

SZILÁRD LEÓ FIZIKAVÉRSÉNY
2011-2016

ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVÉRSÉNY 2011-2016

Feladatok és megoldások

Szilárd Leó Tehetségdondozó Alapítvány
Paks, 2017

Szerkesztette:
MESTER ANDRÁS, HORVÁTH ANDRÁS

Lektorálta:
SÜKÖSD CSABA

Kiadásban közreműködött:
CSAJÁGI SÁNDOR

© Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány, 2017
© Feladatok és megoldások: a feladatok kitűzői, 2011-2016

Minden jog fenntartva. Bármilyen másolás, sokszorosítás, illetve
adatfeldolgozó rendszerben való tárolás a kiadó előzetes írásbeli
hozzájárulásához van kötve.

A címlapon:
Marx György és a versenybizottság képei, Sükösd Csaba és Szabó Attila

A hátsó borítón:
Szilárd Leó érmek, Marx György Vándordíj és Szilárd Leó Tanári Delfindíj

Kiadja: Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány
Felelős kiadó: Csajági Sándor

Kiadványszerkesztés: Horváth András

Borítóterv, nyomtatás és kötés: TEXT Nyomda Kft., Dunaújváros
Telefon: 25/283-019
Felelős vezető: Knyihár Lajos

ISBN 978-963-12-7817-0

Tartalom

Bevezetés.....	8
Köszönetnyilvánítás	10
Országos Szilárd Leó Fizikaverseny bemutatása (1998-)	11
Bevezetés.....	11
Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny létrejötte	11
A verseny lebonyolítása	11
A verseny témaköre.....	12
Versenyfeladatok.....	12
A kísérletek	13
A számítógépes szimulációs feladatok.....	14
A verseny értékelése.....	15
Versenyzők díjazása	16
Szilárd Leó Tanári Delfindíj	16
A Marx György-Vándordíj.....	17
Pályakövetés.....	17
Kiadványaink	18
Zárszó	18
Marx György (1927-2002), az oktatás és az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny	19
A tudós	19
A tanár	20
Közoktatás és a nukleáris kultúra terjesztése	21
Az író.....	23
A Marslakók.....	24
Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny	26
Köszönetnyilvánítás	27
A verseny szervezői, versenybizottság 2016-ban	28
Országos Szilárd Leó Fizikaverseny versenyszabályzata	29

14. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY, 2011.....	34
Az 1. forduló feladatai.....	34
A döntő feladatai	37
ELMÉLETI FELADATOK	37
KÍSÉRLETI FELADAT	41
SZÁMÍTÓGÉPES FELADAT.....	43
Az 1. forduló feladatainak megoldásai.....	46
A döntő feladatainak megoldásai	52
A 2011. évi 14. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjének eredménye 11-12. évfolyam.....	61
A 2011. évi 14. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjének eredménye 9-10. évfolyam.....	62
15. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY, 2012.....	63
Az 1. forduló feladatai.....	63
A döntő feladatai	66
ELMÉLETI FELADATOK	66
KÍSÉRLETI FELADAT	71
SZÁMÍTÓGÉPES FELADAT.....	73
Az 1. forduló feladatainak megoldásai.....	78
A döntő feladatainak megoldásai	88
A 2012. évi 15. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjének eredménye 11-12. évfolyam.....	100
A 2012. évi 15. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjének eredménye 9-10. évfolyam.....	101
16. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY, 2013.....	102
Az 1. forduló feladatai.....	102
A döntő feladatai	105
ELMÉLETI FELADATOK	105
KÍSÉRLETI FELADAT	109
SZÁMÍTÓGÉPES FELADAT.....	111

Az 1. forduló feladatainak megoldásai.....	116
A döntő feladatainak megoldásai	123
A 2013. évi 16. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjének eredménye 11-12. évfolyam	135
A 2013. évi 16. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjének eredménye 9-10. évfolyam	136
17. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY, 2014.....	137
Az 1. forduló feladatai.....	137
A döntő feladatai	140
ELMÉLETI FELADATOK	140
KÍSÉRLETI FELADAT	144
SZÁMÍTÓGÉPES FELADAT.....	147
Az 1. forduló feladatainak megoldásai.....	151
A döntő feladatainak megoldásai	155
A 2014. évi 17. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjének eredménye 11-12. évfolyam	166
A 2014. évi 17. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjének eredménye 9-10. évfolyam	167
18. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY, 2015.....	168
Az 1. forduló feladatai.....	168
A döntő feladatai	171
ELMÉLETI FELADATOK	171
KÍSÉRLETI FELADAT	175
SZÁMÍTÓGÉPES FELADAT.....	178
Az 1. forduló feladatainak megoldásai.....	182
A döntő feladatainak megoldásai	187
A 2015. évi 18. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjének eredménye 11-12. évfolyam	199
A 2015. évi 18. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjének eredménye 9-10. évfolyam	200

19. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY, 2016.....	201
Az 1. forduló feladatai.....	201
A döntő feladatai	205
ELMÉLETI FELADATOK	205
KÍSÉRLETI FELADAT	209
SZÁMÍTÓGÉPES FELADAT.....	213
Az 1. forduló feladatainak megoldásai.....	218
A döntő feladatainak megoldásai	225
A 2016. évi 19. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjének eredménye 11-12. évfolyam.....	234
A 2016. évi 19. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjének eredménye 9-10. évfolyam.....	235
2013 szimulációs feladat – megoldás és minta jegyzőkönyv.....	236
2014 szimulációs feladat – részletes megoldás	243
2014 kísérleti feladat – minta jegyzőkönyv	253

Bevezetés

A hagyományoknak megfelelően a jelen könyv a korábbi két összefoglaló kiadvány egyenes folytatása. Az első kötet az 1998 és 2004 közötti versenyek, a második kötet a 2005 és 2010 közötti versenyek feladatait és tapasztalatait foglalja magába. Ez a könyv pedig a 2011 és 2016 közötti időszakot öleli fel. Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny a fizika egy speciális területére koncentrál, ennek ellenére az elmúlt 19 év bizonyította, hogy a verseny folyamatosan nagy érdeklődésre tarthat számot. Ezt igazolja az évente 300 fő körüli induló. Ezért a verseny szervezői, lebonyolítói kötelességüknek érezték a harmadik kötet elkészítését is.

A könyv tartalmazza a 2011 és 2016 közötti versenyek első fordulójának és döntőinek feladatait és azok megoldásait. A döntőben az írásbeli feladatok mellett szereplő mérések és számítógépes feladatok leírása is megtalálható a könyvben. Ezek szövegét az eredeti, a versenyzőknek készült formában közöljük.

Az olvasó találhat egy rövid összefoglalót a verseny lebonyolításáról, valamint megemlékezést Marx Györgyről, a verseny elindítójáról.

A feladatok ismertetése után megtalálhatók a versenyek eredményei is. A kötet végén szerepel a tanári Szilárd Leó Tanári Delfindíjasok listája. Ezt kiegészíti egy kis statisztika, valamint fotó összeállítás.

A könyv terjedelme sajnos nem teszi lehetővé, hogy a jelen tartalomnál többet közöljünk. Az érdeklődők számára további információk, érdekességek találhatóak a verseny honlapján (<http://www.szilardverseny.hu/>).

A kiadványt haszonnal forgathatják az Országos Szilárd Leó Fizikaversenyre készülő, a nukleáris téma iránt érdeklődő középiskolások, egyetemi hallgatók, tanárok.

A könyv feldolgozásához sok sikert kívánunk!

Budapest, 2017. február

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny szervezői



*A Versenybizottság 2011-ben a döntők helyszíne, a
paksi ESZI épülete előtt*

Köszönetnyilvánítás

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny harmadik kötetének megjelenése egyben visszatekintés az elmúlt 19 év versenyeire is. A verseny fennállása és színvonalas működtetése elsősorban Sükösd Csabának köszönhető, aki az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny versenybizottságát irányítja.

Köszönetemet fejezem ki Mester Andrásnak, aki lelkiismeretes, hozzáértő tevékenységével biztosította a példatárunk harmadik kötetének megjelenését. Horváth András versenybizottsági tagként segítette a példatár nyomdai előkészítését.

A Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány kuratóriumának nevében köszönetemet fejezem ki szponzorainknak versenyünk támogatásáért. Az egyre nehezebbé váló támogatásszerző tevékenységben a 2011 és 2016 közötti években az Emberi Erőforrások Minisztériuma anyagi támogatásában részesültünk. Állandó támogatónk az MVM Paksi Atomerőmű Zrt. és Paks Város Önkormányzata. Ajándékokkal és jutalomkönyvekkel támogatja versenyünket az Eötvös Loránd Fizikai Társulat és a Magyar Nukleáris Társaság.

Mindazok munkáját ez úton is köszönöm, akik az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny 2011-2016 című feladatgyűjtemény kiadását lehetővé tették. Köszönöm a versenybizottsági tagok munkáját, a feladatkitűzéseket, az egyes fordulókban végzett lelkiismeretes, precíz szakmai munkájukat. A versenybizottság munkájában részt vettek az elmúlt hat évben: Buday Csaba, Csajági Sándor, Czifrus Szabolcs, Halász Máté Gergely, Horváth András, Kaszás Dezső, Kis Dániel, Kopcsa József, Mester András, Oláh Éva, Papp Gergely, Papp Ildikó, Radnóti Katalin, Sükösd Csaba, Szűcs József, Ujvári Sándor, Vastagh György. A versenybizottság munkáját nagyban segítették: Birkás Józsefné, Bölcsföldi Tünde, Csapó János, Faragó András, Krizsán Árpád, Nagyné Lakos Mária, Oláh Zsolt, Tibay Zoltán és Tóth Judit.

A versenyzőknek eredményes felkészülést, a felkészítő tanároknak pedig sikeres felkészítést kívánok az következő évek versenyeire. Remélem, hogy feladatgyűjteményünk hozzájárul a következő évtizedek természettudományos és műszaki értelmiségének neveléséhez.

Paks, 2017. február

Csajági Sándor
Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány
Kuratóriumának elnöke

Országos Szilárd Leó Fizikaverseny bemutatása (1998-)

Csajági Sándor

Bevezetés

A tehetséges diákokat a modern fizika és a tudomány eredményei motiválják a legjobban, ezért tartotta Marx György professzor az ilyen tematikájú versenyt különösen fontosnak a tehetséggondozás szempontjából. A jövő társadalma számára alapvetően fontos, hogy a tehetséges tanulók kiválasztása és oktatása sikeres legyen az oktatás minden szintjén.

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny létrejötte

Szilárd Leó elsőként ismerte fel, hogy a nukleáris láncreakció létrehozható, és ezáltal az atomenergia makroszkopikus méretekben is kiaknázható. Az ő születésének 100. évfordulójára, 1998-ban Marx György akadémikus professzor úr kezdeményezésére került megrendezésre az első magfizikai és nukleáris ismeretek témakörét átfogó magfizikai verseny, az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny.

A verseny váratlanul nagy érdeklődést keltett: az ország 73 általános és középiskolájából 450 tanuló nevezett. A Pakson megrendezett döntőn résztvevő diákok kimagasló (egyetemi hallgatóknak, sőt felnőtteknek is becsületére váló) nukleáris tájékozottságot mutattak. A versenybizottság egyetemi oktatókból és középiskolai fizikatanárokból állt. Az első években a tudományegyetemek fizikatanári és fizikus szakjaira az első tíz fő, míg a Budapesti Műszaki Egyetem mérnök-fizikus szakára az első öt fő felvételi mentességben részesült. Ez a felvételi mentesség a kétszintű érettségi bevezetésével megszűnt. Az oktatásért felelős minisztérium – az Eötvös Loránd Fizikai Társulat öt egyetem Természettudományi Karának támogató levelével megerősített többszöri kérelme ellenére – még a felvételi kedvezmények megadásától (többletpontok) is elzárkózott.

A verseny lebonyolítása

A versenyen a magyarországi és határon túli magyar anyanyelvű tanulók két kategóriában indulhatnak. Az I. kategóriában a 11-12. évfolyamos tanulók, míg a II. kategóriában 7-10. évfolyamon (általában 9-10. évfolyam) tanulók versenyeznek. Sajnálatos, hogy nagyon alacsony a határon túli versenyzők aránya. Jóllehet az utóbbi két évben erdélyi iskolák már neveztek tanulókat, de sajnos a döntőbe még nem került be határon túli tanuló.

A verseny kétfordulós. Az I. fordulóban a Versenybizottság által kitűzött tíz elméleti feladatot kell a versenyzőknek megoldaniuk 180 perc alatt. Az első

fordulót a versenyre jelentkező tanulók iskolái szervezik, és a tanulók által beadott dolgozatokat a fizikatanáraik pontozzák a Versenybizottság által küldött javítási útmutató alapján. Az iskolák továbbítják a Versenybizottságnak azokat a dolgozatokat, amelyek az I. kategóriában a maximális pontszám 60%-át, a II. kategóriában pedig a 40%-át elérik. A beérkezett dolgozatokat egy egyetemi oktatókból álló bizottság felüljavítja, annak érdekében, hogy a dolgozatok elbírálása egységes legyen. Az így kialakult pontsorrend alapján választják ki az I. kategóriás tanulók közül a legjobb húsz, míg a II. kategóriás tanulók közül a legjobb tíz tanulót, akiket behívnak az országos döntőbe. A döntőt Pakson az Energetikai Szakközépiskola és Kollégiumban rendezzük meg.

A döntő, – amely egész napos verseny – a tanulók számára három részből áll. Az első részben tíz elméleti feladatot kell megoldaniuk 180 perc alatt. Délután, a második részben a kísérleti, míg a harmadik részben számítógépes szimulációs feladattal kell megbirkózniuk 90- 90 perc alatt. A három részre kapott pontszámok összege alapján alakul ki a verseny végső sorrendje. A döntőben a két kategória külön versenyez. Voltak évek, amikor a két kategória ugyanazokat a feladatokat kapta, de legtöbbször a feladatoknak csak egy része volt közös. A döntő kezdetekor a versenyzők kódszámot kapnak, így biztosítjuk az anonimitást. Az azonosító adatokat tartalmazó borítékokat csak a végső sorrend kialakulása után bontja fel a Versenybizottság.

A verseny témaköre

A verseny kezdetétől 2003-ig a verseny tematikája a nukleáris ismereteket, a sugárvédelmi és környezetvédelmi problémákat (beleértve a globális környezetvédelmi kérdéseket, üvegházhatás, ózonlyuk) ölelte fel. 2004-től a versenybizottság a verseny tematikáját bővítve kiterjesztette a modern fizika néhány egyéb területére is (kvantumosság alapjai, fotonok, héjfizika). A modern fizika történetéből is vannak kérdések, különös tekintettel a magyar származású tudósok szerepére. A részletes követelmények megtalálhatók a verseny honlapján: <http://www.szilardverseny.hu/>.

Versenyfeladatok

A verseny feladatainak stílusa és nehézségi foka tudatosan széles skálát fed le. A feladatok két csoportra oszthatók: „hagyományos” stílusú feladatokra és „gondolkodtató” jellegű feladatokra. A hagyományos feladatok megoldásához a modern fizikával kapcsolatos néhány alapvető összefüggés ismeretére van szükség. A gondolkodtató jellegű feladatok megoldása a témakör összefüggéseinek átfogó ismeretét igényli.

Például:

1. „Milyen lenne a világ, ha a neutron tömege egy ezrelékkel kisebb lenne?”

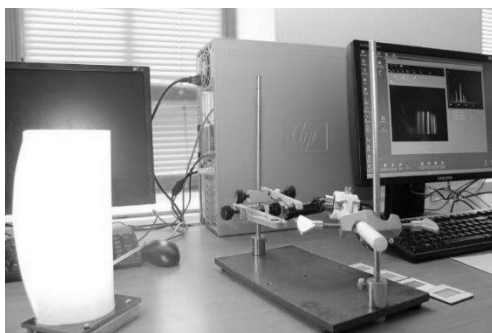
2. „A Napban (több lépésen át) a $4 \cdot {}^1\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + 2\text{e}^+ + 2\nu$ magfúzió termeli az energiát, ami a napfényt táplálja. Milyen lett volna a Nap sorsa, ha a ${}^2\text{He}$ atommag stabilan létezne?

Milyen lett volna a Nap sorsa, ha a ${}^2\text{H}$ izotóp nem létezne?”

Ezekre a feladatokra szöveges választ adnak a versenyzők. Az ilyen feladatokra általában nem is lehet egyetlen, „egyedül üdvözítő” megoldást adni. A versenybizottság az értelmes, logikus megközelítést tartalmazó, újszerű gondolatokat díjazza.

A kísérletek

A verseny valamennyi kísérletét a verseny témaköréből – azaz nukleáris ismeretekből és a modern fizika területéről – állítottuk össze. A nukleáris ismeretek témaköréből például a versenyzők porszívóval gyűjtötték össze a radon leányelemeit a levegőből, és az így előállított mintával kísérleteztek tovább. Más években például egy alumínium csőben lévő β -sugárzás energiáját kellett megbecsülniük, vagy a műtrágya ${}^{40}\text{K}$ β -sugárzásának vizsgálatát kapták feladatul. A modern fizika témaköréből például a Planck állandó értékét határozták meg különböző színű fényemittáló diódák (LED-ek) segítségével. Legutóbbi évben Szilárd Leó elektromágneses keringető szivattyújával kapcsolatos feladatot oldottak meg a versenyzők.



A kísérleti feladat megoldása mindig izgalmas feladat

A nukleáris feladatok körét jelentősen befolyásolja a döntő állandó helyszínén, a paksi Energetikai Szakközépiskola és Kollégiumban rendelkezésre álló eszközpark, továbbá az, hogy a versenyzők által használt radioaktív izotópoknak természetes eredetűeknek, vagy pedig igen kis aktivitásúaknak (szabad szintűeknek) kell lenniük.

A tanulók a kísérlet elvégzése alatt méréseikről jegyzőkönyvet vezetnek, abban a mérés egyes lépéseit reprodukálhatóan rögzítik. A mérés értékelésekor nem a helyes eredmény „elérése” számít, hanem az a gondolkodásmód, ahogyan a versenyző elvégzi a feladatot. A kísérleti feladatok megoldása a versenyzőktől jelentős kreativitást vár el.

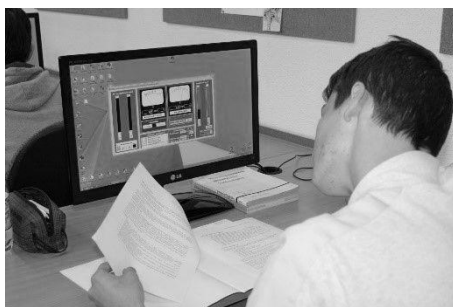
A számítógépes szimulációs feladatok

Általában a szimulációk célja egy fizikai, kémiai, biológiai, társadalmi jelenség, folyamat demonstrálása, vagy egy létező, vagy tervezés alatt álló berendezés, gazdasági folyamat részletes analízise. A demonstrációs célra készült szimulációkkal szemben követelmény, hogy egyszerűek, könnyen átláthatóak legyenek, és a modellezett rendszer legfőbb jellemzőit hűen visszaadják.

