka és Horváth András) munkában.

2021 Szimuláció mintajegyzőkönyv – PET

A szimulációs feladat leírását lásd a 103. oldalon.

Szimulációs jegyzőkönyv – PET.

Készítette: Tarján Péter

A mérés elve A mérés során meg kell érteni a pozitron-emissziós tomográf (PET) működését és annak segítségével tumorokat megtalálni az emberi testben.

A program két dimenzióban szimulál egy PET-vizsgálatot (részleteiben a valósággal nem teljesen megegyező módon). Ennek során a betegnek pozitron-bomló radioaktív izotópot (többnyire ^{18}F) adnak be intravénásan. A radioaktív izotópot cukormolekulához kötik, ezért az a megnövekedett anyagcseréjű, rákos daganatsejtekben dúsul fel. Ha a testben több helyen is van rákos daganat, ezeken a helyeken dúsul fel a cukormolekulához kötött radioaktív izotóp. A feladat az, hogy találjuk meg ezeket a rákos daganatokat!

A bomlásban kibocsátott pozitronok elektronokkal találkozva megsemmisítik egymást (*annihilálnak*), és keletkezik két, ellentétes irányba haladó foton, amelyek a megfelelő pozícióban levő detektorokkal érzékelhetők. Két detektor egyszerre megszólalása (az úgynevezett *koincidencia*) jelzi, hogy a bomlás valahol a két detektor között volt. A beteg forgatásával több ilyen irány meghatározható, így a tumorok helyét jól be lehet határolni.

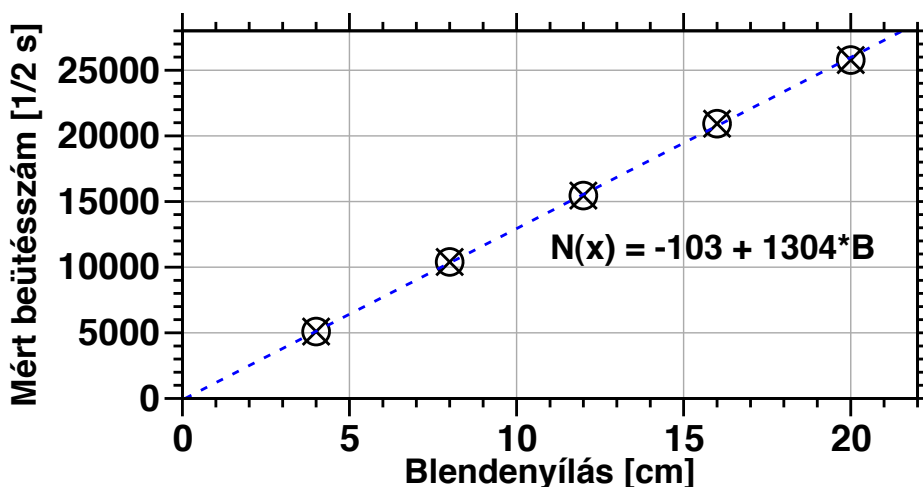
1. feladat. Elolvastam a mérési leírást, megismerkedtem a programmal.

2. feladat – blende. A páciens itt az alapértelmezett, 90° -os pozícióban hagytam, és a detektorokkal végigpásztázva a teste mentén kerestem egy olyan pozíciót, ahol viszonylag sok fotont detektált a rendszer. Ilyen például a 63 cm-es helyzet. Ezek után kézi (egyszeri) mérést használtam, a detektorok léptetése nélkül. Az időzítést 2000 ms-ra állítottam, és feljegyeztem az 1. detektor által mért beütésszámot különböző blendeméreteknél. Az így kapott értékeket mutatja a 17.6. táblázat.

Blende [cm]	4,0	8,0	12,0	16,0	20,0
N_γ [1/2 s]	5100	10399	15452	20932	25774

17.6. táblázat. Az 1. detektor által mért beütésszám 2 s alatt $x = 63$ cm-nél, a beteg 90° -os helyzetében, a detektor blendeméretének függvényében.

A blende tágabbra nyitásával a fotonok mért száma növekszik. A táblázatbeli számok alapján a függés lineárisnak tűnik, de célszerű ezt grafikusán is ellenőrizni. A 17.11. ábrán az adatpontokra illesztett egyenes alátámasztja az egyenes arányosságot. Ekkora beütésszámok mellett a statisztikus hiba $\sqrt{N}/N \approx 1\%$.

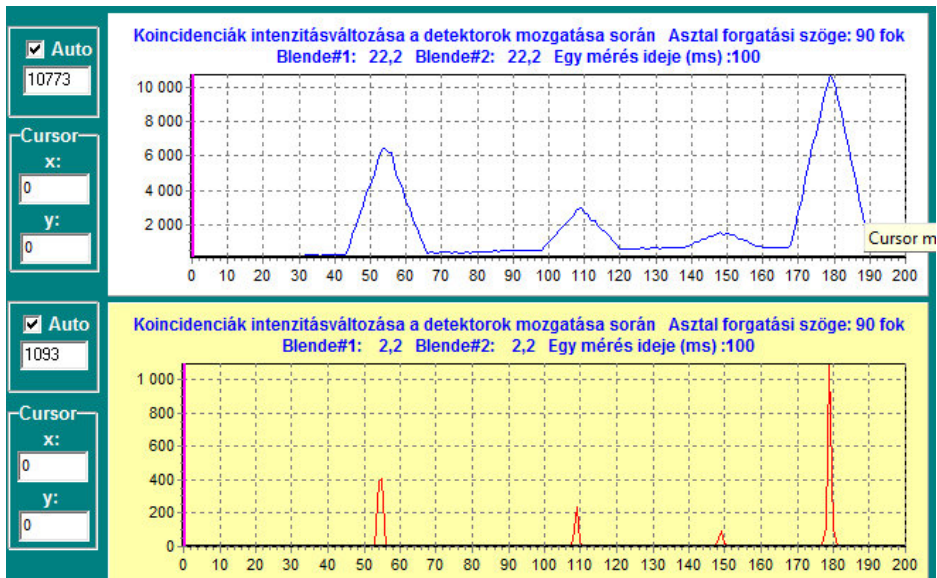


17.11. ábra. Az 1. detektor által mért beütésszám a blendeméret függvényében. A szaggatott vonal az adatpontokra illesztett egyenes: $N(x) = -103 + 1304 \cdot x$.

- Az alapértelmezett (vagy taláalomra kiválasztott) pozícióban is mérhető ugyanez; de a kisebb statisztika jelentősebb statisztikus ingadozást okoz, ami kevésbé egyértelművé teszi az eredményt.
- A 2. detektornál is hasonlóan lineáris a függés; elég az egyiket vizsgálni.
- A lineáris függés arra utal, hogy a blende méretének állítása csak egy dimenzió mentén történik.
- Jobb a teljes blendenyílás-tartományon ritkásan mérni, mint egy szűkebb tartományon sűrűn (hiszen „közelről minden görbe egyenes”)
- Itt nem érdemes precíziózni, több mérést csinálni, átlagolni, mert nem ad lényegesen eltérő eredményt, és megy vele az idő.
- Ha valaki grafikon készítése nélkül megmutatja, hogy a beütésszám/blendeméret hányados állandó, azt is elfogadtuk a versenyen. Megjegyzendő ugyanakkor, hogy az „osztásos” módszer nem mutatná meg a lineáris függést akkor, ha lenne jelentős konstans háttérsugárzás, elektronikai zaj, stb. – hiszen akkor az egyenes nem az origóból indul.

3. feladat – szkennelés különböző blendeméretekkel. A két különböző blendenyílással készült grafikon (17.12. ábra) összehasonlításával a következőket láthatjuk:

- A csúcsok ugyanott vannak.
- Nagy blendénél sok fotont detektálunk, nagy a statisztika.
- Szűk blendénél kevés fotont detektálunk, kicsi a statisztika, az emiatt megjelenő statisztikus bizonytalanságok zavaróbbak.



17.12. ábra. A blendeméretek hatása az intenzitásgrafikonon.

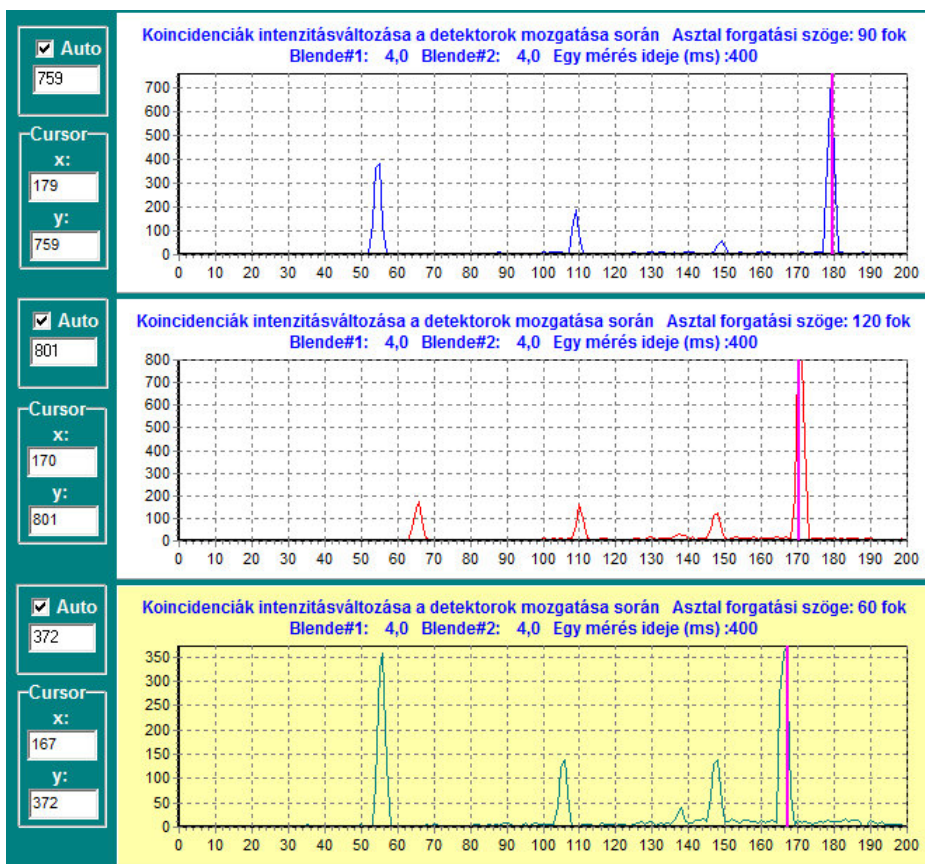
- Nagy blendénél szélesek a csúcsok (mert több a véletlen koincidencia), rossz a térbeli felbontás.
- A kis statisztika kompenzálható az időzítés növelésével (ami egyben a mérés idejét is növeli).