A versenyen előforduló valamennyi feladat a demonstrációs és oktatási szimulációk kategóriájába esik. A versenyen szereplő szimulációs programok nem egy konkrét berendezést szimulálnak, hanem a fizikai alapelveket próbálják megmutatni. A programok erősen interaktívak, úgy készültek, hogy ne a számítógépes ügyességet mérjék, hanem a szakmai ismereteket, a kreativitást, a gyors gondolkodást és a gyors reagáló képességet.

Az eddigi versenyeken a versenyzők például

- atomerőművi kampányt irányítottak;
- ciklotront üzemeltettek;
- urándúsító telepet működtettek;
- szabályozó rúddal szabályozható reaktorzónát építettek;
- lezárt, kiegészített atomerőmű-üzemanyagkötegeket tartalmazó konténerben lévő radioaktív anyag eloszlását határozták meg.



Versenyző a szimulációs feladat megoldása közben

A programok a feladatmegoldás lépéseit rögzítik, esetenként értékelő- és hibapontot is adnak. Egyes években a feladat befejezésekor összefoglaló, általános értékelést is nyújtott a program.

A fenti három feladattípus (elméleti, kísérleti és számítógépes feladatok) leképezi a tudományos kutatás módszereit. Ez azt jelenti, hogy amellett, hogy az ilyen feladatok megoldása során a tanulók új ismereteket szereznek, a számukra új dolgok „felfedezése” közben megismerkednek a tudományos kutatás módszereivel, a különböző módszerek szerepével, fontosságával. Ezekkel a módszerekkel a tehetséggondozás fő célja, a gondolkodva tanítás teljes mértékben teljesül.

A verseny értékelése

A versenyre az utóbbi években, átlagban 50-60 iskola 300-350 tanulója nevez. A fővárosi iskolák részvételi aránya igen alacsony (átlagosan négy-öt iskola). Az *első forduló* megírása után az iskolák tanévente 70-90 dolgozatot küldenek be a versenybizottságnak. Ennyien érik el I. kategóriában a 60%-os, míg II. kategóriában a 40%-os ponthatárt. A legtöbb feladatra általában érkezik maximális pontszámú megoldás. Ez azt mutatja, hogy a feladatok színvonala olyan, hogy középiskolás tudással – természetesen előzetes felkészüléssel – megoldható.

A döntőben az *elméleti feladatok* értékelésekor a Versenybizottság mindig meglepődik. Annak ellenére, hogy vannak olyan feladatok, amelyeket a Versenybizottság „még éppen feladható” nehézségűnek tart, minden évben születik az elméleti feladatokra a maximális pontszám 80%-a feletti teljesítmény, ugyanakkor a 40% alatti teljesítmény ritkán fordul elő. Ebből látható, hogy szerencsére vannak olyan tehetséges középiskolás tanulók, akik megbirkóznak ezekkel a nehéz feladatokkal is.

A *kísérleti feladatok* megoldása közben, és az értékeléskor egyaránt látható, hogy a versenyzők nagy részének nincs tapasztalata a kísérletezésben. Ez nem írható csak a nukleáris téma rovására, mert sokan olyan alapvető hibákat vétnek, amelyek a fizika bármely területén elfordulhattak volna. Ez a tapasztalat megerősíti azt a vélekedést, hogy az iskolákban a fizika tanítása során a kísérletezés – főleg a tanulói kísérletezés – erősen a háttérbe szorult. A tanulmányi versenyek kísérleti fordulói motiválhatják a felkészítő tanárokat a tanulói kísérletezés megerősítésére. Azt reméljük, hogy az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny kísérleti fordulója is ebbe az irányba hat.

A *számítógépes szimulációs feladatok* többségével a versenyzők sikeresen megbirkóznak. A versenyzők körében ezt a feladattípust előzi meg a legnagyobb érdeklődés. Még azoknál a feladatoknál is igen nagy az érdeklődés, ahol a feladat megoldása valamilyen oknál fogva gondot okozott. Ezek a programok összekapcsolják a tanulók életkorából fakadó játékos kedvet az új ismeretek felfedezésével, így a programot használók szó szerint játszva tanulnak.

A verseny után a felkészítő tanárok és az érdeklődő diákok a programokat ingyen lemásolhatják, és elvihetik. Egyes kollégák elmondása szerint a programokkal a tanulók még hetekig „játszanak”, és egymással versenyezve próbálnak egyre jobb eredményeket elérni.

A versenyen kapott számítógépes szimulációs programokkal a döntőn résztvevő tanárok iskoláinak tanári demonstrációs eszköztára is bővül. Ezzel az iskolai oktatásban a tanárok motiváltsága is nő a számítógépes szimulációk használatára.

Versenyzők díjazása

A döntőbe jutott tanulókat *könyvjutalomban* részesítjük, ezen kívül az első három helyezett az *egyszeri tanulmányi ösztöndíj* (6-12 eFt/fő) mellett - arany, ezüst, ill. bronz - fokozatú Szilárd Leó vert érmet is kap a versenyen nyújtott teljesítményéért.

Minden évben *különdíjat* ajánl fel az Eötvös Loránd Fizikai Társulat (ELFT), a Magyar Nukleáris Társaság (MNT) és a WIN Magyarország nőtagozata.



Szilárd Leó vert érem bronz fokozat

Szilárd Leó Tanári Delfindíj

Szilárd Leó „A delfinek hangja” című műve adta az ötletet a Versenybizottságnak arra, hogy a ***versenyen az évek során legjobb eredményt elért felkészítő tanárt díjjal jutalmazza***. A díj egy delfint ábrázoló, értékes kispasztika, Farkas Pál szekszárdi szobrászművész munkája. A díj odaítélése pontrendszer alapján történik. Az versenyzők felkészítő tanára pontot kap (az I kategóriás 1. helyezettért húsz pontot, a 20. helyezettért egy pont jár). A junior kategóriában az első helyezésért tíz pont jár. Ha egy tanár több versenyzője is helyezést ért el, a pontszámaik összeadódnak, továbbá a tanárok pontszámai az évek során összegyűlnek.

Minden évben az a tanár kapja a Delfindíjat, akinek a legtöbb pontja van a pontversenyben. Amikor megnyerte a díjat, a pontjai nullázódnak, de a pontversenyben természetesen továbbra is részt vesz. Ilyen módon akár többször is elnyerheti a Delfindíjat. Az eddigi versenyeken két tanár kolléga háromszor, és egy kolléga pedig kétszer nyerte el a díjat.

A Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány a kuratórium döntése alapján tanévente további egy személyt Delfindíjban részesíthet, aki a nukleáris fizikai ismeretek oktatásában, népszerűsítésében kiemelkedő eredményt nyújtott.



Szilárd Leó Tanári Delfindíj

A Marx György-Vándordíj

Marx György professzor, a verseny alapítója, 2002-ben bekövetkezett haláláig a versenybizottság vezetője, szellemi atyja volt. Emlékére a versenyt gondozó Eötvös Loránd Fizikai Társulat és a Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány 2003-ban Marx György-Vándordíjat alapított. A vándoríjat – amely ugyancsak Farkas Pál szobrászművész kisplasztikája – minden évben ***az az iskola nyeri el, amelynek a tanulói abban az évben a legjobb eredményt érik el a Szilárd Leó Fizikaversenyen.*** Az iskola eredményét ugyanolyan pontrendszer alapján határozzuk meg, ahogyan a Tanári Delfindíj esetében. Itt azonban a pontszámok *nem összegeződnek az évek során, hanem csak az adott évben elért pontszám számít.* A nyertes iskola nevét felvésik a díjhoz tartozó plaketre. Ha egy iskola három egymást követő évben (vagy összesen öt alkalommal) elnyeri a díjat, akkor megtarthatja. Eddig véglegesen egy iskola nyerte el a díjat.



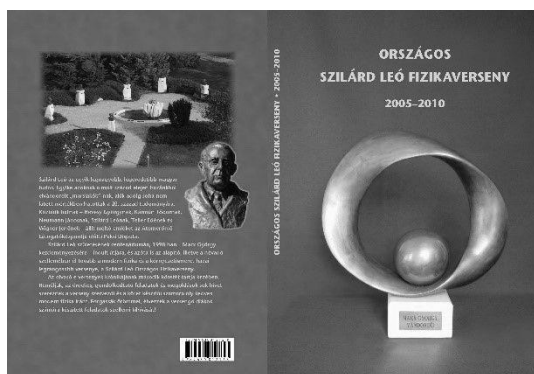
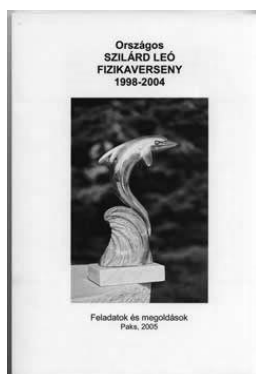
Marx György-Vándordíj

Pályakövetés

A verseny döntőjében adatokat gyűjtünk a korábbi években a döntőn eredményesen szerepelt tanulók életpályájának alakulásáról, melyben a versenyzők felkészítő tanárai vannak a segítségünkre. Ezzel a következő évfolyamok versenyek iránti motivációját szeretnénk növelni és a verseny eredményességét mérni.

Kiadványaink

2004-ben, majd 2011-ben megjelentettünk az Országos Szilárd Leó Fizikaversenyről egy-egy kiadványt, amely tartalmazza versenyünk addigi feladatait és azok megoldásait.



Országos Szilárd Leó fizikaverseny 1998-2004 és 2005-2010 feladatai és megoldásai

2009-ben megjelentettük, majd 2012-ben és 2016-ban újra kiadtuk a Simon Péter – Szabó Attila: Modern fizika példatárát, melyet a versenyre való felkészüléskor a versenyzők és felkészítő tanárok előszeretettel forgatnak.

A versenyen induló iskolák körében nagy népszerűségnek örvendenek a feladatgyűjtemények. Egyetemi oktatók véleménye, hogy a feladatgyűjtemények középiskolai-egyetemi szintű feladatok megoldását tartalmazzák középiskolai eszközökkel. A kiadvány nem csak a középiskolai tehetséggondozásban, hanem a felsőoktatásban is eredményesen használható.

Zárszó

Az elmúlt 19 év alatt az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny igazolta létjogosultságát. A verseny néhány feladata megjelent a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok kitűzött feladatai között, a fizikatankönyvek emelt szintű feladatai között is találunk Szilárd Versenyen kitűzött feladatot. Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny érmesei közül többen igen korán bekapcsolódnak az egyetemen folyó kutatásokba, és jelentős sikereket érnek el.

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny teljesíti Marx György professzor úr által kitűzött célokat: sikeresen kutatja fel a középiskolákban, a fizika tantárgyban tehetséges tanulókat, és megmutatja a tehetséges középiskolás tanulók számára a modern fizika szépségeit. Ezzel bizonyítja, hogy a középiskolás korosztály számára is érdekessé tehető, illetve tanítható és tanulható a fizika tantárgy.

Marx György (1927-2002), az oktatás és az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny

Sükösd Csaba

Marx György a XX. század fizikájának kiemelkedő magyar tudósa, a természettudomány felső- és közoktatásának világszerte elismert továbbfejlesztője, a magyar társadalom modernizációjának nagyhatású képviselője volt. 1927. május 25-én született pedagógus családban. Édesapja, Marx István dr. földrajz-történelem szakos, édesanyja, László Júlia biológia tanár volt. Első, tudományhoz kapcsolódó publikációját 16 éves korában közölte a Búvár című folyóirat, „A nagy számok története” címmel [1]. 1945-ben érettségizett a Lónyai utcai Református Gimnáziumban. Matematikából a differenciálszámítás, fizikából a kvantummechanika elemeinek ismertetésével maturált.

A tudós

Marx György igazi reneszánsz alkat volt. A bonyolult és aprólékos számítások helyett a nagy gondolat megragadásának ideálját vallotta. A tudomány minden területe és minden újabb eredmény érdekelte. A világhírt a leptontöltés megmaradásának felfedezése hozta meg neki 26 éves korában. A Nature magazinban 1967-ben megjelent cikke olyan javaslatokat tartalmaz az űrhajók lézerfényes távmeghajtására, amelyet napjaink űrhajózási konferenciáin is komolyan idéznek. Meghívták arra a bjurakáni konferenciára is, amelyen a világ vezető tudósai a Földön kívüli civilizációk létéről és a velük való kommunikáció lehetőségeiről tanácskoztak.

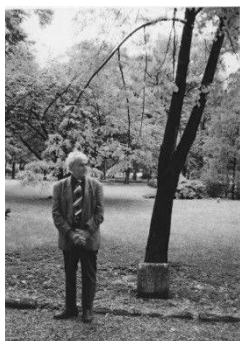
A neutrínók fizikája egész életét végig kísérte. A 33 éves Marx György a következőképpen írt „Túl az Atomfizikán” című nagyhatású népszerűsítő könyvében: „A Nap és a Föld neutrínósugárzásának detektálása véleményem szerint olyan feladat, amelyet századunkban¹ megold a tudomány. A neutrínócsillagászat révén bepillant majd az ember az égitestek belsejébe. Hogy a Naprendszeren túlról érkező neutrínósugárzás valaha is észlelhető lesz-e, az nagyon kétséges... Lehet, hogy egyszer majd a neutrínó a kutatás tárgyából a kutatás eszközévé válik, olyan feladatok elvégzését teszi lehetővé, amelynek más anyag nem tudna eleget tenni.”

Marx Györgynek megadta a sors, hogy e fejlemények alkotó, elismert részese lehett. A Magellan-felhőben robbant szupernova neutrínóinak 1987-es észlelése még az ő várakozásait is felülmúlta. Utolsó publikált szövegében, a Neutrino'02 konferencián, a Nemzetközi Neutrínó Bizottság lelépő

¹ A XX. században

elnökeként elmondott összefoglalójában, joggal írhatta: „... most, a századfordulón ténylegesen látjuk a Nap közepét, és látjuk ott azokat a fúziós reakciókat is, amelyek Napunk energiáját adják. Közvetlen kísérleti tényné vált az az állítás, hogy a napsugárzás forrása az atommagok fúziója.”

Külföldi kapcsolatait kihasználva sok Nobel-díjas tudóst hívott meg magyarországi látogatásra. Konferenciákon, vagy személyes látogatásokon keresztül hozott létre messzire nyúló kapcsolatokat magyar fizikusok és a világ vezető tudósai között.



Dirac fája előtt

A Nobel-díjasok magyarországi látogatásait kihasználva szervezte meg a balatonfüredi „emlékfa-ültetési” akciókat. Neki köszönhető a Tagore-sétányon ültetett, kiemelkedő tudósok által saját kezűleg, vagy a rájuk emlékezve ültetett emlékfák sokasága. A sétáló, nézelődő turisták éppúgy, mint a kéz a kézben andalgó fiatalok meg-megállnak időnként Wigner, Teller, Feynman, Mandelbrot vagy éppen Dirac fája előtt. Biztos, hogy a fák előtt lévő táblák szövegének elolvasása után e tudósok nevei már ismerősebben csengenek majd számukra. Halála után az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Marx György emlékére is ültetett fát.

A tanár

A tanár feladatának mindent megelőző fontosságát családi hagyományként örökölte. Már másodéves egyetemi hallgató korában elkezdte oktatói munkáját, amikor a Csillagászati Tanszék gyakornoka lett. Az oktatás egész életét végigkísérte, a tudás átadása mindig, mindenkinek, minden szinten a lételemévé vált. „Nem mentem el ebből az országból. A fizikát igazán szépen csak magyarul lehet tanítani. Én tanár vagyok”- hangoztatta.

A hetvenes évektől egyetemi oktatói érdeklődése középpontjába egyre inkább a természet egységes szemlélete, a modern fizika és a társtudományok közötti kölcsönhatás került. Így született az „Életrevaló atomok” című tankönyv biológusoknak 1975-ben.

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat elnökeként bátorította a tanulmányi versenyek és a KÖMAL hagyományos, megérdemelten nagytekintélyű

tehetséggondozó rendszerének helyi, illetve eltérő tanulói készségeket díjazó új versenyekkel való kiegészítését. Óriási szeretettel és várakozással köszöntötte egyetemi hallgatóként a versenyeken megismert középiskolásokat, és szinte szülői büszkeséggel dicsekedett, amikor nemzetközi karriert befutó fiatal kutatókká fejlődtek.

Közoktatás és a nukleáris kultúra terjesztése

A társadalom cselekvő jobbításának soha nem szűnő igényéből fakadóan kezdte meg a természettudományok összehangolt közoktatási programjának kidolgozását, amely igen éles vitákat váltott ki idehaza. E viták eredményeként a fizika volt az a tantárgy, ahol már a nyolcvanas évek közepén a tanár választásától függhetett, hogy melyik tankönyvet használja.

A minden újra fogékony Marx György már a hazai nukleáris történelem hajnalán aktívan részt vett a nukleáris kultúra terjesztésében. Az 1971-ben a Műegyetemen megnyitott Egyetemi Atomreaktoron Eötvös-egyetemi hallgatói voltak az elsők, akik hallgatói méréseket végeztek – még a műegyetemi hallgatók előtt. Vallotta, hogy az atomenergia társadalmi elfogadottságához elengedhetetlen az, hogy a fiatalok már az iskolában megismerkedjenek a magfizikai és sugárvédelmi alapfogalmakkal. Fizika-kémia- és biológia szakos tanárokat gyűjtött maga mellé, akik számára 1971-től 1988-ig évente őszi és tavaszi iskolákat, valamint „nukleáris továbbképzéseket” szervezett. Megalakította a „nukleáris tanárok” ma is élő hálózatát. Az érdeklődő tanárokat elvitte Paksra, Püspökszilágyiba, a CERN-be, a romániai CANDU reaktorokhoz, és Csernobilba is. Ezekben az években jelentek meg a részvételével és irányításával készült tankönyvek, valamint azok a népszerű tudományos munkái, amelyek közoktatás-fejlesztési elkötelezettségét tükrözik. Ezekben a tankönyvekben hangsúlyos szerepet kapnak a magfizikai, atomenergetikai fogalmak. A modern fizika középiskolai oktatásáról szóló tankönyvei közül többet sok nyelvre lefordítottak, és ma is használnak egyes külföldi országokban (pl. Japán és Kína).