A jó statisztika a forráserősség (tumorméret) minél pontosabb meghatározásához fontos – ez nem volt feladat.

4. feladat – rákos gócek keresése. Az előző feladat tapasztalata alapján nem érdemes sem túl nagy, sem túl kicsi blendét beállítani, mert mindkettőnek vannak hátrányai. $B = 4,0$ cm-es nyílásokat használtam; a beteget háromféle szögben beállítva (90° , 120° , 60°) futtattam automatikus méréseket, egy detektorpozícióban 400 ms ideig.

- Az alapértelmezett 90° -tól nagyon eltérő forgatást nem érdemes használni. Minél jobban elforgatjuk a beteget, a belőle a detektorok irányába tartó gamma-fotonoknak annál nagyobb utat kell megtennie a testben, és a nagy részük elnyelődik.
- Ha hosszú mérési időt választunk, érdemes az esetleges több percre tartó szkennelési időt kihasználni a jegyzőkönyv írására.

A 17.13. ábrán látható első, 90° -os mérésnél 4 csúcs látszik, ez a testben 4 tumort jelentő gócpont jelenlétére utal. A másik két szögértéknél viszont látszik egy kisebb



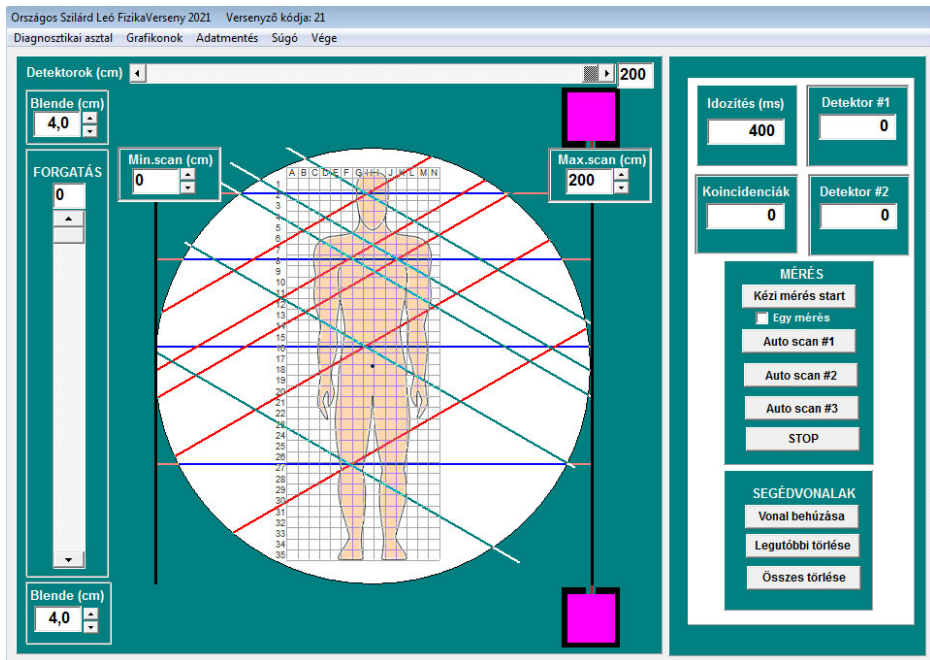
17.13. ábra. A tumorkereséshez használt beállítások és a kapott grafikonok.

ötödik csúcs is, amely az első grafikon nem – vélhetően abban a helyzetben a két góc éppen egymás mögött helyezkedik el. A tumorok helye a testen:

- Jobb térd (F27-G27)
- Has, jobb oldal (G16-H16)
- Jobb mellkas (J8-K8)
- Bal mellkas (F8-G8)
- Jobb szem (G2-H2)

Az 5. tumort a versenyzők közül senki nem találta meg – mindenki az első benyomásnak hitt, azt nem kérdőjelezte meg. Sok versenyző lényegesen nagyobb szögű elforgatásokat használt, amelyek a testen belüli elnyelődés miatt kevesebb fotont és rosszabb helymeghatározást eredményeztek.

Tumornak azt tekintettem, ahol 3 különböző színű vonal találkozott. (Bár a képen a diagnosztikai asztalt a rácspozíciók könnyű leolvashatósága miatt a 0°-os



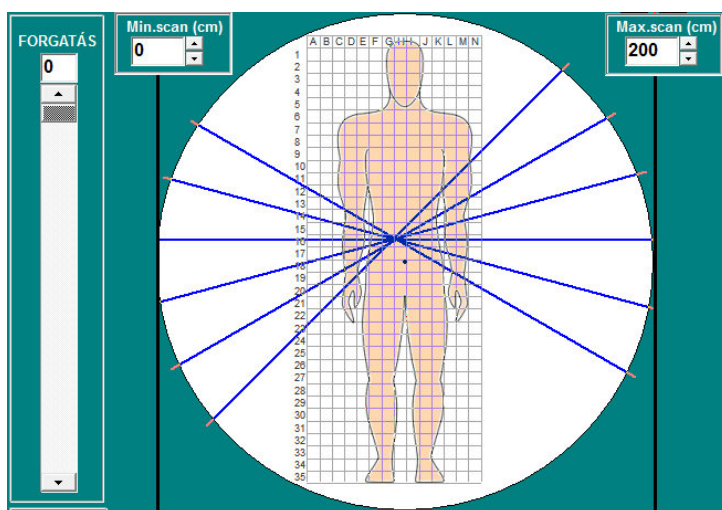
17.14. ábra. A különböző pozíciókban meghatározott irányok és a tumorgócok azok metszéspontjainál

helyzetbe forgattam, egyik mérés sem ebben a pozícióban történt.) Látható, hogy a detektorok irányából nézve a két mellkasi góc valóban takarja egymást, amikor az asztal az alapértelmezett 90° -os helyzetben van.

- Ezen a ponton érdemes az adatokat elmenteni.
- Volt versenyző, aki egyenként „körbelőtte” a tumorokat több irányból, a 17.15. ábrán látható módon. Ez a megoldás működik, de nagyon időigényes. Aki ezt csinálta, annak nem volt ideje befejezni a mérés többi részét és/vagy a jegyzőkönyvet.
- Az, hogy mekkora csúcsot kapunk, egyrészt a testben elhelyezkedő pozitronforrás erősségétől függ, másrészt a „geometriától”, azaz a forrás és a detektor egymáshoz képest helyzetétől, harmadrészt a blende méretétől, negyedrészt a fotonok elnyelődésétől (azaz a testben megtett úttól).

5. feladat – koincidencia időablak meghatározása. A koincidenciaablak meghatározásához a következő beállításokat (17.16. ábra) alkalmaztam:

- Maximális blendenyílás ($B = 22,2$ cm), hiszen ettől lesz sok *véletlen* koincidencia
- Szög: 90° , kézi mérések, többszöri mérés.
- A detektorok helye: $x = 70$ cm, combközép magasságában.



17.15. ábra. A „körbelövéses” módszer – időigényes.

– Mérési idő: $T = 10\,000\text{ ms} = 10\text{ s}$

A mért értékek a 17.7. táblázatban láthatók; ezekből táblázatkezelővel számítottam ki a koincidenciaablak hosszát az útmutató alapján levezetett

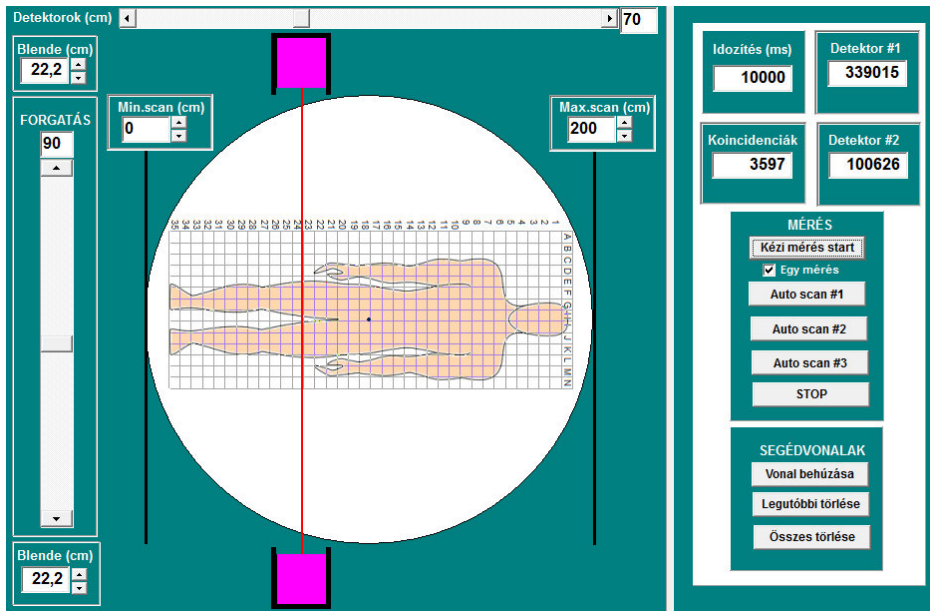
$$\Delta t = \frac{N_V}{N_1 \cdot N_2} \cdot T$$

képlet alapján. A mért értékek átlaga:

$$\Delta t = (0,982 \pm 0,019) \mu\text{s}.$$

N_1	N_2	N_V	$T\text{ (s)}$	$\Delta t (\cdot 10^{-6}\text{ s})$
340662	101950	3437	10	0,990
340320	101801	3451	10	0,996
339793	102075	3322	10	0,958
339477	102150	3467	10	1,000
340304	102495	3370	10	0,966

17.7. táblázat. A koincidenciaablak meghatározásához mért értékek.