Atomenergetikával foglalkozó ismeretterjesztő újságcikkeivel igyekezett elosztatni az új, modern energiatermelési móddal kapcsolatos alaptalan félelmeket. 1986-ban – a csernobili baleset után – dacolva az akkori hatalom elkendőző hozzáállásával nemcsak az ELTE Atomfizikai Tanszék munkatársainak, de fizikatanárok csoportjainak is nyíltan beszélt a baleset akkor csak a „beavatott” szakemberek számára ismertté vált tényeiről, a hazai sugárzási helyzetről, és az azzal kapcsolatos kockázatokról. Ezért májusban még a Központi Bizottság szigorú megrovásban részesítette, ám 1986 szeptemberében már elismerték, hogy kommunikációs stratégiája helyes volt.

Élete utolsó nagy kutatási projektje, amelynek tudományos célja a hazai természetes környezeti radioaktivitás megismerése és az ország

radontérképének elkészítése lett, fizikatanárok kezdeményezésére indult és iskolások segítségével valósult meg. Tóth Eszter középiskolai fizikatanár indította el és Marx György segítségével futtatta fel azt a programot, amelynek oktatási-pedagógiai célja a kisiskolások megismertetése volt azzal a ténnyel, hogy a radioaktív sugárzás mindennapos kísérője életünknek. Ezzel egy korábban soha nem ismert, tömegeket mozgósító kutatási projekt jött létre, amely Amerikától Indiáig érdeklődést váltott ki, és követőkre talált.

A természettudományok közoktatásból való kiszorulásának problémájával már régebben küszködő Nyugat-Európában az általa elképzelt megoldások közül jó néhány megvalósult, párosulva a digitális tartalomfejlesztési lehetőségekkel. Marx György képes volt egyszerű, középiskolás nyelven és mégis igaz módon megfogalmazni a huszadik század fizikájának legszebb és leghatékonyabb eredményeit. Ezért jutalmazta a nagy tekintélyű brit Institute of Physics Marx György oktatásfejlesztési munkásságát 2001-ben Bragg-éremmel.



Afrikai gyerekekkel

Mély meggyőződéssel szimpatizált az ún. harmadik világgal. Az UNESCO szakértőjeként szenvedélyesen vitte a modern fizika oktatásának számítógépes programjait afrikai és ázsiai országok tanárképző intézményeibe, és tanította az ottaniakat szimulációs programok írására. Az utolérés vágyától hajtott, a tudománytörténet klasszikus útjának bejárására elegendő idővel nem rendelkező környezet ezeket az eszközöket a "nagy ugrás" ritka lehetőségeként fogadta, és elterjedten használja a közoktatásban, Kínában, Indiában, Kenyában, de Japánban is. Halálos betegen is gondja volt arra, hogy vízumot kapjanak az iráni és pakisztáni résztvevők az általa szervezett, 2002-es, debreceni II. International Radiation Education Symposiumra. A fejlődésben lemaradt világrégiók kimozdításáért érzett pózmentes, őszinte szolidaritást kifejező felelőssége, a fejlett világ pazarló energiagazdálkodása miatti aggodalma és az 1970-es, 1980-as évek reaktorbalesetei vezették a nukleáris környezet használatának és valós kockázatának széles társadalmi megismertetésén dolgozók élvonalába.



Kínai diákok között

Az író

Marx György nemcsak kiváló fizikus és tanár volt, hanem élvezetes stílusú, a nyelvet tökéletesen használni tudó író is. Nemcsak a tudományban, minden tekintetben igazi reneszánsz ember volt – tudása messze túllépett a szűken vett természettudományokon. Kevés természettudós hagyott nála nagyobb nyomot az elmúlt évszázad magyar kultúrájában. Széles baráti köre kiterjedt a művészetek minden ágára, akikkel saját humán területükön is egyenrangú partnerként beszélgetett. Közel került a magyar humán értelmiség számos vezető személyiségéhez. Elsőként Németh Lászlónak (Németh Judit közvetítésével), majd Juhász Ferencnek, később a radikális mondandójú filmrendezőknek a barátságát nyerte el. Juhász Ferenc, Borsos Miklós, Jancsó Miklós, Bódy Gábor, Varga Imre gyakori vendégek voltak nála.



Juhász Ferenc költővel 2002 tavaszán

A "Gyorsuló Idő" fogalma – amely az Új Írásban megjelent cikkében fogalmazódott meg először – a 70-es évek magyar kultúrájának szimbólumává vált. „Szédítően szép korunkban tanárok állnak a vártán” – az egész akkori magyar tanártársadalom évekig idézte, fejből. Hatása alól még a magyar könnyűzenei világ sem tudta kivonni magát - "az idő kitágul, és görbül a tér" - énekelte Koncz Zsuzsa, Bródy János szövegére.

Marx György hitt abban, hogy minden kérdésben, amelyre a tudomány hiteles választ talált, ott habozás nélkül a tudományosan megalapozott választ kell alkalmazni, és erre a társadalmat fel is kell készíteni. Ezt a hitvallást tükrözik a fizikát és a tudományt népszerűsítő írásai. 1960-ban írta nagyhatású népszerűsítő könyvét, „Túl az atomfizikán” címmel. Az elemi részecskék fizikájának friss fejleményeiről a világot akkor megosztó és minden területet átható politikai szembenálláson átlépve számolt be, e kutatói közösség nemzetközi kapcsolatrendszerét vonzó életmintaként kínálva a korabeli (és a mai) fiataloknak.

A Népszabadságban 1970-től sorozatban jelentek meg közérthető, optimista kicsengésű tanulmányai: „Változó mennybolt”, „Úton a csillagok között”, „Egyetlen világunk”, „A természet négy arca”, „A tudás fájának gyümölcse”, „Földnek adni az ég tüzét”, „Megváltó változás”. Képessége a legkülönbözőbb arcélú politikusoknak támogatóként való megnyerésére, különösen lenyűgöző volt a kilencvenes évek demokratikus kavalkádjában, amikor a társadalmi modernizáció ügyében tett kezdeményezéseit egyéb politikai ügyekben élesen szembenálló ellenfelek egyaránt szimpátiával fogadták.

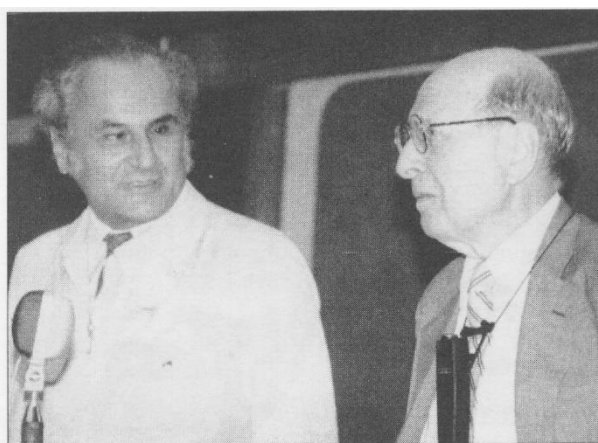
A Marslakók

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat – amelynek többször is volt elnöke - adott háttérrel az 1970-es évektől Marx György egyszemélyes tudományos nemzetegyesítési akcióinak. Kedvenc okfejtésében a sajátos magyar kreativitás forrását a XX. században a magyarságot ért történelmi sorsfordulókra és az egymást gyors ütemben váltó, szögesen ellentétes „örök igazságokhoz” való alkalmazkodásra vezette vissza.

A külföldre szakadt világhírű magyar tudósok hazai kapcsolatainak megerősítésére irányuló erőfeszítéseinek első sikerét Szent-Györgyi Albert gólyavári (ELTE) előadása jelentette. Gábor Dénes, Kürti Miklós meghívása, Wigner Jenő gyakori hazalátogatásai, majd Teller Ede prófétai fellépése után Hevesy György és Szilárd Leó „hazatérésének” megszervezésével teljesítette ki azt a törekvését, hogy visszaadja a magyaroknak saját teljesítményükbe vetett hitüket



Kürti Miklós átveszi a Fizikai Szemle nívódíját az ELTE Eötvös termében (Puskin utca)



Wigner Jenővel

Megpróbálta ráébreszteni a társadalmat arra, hogy ha a XX. század elejének magyar oktatása az egész világ sorsát meghatározó lángelméket tudott képezni, akkor ez a lehetőség a mai Magyarország számára is nyitva áll, csak megfelelő módon kellene sáfárkodni a tehetségekkel.

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny

A tehetségekkel való sáfárkodásnak, a nukleáris energiatermelés társadalmi elfogadtatásának és a „marslakó” Szilárd Leó iránti tisztelet felébresztésének közös metszéspontjaként szervezte meg az Országos Szilárd Leó Fizikaversenyt, amelyen a nukleáris és modern fizikai ismeretekben leginkább jártas középiskolai tanulók mérhették – és azóta is mérhetik – össze tudásukat. A Versenynek ugyan már volt egy „kistestvére”, a Tolna-megyei Szilárd Leó Fizikaverseny, amely régebb óta működött, és működik ma is. Az országos verseny első – és akkor egyetlennek gondolt – alkalma 1998-ban volt, az ugyancsak Marx György által szervezett, nemzetközi tekintélyeket és Nobel-díjasokat is Magyarországra vonzó Szilárd Leó centenárium országos rendezvényeinek egyik programpontjaként. A résztvevő sokszáz diáknak és tanáraiknak azonban annyira megtetszett a hagyományostól eltérő, kreatív gondolkodásmódot igénylő, izgalmas, modern tematikájú feladatokat tartalmazó verseny, hogy erős nyomást fejtettek ki a verseny folytatása és évenkénti megrendezése érdekében.

A Paksi Atomerőmű, és az általa támogatott iskola, az Energetikai Szakképzési Intézet (ESZI) védnökséget vállalt az Országos Szilárd Leó Verseny felett, és így a verseny döntője azóta is Pakson kerül megrendezésre minden évben. A verseny a magyar fizikai tehetséggondozás fontos része lett, arra az ország legjobb tanulói jelentkeznek. OKTV győztesek és a Fizikai Diákolimpia magyar helyezettjei rendszeres résztvevői a versenynek. A felvételi rendszer reformja előtt – amíg az egyetemeknek beleszólása volt abba, hogy kiket vesznek fel – a tudományegyetemek, és a Budapesti Műszaki Egyetem felvételi vizsga nélkül vette fel a verseny I. kategóriájának első öt helyezettjét a hallgatói közé.



*A Szilárd Leó Fizikaverseny eredményhirdetésén.
Az előtérben a Delfin-díj szobrának egy részlete látható*

Ugyancsak az ő kezdeményezésére alapította meg a Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány a Tanári Delfindíjat, amelyet minden évben az a fizikatanár nyer el, akinek a diákjai a legjobb eredményt érték el az évek során az Országos Szilárd Leó fizikaversenyen.

Mára van már olyan versenybizottsági tag, aki valamikor diákként volt a verseny résztvevője, jelenleg pedig külföldi kutatóintézetben dolgozó, nemzetközileg elismert tudós. A verseny döntőjére azonban minden évben hazautazik, csak azért, hogy részt vehessen a versenyen.

Marx György szellemi hagyatékának fontos része az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny, szerepét a tehetséggondozásban továbbra is meg kell őriznünk. Vajon akad-e egyhamar Marx Györgyhez mérhető képességű kommunikátora a természettudományoknak, a társadalomnak felelős kutatás és a tudományra épülő társadalmi jólét ügyének, aki magyarul szól hozzánk, és aki büszkévé tesz bennünket, hogy magyarul szólhatunk? Ha lesz ilyen, reméljük, hogy pályája az Országos Szilárd Leó Fizikaversenyből indul majd el.

Köszönetnyilvánítás

Jelen cikk szövegének nagy részét abból az életrajzból vettem, amelyet Patkós Andrással közösen a Magyar Nukleáris Társaság NUKLEON című internetes folyóiratának 2012. decemberi számába írtunk.

(Lásd:

http://nuklearis.hu/sites/default/files/nukleon/nukleon_5_5_2012_december.pdf.)

A szöveg első változatát pedig még korábban, a TypoTeX Kiadó által 2005-ben kiadott „Marx György, Gyorsuló Idő” könyv számára készítettük

(http://www.typotex.hu/book/341/marx_gyorgy_gyorsulo_ido).

Ez úton is köszönöm mind Patkós András, mind a NUKLEON, mind pedig a TypoTeX Kiadó hozzájárulását a szövegrészletek átvételéhez. A képek egy részét Kármán Tamás bocsátotta rendelkezésre. Ezt ez úton is köszönöm.

A verseny szervezői, versenybizottság 2016-ban

A versenybizottság elnöke:

Dr. Sükösd Csaba, BME Nukleáris Technikai Intézet címzetes egyetemi tanár

A versenybizottság tagjai:

dr. Radnóti Katalin	főiskolai tanár	ELTE Természettudományi Kar, Fizikai Intézet, Budapest
dr. Szűcs József	nyugalmazott adjunktus	Pécsi tudományegyetem Kísérleti Fizika Tanszék, Pécs
dr. Kis Dániel Péter	egyetemi docens	BME Nukleáris Technikai Intézet, Budapest
dr. Ujvári Sándor	középiskolai tanár	Lánczos Kornél Reál-gimnázium, Székesfehérvár <i>ELFT tanári tagozatának elnöke</i>
Papp Gergely	posztdoktori kutató	Max-Planck-Institut für Plasmaphysic
Horváth András	tanszéki mérnök	BME Nukleáris Technikai Intézet, Budapest
Vastagh György	nyugalmazott középiskolai tanár	Balatonfüred
Mester András	nyugalmazott szaktanácsadó	Miskolc <i>MNT tanári tagozatának elnöke</i>
Csajági Sándor	igazgatóhelyettes	Energetikai Szakközépiskola és Kollégium, Paks
Krizsán Árpád	középiskolai tanár, mk. vezető	Energetikai Szakközépiskola és Kollégium, Paks
Halász Máté Gergely	Phd. hallgató	BME Nukleáris Technikai Intézet, Budapest

A helyi főszervező Csajági Sándor. Fő segítői Nagyné Lakos Mária, Faragó András és Bölcsföldi Tünde matematika-fizika szakos kollégák, Csapó János oktatástechnikus és az informatikus kollégák. Az adminisztrációs teendőket Birkás Józsefné adminisztrátor látja el. A munkájukat további kollégák és iskolai dolgozók segítik.

Országos Szilárd Leó Fizikaverseny versenyszabályzata

1. A verseny pedagógiai célja

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny célja: a modern fizikai ismeretek iránti érdeklődés felkeltése és annak minél szélesebb és mélyebb megismerése

2. A verseny résztvevői

a) A jelentkezés és a részvétel feltételei:

A versenyre minden magyarországi és határon túli tanuló jelentkezhet a korosztályának megfelelő kategóriában. A verseny anyanyelve magyar.

b) A kategóriák korcsoportok szerint:

I. kategória: a versenykiírás tanévében a rendes érettségi vizsgát tevő évfolyam és az azt közvetlenül megelőző évfolyam tanulói;

II. kategória: az általános és középiskolák 7-10. osztályos tanulói, és a 13. évfolyammal befejeződő középiskolai képzésben a 11. évfolyam tanulói.

c) A versenyen való részvétel kizáró okai:

A versenykiírásban kiírt kategóriától eltérő kategóriában való indulás; nem megengedett segédeszköz használata.

d) A résztvevők jogai, kötelességei:

Minden versenyző joga, hogy a saját kategóriájában induljon. Minden induló versenyző joga, hogy megismerhesse elért eredményét. Kötelessége a versenykiírás feltételeinek megfelelően részt venni a versenyen. A versenyfeltételek be nem tartása a versenyből való kizárást eredményezheti.

3. A verseny szervezői, lebonyolítói

a) A versenybizottság összetétele, kizáró okok

A versenybizottság elnökét az Eötvös Loránd Fizikai Társulat elnöksége bízza meg. A megbízatása visszavonásig tart. A versenybizottság tagjai az egyetemek és tudományegyetemek nukleáris technikai és fizika tanszékeinek oktatói, illetve a középiskolák fizika szakos tanárai közül kerülnek ki. A versenybizottság tagjait a versenybizottság elnöke kéri fel évente a bizottság munkájában való részvételre. A második forduló helyi szervezőit a Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány bízza meg. A versenybizottság munkájából, ill.

a helyi szervezők közül kizáró ok: közeli hozzátartozó vagy saját tanítvány részvétele a verseny adott fordulójában.

b) A versenybizottság feladatai

A versenybizottság állítja össze a versenyfeladatokat és a javítási útmutatókat mind az első, mind a második fordulóra. Az első fordulóban a versenybizottság a visszaküldött dolgozatokat ellenőrzi és szükség esetén a pontszámokat felüljavítja. A második fordulóban a résztvevők munkáját a versenybizottság tagjai értékeli.

4. Nevezés módja, határideje, nevezési díj

A I. fordulóra az iskolai nevezéseket a Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány a www.szilardverseny.hu honlapján keresztül gyűjti össze a versenykiírásban meghatározott határidőig. Az iskolának meg kell adniuk a versenyzők kategóriánkénti létszámát, nemét, valamint az iskola és a kapcsolattartó tanár elérhetőségét (név, postai cím, telefonszám, e-mail cím). A I. fordulóra nevezési díj nincs.

A II. fordulóra (döntő) a www.szilardverseny.hu honlapon keresztül regisztrálnak a döntőre behívott versenyzők és kísérőtanáraik. A regisztrációkor a versenyen résztvevőknek az atomerőmű látogatáshoz szükséges személyes adataikon (születési dátum, személyi ig, száma) és iskolájuk nevén, címén túl az étkezés, szállás igényüket kell megadniuk. A versenyzőknek és kísérőtanáraiknak az igénybe vett étkezés és szállásdíjat kell megtéríteniük az étkezést illetve szállást szolgáltatók felé. Külön részvételi díjat a verseny szervezői nem kérnek.

5. Az egyes fordulók lebonyolítása

Az első forduló a nevező iskolákban kerül lebonyolításra. A dolgozatokat a felkészítő tanár kijavítja, majd a versenybizottság címére beküldi az előre meghatározott pontszámot elért dolgozatokat. Ponthatárok: I. kategória: a maximális pontszám 60%-a, II. kategória: a maximális pontszám 40%-a. A dolgozatokat beküldő iskolákat a versenybizottság a versenyfelhívásban rögzített határidőig e-mailben értesíti arról, hogy a beküldött dolgozatok szerzői közül kik jutottak be a verseny döntőjébe. Azok az iskolák is kapnak értesítést, ahonnan beküldött dolgozatok közül senki sem jutott be a verseny döntőjébe.

A második fordulóba a legmagasabb pontszámot elért maximum 20 fő I. kategóriás, és maximum 10 fő II. kategóriás tanulót hívja be a versenybizottság. Ettől kivételes esetben (pl. pontszám egyenlőség) a versenybizottság elnöke eltérést engedélyezhet.

A második forduló (minden év áprilisában) hagyományosan Pakson, az Energetikai Szakközépiskola és Kollégiumban kerül megrendezésre. A döntő elméleti, mérési és számítógépes feladatokból áll, pontértékek 50-25-25 %. Az elméleti feladatsor megoldására 3 óra, míg a mérési és számítógépes feladat megoldására 1,5-1,5 óra áll a versenyzők rendelkezésére. A végeredménybe csak a második fordulóban elért pont számít.

6. Verseny témaköre, ismeretanyaga, felkészüléshez felhasználható irodalom

A verseny a középiskolás tananyag modern fizikai – elsősorban magfizikai és sugárvédelmi – fejezeteinek alkalmazás szintű tudását és környezetvédelmi alapismereteket kér számon.

A kijelölt témakörök a következők:

- Mikrorészecskék leírásának alapjai, az anyag kettős természete
- Hőmérsékleti sugárzás törvényei, Fotonok
- Fényelektromos jelenség, Compton jelenség
- De Broglie összefüggés, elektronok interferenciája
- Heisenberg-féle határozatlansági összefüggés
- A hidrogénatom hullámmodellje
- A kvantumszámok szemléletes jelentése: 's', 'p', és 'd' állapotok
- Az elemek periódusos rendszerének atomszerkezeti magyarázata
- Az atommag és szerkezete: proton, neutron
- Rendszám és tömegszám. Magerők és kötési energia
- Radioaktivitás: felezési idő, gamma-, béta- és alfabomlás
- Maghasadás, neutron-láncreakció. Atombomba, atomreaktor, atomerőmű
- Atomenergia felhasználásának lehetőségei, szükségessége és kockázata
- Sugárvédelmi alapismeretek.
- Magfúzió, a Nap energiatermelése
- Hevesy György (radioaktív nyomjelzés)
- Szilárd Leó, Wigner Jenő atomreaktorokkal kapcsolatos munkássága
- Részecskegyorsítók működési elvei, CERN, LHC, elemi részek
- Környezetvédelmi alapismeretek: pl. CO₂ és az üvegházhatás, ózonlyuk.
- Radon-probléma, radioaktív hulladék elhelyezése.

7. Az egyes fordulók feladattípusai, felhasználható irodalom

Az első forduló elméleti feladatokat tartalmaz a modern fizika témaköréből, kiemelten kezelve a magfizikát, a nukleáris energiatermelést, valamint a környezetvédelmet. A feladatsor 10 feladatot tartalmaz az első és a második kategóriájú versenyzők részére. A feladatok között mindig vannak közösek.

A második forduló (döntő) elméleti feladatokból, mérési feladatokból és számítógépes feladatból áll. A mérési és számítógépes feladatok közösek, az elméleti feladatsorban vannak közösek is a két kategóriára.

Felkészüléshez felhasználható irodalom

- Országos Szilárd Leó fizikaverseny feladatai és megoldásai 2005-2010;
- Országos Szilárd Leó fizikaverseny feladatai és megoldásai 1998-2004;
- Simon Péter - Szabó Attila: Modern Fizika szakköri füzet;
- Marx György: Atommag közelben;
- Marx György: Éltrevaló atomok;
- Marx György: Atomközelben;
- Radnóti Katalin (szerk.): Így oldunk meg atomfizikai feladatokat;
- Radnóti Katalin (szerk.): Modern Fizika CD.

8. Értékelési eljárások

A verseny első és második fordulójában minden elméleti feladatért egységesen öt pont jár. A versenybizottság által készített javítási útmutató részletes leírást ad a tanulók munkájának értékeléséhez.

9. Verseny díjai

Az országos döntőbe bejutott valamennyi tanuló könyvjutalomban részesül. Kategóriánként az 1-3. helyezett:

A Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány egyszeri ösztöndíjában részesül, helyezésének megfelelő (arany, ezüst, bronz) fokozatú Szilárd Leó vert érem kap ajándékba.

A legeredményesebb felkészítő tanár – a verseny honlapján megtekinthető pontverseny alapján – Szilárd Leó Tanári Delfindíjban részesül.

A versenyen a legjobb eredményt elért iskola Marx György Vándordíjban részesül. Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny versenybizottsága az adott évben további díjat, elismerést adhat ki.



Szilárd Leó érem (baloldali kép), Szilárd Leó Tanári Delfindíj (középső kép), Marx György Vándordíj (jobboldali kép)

Különdíjak:

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat kategóriánként az 1-5. helyezett részére egy éves Fizikai szemle előfizetést ad.

A Magyar Nukleáris Társaság az adott tanévi Országos Szilárd Leó Fizikaversenyre legeredményesebb felkészítő tanárt tárgyjutalomban részesíti.

10. A versenyrendező neve, címe, elérhetősége

A versenybizottság vezetője:

Dr. Sükösd Csaba címzetes egyetemi tanár, BME Nukleáris Technika Tanszék.

Címe: 1521 Budapest, Műgyetem rkp. 9.

E-mail: sukosd@reak.bme.hu

Tel.: 1-463-2523, fax: 1-463-1954.

A verseny felelősei:

A I. forduló szervezésében:

Csajági Sándor, az Energetikai Szakközépiskola és Kollégium igazgatóhelyettese.

Címe: 7030 Paks, Dózsa György út 95.

E-mail: csajagi@eszi.hu

Tel.: +36-75-519326, fax: +36-75-414282.

A döntő szervezésében: Csajági Sándor és Krizsán Árpád, az Energetikai Szakközépiskola és Kollégium tanárai. Tel: +36-75-519300.

A verseny honlapja: <http://www.szilardverseny.hu>.

14. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY, 2011

Az 1. forduló feladatai²

1. feladat

1 liter vízben elkeverték 1 gramm jódot, amelyet 11100 Bq aktivitású, 8,04 napos felezési idejű, ^{131}I jód izotóppal nyomjeleztek. Négy nap elteltével a szilárd jódot nem tartalmazó oldatból 1 dl mintát vettek, és ennek aktivitását 185 Bq-nek találták.

- a) A jód hány százaléka oldódott fel a vízben?
- b) Mennyi a jód oldékonysága mg/liter egységben?

2. feladat

Egy kritikus állapotban lévő atomreaktorba állandó intenzitású külső neutronforrást helyezünk. Hogyan változik időben a neutronok száma? Indokoljuk meg a választ!

3. feladat

- a) A paksi 500 MW villamos teljesítményű, 34 %-os hatásfokú blokkok kazettái 3,82 %-os átlagos ^{235}U dúsítású üzemanyagot tartalmaznak. Mekkora tömegű üzemanyag tartalmaz annyi ^{235}U -t, amennyit egy blokk egy óra alatt elhasznál?
- b) Mennyi 100 MJ/kg fűtőértékű barnaszenet használ fel óránként egy 30 %-os hatásfokú szénerőmű 500 MW villamos teljesítmény eléréséhez?

4. feladat

A Népszabadság 2010. április 27-i számában egy érdekes híradás jelent meg Koronczay Dávid írásában, amelyből részleteket közlünk:

„Időszámításunk előtt 50 körül indult utolsó útjára a hispániai Carthago Nova városából Itáliába az a kereskedelmi gálya, amely rakományként különféle típusú amfórák mellett közel 70 tonnányi ólmot szállított.

A történetünkben szereplő hajó azonban soha sem érte el úti célját: a szardíniai partoktól mindössze egy kilométerre, a mai Oristano mellett elsüllyedt. A roncs számára eseménytelenül telt el az elkövetkező kétezer év. Ezután azonban felgyorsultak az események. A leletekről szóló híradás megjelent az újságokban, és azt egy nukleáris fizikával foglalkozó milánói kutató, Ettore Fiorini is olvasta. Azonnal felcsillant a szeme, amikor megtudta, mi volt az ókori hajó rakománya. Gyorsan elutazott Cagliariába, a sziget

² Az első fordulót 2011. február 21-én tartották. Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér. A feladatok nem nehézségi sorrendben szerepelnek és tetszőleges sorrendben meg lehet őket oldani. A megoldáshoz bármilyen segédeszköz használható. Rendelkezésre álló idő 180 perc.

fővárosába és felajánlotta az INFN, az olasz nukleáris fizikai kutatóintézet segítségét az archeológiai felügyeletnek. A pénzügyi támogatásért cserébe azt kérte, hogy hadd kapják meg a fizikusok az ólomtéglák egy részét, miután a régészek alaposan kielemezték azokat. A megegyezést nyélbe ütötték, és kétezer téglából meg is kaptak százhusz darabot. Mindez több mint húsz évvel ezelőtt történt. Most áprilisban azonban további százötven ólomtéglát érkezik Cagliari múzeumából az Appenninek alatt megbúvó, földalatti Gran Sasso Nemzeti Laboratóriumba, ahol új feladatot kapnak.

Az ólomöntvényekbe előállításuk során elkerülhetetlenül belekerülnek természetes eredetű radioaktív ólomizotópok is.”

- a) Milyen célra használják a nukleáris- és részecskefizikusok az ólmot?
- b) Milyen természetes eredetű radioaktív ólom izotópról lehet szó az utolsó mondatban?
- c) Melyik magyar Nobel díjas tudós foglalkozott ezzel az izotóppal?
- d) Melyik bomlási sor tagja?
- e) Miért jobb az ókori ólom a mainál?

5. feladat

Az 1910-es évek elején a kutatók azt a furcsaságot vették észre a bomlástermékeiktől megtisztított természetes urán bomlásának vizsgálatakor, hogy az átalakulások során α -részecske kibocsátása közben kétféle felezési idejű anyag (ahogy akkor nevezték UX és UY) keletkezik. Róna Erzsébet meg is jegyezte 1914-ben megjelent cikkének a végén: „Ezen sorozaton szokatlanul tűnik fel, hogy az urán mindkét elágazása α -átalakulás eredménye. Eddig ilyen esetet nem ismertünk és azt hittük, hogy az elágazások csak úgy jöhetnek létre, hogy az atomok egy része α -részt, másik a β -részt lövell ki.”

- a) Mi lehet a probléma megoldása?
- b) Milyen termékek keletkeznek?

6. feladat

Legalább mekkora sebességgel kell vízben haladnia egy elektronnak, hogy Cserenkov sugárzás keletkezzen? Alkalmazható-e a klasszikus közelítés? Mekkora feszültséggel lehet az elektront ekkora sebességre felgyorsítani?

7. feladat

Nátrium fémről készült 1 mm^2 keresztmetszetű vezetéken (petróleum alatt) 16 mA áramot hajtunk át.

- a) Mekkora sebességgel haladnak az áramvezetést biztosító elektronok?
- b) Hogyan értelmezhető az, hogy az elektromos jel fémhuzalokban fénysebességhez közeli sebességgel halad?

Adatok: a nátrium moláris tömege 23 g/mol , sűrűsége 970 kg/m^3

8. feladat

Milyen lenne a világ, ha

- a) .. a Planck állandó kisebb lenne?
- b) .. ha nulla lenne?
- c) .. ha jóval nagyobb (mondjuk 1 Js) lenne az értéke?

9. feladat

100 évvel ezelőtt 1911-ben végezte el Ernest Rutherford munkatársaival (Marsden és Geiger) az atommag felfedezéséhez vezető híres szórási kísérletét. Rutherfordék vékony aranyfűst fóliát bombáztak alfa-részekkel. Azt találták, hogy a 0,5 mikron vastagságú lemezre bocsátott alfa-részek túlnyomó többsége szinte akadálytalanul halad át a vékony anyagrétegen, de kb. minden 100000-dik alfa-rész úgymond „visszapattan” a lemezről. Ezt a jelenséget nevezte Rutherford tudományos tevékenysége legmeglepőbb eseményének.

- a) A megfigyelt visszapattanási arányból becsüljük meg a szóró centrumok méretét !
- b) Miért használtak vékony aranyfóliát?
- c) A becslésnél milyen pontatlanságot követtünk el?

Útmutatás: az aranyatomok méretének becslésénél használjuk fel az arany relatív atomtömegét: $A = 197$ és sűrűségét $19,3 \text{ g/cm}^3$!

10. feladat

2010-ben két orosz származású fiatal tudós (Andre Geim (sz.:1958) és Konstantin Novoselov (sz.: 1974)) nyerte el a fizikai Nobel-díjat a grafének felfedezéséért.

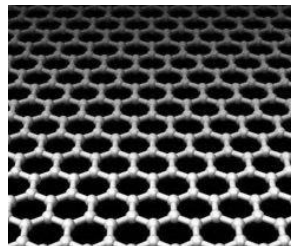
A grafén kétdimenziós – egy atomi rétegű – grafit kristályrács, ahol a szénatomok szabályos hatszögek csúcaiban helyezkednek el.

„A szén grafén nevű formája egészen új kutatási irány az anyagtudományban, az elmúlt pár évben lett felkapott anyag a nanotechnológiában. Az biztos, hogy a grafénmegoldások területe a következő évtizedekben nagyot fog robbanni, akár már tíz éven belül megjelenhetnek az első termékek, amikben grafén van.”

(A Műszaki Fizikai és Anyagtudományi Kutatóintézet kutatócsoport vezetőjének, Biró László Péternek nyilatkozata.)

- a) Becsüljük meg, hogy egy 1 cm élhosszúságú grafitkockából maximálisan mekkora területű grafénlemez készíthető?
- b) Hányszor kisebb a grafénlemez fajlagos tömege egy A4-es másolópapír 80 g/m^2 fajlagos tömegénél?

Adatok: A grafit sűrűsége $2,26 \text{ g/cm}^3$. A hatszög rácsállandója: $0,14 \text{ nm}$. A szén moláris tömege: 12 g/mol , Avogadro-állandó: $6 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$.



A döntő feladatai³

ELMÉLETI FELADATOK⁴

I. kategória

1. feladat

(Kitűzte: Kis Dániel)

A NASA Fermi-gammatávcsöve a felbocsátása (2008) óta trópusi viharokban közel 130 nagy energiájú villámlást megfigyelve közel 4 esetben tapasztalt $E > 20$ MeV energiájú gammasugárzást. Ezek az ún. földi gamma-felvillanások (TGM, terrestrial gamma-ray flash), amelyeket 1994-ben fedeztek fel. Ezen események mellett még 511 keV energiájú fotonokat is mértek a felső légkörben.

Hogyan keletkezhetnek a viharokban tapasztalt nagy energiájú, ill. az 511 keV os fotonok?

2. feladat

(Kitűzte: Papp Gergely)

A paksi atomerőműben a reaktor finomszabályozását nem a szabályzórudak mozgatásával, hanem a turbinákra engedett gőz mennyiségének finom változtatásával oldják meg.

Mi lehet ennek az oka, és miért lehetséges ez a megoldás?

3. feladat

(Kitűzte: Radnóti Katalin)

Marie Curie munkája közben azt tapasztalta, hogy abban a helyiségben, ahol a radioaktív anyagokkal dolgoztak, mintha minden radioaktívvá vált volna. A jelenség vizsgálatához a következő két kísérletet végezte el. (A vizsgált minták aktivitását mindkét esetben egy meghatározott uránmintához viszonyítva adta meg, ezt jelentik az alábbi számok).

a) „*Rádiumos oldat beforrasztott edénybe van zárva, felnyitjuk az edényt, az oldatot csészébe töltjük és megmérjük aktivitását.*”

Aktivitása közvetlenül az áttöltés után: 67, két óra múlva: 20, két nap múlva: 0,25

b) „*Rádiumos báriumchlorid oldatot, mely szabad levegőn állott, üvegcsőbe töltünk, a csövet leforrasztjuk és a cső sugárzását lemérjük.*”

Aktivitás közvetlenül a leforrasztás után: 27, 2 nap múlva: 61, 3 nap múlva: 70, 4 nap múlva: 81, 7 nap múlva: 100, 11 nap múlva: 100

³ A döntőt 2011. április 9-én Pakson tartották.

⁴ A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésre. Minden segédeszköz használható. Minden feladatot külön lapra írjon, s minden lapon legyen rajta a megoldó kódja. A feladatok NEM nehézségi sorrendben szerepelnek. Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér.

Adjunk magyarázatot az a) és b) kísérleti tapasztalatokra! Mi lehet annak a magyarázata, hogy „*mintha minden radioaktívvá vált volna a laboratóriumban*”?

4. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Több különböző mérés alapján állapították meg, hogy a Naprendszer és a Föld anyagát létrehozó szupernóva-robbanás kb. 4,6 milliárd évvel ezelőtt történt.

a) Milyen arányban keletkezett a ^{235}U a ^{238}U -hoz viszonyítva?

b) Tudunk-e valamilyen magyarázatot adni a keletkezési arányra?

Adatok: a ^{238}U felezési ideje 4,51 milliárd év, a ^{235}U felezési ideje 710 millió év, jelenleg a természetes urán 0,71%-a ^{235}U .

5. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

A COBE űrszonda mérései szerint a kozmikus háttérsugárzásból jövő rádióhullámok átlagosan 2,7 K fokos hőmérsékleti sugárzásnak megfelelő eloszlásúak. Furcsa módon azonban a COBE felvételein más a kozmikus háttérsugárzás hőmérséklete akkor, ha a Föld mozgási irányába, és más, ha a mozgási iránnyal ellentétes irányba nézünk.

Mi lehet ennek az oka, és mekkora hőmérsékletkülönbséget várunk?

6. feladat

(Kitűzte: Szűcs József)

A japán fukushimai atomerőmű balesetről szóló híradásokban szerepelt, hogy a megsérült fűtőelemekből kiszabadult ^{131}I izotóp fajlagos aktivitása a tengervízben (az atomerőműtől még 10 km-re is) elérte az $A_h = 300 \text{ Bq/liter}$ határértéket.

Becsüljük meg, hogy legalább mekkora tömegű jódiotópnak kellett az üzemanyag kapszulából a tengervízbe távozni ahhoz, hogy ilyen mértékű radioaktív szennyezettség keletkezzen!

Útmutatás, adatok: Tegyük fel, hogy a radioaktív jód egyenletesen oszlott el $R=10 \text{ km}$ sugarú, átlagosan $h=200 \text{ m}$ mélységű (fél henger alakú) tengerrészben. A ^{131}I felezési ideje 8 nap.

7. feladat

(Kitűzte: Újvári Sándor)

A pozitron az elektronnal gyakran alkothat rövid időre pozitroniumot. Ez a rövid idő elég a színeképek vizsgálatára. Ez egy olyan „hidrogénatom”, ahol a proton helyén egy pozitron helyezkedik el. A pozitronium leírására a mérések szerint jól használható a Bohr-modell (hasonlít a hidrogénatomhoz), csak azt kell figyelembe venni, hogy az elektron és a pozitron tömege egyenlő, ezért a közös tömegközéppontjuk körül keringenek.

Milyen színeképet ad a pozitronium és vannak-e ebben látható vonalak?

8. feladat

(Kitűzte: Radnóti Katalin)

Természetes radioaktív izotópból kibocsátott gamma-sugarakkal mágneses mezőbe helyezett ködkamrárt sugározzunk be. Figyeljük meg az esemény fényképét!