17.16. ábra. A koincidencaablak meghatározásához használt beállítások.

A beállításoknál fontos, hogy a két detektort összekötő szakaszon **ne** legyen tumor, hiszen az rengeteg **valódi** koincidenciát okoz. Itt a **véletlen** koincidenciákra van szükségünk, és ezeket a mérésben nem lehet megkülönböztetni egymástól. Az asztal forgatási pozícióját, a detektorok helyét és a blendék méretét úgy kell megválasztani, hogy a valódi koincidenciákat minél inkább kiszűrjük és a véletlen koincidenciákat maximalizáljuk. Az itteni jegyzőkönyv feltételezi, hogy a választott beállításnál biztosan nincs góc. Választhatunk olyan helyzetet is, ahol a két detektort összekötő vonal végig a tesen kívül halad, de még jut elegendő beütésszám a detektorokba.

– Mintajegyzőkönyv vége –

Tanulságok a versenyről

A feladatot tökéletesen (25 pontra) megoldania senkinek sem sikerült, de születtek nagyon szép jegyzőkönyvek. A senioroknál az átlagos pontszám és szórás $13,65 \pm 3,71$ volt, a junioroknál ugyanez $8,20 \pm 2,89$. A senioroknál ill. a junioroknál a legmagasabb pontszám 21 ill. 13 volt. A senior versenyzők ennél a mérésnél jelentősen jobban teljesítettek.

1. feladat. A versenyzők számára a feladat elég összetettnek tűnt ahhoz, hogy senki nem kezdte el olvasás nélkül a programot nyomkodni.

2. feladat [3]. A szenior kategóriában az átlagos pontszám és szórás $2,26 \pm 0,71$, a junioroknál $1,65 \pm 1,09$ volt. A maximális 3 pontot az jelentette, ha valaki illesztéssel megmutatta, hogy lineáris a kapcsolat a blendeméret és a mért beütésszám között. Szintén jó megoldásként fogadtuk el, ha valaki számszerűen bizonyította, hogy a beütésszám-blendeméret arány közel állandó. Pontlevonás járt azért, ha ezt szűk blendenyílás-tartományban tette, vagy a megállapítás nem volt grafikonnal/számolással alátámasztva.

3. feladat [5]. A szenior kategóriában az átlagos pontszám és szórás $2,50 \pm 0,82$, a junioroknál $1,33 \pm 0,47$ volt. Teljes pontszám a beállítások dokumentálásáért és a fenti jegyzőkönyvben leírt következtetésekért járt (a tumorméretre vonatkozó megállapítást nem vártuk el). Ez – a pontszámok átlagából láthatóan – meglehetősen nehéznek bizonyult, a legjobb beadott megoldás is csak 4 pontot ért.

4. feladat [10]. A szenior kategóriában az átlagos pontszám és szórás $6,19 \pm 2,32$, a junioroknál $3,38 \pm 2,42$ volt a maximális 10-ből. Ez a részfeladat volt a leghangsúlyosabb része a mérésnek, amit a magas részpontszámmal is láthatóvá tettünk. Itt a következőket pontoztuk:

- Dokumentálva voltak-e a jegyzőkönyvben a beállítások?
- Megfelelőek, az előző részfeladat tanulságaihoz igazodóak-e a beállítások?
- A tumorok helyének jó megadása a koordinátarendszerben.

A trükkös ötödik tumort senki nem találta meg, mindenki megelégedett azzal a legfeljebb négygel, amit az első szkennelésnél kapott. Ez a részfeladat nagy vízválasztó volt a két kategória között. A szenioroknál 9 és 8 pontos megoldások is születtek, a junioroknál egyetlen 8 pontos volt, a többieknek 5 vagy az alatti pontszámok születtek.

5. feladat [5]. A szenior kategóriában az átlagos pontszám és szórás $1,52 \pm 1,70$, a junioroknál $0,80 \pm 1,01$ volt. A koincidenciaablak meghatározása szintén főgős részfeladatnak bizonyult, illetve sokan kifutottak az időből, nem jutottak el ideig. Pontok itt a helyes eljárásért, és a koincidenciaablak körülbelül megfelelő meghatározásáért jártak. A javításnál a következőket figyeltük:

- A detektor helyzete olyan, hogy a valódi koincidenenciákat minimalizálja (nem tumor környékén).
- A mérési idő elegendően hosszú, hogy alacsony legyen a statisztikus hiba.
- A blende nagy, hogy sok legyen a véletlen koincidencia.
- A meghatározott koincidenciaablak hossza 10-20%-on belül van a valódi értékhez képest.
- Meg van határozva a szórás, és nem nagyobb, mint a mért érték 5-10%-a.

Pontlevonás járt azért, ha valaki nem végzett több mérést, vagy nem számolta ki azok átlagát, szórását – hiszen erre a mérési leírás kifejezetten felhívta a figyelmet.

6. feladat. Bár a mentésre és minden fájl beadására külön felhívtuk a figyelmet az útmutatóban, akadt olyan versenyző, aki nem adott be a programból mentett fájlt, vagy hiányzott az Excel fájl, amiben a számolásokat végezte.

7. feladat [2]. A szenior kategóriában az átlagos pontszám és szórás $1,18 \pm 0,57$, a junioroknál $1,03 \pm 0,28$ volt. A gondos és rendezett jegyzőkönyveknek nyilván a szűk időkeret volt a legnagyobb ellensége. A versenyen nyilván nem volt idő a fentihez hasonlóan részletes jegyzőkönyv írására, és ezt az értékelésben is figyelembe vettük. Az egyik nehézség a verseny során az, hogy rá kell találni valamiféle arányos időbeosztásra a mérési feladatok és azok dokumentálása között. Több jegyzőkönyvnél az látszott, hogy a versenyző valóban alaposan végezte el a méréseket, igényesen dokumentálta őket, de kifutott az időből.

Milyen egy jó jegyzőkönyv?

- Minden lényeges kísérleti körülményt tartalmaz.
 - Logikus felépítésű, vezeti az olvasó gondolkodását.
 - A jegyzőkönyv alapján bárkinek reprodukálható a teljes mérés.
- Ezek a készségek is fejleszthetők gyakorlással!

Általános megjegyzések

Általánosságban elmondható, hogy a versenyzők egy nehéz, összetett feladatot oldottak meg, amelyhez nem állt rendelkezésre túl bő időkeret. Az időbeosztást segíti, ha figyelembe vesszük a következőket:

- A részfeladatok maximális pontszámai segítenek! Próbáljunk a részpontszámokkal arányos időt szánni a részfeladatokra, ne töltsünk el egy órát a bevezető, alacsony pontszámú rávezető gyakorlatokkal.
- A részfeladatok rendszerint rávezetnek a következő feladatra, ne felejtsük el az előzőleg felismert tanulságokat mérés közben.
- Gondoljuk át előre a dolgok logikáját! Milyen hatásai vannak a beállításoknak? A találgatás sok időt elvesz.
- Ha a pontos eredményhez hosszú mérést kell futtatnunk, használjuk ki az időt, és dolgozzunk közben a jegyzőkönyvön.

Ennek a mérésnek a legnagyobb tanulsága: az első benyomás alapján kialakított elképzeléseket érdemes időnként kritikusan felülvizsgálni!

2022 Szimuláció mintajegyzőkönyv – Tömegspektrométer

A szimulációs feladat leírását lásd a [111.](#) oldalon.

Szimulációs jegyzőkönyv – Tömegspektrométer.

Készítette: Tarján Péter

A mérés elve A mérés során egy ismeretlen minta összetételét kell meghatározni tömegspektrometriás módszerrel. Ehhez először kalibrálnunk kell a spektrométert.

A program két dimenzióban szimulálja egy valódi spektrométer működését. A vizsgált minta atomjait az ionforrás ionizálja és felgyorsítja; az ionforrásból kihozott nyalábot hengerkondenzátoron (elektromos szűrő) és mágneses szektortéren (mágneses szűrő) átvéve fókuszáljuk a detektorra. A detektor helyét nekünk kell megválasztanunk.

1. feladat. Elolvastam a mérési leírást.

2. feladat – automatikus beállítások. A közepes tömeg és a mágneses indukció értéke alapján a program automatikusan állítja a szükséges gyorsítófeszültséget és a hengerkondenzátor feszültségét. A gyakorlatban technikai okok miatt minden értéknek van alsó és felső korlátja, ezért nem minden értékkombináció működőképes. Tapasztalataimat a [17.8.](#) táblázatban foglaltam össze.

m_k	$B_{\min}(\text{T})$	korlát?	$B_{\max}(\text{T})$	korlát?
30	0,10	B min	0,98	hk max
60	0,14	gyf min	1,39	hk max
90	0,18	gyf min	1,71	hk max
120	0,20	gyf min	1,97	hk max
150	0,22	gyf min	2,00	B max

17.8. táblázat. A tömegspektrométer automatikus beállításainak korlátai.

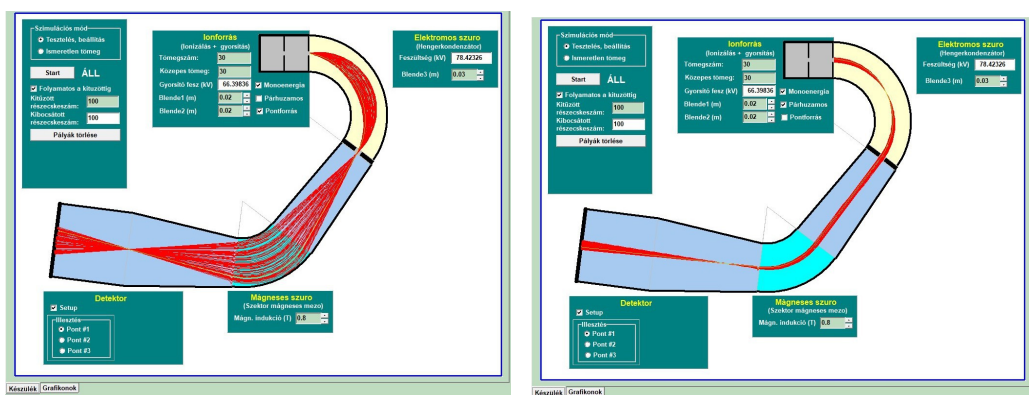
A közepes tömeg növelésével a szükséges mágneses indukció gyökösen növekszik.

Az egyik korlát, hogy a B értéke minimum 0,10 T, maximum 2,00 T lehet. A minimumkorlátba alacsony tömegszámnál, a maximumba magas tömegszámnál ütközhetünk bele.

Az ionforrás gyorsítófeszültsége (gyf) és a hengerkondenzátor (hk) feszültsége is 1 kV és 120 kV között változhat, a legtöbb esetben ezek korlátozzák a beállítható mágneses indukciót: kicsi B értéknél a gyorsítófeszültségnek kellene 1 kV-nál kisebbnek lennie, nagy B -nél pedig a hengerkondenzátor feszültségének 120 kV-nál nagyobbaknak.

3. feladat – fókuszálás. Az energia-, irány- és helyszórás hatását 30-as, 90-es és 150-es közepes tömeg beállításával és 100 részecske indításával vizsgáltam. A fókuszálási tulajdonságok a tömegszámtól függetlennek adódtak.

- **Energiaszórás:** A „Monoenergia” jelölő kikapcsolásával nincs megfigyelhető kiszélesedés a nyalábnak, vélhetően azért, mert az energiaszórás túl kicsi. Így viszont fókuszpontot sem lehet megállapítani.
- **Irányaszórás:** A „Párhuzamos” jelölő kikapcsolásával szemmel láthatóan szét-tartó nyalábot kapunk. Ez először a hengerkondenzátor kimeneti blendéjénél fókuszálódik, másodszor pedig a második driftcső kiszélesedő részének végénél.
- **Helyszórás:** A „Pontforrás” jelölő kikapcsolásával a nyaláb eleve széles az ionforrásból induláskor. Először a hengerkondenzátorban megtett út felénél fókuszálódik, másodszor pedig a mágneses szűrő utáni driftcső kb. harmadánál.



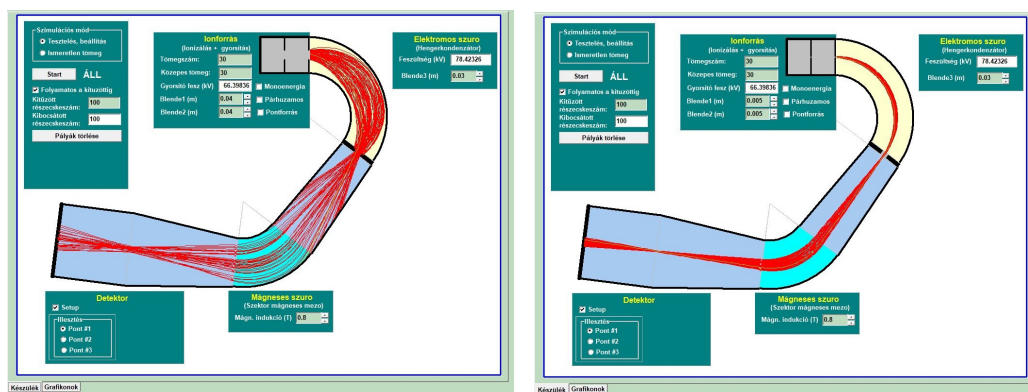
17.17. ábra. Az irány (bal) és hely (jobb) szerinti szórás és fókuszpontjai.

A valódi mérésnél mindhárom fajta szórás szerepet játszik. Látszik, hogy mivel a hely és irány szerinti eltérések nem ugyanott fókuszálódnak, ezért soha nem fogunk ideálisan egy pontba fókuszált nyalábot kapni. Ennek zavaró hatását az ionforrás blendéinek csökkentésével lehet mérsékelni: ha a második blende szűk, akkor „majdnem” pontforrást kapunk; ha mindkét blende szűk, akkor pedig a nyaláb széttartása is kicsi lesz.¹⁶ Célszerű tehát az ionforrás két blendéjét a továbbiakban a lehető legkisebb értékre, 5 mm-re állítani (17.18. ábra).¹⁷

4. feladat – detektor beállítása. Rövid próbálgatással kiderül, hogy az ismeretlen összetételű nyaláb akkor halad leginkább a tömegspektrométer középvonalában, ha a spektrométert 25 körüli közepes tömegre állítjuk be. (De működik bármi kb. 19 és 45 között.)

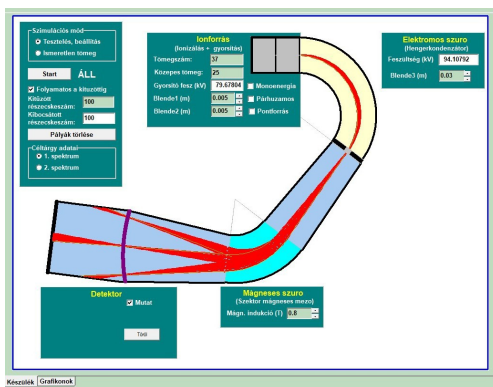
¹⁶A hengerkondenzátor utáni, 3. blende is szűkíthető, de ha a másik két blende tág, akkor ott az induló részecskék jelentős részét elveszítjük.

¹⁷Egy valódi ionforrásnál ez természetesen azt okozná, hogy az ionforrásból egységnyi idő alatt kilépő részecskék száma drasztikusan lecsökken.



17.18. ábra. A blendék hatása a fókuszpont élességére: tág blende (bal) és szűk blende (jobb). Látható, hogy szűk blendével sokkal tisztább leképezést lehet elérni.

A detektor kijelölését 13, 25 és 37-es tömegszámú nyalábokkal végeztem. Az ionforrás blendéi a minimumra (5 mm-re) voltak szűkítve, a Blende3 30 mm-re nyitva (nem korlátozza a nyalábot), a mágneses indukció 0,8 T. A 3 fókuszpont alapján kijelölt detektornak enyhe görbülete van (17.19. ábra).

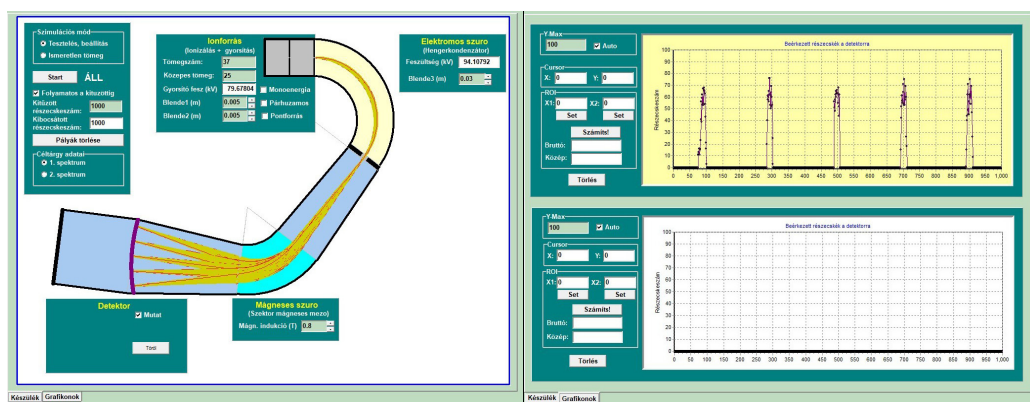


17.19. ábra. A tömegspektrométer a detektorral.

5. feladat – kalibráció adatgyűjtés. Öt különböző tömegszámú (25 közepes tömeg mellett) meghatároztam a detektorra beeső nyaláb helyét ROI módszerrel. Minden részecsketömegnél 1000 részecskét indítottam. A korábbi beállításokon nem változtattam; részecskéket falba vagy a Blende3-ba ütközés miatt nem veszítettünk. A mért kalibrációs adatokat a 17.9. táblázat tartalmazza.

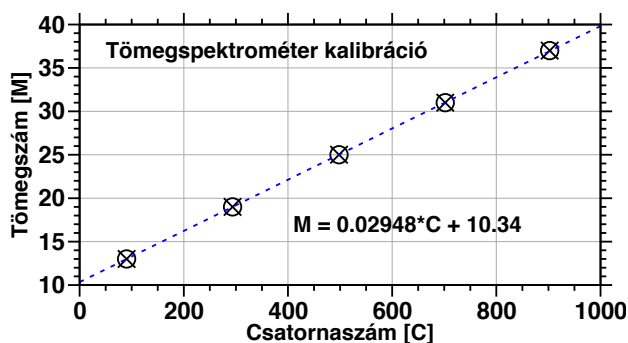
tömegszám (M)	13	19	25	31	37
ROI közép (C)	90,2290	293,6160	498,0340	702,0120	902,3720

17.9. táblázat. Kalibrációs adatok.