A ködkamrában a mágneses indukció értéke 30 mT, mely merőleges a részecskék sebességére és a téglalap alakú kép hosszabb oldala 12 mm.

- Milyen folyamat játszódhatott le?
- Mekkora lehetett a folyamatot okozó gamma foton energiája?
- Miért spirális alakú a pálya?

9. Feladat

(Kitűzte: Kis Dániel)

Egy atomreaktor hőteljesítménye 1000 MW.

Mennyi neutron tűnik el a láncreakcióból naponta az $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ bomlási folyamat révén? Adatok: a neutronbomlás felezési ideje 11 perc, egy neutron átlagosan 25 μ s-ig repül, mielőtt elnyelődne a reaktorban vagy a környezetében. Egy hasadásból átlagosan 2,43 neutron keletkezik, valamint 1 J energia $3 \cdot 10^{10}$ hasadásból szabadul föl.

10. feladat

(Kitűzte: Szűcs József)

A kozmikus sugárzás nagy energiájú részecskéitől (egy-egy részecske energiája akár 10^{18} - 10^{20} eV is lehet) a Föld mágneses tere mellett a légkör is védelmet nyújt a földi élőlények számára, így az emberek számára is. A védelmet elsősorban a légkör atomjainak-molekuláinak „kemény” atommagjai biztosítják, mivel a „lágy” atomburokban lévő elektronok a nagy energiájú kozmikus részek számára nem jelentenek nagy akadályt.

- Becsüljük meg, hogy a légköri atommagok mennyire „fedik le” a Föld felszínét a nagy energiájú kozmikus részecskék előtt!
- A becslésből kapott eredmény alapján értelmezzük, hogy miért mérhetünk nagy energiájú kozmikus sugárzást akár a tengerszinten is.
- Hogyan változik meg a légkör kozmikus sugárzás elleni védőhatása 11 km magasságban? Útmutatások, adatok: A légkör túlnyomó részben kétatomos N_2 és O_2 molekulákból áll. Az atommagok átmérőjét vegyük egységesen 7 femtométernek. A tengerszinten a légnyomást vegyük 100 kPa-nak. A levegő átlagos moláris tömege 29 g/mol. Nehézségi gyorsulás 10 m/s^2 . A légnyomás – a barometrikus formula szerint – felfelé haladva 5500 m-ként megfelelődik (állandó hőmérsékletet feltételezve).

II. kategória⁵

9. feladat

(Kitűzte: Vastagh György)

Az α -részeket kimutató ionizációs kamra levegőt tartalmaz. A 4,78 MeV energiájú α -rész minden ionpár keltésekor 34 eV energiát veszít.

a) Mekkora negatív töltés keletkezik a kamrában, ha az α -rész a kamrában fékeződik le a termikus sebességre?

b) Hogyan csökken az alfa-rész sebessége egy-egy ionpár keltésekor a lefékeződése során?

10. feladat

(Kitűzte: Vastagh György)

A ciklotronban, megfelelő energiánál – a relativitáselmélettel összhangban – a részecske tömege jelentősen növekedni kezd, s ennek következtében a periodikusan változó gyorsítótér és a mozgás periódusa közötti egyensúly felborul. Ez megszabja a ciklotronban felgyorsított részecske mozgási energiájának felső határát.

a) Mekkora ez a mozgási energia proton esetében, ha annak relatív tömegnövekedése nem haladhatja meg az 1%-ot?

b) Hogyan tartható szinkronban a megnövekedett tömegű részecske periodikus mozgása és a periodikusan változó gyorsítótér magasabb energiákon is?

⁵ 1-8. feladat megegyezik az I. kategória feladataival.

KÍSÉRLETI FELADAT

Rétegfelvételek készítése infravörös fénnel (Komputertomográf modell)

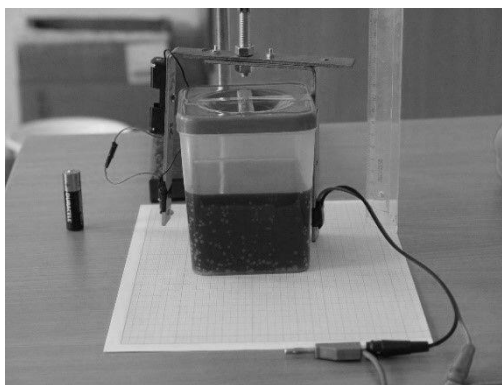
Bevezetés

A komputertomográfia (CT) a hagyományos röntgen-átvilágítási technika továbbfejlesztése. A tomográfias felvétel esetében vékony röntgensugárnyalábbal világítják át a vizsgált objektumot. Az objektum mögött elhelyezett detektor egy vonal mentén érzékeli, hogy a sugárnyalábból hol és mennyi nyelődött el.

A sugárnyalábbal ugyanebben a síkban több irányból is átvilágítják a testet, és a mért intenzitásgörbékből kibontakozik az adott síkban (szeletben) elhelyezkedő részletek rajza. A síkot ezután arrébb tolják, és újra körbeforgatják. Az eljárás befejeztével a vizsgált test térbeli szerkezete feltérképezhető. „Szerkezeten” itt a röntgensugáráteresztő-képesség szempontjából megkülönböztethető részletek elrendeződése értendő.

Feladatok

Kólával töltött edényben egy ismeretlen tárgy van. Infravörös fénnel készült rétegfelvételek készítésével derítsük ki minél pontosabban, hogy *hol helyezkedik el, és milyen alakú!* Készítsünk jegyzőkönyvet a mérésről, táblázattal és/vagy grafikonnal értékeljük a kapott adatokat! Elemezzük a mérés hibáit! (A mérőhelyen található számítógépet is használhatjuk az értékeléshez, de a jegyzőkönyvet mindenképpen papíron kell elkészíteni! Ha használjuk a számítógépet, akkor hozzunk létre az asztalon egy mappát a kódszámunkkal, és ebbe mentsük el az értékelés részeredményeit.)



A méréshez előkészített eszközök

Megjegyzés:

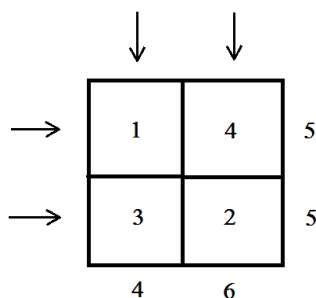
A kóla átlátszó az infravörös fényre, át lehet világítani, mint a Röntgensugárral az élő szöveteket. A benne elhelyezett tárgy teljesen elnyeli az infravörös fényt. Vegyük figyelembe, hogy az edény alakja nem pontosan egyenes (a szélein), ez „optikai” hibákat okozhat.

A méréshez rendelkezésre áll:

- egy acélkengyel, amelynek egyik oldalán egy infravörös fényt kibocsátó LED, másik oldalán ennek érzékelésére képes fotodióda (érzékelő) helyezkedik el. A kengyel magassága állítható.
- a fotodióda feszültségét digitális feszültségmérővel mérhetjük.
- egy lefedett műanyag edény, kólával töltve
- milliméterpapír, vonalzó.
- számítógép

További, elméleti információ:

A komputertomográfia matematikai háttere könnyen megérthető. Az ábrán egy 2×2 négyzetre osztott szeletet látunk. Az egyes négyzetekbe az ott elméletben mérhető áteresztőképességet írtuk. Ha ezt a szeletet a nyilak által jelzett módon különböző irányokból átvilágítjuk, akkor a megfelelő összegzett értékeket mérhetjük. A valóságban maguk az értékek nem, csak a különböző irányokból mért összegek mérhetők közvetlenül.



Ha az adott síkban a vizsgáló sugár elforgatásával négy összeget felírunk, akkor négy egyenletet kapunk. Az egyenletrendszert megoldva a cellák áteresztőképessége rekonstruálható. A való életben egy szelet helyreállításához több százezer ismeretlent kell meghatározni több százezer egyenletből. Egy sorozat pedig több száz szeletből is állhat. Egy átlagos felvétel mérete a 10 – 100 Mbyte-os nagyságrendbe esik.

(A WIKIPEDIA szócikke alapján)

Megjegyezzük, hogy a mérésünkben előforduló áteresztő-képességek „binárisak”: azaz vagy „1” az értékük (nincs elnyelés) vagy „0” (átlátszatlan, teljesen elnyeli a sugárzást). Ezért a mérés kiértékeléséhez nincs szükség a fenti algoritmusra, azt csak a teljesség kedvéért említettük meg.

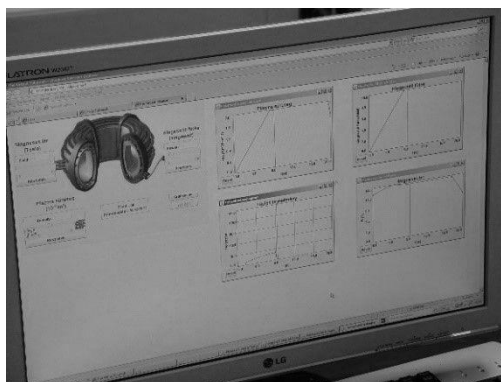
SZÁMÍTÓGÉPES FELADAT

A feladatban egy fúziós TOKAMAK berendezés működését vizsgáljuk. A programban a virtuális tokamak pontszámának meghatározásához egy bonyolult számítást használunk. A fúziós kutatók munkájuk során egy jóval összetettebb verziót használnak, ha meg akarják határozni, hogy egy-egy tervezett tokamak hogyan fog működni.

Ugyanakkor ez a program valódi fúziós kísérleteken alapul. Ezen feladatok végrehajtása során a virtuális tokamak segítségével közelebb kerülhetünk a folyamatokat irányító fizikai összefüggésekhez.

Feladatok

Indítsuk el a SzL2011.exe fájlt (az ikon a SzL2011 betűket tartalmazza). A program bekéri a kódot, elhelyez egy kis ikont a tálca alsó jobb szélén, és elindítja a szimulációt. A feladatok dokumentálása során időnként szükség lehet a képernyő elmentésére. Ezt a kis ikonra az egér jobb gombjával történő kattintással lehet megtenni. A szimuláció befejezésekor a kis ikonra jobb gombbal kattintva lépünk ki a programból, és zárjuk be külön a szimulációt is. Olvassuk el a TOKAMAK leírását, majd töltsük be a feladatokat. A továbbiakban a képernyőn is az alábbiak láthatók:



Szimulációs feladat a monitoron

FONTOS: Először olvassuk el figyelmesen a leírásokat! Nem hosszúak, és sok hasznos tanács van bennük! (kb. 10 perc)

A feladatok nagy részéhez az időfüggetlen modellt kell használni: ez mutatja meg, hogy a megadott paraméterekkel milyen értékeket venne fel a plazma, ha végtelen ideig várnánk. Először meg kell határozni a működési tartományt.

1. feladat

A sűrűséghatár meghatározása. (kb. 15 perc) IDŐFÜGGETLEN MODELL!

1. A mágneses tér és külső fűtés állandó értéken tartása mellett keressük meg azt a sűrűséget, ahol a plazma még éppen nem omlik össze! (az összeomlást a pontszám 0.00 értéke jelzi) Jegyezzük fel a csúszkák értékeit a legmagasabb, még üzemeltethető sűrűség mellett.

2. Változtassuk meg a mágneses tér vagy külső fűtés értékét és határozzuk meg újra a maximális sűrűséget.

3. Készítsünk grafikont a maximális sűrűségről! Az X tengelyen szerepeljen a mágneses tér, az Y tengelyen az elérhető legnagyobb sűrűség. Különböző fűtési teljesítményekhez ugyanazon a grafikonon, de különbözően jelezzük az értékeket! (tehát legyen egy-egy vonal, ami 10 MW, 20MW, 50MW, stb. fűtési teljesítményhez tartozik) Mit lehet leolvasni a grafikonról?

4. Teszteljük az elméletet úgy, hogy kiszámítjuk a maximális sűrűség értékét még ki nem próbált mágneses tér és külső fűtés értékekhez. Ezután ellenőrizzük, hogy helyes értéket adtunk-e meg.

5. A folyamat során vigyázzunk, nehogy túl magas hőmérsékletértékeket érjünk el. Ekkor ugyanis a nyomáshatár is befolyásolhatja a tokamak működését, és így a sűrűséghatár megállapítása nehézkes lesz. (A kísérletek így működnek a valóságban is!)

6. Segítség: a sűrűséghatár az alacsony mágneses tér értékek mellett fog megjelenni (10 T alatt).

Szívesen megosztanánk, hogy tulajdonképpen mi okozza a sűrűséghatárt, de egyelőre senki sem tudja mi a valódi oka.

2. feladat

A nyomáshatár meghatározása. (kb. 15 perc) IDŐFÜGGETLEN MODELL!

1. A nyomáshatár elérésekor a plazma nyomása és a mágneses nyomás aránya lép át egy kritikus értéket, amit kísérletekkel és elméleti számításokkal határoztak meg. A virtuális tokamakot úgy tervezték meg, hogy ez a kritikus arány minden beállításnál ugyanaz legyen.

2. Hasonlóan az előző feladathoz, itt is készítsünk grafikont! A grafikon X tengelyén most a fűtési teljesítmény szerepeljen, Y tengelyén az elért maximális hőmérséklet és sűrűség szorzata. Itt a különböző mágneses tér értékekhez készítsünk több vonalat!

3. Az előző feladat alapján már tudni lehet, hogy ez nem a sűrűséglimit. Honnan?

4. Hogyan változik a maximális nyomás a mágneses tér függvényében?

5. Figyeljük meg, mit történik magas hőmérsékleten! Ebben a tartományban lesz számottevő fúziós reakció, ami nagyenergiás héliumot termel! Ennek a héliumnak a parciális nyomása is hozzájárul a teljes nyomáshoz, ezért nem teljesen azonos a viselkedés az alacsony hőmérséklettel.

6. Segítség: a nyomáshatár a magas mágneses tér értékek mellett fog megjelenni (10 T felett).

3. feladat

Legjobb kisülés létrehozása. (kb. 15 perc) IDŐFÜGGETLEN MODELL!

Az eddigi tapasztalatok alapján próbáljunk meg minél jobb pontszámot elérni! Jegyezzük le hogy milyen gondolatok mentén és hogyan dolgoztunk, valamint milyen paramétereket adtunk meg! A találgatással elért magas pontszám a versenyfeladat értékelésekor kevesebbet ér, mint egy alacsony pontszám dokumentált, logikus gondolatmenettel. 100-nál nagyobb pontszám is elérhető!

4. feladat

Legjobb kisülés létrehozása időfüggő esetben. (kb. 30 perc) IDŐFÜGGŐ MODELL!

Az eddigi ismeretekkel felvértezve próbáljuk meg létrehozni a legjobb kisülést az időfüggő szimulátorral! Vegyük figyelembe, hogy itt a plazma felfűtéséhez is kell idő, azonban ha már a fúziós reakciók fűtik a plazmát, akkor nem igényel (számottevő) külső fűtést! Ez azért fontos, mert kevesebb külső fűtés felhasználása esetén jobb pontszámot kapunk! A mágneses tér, sűrűség és fűtés időbeli lefutásával próbáljunk meg minél jobb eredményt kihozni! Indokoljuk meg, miért éppen úgy választottuk meg őket, ahogy!

Előfordul, hogy futás közben a plazma összeomlik, és utána újra elindul. Ez a szimuláció hiányossága, a valóságban ilyen nem fordul elő. Ezért, ha a plazma a szimuláció során összeomlik, az abban a futásban elért pontszám érvénytelen! A legjobb eredményt tanúsító képet (plazmateljesítmény) mindenképpen el kell menteni!

Az 1. forduló feladatainak megoldásai

1. feladat megoldása

a) Ha 1 dl víz aktivitása 185 Bq, akkor egy liter víz aktivitása 1850 Bq lenne. Négy nap alatt a bevitt jód aktivitása lecsökkent:

$$A = 11100 \cdot 2^{-\frac{4}{8,04}} = 7872 \text{ Bq.}$$

Ebből: $\frac{1850}{7872} = 0,235$, azaz a jód 23,5%-a oldódott bele a vízbe.

b) Mivel a jód teljes mennyisége 1 gramm volt, ennek a 23,5%-a 235 mg. A jód oldékonysága tehát 235 mg/liter.

2. feladat megoldása

A magyarázathoz vegyünk egy egyszerű gondolatmenetet. Kritikus állapotban a reaktorban lévő neutronok száma legyen n . Mivel a reaktor kritikus állapotban van, a neutronok száma időben állandó, függetlenül attól, hogy éppen mekkora az n .

Ha tehát egy ilyen rendszerbe egy plusz neutront juttatunk, akkor a reaktorban lévő összes neutron száma immáron $n+1$ lesz. Ez meg is marad, mivel a reaktor továbbra is kritikus állapotban lesz, azaz a neutronsám időben állandó.

Ha ezután újabb neutron kerül a rendszerbe, akkor az állandó neutronsám $n+2$ lesz. Ha időben állandó ritmusban juttatunk neutronokat a reaktorba, akkor a fentiekből következően a neutronsám időben egyenletesen (az idővel lineárisan) nő.

3. feladat megoldása

a) Hőteljesítmény:

$$P_o = \frac{P_h}{\eta} = \frac{500 \text{ MW}}{0,34} = 1471 \text{ MW}$$

Egy óra alatt megtermelt energia: $E = P_o t = 1471 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 5,30 \cdot 10^{12} \text{ J}$

1 atommag hasadásakor $32 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ szabadul fel. Ezért a megtermelt energia:

$$n = \frac{5,30 \cdot 10^{12} \text{ J}}{32 \cdot 10^{-12} \text{ J}} = 1,66 \cdot 10^{23} \text{ db atommag hasadásából származik.}$$

A hasadások ^{235}U -ból termelik az energiát. Ezért ennyi atommag tömege:

$$\frac{235 \text{ g}}{6 \cdot 10^{23}} \cdot 1,66 \cdot 10^{23} = 65,0 \text{ g } ^{235}\text{U.}$$

Ez viszont csak az üzemanyag 3,82 %-t teszi ki, tehát ennyi ^{235}U -t

$$m = \frac{65,0\text{g}}{3,82} \cdot 100 = 1700 \text{ g} = 1,70 \text{ kg} \text{ átlagos dúsítású üzemanyag tartalmaz.}$$

b) A barnaszén átlagos fűtőértéke 10 MJ/kg.