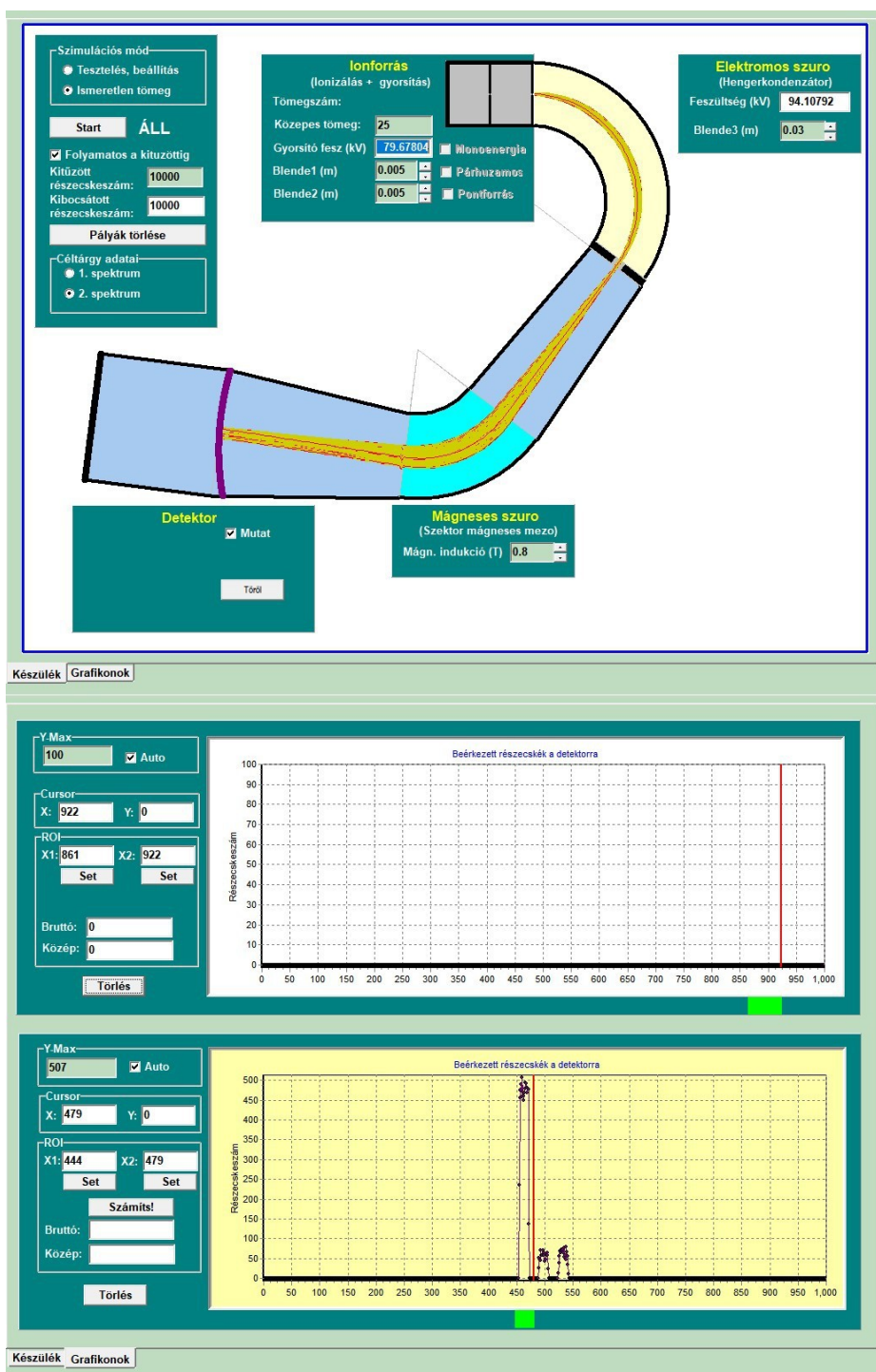
17.20. ábra. A kalibrációhoz használt nyalábok és spektrum.

6. feladat – Kalibrációs illesztés. Az öt mérési pont alapján illesztett egyenes (17.21. ábra) tökéletes illeszkedést mutat, nem szükséges másodfokú közelítés. Az egyenes illesztett paramétereit: $M = 0,02948 \cdot C + 10,34$.



17.21. ábra. A tömegspektrométer tömegszám-csatornaszám kalibrációs egyenese a mérés során használt beállításoknál.

7. feladat – Ismeretlen tömeg adatok. A korábban beállított paramétereken nem változtattam. Részecskeszámnak 10 000-et állítottam be, és elindítottam a szimulációt az ismeretlen nyalábbal. Ez meglehetősen sokáig futott, de közben lehetett dolgozni a jegyzőkönyvön.



17.22. ábra. Az ismeretlen összetételű nyaláb tömegspektruma.

8. feladat – Ismeretlen tömeg meghatározása. A 17.22. ábrán látszik, hogy a nyalábbeli ionok 3 közeli, de a spektrumban jól elkülönülő csoportot alkotnak. Az egyes csúcsok helyét és részecskeszámát a ROI-k segítségével meghatároztam; a csatornaszámból a kalibrációs egyenes paraméterei alapján kiszámoltam a tömegszámot:

csúcs	részecskeszám	részarány	C	M
1	7976	79,76%	463,4228	24,00
2	957	9,57%	497,5967	25,01
3	1067	10,67%	532,8725	26,05

A tömegmeghatározás hibája elsősorban a fent említett tényezőkből származik: a nyaláb azonos típusú részecskéinek is kicsit különböző az energiája/lendülete, eredeti mozgási iránya és helye a nyalábban. Ezek a természetes szórások azt eredményezik, hogy a részecskék nem egyetlen pontban, hanem egy területen fókuszálódnak.

A spektrometriában a felbontóképességet szokás a csúcsok úgynevezett félértékszélességével (FWHM, Full Width at Half Maximum) jellemezni. A grafikonon látszik, hogy a csúcsok szabálytalan alakúak, és meglehetősen élesen, meredeken indulnak felfelé, ezért ezt a mennyiséget itt nehéz meghatározni. Mivel a csúcsok jól elválnak egymástól, a spektrométer *felbontását* becsülhetjük a csúcs teljes szélességével. Ez kb. 20 csatorna, azaz $20 \cdot 0,02948 \approx 0,6$ tömegszám – azaz ha a nyalábban két összetevő tömege ennél közelebb lenne egymáshoz, azt már egy csúcsnak látnánk, nem kettőnek.

A tömeg meghatározásának pontossága, reprodukálhatósága ennél alighanem jobb, néhány század tömegszámnyi lehet. Ezt a mérés többszöri teljes elvégzésével és az eredmények összehasonlításával lehetne pontosabban meghatározni.

Az összetétel meghatározásának hibája elsősorban az indított véges számú részecske tömegeit meghatározó véletlen folyamatokon múlik; azon, hogy mennyire reprezentálja a generált minta a teljes populációt. Ennek relatív hibáját minél nagyobb részecskeszámmal lehet csökkenteni.

Az összetevők mennyiségi meghatározásának bizonytalansága szintén nem egyszerű. (A kapott százaléktételek ráadásul nem függetlenek egymástól, hiszen az összegük 100%.) A használt 10 000 részecskével kb. 0,5 százalékpontnyinak becsülöm – a mérés többszöri elvégzése és az eredmények összevetése után.

– Mintajegyzőkönyv vége –

Tanulások a versenyről

A feladatot tökéletesen (25 pontra) megoldania senkinek sem sikerült, de születtek nagyon szép jegyzőkönyvek. A szenioroknál az átlagos pontszám és szórás $12,79 \pm 5,43$ volt, a junioroknál ugyanez $11,50 \pm 4,14$. Meglepően kicsi különbség van a tapasztaltabb és a fiatalabb versenyzők átlagos pontszáma között. A szenioroknál 2 versenyző ért el 21 pontot. A junioroknál a legmagasabb pontszám 19 volt.

1. feladat. A versenyzők számára a feladat elég összetettnek tűnt ahhoz, hogy senki nem kezdte el olvasás nélkül a programot nyomkodni. Az olvasnivaló meg lehetőségen hosszúnak bizonyult, és sok időt elvitt.

2. feladat [3]. A szenior kategóriában az átlagos pontszám és szórás $2,11 \pm 0,81$, a junioroknál $0,90 \pm 0,74$ volt. A maximális 3 pontot az jelentette, ha valaki

- Dokumentálta, hogy a tömeg és a mágneses indukció bizonyos kombinációi érvénytelen beállításokat eredményeznek;
- mindezt több különböző tömegszámnál és számszerűen feltüntetve a B lehetséges értékeit;
- és utalt arra, hogy a gyorsítófeszültség illetve a hengerkondenzátor minimális illetve maximális feszültsége korlátozza az elérhető tartományt.

A maximális 3 pontot a 19 szenior versenyzőből 6-an érték el; a juniorok között nem volt 3 pontos.

3. feladat [3]. A szenior kategóriában az átlagos pontszám és szórás $1,53 \pm 1,02$, a junioroknál $1,50 \pm 0,71$ volt.

A fókuszálási tulajdonságok vizsgálatánál pontok azért jártak, ha a versenyző helyesen leírta a fókuszálási viselkedésre vonatkozó tapasztalatokat több különböző közepes tömegnél – megemlítve, hogy a fókuszpontok helyzete a közepes tömegtől független (2 pont). Megoldási javaslatként azt vártuk, hogy a blendék szűkítése csökkenti a nyaláb szétkenődését (1 pont). A szenior kategóriában 5 versenyző volt, akik mindezt leírták, a juniorok között nem volt 3 pont.

Több versenyzőnél előforduló hiba volt, hogy a közepes tömeg helyett a tömegszámot változtatták (állandó közepes tömeg mellett), és a fókuszpontoknak a cső hossztengelye menti helyzete helyett a keresztirányú eltolódásra koncentráltak. Olyan versenyző is akadt, aki csak a második driftcsőben található fókuszpontról írt, a hengerkondenzátorban található nem említette.

4. feladat [2]. A szenior kategóriában az átlagos pontszám és szórás $1,79 \pm 0,42$, a junioroknál $1,50 \pm 0,53$ volt. Az ismeretlen nyaláb körülbelüli tömegének meghatározása és a detektor definiálása aránylag jól ment. Pontlevonás azért járt, ha nem volt dokumentálva a jegyzőkönyvben vagy a detektor helye és/vagy görbülete helytelenül volt meghatározva (azaz a detektor nem a fókuszpontokon ment át).

A 19 szenior versenyzőből 15-en itt a maximális 2 pontot kapták; a 10 junior közül ez 5-nek sikerült.

5. feladat [3]. A szenior kategóriában az átlagos pontszám és szórás $1,58 \pm 1,17$, a junioroknál $2,00 \pm 1,05$ volt. Pontok ennél a feladatnál a kalibráció első felének jó végrehajtására jártak: megfelelően nagy részecskeszám (legalább 500), a tömegszámok egymáshoz nem túl közeli megválasztása, a ROI-k használata, és természetesen ezek megfelelő dokumentálása. Ez hibátlanul a szenior versenyzők között mindössze 5-nek sikerült a 19-ből, míg a junioroknál 10-ből 4-nek. Ennél a részfeladatnál a juniorok jobb átlagos eredményt értek el!