A szénérőmű hőteljesítménye:

$$P_{\text{h}} = \frac{500 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{s}}}{0,3} = 1,67 \cdot 10^9 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1670 \text{ MW.}$$

Egy óra alatt megtermelt teljes energia:

$$Q = P_{\text{h}} t = 1,67 \cdot 10^9 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 3600\text{s} = 6 \cdot 10^{12} \text{ J.}$$

Az 1 óra alatt felhasznált szén mennyisége:

$$m = \frac{6 \cdot 10^{12} \text{ J}}{10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 6 \cdot 10^5 \text{ kg} = 600 \text{ tonna}$$

4. feladat megoldása

a) Létezik egy sor magfizikai és részecskefizikai kísérlet, melyek sikere azon múlik, hogy a detektorokat megfelelően le tudják árnyékolni a környezetben található leggyengébb radioaktív sugárzásoktól is. Az ólom nagy rendszámú elem, ezért kiváló és széles körben használt árnyékoló-anyag.

b) Az öntvényekbe azonban előállításuk során elkerülhetetlenül belekerülnek természetes eredetű radioaktív izotópok, amelyek bomlása, bármilyen kicsiny mennyiségről van is szó, tönkretelheti a méréseket.

A kérdéses radioaktív izotóp az ólom 22 éves felezési idejű 210-es izotópja.

c) Az izotópot Hevesy Györgynek nem sikerült elválasztania a többitől.

d) A 238-as urán bomlási sorában található ez az ólomizotóp.

e) A kétezer évvel ezelőtt előállított ólomtégglákban viszont ez az izotóp mára már tökéletesen elbomlott. Az antik ólom ezért ideális árnyékoló, és keresett anyagnak számít.

5. feladat megoldása

a) A probléma megoldása az, hogy a bomlástermékeiktől megtisztított természetes uránban két izotóp van: a ^{238}U és a ^{235}U . Ezt akkor még nem tudhatták, hiszen a ^{235}U -t csak 1935-ben fedezték fel.

b) Mindkét izotóp alfa-bomló, de az alfa-bomlást követően természetesen különböző tömegszámú tórium-izotópok keletkeznek, amelyeknek különböző a felezési ideje. Az egyik a ^{234}Th , melynek 24,1 nap felezési ideje van, míg a másik a ^{231}Th , amelynek a felezési ideje 25,6 óra.

6. feladat megoldása

Egy n törésmutatójú közegben a Cserenkov-sugárzás keltéséhez szükséges minimális sebesség $v = \frac{c}{n}$, azaz $\frac{v}{c} = \frac{1}{n}$. Az elektron relativisztikus mozgási energiája tehát:

$$E = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} - 1 \right).$$

A víz törésmutatója $n = 1,337$, az elektron nyugalmi energiája pedig 0,511 MeV, ezeket behelyettesítve kapjuk:

$$E = 0,511 \text{ MeV} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{1,337^2}}} - 1 \right) = 0,259 \text{ MeV}.$$

A tömegnövekedés aránya:

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{0,259 \text{ MeV}}{0,511 \text{ MeV}} \approx 0,5.$$

Ez már kicsit relativisztikus, ezért kellett így számolni a mozgási energiát. A gyorsításhoz $e \cdot U = E$, innen $U = 259\,000 \text{ V}$ feszültség szükséges.

7. feladat megoldása

a) 16 mA áram azt jelenti, hogy a vezető keresztmetszetén másodpercenként 16 mC töltés halad át. Ez

$$N = \frac{1,6 \cdot 10^{-2}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 10^{17}$$

elektron áthaladását jelenti másodpercenként. A nátriumban a legkülső, egyetlen elektron vesz részt a vezetésben, ezért az elektronok sűrűsége megegyezik az atomok sűrűségével. Az atomok térfogati sűrűsége pedig:

$$\rho = 6 \cdot 10^{23} \cdot \frac{0,97}{23} = 2,5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}.$$

Ezért 10^{17} atom

$$V = \frac{10^{17}}{2,5 \cdot 10^{22}} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3\text{-ben van.}$$

Ekkora térfogata egy

$$L = \frac{4 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3}{1 \text{ mm}^2} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$$

hosszú, 1 mm² keresztmetszetű vezetékdarabnak van.

Ahhoz tehát, hogy a vezeték keresztmetszetén másodpercenként 16 mC töltés haladjon át, ebből a vezetékdarabból kell az elektronokat áthajtani. Az elektronok sebessége tehát $v = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$

b) Az elektromos jel sebessége nem az elektronok sebességével kapcsolatos, hanem azzal, hogy a vezeték különböző helyein lévő elektronok mozgásállapot-változása között mennyi idő telik el. Hasonló ez egy kereszteződésben álló autósorhoz. Amikor az első elindul, a mögötte levő észreveszi, és elindul; amikor a második indul el, a harmadik veszi észre stb. Az „indulási információ” sokkal gyorsabban terjed a sor mentén, mint az autók tényleges sebessége.

Vagyis a vezeték mentén az elektromos tér (mező) halad nagyon gyorsan (fénysebesség nagyságrenddel). A mező gyorsan megjelenő hatására indul el mindenütt a nagyon nagy térfogati sűrűségben jelenlevő elektronok lassú vánszorgása. A nagy elektron-sűrűségnek köszönhető, hogy a lassú vánszorgás jelenthet nagy áramerősséget is.

8. feladat megoldása

a) Ha kisebb lenne, akkor kisebbek lennének az atomok. Például a H-atom sugara a Bohr-modellben:

$$r = \frac{\hbar^2}{\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \cdot e^2 \cdot m_e}$$

(A javasolt pontszám akkor is megadható, ha a tanuló nem írja fel az atomsugár képletét, de helyesen válaszol.)

b) Ha zérus lenne, akkor nem is léteznének atomok. A klasszikus fizika létezne csak, de abban nem jöhetnének létre állandó struktúrájú atomokból felépülő makroszkopikus objektumok sem.

c) Ha nagyobb lenne, akkor makroszkopikus méretűek lennének az atomok és a kvantumeffektusok.

9. feladat megoldása

a) A becsléshez olyan modellt használunk, amelyben az atommagokat nagy tömegű, kis kemény, kör keresztmetszetű részecskéknek képzeljük, amelyekről egy alfa-részecske visszapattan, ha eltalálja. Ha az alfa-részecske nem talál el egy ilyen atommagot sem, akkor továbbhalad. Az atommagok az arany-atomokat tartalmazó térfogatok közepén helyezkednek el. Ha egyrétegű lenne az aranyfólia, akkor a „találási arányt” az atommag keresztmetszetének és az arany-atom keresztmetszetének az aránya adná meg. A fóliában azonban több rétegben (k) helyezkednek el az arany-atomok. Feltesszük, hogy az atomi rétegek véletlenszerű elrendezése miatt az atommagok nincsenek „fedésben”, ezért egy arany-atomra jutó keresztmetszetnek megfelelő „csőben” mind a k atommagon szóródhatnak az alfa-részek.

A visszapattanási arányt megegyezik a hatásos felületek arányával:

$$\frac{1}{10^5} = \frac{k \cdot R_{mag}^2 \cdot \pi}{F_{atom}}.$$

Ahhoz, hogy a mag sugarát meg tudjuk határozni, meg kell határozni mind a k , mind az F_{atom} mennyiségeket. Az atomokat kis kockákba helyezett gömböknek képzeljük, és ezek a kockák sűrűn kitöltik a teret. A kockák élhossza nyilván $d = 2R_{atom}$, a kockák „keresztmetszete” pedig $F_{atom} = d^2$. A kockák méretét a következőképpen határozhatjuk meg: Mólnyi mennyiségű, azaz 197 g arany térfogata:

$$V = \frac{197}{19,3} = 10,2 \text{ cm}^3.$$

Ebben $6 \cdot 10^{23}$ aranyatom van, így egy aranyatomra jutó térfogat:

$$V_a = \frac{10,2}{0,6} \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3.$$

Ezért a kocka oldalhossza:

$$d = \sqrt[3]{\frac{10,2}{0,6}} \cdot 10^{-8} \text{ cm} = 2,57 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

Eszerint $F_{atom} = 6,6 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2$.

Az aranyfólia vastagsága $L = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, ezért abban

$$k = \frac{5 \cdot 10^{-7}}{2,57 \cdot 10^{-10}} = 1994 \approx 2000 \text{ atomréteg van.}$$

Most már visszahelyettesíthetünk a fenti kifejezésbe:

$$\frac{1}{10^5} = \frac{k \cdot R_{mag}^2 \cdot \pi}{F_{atom}}$$

Ebből:

$$R_{mag} = \sqrt{\frac{F_{atom}}{10^5 \cdot k \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{6,6 \cdot 10^{-20}}{6,264 \cdot 10^8}} = 1,02 \cdot 10^{-14} \approx 10,2 \cdot 10^{-15} \text{ m}.$$

b) Azért használtak aranyat, mert az aranyból lehetett a lehető legvékonyabb fóliát előállítani. A fólia vékonysága viszont fontos volt, mert egy vastagabb fólia elnyeli az alfa-részeket.

c) Elhanyagolások:

1) Az egyik elhanyagolás abból a feltevésből adódik, hogy az egymás mögötti atomrétegek atommagjai nem „fedik” egymást. Ha a rétegek véletlenszerűen helyezkednek el egymás mögött, akkor ez jó közelítés, mint az már a visszapattanási arányból is következik. Kristályrácsnál – amilyen az arany fémrácsa is – ez a feltételezés nem magától értetődő.

2) A valóságban nincs egyértelmű „visszapattanás”, csak nagy szögben szóródott részecskék. Meg kellene mondani azt, hogy mekkora szögtől kezdve tekintjük „visszapattanónak” a részecskét. Ezt a szögtartományt változtatva más és más visszapattanási arányt, és ennek következtében más és más „hatásos” atommag-keresztmetszetet kapnánk.

3) Az atomok méretének a becslésekor nem vettük figyelembe azt, hogy az atomok nem mint „kockákban lévő gömbök” helyezkednek el, hanem megfelelő kristálystruktúra mentén. Ezért a térkitöltés más, mint amit mi egyszerűen feltételeztünk.

10. feladat megoldása

a) A kockában lévő szénatomok száma:

$$N = \frac{2,26 \text{ g}}{12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 1,13 \cdot 10^{23}$$

Mivel minden hatszöghöz 6 szénatom tartozik, ugyanakkor egy szénatomhoz 3 hatszög, ezért a hatszögek száma $N_h = N/2 = 5,65 \cdot 10^{22}$.

Egy hatszög területe:

$$t_h = \frac{3\sqrt{3}}{2}d^2 = 5,09 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2$$

Így a grafénlemez területe:

$$T = N_h \cdot t_h = 5,65 \cdot 10^{22} \cdot 5,09 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2 \approx 2876 \text{ m}^2$$

b) A grafénlemez fajlagos tömege:

$$\mu = \frac{2,26 \text{ g}}{2876 \text{ m}^2} = 7,86 \cdot 10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{m}^2}.$$

Ez kb. 100 ezerszer kisebb, mint a másoló papírlap fajlagos tömege.

Megjegyzés: Ebből arra is következtethetünk, hogy a grafénlap vastagsága is (vagyis az atomok átmérője) kb. 100 ezred része a papírlap 0,05 mm vastagságának

A döntő feladatainak megoldásai

I. kategória

1. feladat megoldása

A trópusi viharokban kialakuló nagy elektromos térerősség az ionizált légkör elektronjait akár a fénysebesség közelébe is felgyorsíthatja. Ezek az elektronok a légkör atomjainak potenciálterében fékezési sugárzást (Bremsstrahlung) bocsátanak ki. Ezek lehetnek a nagy energiás gamma-fotonok. Az 511 keV-es foton forrása a pozitron - elektron annihiláció, hiszen a kérdéses energia pont az elektron nyugalmi tömegével egyenlő. Ezek a pozitron - elektron párok a fékezési sugárzásban keletkező fotonoknak a felső légkör atommagjainak potenciálterében megvalósuló párkeltése révén keletkezhetnek.

2. feladat megoldása

A paksi reaktor nyomottvizes, a moderálást a hűtővíz végzi. A reaktor teljesítménye érzékenyen függ attól, hogy egységnyi térfogatú vízben mennyi – a neutronlassításért felelős – hidrogénmag található. A kiengedett gőzmennyiséggel a víz hőmérsékletét és ezáltal sűrűségét lehet finoman szabályozni. Biztonságosan tervezett és üzemeltetett reaktor esetén a víz sűrűségének a csökkenése a neutronlassítást (moderálást) csökkenti. Így nagyon precízen lehet a reaktor teljesítményét szabályozni, anélkül, hogy a szabályozórudakat mozgatni kellene.

3. feladat megoldása

a) Az első esetben a keletkező radon folyamatosan eltávozik, tehát a radon-leányizotópok utánpótlása megszűnik. Ezért figyelhető meg a minta aktivitásának folyamatos csökkenése.

b) A második esetben nem tud a radon távozni, így ott megjelennek a bomlási sor további tagjai, ezért nő az aktivitás.

c) A bomlások során radon keletkezik. Mint gáz, a diffúzió során eljut a laboratórium legkülönbözőbb részeibe, ahol a leányelemei a felületekre tapadnak, és tovább bomlanak.

4. feladat megoldása Legyen N_8 a most meglévő ^{238}U atommagok száma egy adott anyagdarabban, és N_5 a ^{235}U atommagok száma. 4,6 milliárd évvel ezelőtt a két izotóp aránya:

$$\frac{N'_5}{N'_8} = \frac{N_5 \cdot 2^{\frac{4,6}{0,71}}}{N_8 \cdot 2^{\frac{4,6}{4,51}}}.$$

Mivel

$$\frac{N_5}{N_5 + N_8} = 0,0071, \text{ ezért } \frac{N_5}{N_8} = \frac{0,0071}{1 - 0,0071} = 0,00715.$$

Így

$$\frac{N'_5}{N'_8} = \frac{N_5 \cdot 2^{\frac{4,6}{0,71}}}{N_8 \cdot 2^{\frac{4,6}{4,51}}} = 0,00715 \cdot \frac{2^{6,479}}{2^{1,02}} = 0,00715 \cdot \frac{89,202}{2,028} = 0,3198.$$

A 4,6 milliárd évvel ezelőtti uránban tehát kb. háromszor annyi ^{238}U atommag volt, mint ^{235}U .

b) A magyarázat a párenergiában kereshető. A ^{238}U atommagban páros számú neutronon van, míg a ^{235}U -ban páratlan számú. Emiatt a ^{238}U atommag erősebben kötött, mint a ^{235}U . A kötési energiában megjelenő különbség magyarázhatja a szupernóvában való keletkezési gyakoriságban fennálló különbséget.

5. feladat megoldása

A különbség oka a Föld sebességéből adódó Doppler-effektus. A (relativisztikus) Doppler-effektus képletét felhasználva a frekvenciák különbsége:

$$\Delta f = f_0 \left(\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}} - \sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}} \right) = f_0 \frac{\left(1+\frac{v}{c}\right) - \left(1-\frac{v}{c}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = f_0 \frac{2\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Mivel a Föld sebessége a fénysebességhez képest kicsi, ezért a nevező jó közelítéssel 1-nek vehető. Ebből kapjuk, hogy

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx 2 \frac{v}{c}.$$

A hőmérsékleti sugárzás maximumára vonatkozó Wien-féle eltolódási törvény: $\lambda_{\max} \cdot T = \text{konst.}$, ezt a frekvenciára átírva kapjuk: $T = \text{konst.} \cdot f_{\max}$, ami azt jelenti, hogy a hőmérsékletre vonatkozóan is írhatjuk:

$$\frac{\Delta T}{T_0} \approx 2 \frac{v}{c}.$$

Itt $T_0 = 2,7 \text{ K}$, v a Föld sebessége, c pedig a fénysebesség. A Föld sebessége a Nap körül kb. $30 \frac{\text{km}}{\text{s}}$, így a két irányban mért hőmérséklet különbsége:

$$\Delta T = 2 \cdot T_0 \cdot \frac{v}{c} = 2 \cdot 2,7 \cdot \frac{30}{300000} = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ K} \approx 0,54 \text{ mK}.$$

Megjegyzés:

Teljes értékű pont adható akkor is, ha valaki nem-relativisztikus Doppler-effektus képletével számol. Ugyanez az eredmény jön ki, hiszen a nem relativisztikus képlettel is:

$$f = f_0 \left[\left(1 + \frac{v}{c}\right) - \left(1 - \frac{v}{c}\right) \right] = 2 f_0 \frac{v}{c}$$

6. feladat megoldása

A szóban forgó tengerrészben lévő jódizotóp összaktivitása (legalább):

$$A_{\bar{o}} = A_n \cdot \frac{R^2 \cdot \pi}{2} \cdot h = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{Bq}}{\text{m}^3} \cdot \frac{(10^4 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 10^2 \text{ m}}{2} = 3\pi \cdot 10^{15} \text{ Bq} \approx 10^{16} \text{ Bq}.$$

Az összes aktivitást adó jód tömege:

$$m_{\text{jód}} = \frac{N}{N_A} \cdot A_r = \frac{A_{\bar{o}}}{\lambda} \cdot \frac{A_r}{N_a} = \frac{A_{\bar{o}} \cdot T_f \cdot A_r}{\ln 2 \cdot N_A} = \frac{10^{16} \frac{1}{\text{s}} \cdot 8 \cdot 8,64 \cdot 10^4 \text{ s} \cdot 131 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{\ln 2 \cdot 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}} = 2,2 \text{ g}$$

7. feladat megoldása

A hidrogénatom lehetséges energiaszintjei:

$$E_n = -\frac{m \cdot e^4}{2 \cdot \hbar} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad n = 1; 2; \dots$$

I. megoldás (elméleti úton):

A hidrogénatomhoz képest a pozitronium energiaszintjei fele akkora értékűek lesznek, mivel az energia-formulába m helyére $m' = m/2$ -t, az elektron redukált tömegét kell írni. Így az energiaszintek közötti különbségek is felére csökkennek. Emiatt a kibocsátott fotonok energiája is fele akkora lesz. Így a hidrogénatom színeképvonalainak megfelelő pozitronium színeképvonalak hullámhosszai megduplázódnak. Ezért a hidrogénatom infravörös színeképsorozatának megfelelő pozitronium sorozatok még inkább az infravörös tartományba esnek. A H-atom négy látható vonala (411 nm - 656 nm) pedig az infravörösbe „transzformálódik” a pozitroniumnál. A H-atom első színeképsorozatának (Lymannek, melynek hullámhossz tartománya 91 nm-121 nm) megfelelő pozitronium- sorozat pedig most is az UV tartományban marad. Vagyis a pozitronium-atomnak nincsenek látható színeképvonalai.