6. feladat [3]. A szenior kategóriában az átlagos pontszám és szórás $1,68 \pm 1,38$, a junioroknál $1,50 \pm 1,18$ volt. A kalibrációs egyenes paramétereinek meghatározásáért újabb 3 pont járt. Ezt Excel segítségével illetve papíron ábrázolva is el lehetett végezni. Nem járt teljes pontszám arra, ha a versenyző ábrázolás helyett pontpáronként számolt. Viszonylag sok 0 pontos megoldás született ennél a részfeladatnál, sokan kifutottak az időből. Ez sajnos azt jelentette, hogy a mérés lényegi részével, a sok pontot érő 8. feladattal már szintén nem tudtak foglalkozni. A szeniorok közül 8-an érték el a maximális 3 pontot; a juniorok közül mindössze ketten.

7. feladat [1]. A szenior kategóriában az átlagos pontszám és szórás $0,42 \pm 0,51$, a junioroknál $0,40 \pm 0,52$ volt. Itt az 1 pont arra járt, hogy megfelelően nagy (legalább 1000) részecskeszámot választott-e a versenyző, hiszen kisebb statisztikánál a két kisebb csúcs nehezen észrevehető. 8 szenior és 4 junior versenyző kapott 1 pontot, nagyon hasonló átlagpontszámokat eredményezve.

8. feladat [8]. A szenior kategóriában az átlagos pontszám és szórás $2,05 \pm 2,53$, a junioroknál $2,20 \pm 2,20$ volt. A mérés korábbi részei ezt a feladatot készítik elő. Pontok itt a következőkre jártak:

- A mérési paraméterek rögzítése;
- annak felismerése, hogy 3 különböző tömegű ion van a nyalámban (a helytelen detektorbeállítás vagy alacsony statisztika miatt nem mindenki találta meg mindhármat);
- az ionok tömegének meghatározása a ROI-k és a kalibrációs függvény paramétereinek segítségével;
- az összetevők százalékos arányának meghatározása;
- a hibák eredetének megemlítése vagy nagyságuk becslése.

A nyaláb összetétele a magnézium természetes izotópösszetételét tükrözte:

tömeg	23,985	24,986	25,983
részarány	0,7899	0,1000	0,1101

Pontlevonás járt a túl nagy eltérésekért.

Az itteni alacsony pontszámok azt tükrözik, hogy egyrészt többen nem jutottak el idáig, másrészt pedig ez volt a legösszetettebb feladat. A szeniorok között egyetlen 8 pontos megoldás született és 2 versenyző ért el 6 pontot. A juniorok legjobb versenyzője 7 pontot ért el itt, és ketten értek el 4-et.

9. feladat Erre a feladatra nem járt pont, csak emlékeztetőként szerepelt. Ennek ellenére volt rá példa, hogy hiányoztak a mentett adatok – vagy éppen nem jó helyre voltak elmentve, és a zsűrinek kellett összevadásznia azokat.

10. feladat [2]. Végül 2 pont járt a jegyzőkönyv áttekinthetőségére, rendezettségére. A külalakot nem pontoztuk! Egyforma értékűnek fogadtuk el a számítógéppel és kézzel készült jegyzőkönyveket. A maximális 2 pontot az kapta, aki a jegyzőkönyvben feltüntette a mérés legfontosabb végrehajtott mozzanatait, aránylag követhető formában. A valamilyen szempontból hiányos jegyzőkönyvek rendszerint 1 pontot kaptak. Az értékelésnél itt nem voltunk szigorúak, hiszen a szűkös időkorlát nem teszi lehetővé a túl részletes jegyzőkönyv készítését.

A szenior kategóriában az átlagos pontszám és szórás $1,63 \pm 0,60$, a junioroknál $1,50 \pm 0,53$ volt. A szenioroknál 13-an kapták meg a 2 pontot, a junioroknál 5-en.



2022 – Szimulációs forduló.

7. rész

Eredmények

A Versenyen elért helyezéseket csak a döntőn elért eredmények határozzák meg, az első forduló pontjai a döntőbe jutás után „nullázódnak”. A döntőbe a Versenybizottság tipikusan 20 Szenior és 10 Junior versenyzőt hív meg. Ettől kismértékű eltérés lehet pl. betegség, más tanulmányi versennyel való ütközés, vagy a bejutási ponthatáron kialakult holtverseny miatt.

A döntőben elérhető maximális pontszám: elméleti feladatok (50) + kísérlet (25) + szimuláció (25) = 100. Ez felel meg 100%-nak. Ahogy a bevezetőben részletesebben írtuk, a COVID19 világjárvány miatt 2020-ban a döntő elmaradt, és az első (elméleti) forduló eredménye alapján hirdettünk sorrendet. 2021-ben a döntőben elmaradt a kísérleti forduló, itt 75 pont jelenti a 100%-ot.

Azokat a különdíjakat, amelyek a helyezésekből (első három, első öt, stb.) egyértelműen származtathatók, itt nem emeljük ki külön. Ezek származtatásának szabályai megtalálhatók a bevezetőben (8. oldal).

A GDPR bevezetését követően a Versenyen résztvevő személyektől (versenyzők, felkészítő tanárok, ...) beleegyező nyilatkozatokat kértünk, hogy nevüket, iskolájukat (és esetlegesen fotóikat) a versennyel kapcsolatos publikációkban nyilvánosságra hozzassuk.

2017 – Eredmények

1. (Szenior) kategória

#	Név	Iskola	Város	Tanár	%
1.	Gémes Antal	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Lakatos-Tóth István	80
2.	Goto Tomoi	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	71
3.	Simon Dániel Gábor	Kecskeméti Bányai Júlia Gimnázium	Kecskemét	Bakk János	68
4.	Jakus Balázs	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert	63
5.	Csire Roland	Debreceni Református Kollégium Dóczy Gimnáziuma	Debrecen	Tófalusi Péter	62
6.	Hraboczki Attila Márton	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	55
6.	Illyés András	Budapesti Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva Horváth Gábor	55
8.	Hegedűs Viola	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor Tóth Károly	54
8.	Világos Blanka	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	54
10.	Fehérkúti Anna	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc	52
10.	Németh Róbert	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	Horváth Gábor	52
12.	Korom Gergely	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	51
13.	Guba Zoltán	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor	50
14.	Krasznai Anna	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László	48
15.	Páhoki Tamás	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter	47
16.	Silvas János	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	40
17.	Kolontári Péter	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter	39
18.	Miklós Attila Merse	Kecskeméti Katona József Gimnázium	Kecskemét	Sáróné Jéga-Szabó Irén	29
19.	Augusztin András Balázs	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc	21

2. (Junior) kategória

#	Név	Iskola	Város	Tanár	%
1.	Olosz Adél	PTE Gyakorló Ált. Iskola, Gimnázium, Szkg. és Óvoda	Pécs	Koncz Károly Simon Péter	59
2.	Elek Péter	Debreceni Református Kollégium Dóczy Gimnáziuma	Debrecen	Tófalusi Péter	53
3.	Kádár Barnabás	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	52
4.	Györök Bendegúz Máté	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszent- miklós	Bülgözdi László	51
5.	Borsi Szilárd	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszent- miklós	Bülgözdi László	50
6.	Telbisz Csanád	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	48
7.	Svastits Domonkos	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	43
8.	Antal Ákos	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszent- miklós	Bülgözdi László	34
9.	Magyar Róbert Attila	Egri Dobó István Gimnázium	Eger	Hóbor Sándor	31

Szilárd Leó Tanári Delfin-díj:

Gyimesi Éva, Szent István Gimnázium, Budapest

Marx György Vándordíj:

Szent István Gimnázium, Budapest



2017 – A Junior kategória győztese átveszi a Women In Nuclear különdíját Radnóti Katalintól (fent) és a Szent István Gimnázium csapata.



2018 – Eredményhirdetés (fent) és a Piarista Gimnázium csapata (lent).

2018 – Eredmények

1. (Szenior) kategória

#	Név	Iskola	Város	Tanár	%
1.	Krasznai Anna	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László	62
1.	Makovsky Mihály	Baár-Madas Református Gimnázium Általános Iskola és Kollégium	Budapest	Horváth Norbert	62
3.	Boldis Bercel	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László Juhász Róbert	60
3.	Csire Roland	DRK Dóczy Gimnáziuma	Debrecen	Tófalusi Péter	60
5.	Guba Zoltán	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor	59
6.	Kolontári Péter	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter	55
7.	Telbisz Csanád	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	53
7.	Világos Blanka	Budapest XIV. Kerületi Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	53
9.	Magyar Róbert Attila	Egri Dobó István Gimnázium	Eger	Hóbor Sándor	50
10.	Páhoki Tamás	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter	46
11.	Fekete Balázs Attila	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter	44
12.	Illyés András	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva Horváth Gábor	42
12.	Kupás Vendel Péter	Gyöngyösi Berze Nagy János Gimnázium	Gyöngyös	Dr. Kiss Miklós	42
14.	Svastits Domonkos	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	41
15.	Csuha Boglárka	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László	35
15.	Márk Zsombor Gyula	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László	35
17.	Kádár Barnabás	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	34
18.	Tófalusi Ádám	DRK Dóczy Gimnáziuma	Debrecen	Tófalusi Péter	31

2. (Junior) kategória

#	Név	Iskola	Város	Tanár	%
1.	Fajszai Bulcsú	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	Horváth Gábor Csefkó Zoltán	70
1.	Pácsnyi Péter	Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert	70
3.	Lipovics Tamás Dániel	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	57
4.	Bonifert Balázs	Baár-Madas Református Gimnázium Általános Iskola és Kollégium	Budapest	Horváth Norbert	48
5.	Sajgó Anna Mária	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor	46
6.	Kozák András	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc	44
7.	Selmi Bálint	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter	43
8.	Borsi Szilárd	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László	37
9.	Sándli Lóránt Noé	Eötvös József Gimnázium és Kollégium	Tata	Szeidemann Ákos	32
10.	Czett Mátyás	Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert	28

Szilárd Leó Tanári Delfin-díj:

Chikán Éva, Piarista Gimnázium, Budapest

Marx György Vándordíj:

Piarista Gimnázium, Budapest

2019 – Eredmények

1. (Szenior) kategória

#	Név	Iskola	Város	Tanár	%
1.	Fajszai Bulcsú	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	Csefkó Zoltán	76
2.	Makovsky Mihály	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert	67
2.	Pácsenyi Péter	Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert	67
4.	Olosz Adél	PTE Gyakorló Általános Iskola, Gimnázium és Óvoda	Pécs	Koncz Károly	66
5.	Klapper Zsombor	Budapest XIV. Kerületi Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	64
5.	Svastits Domonkos	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	64
7.	Telbisz Csanád	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	62
8.	Borsi Szilárd	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László	60
8.	Lipovics Dániel	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	60
10.	Németh Csaba	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc	59
11.	Lelkes Zoltán	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	55
12.	Magyar Róbert Attila	Egri Dobó István Gimnázium	Eger	Hóbor Sándor	52
13.	Fülöp Sámuel Sihombing	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter	51
14.	Györök Bendegúz Máté	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László	50
15.	Elek Péter	DRK Dóczy Gimnáziuma	Debrecen	Tófalusi Péter	49
16.	Sándli Lóránt Noé	Eötvös József Gimnázium és Kollégium	Tata	Szeidemann Ákos	48
17.	Kádár Barnabás	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	47
18.	Boros Máté	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc	44
19.	Taródi Anna Laura	Budapest XIV. Kerületi Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	36
20.	Fehér Balázs	Czuczor Gergely Bencés Gimnázium és Kollégium	Győr	Csonka László	24

2. (Junior) kategória

#	Név	Iskola	Város	Tanár	%
1.	Bonifert Balázs	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert	67
2.	Ludányi Levente	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor	66
3.	Bokor Endre	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	Schramek Anikó	64
4.	Sas Mór	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter	60
5.	Varga Áron	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László	56
6.	Mácsai Dániel	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László	55
6.	Selmi Bálint	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter	55
8.	Pektor Ervin	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László	53
8.	Varga Vázsony	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	Schramek Anikó	53
10.	Schäffer Bálint	Pécsi Janus Pannonius Gimnázium	Pécs	Simon Péter Lehőcz Mária	52

Szilárd Leó Tanári Delfin-díj:

Simon Péter, Leőwey Klára Gimnázium, Pécs

Marx György Vándordíj:

Piarista Gimnázium, Budapest

Egyéb különdíjak:

Bokor Endre	Legnehezebb feladatot legjobban megoldó
Klapper Zsombor	Legjobb szimulációs jegyzőkönyv
Telbisz Csanád	Legjobb szimulációs rendszer
Schäffer Bálint	Legfiatalabb döntős
Bonifert Balázs	Kiemelkedő kísérleti megoldás
Fajszai Bulcsú	Kiemelkedő kísérleti megoldás
Olosz Adél	Kiemelkedő kísérleti megoldás

2020 – Eredmények

1. (Szenior) kategória

#	Név	Iskola	Város	Tanár	%
1.	Viczián Anna	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert	89
2.	Pácsonyi Péter	Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert	85
3.	Sas Mór	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter	82
4.	Schäffer Bálint	Pécsi Janus Pannonius Gimnázium	Pécs	Lehőcz Mária Simon Péter	80
5.	Ludányi Levente	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor	78
5.	Mácsai Dániel	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László	78
7.	Bonifert Balázs	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert	77
8.	Borsi Szilárd	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László	76
8.	Pektor Ervin	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László	76
8.	Varga Áron	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László	76
11.	Selmi Bálint	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter	74
12.	Fajszai Bulcsú	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Ált. Isk. és Gimn.	Budapest	Schramek Anikó	72
12.	Sajgó Anna	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor	72
14.	Bokor Endre	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Ált. Isk. és Gimn.	Budapest	Schramek Anikó	70
14.	Jánosik Áron	Révai Miklós Gimnázium és Kollégium	Győr	Juhász Zoltán	70
14.	Tordai Tegze	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Berecz János	70
17.	Czett Mátyás	Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert	69
18.	Horváth Csaba	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László	68
18.	Mócza Tamás István	Dunakeszi Radnóti Miklós Gimnázium	Dunakeszi	Horváth Henrietta	68
18.	Ráffi Ádám	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	68

2. (Junior) kategória

#	Név	Iskola	Város	Tanár	%
1.	Nemeskéri Dániel	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium	Budapest	Zsigri Ferenc	77
2.	Soczó Bálint	Érdi Vörösmarty Mihály Gimnázium	Érd	Csatlós Mária	73
3.	Toronyi András	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert	71
4.	Perényi Barnabás	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor	53
5.	Szőke-Brandt Áron	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	46
6.	Bóné Márton	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	45
7.	Kertész Balázs	Debreceni Református Kollégium Dóczy Gimnáziuma	Debrecen	Tófalusi Péter	43
8.	Mihalik Bálint	Kecskeméti Bányai Júlia Gimnázium	Kecskemét	Bakk János	41
9.	Jakab Attila	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	40
9.	Klumzer István	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László	40

Szilárd Leó Tanári Delfin-díj:

Farkas László, Vajda János Gimnázium, Keszthely

Marx György Vándordíj:

Vajda János Gimnázium, Keszthely

Egyéb különdíjak:

Nehéz feladatra kiemelkedő megoldást adók:

Jánosik Áron (Szenior, 1. feladat)

Schäffer Bálint (Szenior, 3. feladat)

Klumzer István (Junior, 2. feladat)

Soczó Bálint (Junior, 9. feladat)

Toronyi András (Junior, 10. feladat)

Legjobb női versenyzők:

Viczián Anna

Sajgó Anna Mária

Megjegyzés

2020-ban az első (elméleti) forduló alapján tudtunk csak eredményt hirdetni.

A Marx- és Delfin-díjak pontszámítását is az elődöntő eredményei alapján végezte el a Versenybizottság.

2021 – Eredmények

1. (Szenior) kategória

#	Név	Iskola	Város	Tanár	%
1.	Varga Vázsony	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	Schramek Anikó	76
2.	Ludányi Levente	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor	75
3.	Bokor Endre	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	Schramek Anikó	73
4.	Fonyi Máté Sándor	Verseghy Ferenc Gimnázium	Szolnok	Veres Dénes	72
5.	Kertész Balázs Zoltán	DRK Dóczy Gimnáziuma	Debrecen	Tófalusi Péter	68
6.	Soczó Bálint	Érdi Vörösmarty Mihály Gimnázium	Érd	Csatlós Mária	65
7.	Bonifert Balázs	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert	64
8.	Kókai Zsolt	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	63
9.	Karsai Endre Zsombor	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Berecz János	60
10.	Mácsai Dániel	Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László	59
10.	Trombitás Karolina	Pécsi Janus Pannonius Gimnázium	Pécs	Lehőcz Mária	59
12.	Csimma Viktor	Kazinczy Ferenc Gimnázium és Kollégium	Győr	Nikházy Lászlóné Berta Miklós Takács Éva	57
12.	Koleszár Csoma	Pannonhalmi Bencés Gimnázium	Pannonhalma	Hirka Antal	57
12.	Varga Áron	Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László	57
15.	Schäffer Bálint	Pécsi Janus Pannonius Gimnázium	Pécs	Lehőcz Mária Simon Péter	55
16.	Harcza-Pintér András	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor	53
16.	Mátéfy Ádám	Budapest, XVII. Kerületi Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium	Budapest	Komáromi Annamária	53
16.	Sas Mór	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter	53
19.	Pollner Zsigmond	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	45
20.	Bóné Márton	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	37
20.	Dávid Attila	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	37

2. (Junior) kategória

#	Név	Iskola	Város	Tanár	%
1.	Bencz Benedek	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert	56
2.	Nemeskéri Dániel	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium	Budapest	Zsigri Ferenc	53
3.	Barna Benedek	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	49
4.	Budai Csanád	Deák Téri Evangélikus Gimnázium	Budapest	Horváth Gabriella	44
5.	Viczián Máté	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert	39
6.	Gerendás Roland	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium	Budapest	Zsigri Ferenc	33
6.	Magyar Gábor Balázs	Egri Dobó István Gimnázium	Eger	Berkes-Sinka Márta	33
8.	Kovács Kinga Judit	Kecskeméti Katona József Gimnázium	Kecskemét	Szalai Péter	29
9.	Csapó Tamás	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert	27

Szilárd Leó Tanári Delfin-díj:

Pálovics Róbert, Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg

Marx György Vándordíj:

Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium, Budapest

Egyéb különdíjak:

Nehéz feladatra kiemelkedő megoldást adók:

Nemeskéri Dániel (Junior, 3. & 4. feladat)

Ludányi Levente (Szenior, 13. feladat)

Soczó Bálint (Szenior, 13. feladat)

Varga Vázsony (Szenior, 13. feladat)

Kiemelkedő szimulációs megoldás:

Barna Benedek (Junior)

Bonifert Balázs (Szenior)

Kertész Balázs Zoltán (Szenior)

Megjegyzés

2021-ben a COVID19 járvány miatt a verseny döntőjét a versenyzők iskoláiban rendeztük. Emiatt a kísérleti forduló elmaradt, csak az elméleti feladatok és a szimulációs forduló alapján hirdettünk eredményt.