II. megoldás (számolással):

A H-atomnál a lehetséges kibocsátott frekvenciák (az n' héjról az n -héjra ugró elektron esetén)

$$f_{n,n'} = \frac{k^2 m e^4}{4\pi\hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right), \text{ ahol } k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}.$$

Mivel ez nem hidrogén, hanem pozitronium, így a m helyére az elektron redukált tömegét kell helyettesíteni:

$$m' = \frac{m}{1 + \frac{m}{m}}, \text{ azaz } m' = \frac{m}{2}$$

m helyére a redukált tömeget helyettesítve a zárójel előtti szorzat értéke (R' = „módosított” Rydberg állandó):

$$R' = \frac{k^2 m' e^4}{4\pi\hbar^3} = 1,66 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}}.$$

n és n' helyére kis értékeket behelyettesítve kapjuk:

n	n'	$f \text{ (Hz)}$	n	n'	$f \text{ (Hz)}$	n	n'	$f \text{ (Hz)}$
1	2	$1,25 \cdot 10^{15}$	2	3	$2,30 \cdot 10^{15}$	3	4	$8,07 \cdot 10^{13}$
1	3	$1,48 \cdot 10^{15}$	2	4	$3,11 \cdot 10^{15}$	3	5	$1,18 \cdot 10^{14}$
1	4	$1,56 \cdot 10^{15}$	2	5	$3,49 \cdot 10^{15}$	3	6	$1,38 \cdot 10^{14}$
1	5	$1,59 \cdot 10^{15}$	2	6	$3,69 \cdot 10^{15}$	3	7	$1,51 \cdot 10^{14}$

A látható fény tartománya kb. $3,8 \cdot 10^{14}$ Hz – től $7,9 \cdot 10^{14}$ Hz-ig terjed. Ennek megfelelően az első két sorozat ($n=1$; 2) ultraibolya fényt tartalmaz, a harmadik ($n=3$) pedig már infravörös fényt. Sőt, $n=3$ mellett még a lehető legmagasabb gerjesztés $n' \rightarrow \infty$ is az infravörös tartományba esik, mivel arra $f = 1,84 \cdot 10^{14}$ Hz. Tehát látható vonalak fellépése egyéb kombinációk esetén sem várható.

8. feladat megoldása

a) Mivel gamma foton okozta az eseményt, ebből következik, hogy elektron - pozitron párkeltés történt. Nehezebb részecskepárok keltéséhez jóval nagyobb energia lenne szükséges.

b) Az adatokból a kezdeti sebességre kb. 0,1 fénysebesség adódik,

$$m \frac{v^2}{R} = Q \cdot v \cdot B,$$

innen:

$$v = \frac{Q \cdot R \cdot B}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 30 \cdot 10^{-3} \text{ T}}{0,911 \cdot 10^{-30} \text{ kg}} = 1,84 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

ha $R \sim 3,5$ mm-t írunk be (ami a nagyobbik kör sugara).

Ez kb. a fénysebesség huszad része, tehát nem szükséges még relativisztikusan számolni. Az ehhez tartozó energia

$$E = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{0,0911 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \cdot \left(1,84 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} = 1,55 \cdot 10^{-16} \text{ J}.$$

Ez csak az egyik részecske mozgási energiája, a másiké valamivel kevesebb, mivel a kezdeti kör sugara - és így a részecske sebessége is - kisebb. A két részecske mozgási energiája összesen tehát kb. $2,5 \cdot 10^{-16}$ J. A párkeltéshez szükséges ezen kívül még 1022 keV, mely $\sim 1,64 \cdot 10^{-13}$ J. Vagyis a párkeltéshez szükséges energiánál alig egy ezrelékkel volt nagyobb a gamma foton energiája. A gamma-foton energiájának legnagyobb része tehát. az elektron-pozitron pár létrehozására fordítódott.

c) A sebesség egyenesen arányos a pálya sugarával. Mivel a keletkezett részecskék a ködkamrában lévő gázzal történő kölcsönhatások (ionizáció,

gerjesztés stb.) során lelassulnak, a csökkenő sebességhez csökkenő sugár tartozik.

9. feladat megoldása

A teljesítményből könnyen kiszámíthatjuk, hogy naponta mennyi energia szabadul fel a reaktorban: $E_n = P \cdot t = 10^9 \text{ W} \cdot 86400 \text{ s} = 8,64 \cdot 10^{13} \text{ J}$, amely $N_f = 2,592 \cdot 10^{24}$ db hasadásnak felel meg.

Ha hasadásonként 2,43 neutron keletkezik, akkor egy nap alatt összesen $N_0 = 6,299 \cdot 10^{24}$ db neutron keletkezik.

Tudjuk, hogy egy neutron átlagosan $\tau = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ -ig repül, azaz a naponta keletkező neutronoknak ennyi idejük van arra, hogy elbomoljanak. A bomlást az exponenciális bomlástörvény írja le:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

ahol $N(t)$ a t idő elteltével megmaradó neutronok száma, λ pedig a bomlási állandó:

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T} = \frac{\ln(2)}{660 \text{ s}} = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}.$$

A két utóbbi összefüggés alapján egyszerűen kifejezhető az elbomlott neutronok száma:

$$N_b = N_0 - N(\tau) = N_0(1 - e^{-\lambda t}) = 1,653 \cdot 10^{17} \text{ db}.$$

10. feladat megoldása

a) Először becsüljük meg a Föld felszínének 1 m^2 –e feletti légkörben lévő atomok számát:

Az egységnyi felület feletti légkör tömege:

$$m_l = \frac{p \cdot A}{g} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 1 \text{ m}^2}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10^4 \text{ kg}.$$

A légoszlopban lévő atomok száma:

$$N = 2 \cdot \frac{10^4 \text{ kg}}{2,9 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} \cdot 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \approx 4 \cdot 10^{29}.$$

Itt a levegő átlagos moláris tömegével számoltunk, és figyelembe vettük, hogy a légkört túlnyomórészt a 2 atomos nitrogén- és oxigénmolekulák alkotják. Ha az atommagok nem kerülnének fedésbe, akkor az összes atommag hatásos (védelmet nyújtó) keresztmetszete:

$$A_{\text{öH}} = N \cdot R^2 \cdot \pi = 4 \cdot 10^{29} \cdot (3,5 \cdot 10^{-15} \text{ m})^2 \cdot \pi = 15,36 \text{ m}^2 \text{ lenne.}$$

Vagyis az 1 m^2 -es Föld-felszín feletti atommagok részben fedésbe kerülnek. Megnyugtató az atommagok – nagy energiájú kozmikus részecskék roncsoló hatásától való – védelme, hiszen az atommagok fedés nélkül akár 15 m^2 -es területet is lefednének.

b) Hogy mégis találkozhatunk a tengerszinten is nagy energiájú részecskékkel, annak az oka az atommagok fedésbe kerülése lehet. Annak ellenére, hogy akár 15 m^2 -nyi felületet fedhetnének le az atommagok – az egymás takarása miatt – kis „rés” maradhat a földi 1 m^2 -es felület felett, ezért juthat le kis mennyiségű kozmikus sugárzás a Föld felszínére is.

Megjegyzés:

Ha az atommagok fedését véletlen jelenségnek tekintjük, akkor belátható, hogy ha N számú atommagot – melyeknek az összkeresztmetszete 1 m^2 – az egységnyi felület fölé véletlenszerűen helyezünk, akkor az egységnyi felületet csak $(1 - e^{-1})$ arányban fedik le. A visszamaradt lefedetlen rész várható területe $1/e$ lesz.

Levezetés:

Osszuk be az 1 m^2 -es területet N db, $1/N$ területű kis cellára. Erre dobáljunk rá véletlenszerűen N db, egyenként $1/N$ területű lapkát. Egy-egy kiszemelt cella lefedésének valószínűsége egy lapka véletlenszerű elhelyezésekor a felületen $1/N$ lesz.

Tekintsük most a következő modellt: feleljen meg egy lefedetlen cella egy el nem bomlott radioaktív atommagnak, egy lefedett cella pedig egy elbomlott radioaktív atommagnak, és a felületre másodpercenként dobáljunk egy $1/N$ területű lapkát. Ekkor a cellát modellező radioaktív atommag „elbomlásának”

valószínűsége másodpercenként $1/N$ lesz, azaz a bomlási állandó $\lambda = \frac{1}{N}$. Így

N lapka rádobálása után (N másodperc múlva) a fedetlenül maradt („el nem bomlott”) cellák száma:

$$N_{\text{szabad}} = N \cdot e^{-\frac{N}{N}} = \frac{N}{e},$$

vagyis a rés összterülete: $1/e \text{ m}^2$ lesz. $k \cdot N$ lapka elhelyezése esetén ($k \cdot N$ másodperc múlva):

$$N_{\text{szabad}} = N \cdot e^{-\frac{k \cdot N}{N}},$$

így a szabad terület $e^{-k} \text{ m}^2$ lesz.

Egy-egy kozmikus részecske Föld felszínére való lejutásának valószínűsége a „kb. tizenötszörös lefedettség” mellett tehát: $w_0 = e^{-15} \approx 2,13 \cdot 10^{-7}$.

c) 11 km magasan a légnyomás negyedére csökken, így a felettünk lévő légoszlop tömege is negyede lesz a földi értéknek, ezzel együtt az atommagok száma is negyedére csökken. Így a lefedettség mértéke is negyed akkora, azaz a lefedettség csak $k=3,75$ -szörös lesz. Ez jóval kisebb védelmet jelent a kozmikus sugárzással szemben.

Megjegyzés:

A fenti képlet alapján a nagy energiájú részecskék erre a szintre való eljutásának valószínűsége:

$$w_l = e^{-\frac{15}{4}} = (w_0)^{\frac{1}{4}} \approx 2,15 \cdot 10^{-2}.$$

A kozmikus részecskéknek erre a szintre való lejutási valószínűsége kb. 5 nagyságrenddel nagyobb, mint a tengerszintre. Vagyis a védelem nagyon legyengül, nem negyedére, hanem kb. százezred részére.

II. kategória 9-10. feladatának megoldása

9. feladat megoldása

a) Mivel a termikus sebességhez tartozó mozgási energia $\sim 0,025$ eV, ezért a végső mozgási energiát zérusnak vehetjük. A keltett ionpárok száma tehát:

$$N = \frac{4,8 \cdot 10^6}{34} = 1,41 \cdot 10^5.$$

Mivel minden ionpár keltésekor egy elektron válik szabaddá, ezért a keltett negatív töltés:

$$Q = N \cdot e = 1,41 \cdot 10^5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,26 \cdot 10^{-14} \text{ C}.$$

b) Mivel minden egyes ionpár keltésekor azonos $\Delta E = 34 \text{ eV}$ energiát veszít az alfa-rész, ezért az $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ összefüggésből $\Delta E \approx m \cdot v \cdot \Delta v$. Vagyis a sebesség-csökkenés mértéke fordítva arányos a sebességgel. Ezért a sorozatos ionizáció során (amikor a sebesség egyre kisebb), a sebesség csökkenés nagysága egyre nagyobb lesz.

10. feladat megoldása

a) A mozgási energia relativisztikus esetben: $E_k = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2$. Ha a relativisztikus tömegnövekedés 1%-os, akkor $m \cdot c^2 = 1,01 \cdot m_0 \cdot c^2$. Ezt

visszahelyettesítve kapjuk: $E_k = 0,01 \cdot m \cdot c^2$. Behelyettesítve a proton tömegét kapjuk, hogy $E_k \sim 9,38 \text{ MeV}$.

b) Vagy a gyorsítónál alkalmazott mágneses mező B indukciójának változtatásával, vagy pedig a gyorsítótér frekvenciájának módosításával, vagy egyidejűleg mindkettő változtatásával biztosítják a gyorsításhoz szükséges szinkront.

**A 2011. évi 14. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny
döntőjének eredménye 11-12. évfolyam
(I. kategória)**

Hely	NÉV	Iskola	Város	Felkészítő tanár
1.	Varga Ádám	SZTE Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium	Szeged	Tóth Károly
2.	Horváth Gábor	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert
3.	Dálya Gergely	ELTE Apáczai Csere János Gyakorlógimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc
4.	Jéhn Zoltán	PTE Babits Mihály Gyakorló Gimnázium	Pécs	Koncz Károly, Kotek László
4.	Kovács Benjámin	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter
6.	Bolgár Dániel	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter
7.	Batki Bálint	ELTE Apáczai Csere János Gyakorlógimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc
8.	Sápi András	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Nagy Tibor
9.	Galgóczi Gábor	ELTE Apáczai Csere János Gyakorlógimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc
10.	Weiner Zoltán	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László
11.	Takács Hajna	ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola	Budapest	Chikán Éva
12.	Gál Szabolcs	Szent István Gimnázium	Budapest	Bajkó Ildikó, Gyimesi Éva
12.	Pázmán Koppány	Debreceni Református Kollégium Dóczy G.	Debrecen	Tófalusi Péter
14.	Budai Ádám	Földes Ferenc Gimnázium	Miskolc	Bíró István, Zámborszky Ferenc
14.	Pölöskei Péter Zsolt	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László
16.	Havlik Tamás	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert
17.	Sziksai Lőrinc	Fráter György Katolikus Gimnázium	Miskolc	Edöcsény Levente
18.	Kovács Márk	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert
19.	Kovács Krisztián	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Nagy Tibor

**A 2011. évi 14. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny
döntőjének eredménye 9-10. évfolyam
(II. kategória)**

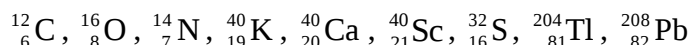
Hely	Név	Iskola	Város	Felkészítő tanár
1.	Szabó Attila	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter
2.	Garami Anna	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter
3.	Antalicz Balázs	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Nagy Tibor
3.	Barta Szilveszter	Földes Ferenc Gimnázium	Miskolc	Kovács Benedek
5.	Gaszler Péter	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter
6.	Kollarics Sándor	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert
6.	Takács Róbert	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László
8.	Kiss Dávid	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László
9.	Horicsányi Attila	Dobó István Gimnázium	Eger	Hóbor Sándor
10.	Nagy Jenő	ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola	Budapest	Chikán Éva

15. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY, 2012

Az 1. forduló feladatai⁶

1. feladat

Válasszuk ki az alábbi atommagok közül azokat, amelyek rendszámcsökkentő és rendszámnövelő béta-bomlással egyaránt bomlanak! Indokoljuk meg a választást.



2. feladat

Max von Laue (1879-1960) – Nobel díjas német fizikus – 100 évvel ezelőtt, 1912-ben először alkalmazott kristályokat a röntgensugárzás diffrakciójának kimutatására.

- Vajon miért nem bizonyultak megfelelőnek a hagyományos optikai rácsok?
- Mi volt a tudományos jelentősége az alkalmazott módszernek, amiért a német tudós 1914-ben Nobel díjban részesült?
- A röntgendiffrakciós módszert milyen célból használják ma is a kutatásban?

3. feladat

Egy ${}^{235}\text{U}$ mag egy neutron befogása nyomán elhasadt. Ennél a maghasadásnál a hasadást követő radioaktív bomlási folyamatok végeredményeként ${}^{89}_{39}\text{Y}$ és ${}^{144}_{60}\text{Nd}$ stabil izotópok keletkeztek.

- Milyen típusú és hány darab bomlás követte a maghasadást?
- Hány szabad neutron keletkezett?
- Számítsuk ki, hány MeV energia szabadult fel összesen a maghasadás, valamint a hasadványok radioaktív bomlása során!

Adatok: Atomtömegek: $M({}^{235}\text{U})=235,04392\text{u}$, $M({}^{89}\text{Y})=88,90585\text{u}$, $M({}^{144}\text{Nd})=143,910083\text{u}$, $M(\text{n})=1,00866\text{u}$. (Figyelem, ezek nem az atommagok tömegei, hanem az elektronok tömege is benne van ezekben az értékekben!) $u \cdot c^2=931,494088 \text{ MeV}$.

4. feladat

Egy beteg ${}^{131}\text{I}$ -et tartalmazó injekciót kapott. A testében maradt izotóp aktivitása 30 nap elteltével $2 \cdot 10^5 \text{ Bq}$.

- A jódnak hány százaléka ürült ki 30 nap alatt a szervezetből, ha a biológiai felezési idő 138 nap? (A szervezetbe jutott ${}^{131}\text{I}$ izotóp az anyagcsere útján ennyi idő alatt csökken a felére.)

⁶ Az első fordulót 2012. február 17-én tartották. Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér. A feladatok nem nehézségi sorrendben szerepelnek és tetszőleges sorrendben meg lehet őket oldani. A megoldáshoz bármilyen segédeszköz használható. Rendelkezésre álló idő 180 perc.

b) Mennyi volt a beteg testébe juttatott izotóp kezdeti aktivitása, ha a jódt radioaktív bomlásának felezési ideje 8 nap?

5. feladat

Az emberi szervezet átlagosan 18 % (tömegszázalék) szenet, és 0,2 % káliumot tartalmaz.

a) Mennyi aktivitása van egy 70 kg-os emberben a ^{14}C ill. ^{40}K izotópnak?

b) Becsüljük meg az éves sugárterhelésünk nagyságrendjét, amelyet a testünkben lévő radioaktív szén, ill. kálium atomoktól kaphatunk!

Adatok: A béta-sugárzás sugárzási tényezője $w_r = 1$ (régebben ezt minőségi tényezőnek hívták és Q -val jelölték). Az előfordulási gyakoriságok, a felezési idők, valamint az egyes izotópok által kibocsátott béta-sugárzás átlagos energiája a következő táblázatban található:

	Gyakoriság	Felezési idő (év)	β -sugárzás átlagos energiája
^{14}C	10^{-12}	5730	0,15 MeV
^{40}K	$1,17 \cdot 10^{-4}$	$1,248 \cdot 10^9$	0,8 MeV

6. feladat

2011 szeptemberében felröppent egy meglepő hír a médiában, miszerint egy, a CERN-ben folyó kísérlet során az ott keletkező nagy energiájú müon-neutrínok 60 ns-al (nanoszekundummal) korábban érkeztek meg a 730 kilométerre lévő Gran Sasso Laboratóriumban lévő detektálási helyre, mintha fényjelek lettek volna. Azaz úgy tűnik, mintha ezek a részecskék a fény (vakuumbeli) sebességénél nagyobb sebességgel haladtak volna!

a) Mekkora sebességtúllépést sejtetnek a kísérleti mérések?

b) Ilyen mérvű sebességtúllépésnél mennyivel előbb kellene megérkezniük a Földre egy 1000 fényévre lévő szupernova-robbanáskor keletkező neutrínónak –mint előhírnöknek–, a robbanással együtt járó nagyon erős fényfelvillanásnál?

7. feladat

2000 decemberében a következő hír jelent meg egy újságban:

„Miközben mindenki a rádiótelefonok állítólagos, rákot okozó hatásáról beszél, Franciaországban egy sokkal valószínűbb veszélyforrással foglalkoznak: radioaktívan sugárzó karórák kerültek kereskedelmi forgalomba. A hírek szerint az órák egyik sorozatának anyagába ^{60}Co került, ami egy radioaktív anyag, 5,271 év felezési idővel. A kobalt 60-as izotópja gamma-sugárzást bocsát ki magából, amely a legnagyobb áthatolóképeségű a háromféle radioaktív sugárzási fajtából. Az már bebizonyosodott, hogy a radioaktív

anyag még a hongkongi gyártás közben keveredett a karórák anyagába” írja a The Register.