2022 – Eredmények

1. (Szenior) kategória

#	Név	Iskola	Város	Tanár	%
1.	Toronyi András	Baár-Madas Református Gimnázium, Ált. Isk. & Koll.	Budapest	Horváth Norbert	75
2.	Bóné Márton	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	68
2.	Dóra Márton	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc	68
4.	Soczó Bálint	Érdi Vörösmarty Mihály Gimnázium	Érd	Csatlós Mária	62
5.	Földes Szabolcs	Érdi Vörösmarty Mihály Gimnázium	Érd	Csatlós Mária	60
5.	Kertész Balázs Zoltán	DRK Dóczy Gimnáziuma	Debrecen	Tófalusi Péter	60
7.	Kalla Gábor	Budapest V. Kerületi Eötvös József Gimnázium	Budapest	Gulyás Erzsébet Varga Balázs	59
8.	Magyar Gábor Balázs	Egri Dobó István Gimnázium	Eger	Berkes-Sinka Márta	58
9.	Kókai Zalán	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	57
10.	Gurzó József	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	Schnider Dorottya dr. Nagy Piroska Mária Schramek Anikó	56
11.	Mátéfy Ádám	Budapest XVII. kerületi Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium	Budapest	Komáromi Annamária	55
12.	Jirkovszky-Bari László	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc	50
13.	Dávid Attila	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	49
13.	Nemeskéri Dániel	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc	49
15.	Farkas Gergely	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium	Budapest	dr. Sipos András	47
15.	Perényi Barnabás	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor	47
17.	Csontos András	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	Schnider Dorottya dr. Nagy Piroska Mária Schramek Anikó	45
18.	Szőke-Brandt Áron	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva	42
19.	Kozák Gergely Imre	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor	37

2. (Junior) kategória

#	Név	Iskola	Város	Tanár	%
1.	Bencz Benedek	Baár-Madas Református Gimnázium, Általános Iskola és Kollégium	Budapest	Horváth Norbert	65
2.	Gulyás Kristóf	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor	63
3.	Klement Tamás	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter	52
4.	Gazdag Ferenc	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	Schnider Dorottya dr. Nagy Piroska Mária Schramek Anikó	50
5.	Kormos Kristóf Tamás	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	43
6.	Viczián Máté	Baár-Madas Református Gimnázium, Általános Iskola és Kollégium	Budapest	Horváth Norbert	42
7.	Nagy Gergő	SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola	Szeged	Nagy Tibor	33
8.	Gerendás Roland	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc	32
9.	Kádi Balázs	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva	27
10.	Kollmann Áron	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	Schnider Dorottya dr. Nagy Piroska Mária Schramek Anikó	15

Szilárd Leó Tanári Delfin-díj:

Zsigri Ferenc, ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium, Budapest

Marx György Vándordíj:

ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium, Budapest

Egyéb különdíjak:

Kalla Gábor	Legjobb mérés
Dóra Márton	Kiemelkedő szimulációs megoldás
Jirkovszky-Bari László	Kiemelkedő szimulációs megoldás

Nehéz feladatra kiemelkedő megoldást adók:

Bencz Benedek	(Junior, 2. & 6. feladat)
Gulyás Kristóf	(Junior, 3. & 7. feladat)
Mátéfy Ádám	(Szenior, 12. feladat)
Nemeskéri Dániel	(Szenior, 13. feladat)



2022 – Elméleti feladatok „Hogy kellett?” előadás (fent) és az ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium csapata.

A Marx György Vándordíj nyertesei

Év	Iskola	Város
2022	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium	Budapest
2021	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium	Budapest
2020	Vajda János Gimnázium	Keszthely
2019	Piarista Gimnázium	Budapest
2018	Piarista Gimnázium	Budapest
2017	Szent István Gimnázium	Budapest
2016	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest
2015	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest
2014	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós
2013	Szent István Gimnázium	Budapest
2012	Leőwey Klára Gimnázium (*)	Pécs
2011	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs
2010	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs
2009	Verseghy Ferenc Gimnázium	Szolnok
2008	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs
2007	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg
2006	Verseghy Ferenc Gimnázium	Szolnok
2005	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely
2004	Boronkay György Műszaki Szakközépiskola	Vác
2003	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg

(*) Véglegesen elnyerte az első Marx György Vándordíjat.

A Marx György Vándordíj odaítélése

A Vándordíjat az az iskola nyeri el, amelynek tanulói részt vesznek az Országos Szilárd Leó Fizikaversenyen, és az adott évi döntőben a legjobb eredményt érik el. A diákok által egy versenyen gyűjtött pontok számítása megegyezik a Delfindíjével ([323.](#) oldal), de minden évben nullázódik.

Az alapító okirat értelmében az az iskola, amelyik háromszor egymás után elnyeri a vándordíjat, annak véglegesen a tulajdonába kerül. Marx György Vándordíjat 2010-ben, 2011-ben és 2012-ben a pécsi Leőwey Klára Gimnázium nyerte el, így véglegesen az ő tulajdonuk lett. A 2013. évi verseny döntőjére a Szilárd Leó Tehetség gondozó Alapítvány az előzővel teljes mértékben megegyező, új Vándordíjat készítettett.

Szilárd Leó Tanári Delfin-díj díjazottak

Év	Név	Munkahely	Város	Megjegyzés
2022	Zsigri Ferenc	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium	Budapest	
2021	Pálovics Róbert	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	
2020	Farkas László	Vajda János Gimnázium	Keszthely	
2019	Simon Péter	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	
2018	Chikán Éva	Piarista Gimnázium	Budapest	
2018	Dr. Radnóti Katalin	ELTE TTK Anyagfizikai Intézet	Budapest	Versenybizottsági tag
2017	Gyimesi Éva	Szent István Gimnázium	Budapest	
2016	Horváth Norbert	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	
2015	Horváth Gábor	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	
2015	Vastagh György	Országos Szilárd Leó Fizikaverseny	Balatonfüred	Versenybizottsági tag
2014	Nagy Tibor	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	
2013	Dr. Kovács László	SZTE Ságvári Endre Gimnázium	Szeged	
2013	Dr. Szűcs József	Országos Szilárd Leó Fizikaverseny	Pécs	Versenybizottsági tag
2012	Bülgözdí László	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	
2011	Simon Péter	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	
2011	Kopcsa József	Országos Szilárd Leó Fizikaverseny	Debrecen	Versenybizottsági tag
2010	Pécsi István	Verseghy Ferenc Gimnázium	Szolnok	
2009	Pálovics Róbert	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	
2009	Dr. Jurisits József	Garay János Gimnázium	Szekszárd	a Kuratórium és a Versenybizottság tagja
2008	Simon Péter	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	
2007	Zsigri Ferenc	ELTE Apáczai Gyakorló Gimnázium	Budapest	
2007	Dr. Sükösd Csaba	Budapesti Műszaki Egyetem - Nukleáris Technikai Intézet	Budapest	A Versenybizottság elnöke

Év	Név	Munkahely	Város	Megjegyzés
2006	Nagy Tibor	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	
2006	Csajági Sándor	Energetikai Szakközépiskola és Kollégium	Paks	A Verseny helyi szervezője
2005	Pálovics Róbert	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	
2004	Simon Péter	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	
2003	Dr. Kovács László	SzTE Ságvári Endre Gimnázium	Szeged	
2002	Horváth Gábor	Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	
2002	Dr. Tóth Eszter	Lauder Javne Iskola	Budapest	Teller Ede ajánlása
2001	Pálovics Róbert	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	
2001	Marx György	Eötvös Loránd Tudományegyetem Atomfizikai Tanszék	Budapest	A Versenybizottság elnöke

A Szilárd Leó tanári Delfin-díj odaítélése – szemelvény az Alapító Okiratból

A Szilárd Leó Tanári Delfin-díjat az a tanár nyerheti el, akinek tanítványai részt vesznek az Országos Szilárd Leó Fizika-verseny döntőjén. A versenyen nyert pontokat az Alapító Okirat a versenyen elért helyezések alapján határozza meg. A Szenior (I.) kategóriában az első helyezés 20 pontot, a második helyezés 19 pontot ér, majd egyesével csökkenve a huszadik helyezés 1 pontot ér. A Junior (II.) kategóriában az első helyezés 10 pontot ér, majd hasonlóan egyesével csökkenve a tizedik helyezés 1 pontot ér.

Ha a felkészítő tanár több tanítványa is részt vesz a versenyen, akkor az így elnyert pontok összeadódnak, és egy 1998 óta vezetett táblázatba az előző évek eredményei mellé felvezetésre kerülnek. E táblázat alapján minden évi verseny után a legtöbb (kumulált) pontot elért tanár nyeri el a díjat. Ekkor a díjazott eddig megszerzett pontjai törlésre kerülnek. Pontegyenlőség esetén több díj kerül átadásra. Ha egy tanuló egynél több felkészítő tanárt nevez meg, akkor a pontok egyenlő arányban oszlanak meg a tanárok között.

A Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány a kuratórium döntése alapján tanévente további egy személyt Delfin-díjban részesíthet, aki a nukleáris fizikai ismeretek oktatásában, népszerűsítésében kiemelkedő teljesítményt nyújtott.

„A társadalom, amiben élünk, rendkívüli mértékben rá van utalva
a tudományra és technikára, mégis, alig vannak néhányan,
akik valamit is értenek a tudományhoz és technikához.”

– Carl Sagan –

Támogatóink

Nemzeti Tehetség Program

Emberi Erőforrások Minisztériuma

Energetikai Technikum és Kollégium, Paks

Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány

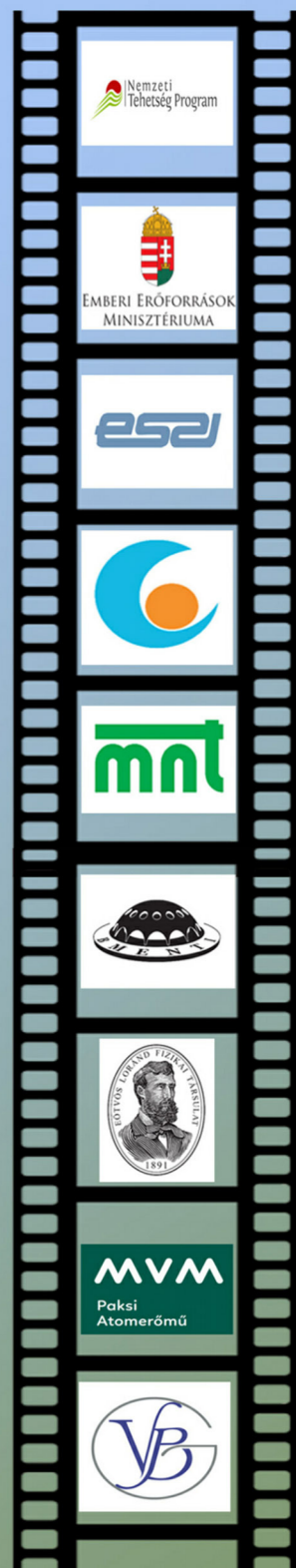
Magyar Nukleáris Társaság

BME Nukleáris Technikai Intézet

Eötvös Loránd Fizikai Társulat

MVM Paksi Atomerőmű Zrt.

Paksi Vak Bottyán Gimnázium



ISBN 978-615-01-5926-3