Tegyük fel, hogy egy karóra anyagába 1 ng (nanogramm = 10^{-9} g) ^{60}Co került szennyező anyagként, és hogy az órát egy $M = 60$ kg tömegű ember viseli.

Adjunk becslést arra, hogy egy év alatt mekkora többletterhelés éri a karóra viselőjét? Vajon ez valós veszélyforrást jelent? A megoldás során milyen elhanyagolásokat végeztünk, és ezek hogyan módosítják a veszélyesség megítélését?

Adatok: A ^{60}Co β -bomlása során keletkező ^{60}Ni leányelem két γ -foton kibocsátásával jut alapállapotba.

A γ -fotonok energiája 1,33 MeV és 1,17 MeV. Tegyük fel, hogy csak a γ -fotonok jönnek ki az órából, és hogy a kilépett γ -fotonok fele nyelődik csak el a szervezetben (az egész testben).

8. feladat

Egy $8 \cdot 10^6$ m/s sebességű α részecske érkezik nagy távolságból egy (nem rögzített) berillium (^9_4Be) atommag felé, a két részecskét összekötő egyenes mentén.

- Mennyire közelíti meg az α részecske a berillium magot a mozgása során?
- Milyen görbét kapunk, ha a részecskék minimális távolságát ábrázoljuk az α részecske kezdeti mozgási energiájának függvényében?
- Mi történik, ha az α részecske energiája akkora, hogy elérje a berillium magot?

Adatok: Az α részecske tömege $6,68 \cdot 10^{-27}$ kg, a berillium atommag tömege: $15,03 \cdot 10^{-27}$ kg.

9. feladat

A Szegedre tervezett ELI (Exterme Light Infrastructure) nevű szuperlézer igen rövid 20 femtoszekundum ($20 \cdot 10^{-15}$ s) idejű, de extrém nagy, 200 petawatt ($200 \cdot 10^{15}$ W) teljesítményű fényimpulzusokat fog előállítani. (A lézerfény közepes hullámhosszát vegyük 550 nm-nek.)

- Mekkora energia koncentrálódik egyetlen fényimpulzusban?
- Hány foton lehet egyetlen impulzusban?
- Hány hullámhossz „fér bele” egy ilyen rövid impulzusba?

10. feladat

A D(d,p)T magreakcióban a reakciót kiváltó deuteron mozgási energiája 1,2 MeV, és a keletkező proton 3,3 MeV mozgási energiával mozog a deuteron mozgásirányára merőlegesen.

Mekkora a reakcióban felszabaduló energia (E_r)?

Adatok: Az egyszerűbb számolás érdekében vegyük úgy, hogy a reakcióban résztvevő részecskék (p,D,T) tömegaránya rendre 1:2:3.

A döntő feladatai⁷

ELMÉLETI FELADATOK⁸

I. kategória

1. feladat

(Kitűzte: Radnóti Katalin)

A nagyenergiájú elektronok leírásához már relativisztikus összefüggést kell alkalmazni. Vizsgáljuk meg lehetséges-e, hogy egy nyugvó szabad elektron elnyelje a vele ütköző fotont!

2. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Az érintett erőművek Internetes honlapján, valamint a sajtóban megjelent adatok szerint az újszilvási naperőmű maximális teljesítménye 400 kW, és évente 630 MWh energiát állít elő. A naperőmű létesítési költsége 618 millió Ft volt.

A Paksi Atomerőmű blokkjai 2011-ben 15685 GWh villamos energiát állítottak elő, a négy blokk összteljesítménye 2000 MW.

- Az idő hányad részében működik a naperőmű (tegyük fel, hogy amikor működik, akkor maximális teljesítménnyel működik)?
- Az idő hányad részében működött a Paksi Atomerőmű 2011-ben (tegyük fel, hogy amikor működött, akkor teljes teljesítménnyel működött)?
- Hány – újszilvásihoz hasonló – naperőművet kellene építeni ahhoz, hogy a Paksi Atomerőmű által megtermelt éves villamosenergia mennyiséget kiváltsuk, és mennyi lenne ezek létesítési költsége?
- Ha ezek a naperőművek megépülnének, teljes egészében tudnák-e helyettesíteni az atomerőművet? Indokoljuk meg a választ!

3. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Egy tömegspektrométerben egyszeresen ionizált C_9H_{20} (nonán) és $C_{10}H_8$ (naftalin) molekula-ionok keverékéből álló nyalábot vizsgálnak. Kezdetben úgy tűnik, hogy minden molekula-ion a detektornak ugyanarra a pontjára csapódik be. Amikor azonban a spektrométer felbontását jelentősen megjavítják, a molekula-ionok szétválnak, és a detektor különböző helyeire csapódnak be. Ez lehetővé teszi azt, hogy meghatározzák a molekula-ionok tömege közötti igen kis különbséget. A mért tömegkülönbség: $\Delta m = 0,09390032 \pm 0,00000012$ u. Itt u az atomi tömegegység.

- Melyik molekula nagyobb tömegű, és miért?

⁷ A döntőt 2012. április 21-én Pakson tartották.

⁸ A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésre. Minden segédeszköz használható. Minden feladatot külön lapra írjon, s minden lapon legyen rajta a megoldó kódja. A feladatok NEM nehézségi sorrendben szerepelnek. Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér.

b) Határozzuk meg a mért tömegkülönbség felhasználásával, hogy mekkora a hidrogénatom tömege, és annak a mérési bizonytalansága, atomi tömegegységekben kifejezve!

4. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Bizonyítsuk be, hogy a tükörmagok kötési energiájának különbségére igaz, hogy:

$$|\Delta E_k| = konst \cdot A^{\frac{2}{3}} \cdot |Z - N|,$$

bármelyik magnak a tömegszámát, rendszámát, ill. neutronsámát írjuk is be ebbe a kifejezésbe!

Megjegyzés: Tükörmagnak nevezünk két atommagot (pl. a és b), ha egymásból a neutron- ill. protonszám felcserélésével kaphatók, azaz ha $N_b = Z_a$, és $Z_b = N_a$.

5. feladat

(Kitűzte: Szűcs József, Marx György feladata alapján)

A természetes uránban a ^{235}U és ^{238}U izotóp atomok számának aránya kereken 1:140. Tegyük fel, hogy gyors neutronok hatására csak az ^{235}U magok hasadnak el, miközben átlagosan hasadásonként 2,4 szabad neutron keletkezik, az ^{238}U magok pedig hasadás nélkül elnyelik a gyors neutronokat miután gamma-fotonok kibocsátása mellett ^{239}U maggá alakulnak.

A hasadási láncreakció során a neutronsokszorozó rendszerben lévő, N db. szabad neutronból (miután azok az uránmagokban elnyelődtek) $k \cdot N$ neutron válik szabaddá. Az önfenntartó láncreakció megvalósításának feltétele, hogy a sokszorozási tényezőre $k \geq 1$ teljesüljön.

a) Legalább hány százalékra kell feldúsítani a természetes uránt, hogy a láncreakció gyors neutronokkal megvalósuljon? (Ez történik az uránbombánál.) Tegyük fel, hogy a gyors neutronokat mindkét uránizotóp azonos valószínűséggel nyeli el!

b) A termikus (lassú) neutronok 200-szor akkora valószínűséggel fogódnak be a ^{235}U magokba, mint az ^{238}U magokba. Vizsgáljuk meg, hogy ha termikus (lassú) neutronokkal akarjuk megvalósítani a láncreakciót, akkor megvalósulhat-e a természetes uránban a láncreakció folyamata!

c) A kapott eredmény alapján adjunk választ arra, hogy a Paksi Atomerőmű reaktoraiban miért kell kis mértékben (3 - 5 %-ra) dúsított uránt használni!

d) Működhetnek-e dúsítás nélküli, természetes urán üzemanyaggal reaktorok? Ha nem, miért nem, ha igen, hogyan lehet ezt megvalósítani?

6. feladat

(Kitűzte: Papp Gergely)

Egyes repülőtereken nemrégiben vezették be az egéssztest szkennereket. A működésük egyik alapja a röntgen-visszaszórásos leképezés, ahol a bőr felületéről visszaszóródó röntgensugarakkal térképezik fel a testet. A

megfelelő képalkotáshoz 800 foton / pixel detektálási intenzitás kell 41,328 pm hullámhossz mellett. Egy pixel 40 mm², a visszaszórás hatásfoka 7%. Tegyük fel, hogy a vissza nem vert sugárzás a bőr felső 20%-ában elnyelődik. Egy átlagos 80 kg-os ember 1,8 m² felületű, tömegének 5%-át adja a bőre. Számítsuk ki, hogy a készülékkel történő szkennelés során az elnyelt fizikai dózis alatta marad-e a hatóságok által előírt 25 µGy, illetve a gyártási korlátként meghatározott 5 µGy értékeknek!

7. feladat

(Kitűzte: Papp Gergely)

A fémekben szabadon elmozdulni képes elektronokat felfoghatjuk úgy, mint egy plazmában lévő elektrongázt: a szabadon mozgó elektronok a pozitív töltésű atomtörzsekkel töltött részecskék kvázineutrális elegyét alkotják. Plazmákban csak olyan elektromágneses hullámok tudnak terjedni, amelyek frekvenciája nagyobb mint a plazmafrequencia:

$$f_p = 1/2\pi \cdot \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m_e}}.$$

Itt az n_e elektronsűrűséget 1/m³-ben mérjük, e az elemi töltés, m_e az elektron nyugalmi tömege és ϵ_0 a vákuum dielektromos állandója.

- Dimenzióanalízissel ellenőrizzük, hogy lehet-e helyes a képlet!
- Ennek a modellnek az alapján milyen sugárzásra kezd átlátszóvá válni a réz, amely atomonként egy darab, szabad elmozdulásra képes elektronnal rendelkezik?
- A mindennapi tapasztalatnak megfelelő, ésszerű eredményt kapunk?

Adatok: A réz moláris tömege 63,5 g/mol, sűrűsége 8,94 g/cm³.

8. feladat

(Kitűzte: Papp Gergely)

A levegő szén-dioxid tartalma 0,031 térfogat-százalék. A természetes ¹⁴C/¹²C izotóparány 1,14·10⁻¹², a ¹⁴C felezési ideje 5730 év.

- Hány kilogramm a Föld légkörének ¹⁴C tartalma?
- Hány kilogramm ¹⁴C keletkezik a Föld légkörében a kozmikus sugárzás hatására évente, egyensúly esetén?
- A kozmikus sugárzást éppen 100 éve fedezték fel. Milyen folyamat eredményeként jöhet létre a ¹⁴C a légkörben?

Adatok: A légkör átlagos moláris tömegét vegyük 29 g/mol-nak. A Föld sugara 6378 km.

9. feladat

(Kitűzte: Szűcs József)

- Mutassuk meg, hogy a CERN nagyenergiájú (4 - 7 TeV) protonjai sebességének a fénysebességtől való eltérését jól közelíti az alábbi összefüggés:

$$\Delta v = c - v = \frac{c}{2} \left(\frac{E_0}{E_{kin}} \right)^2,$$

ahol c a fény vákuumbeli sebessége, E_0 a protonok nyugalmi energiája, E_{kin} pedig a mozgási energiájuk!

b) Az összefüggés segítségével határozzuk meg, hogy mekkora $\Delta v = c - v$ értékkel marad el az LHC-ben tervezett 7 TeV-es protonok sebessége a vákuumbeli fénysebességtől!

c) Az LHC kísérletek során az elkövetkezendő időben – nem kevés erőfeszítések árán – a protonok energiáját 4 TeV-ről 7 TeV-ra tervezik emelni. Ezzel hány m/s-mal sikerül a részecskék sebességét megnövelni?

Útmutatás: A b) és c) feladatrészeknél a protonok nyugalmi energiáját vegyük kerekén 1 GeV-nek, a c fénysebességet pedig kerekén $c = 3 \cdot 10^8$ m/s -nak

10. feladat

(Kitűzte: Radnóti Katalin)

A tapasztalat szerint a Cl_2 klórmolekulát $8,65 \cdot 10^{13}$ Hz frekvenciájú fénnel lehet rezgésbe hozni.

a) Ennek ismeretében következtessünk az I_2 jódmolekula rezgési frekvenciájára. Tegyük fel, hogy a két molekulában az atomokat összetartó, rugalmasnak tekinthető erő „rugóállandója” közel egyenlő.

b) Mekkora a jódmolekula gerjesztéséhez szükséges foton energiája és hullámhossza, és ez az elektromágneses sugárzás mely tartományába esik?

c) Hogyan viszonyul a rezgés gerjesztéséhez szükséges foton energiája a I_2 jódmolekulák hőmozgásának átlagos energiájához szobahőmérsékleten?

d) Figyelembe kell-e venni ezt a rezgési gerjesztést a fajhő számításakor? Ha nem, miért nem, ha igen, akkor ez a fajhő növekedését vagy csökkenését okozza?

Adatok: A Cl_2 moláris tömege 71 g/mol, a I_2 moláris tömege 254 g/mol.

II. kategória⁹

9. feladat

(Kitűzte: Vastagh György)

A ^{35}Cl magot gyors neutronokkal bombázva ^{35}S mag keletkezik, amely 88 nap felezési idővel negatív β bomlást szenved 167 keV energia felszabadulása közben.

- Írjuk fel a két reakció egyenletét!
- Határozzuk meg a reakció során felszabadult, vagy elnyelt energiát!
- Határozzuk meg azon kezdeti ^{35}S magok számát, amelyek bomlása során az első másodpercben 20 J energia szabadul fel!

Adatok: $m_{\text{Cl}} = 34,98007 \text{ u}$, $m_{\text{S}} = 34,98022 \text{ u}$, $u = 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

10. feladat

(Kitűzte: Vastagh György)

A ^{60}Co radioaktív izotóp 0,3 MeV átlagos mozgási energiájú β^- részecskéket bocsát ki 5,24 év felezési idővel. A keletkezett leánymag ezt követően két γ foton kibocsátásával kerül alapállapotba. A fotonok energiája 1,17 MeV, illetve 1,33 MeV.

- Írjuk fel a két bomlási folyamatot!
- Számítsuk ki, hogy mennyi energiát visznek el 1 óra alatt 2 mg ^{60}Co -ból a béta-bomlások során kilépő elektronok, valamint a leánymag által kibocsátott fotonok!
- A kibocsátott fotonok egy ólomlemezkből fotoelektronokat váltanak ki. Mekkora ezek sebessége, ha a kilépési munka az ólomból 4,14 eV.

Adatok: Az elektron nyugalmi energiája 0,511 MeV.

⁹ 1-8. feladat megegyezik az I. kategória feladataival.

KÍSÉRLETI FELADAT

Színszűrő elnyelési állandójának mérése, és hullámhosszfüggésének megállapítása

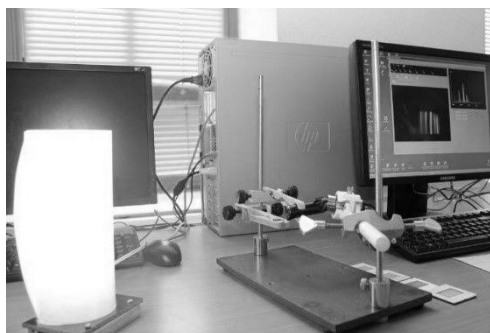
A radioaktív sugárzások fontos tulajdonsága az áthatolóképesség. Ugyanígy fontos a különböző anyagok radioaktív sugárzást elnyelő képessége. Ez függ az anyagi minőségtől, az áthatoló sugárzás fajtájától, és a sugárzás energiájától is. Mérésünk során radioaktív sugárzás helyett fényre vonatkozó elnyelő képességet mérünk, különböző energiákra.

A méréshez rendelkezésre áll:

Egy rácsos spektroszkóp, egy webkamera, számítógép a színek felvételéhez alkalmas programmal (spektroszkóp.exe), egy energiatakarékos izzó, mint „sugárforrás”, egy értékelő program (spektrum.exe) a kapott színek számszerű elemzéséhez, 5 db, növekvő rétegszámú színszűrő.

Feladatok

Keressük meg a spektroszkóppal az elérhető legjobb színeképet, és végezz hullámhossz kalibrációt. A feladat megkezdése előtt készítsünk az asztalra egy, a saját kóddal jelölt mappát. A kapott spektrumot, a kamera képét és a kapott intenzitás képét a saját kóddal jelölt mappába mentjük ki (minden más eredmény is ide kerül. A mentésnél ügyeljünk a nevek megadására, mert a szoftverben három adatot is ugyanazzal a névvel jelöltek.) A fájl menüben lévő paranccsal mentjük ki az intenzitás számszerű értékeit. Végezzük ezt el a színszűrőkön átbocsátott fényvel is.



A méréshez előkészített eszközök

A kapott értékeket Töltsük be a spektrum nevű programba, és mérjük meg a csúcsok alatti területeket. A kapott adatokból határozzuk meg a látható nagyobb csúcsokra a színszűrők elnyelési állandóját, és ábrázoljuk az értékeket a hullámhossz függvényében.

Az elnyelési állandó kiszámításhoz megadjuk az elnyelés képletét: $I(t) = I(0)e^{-\mu x}$. $I(t)$ a mért intenzitás, $I(0)$ az eredeti (előző) intenzitás, μ az elnyelési állandó, x a rétegvastagság. Egy spektrumvonal intenzitása a csúcs alatti területtel arányos.

Készítsünk jegyzőkönyvet, ami tartalmazza a mérés menetét, a mért adatokat és a számított eredményeket. Végezzünk hibaelemzést is!

Segítség a méréshez

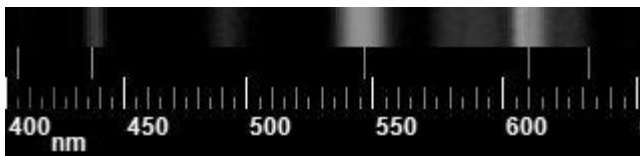
A hullámhossz kalibrálása:

A jobb láthatóság elérése miatt célszerű a kamera menüben a 640·480-as felbontást beállítani. A program mintavételi ablakában mindig megjelenik 5 darab, a kalibrációhoz használható vonal



A kalibráció során a kapott energiatakarékos fénycső spektrumát kell ezekhez a vonalakhoz igazítani. Először írjuk be a diszperziós elem rácsállandójának reciprokát a rácsállandó értékét beállító elembe (a mi spektroszkópunk rácsállandója 10^{-3}mm , ennek a számnak a reciproka kerül a mezőbe).

Ezután mozgassuk be a spektrum egy szeletét a mintavételi ablakba az *Xpos* és az *Ypos* értékek változtatásával.



Először tegyük a helyére a 436,6 nm Hg (kék) vonalat (*Xpos*), majd a kamera korrekciós (kamera *K*) faktor elemmel nyújtuk, vagy zsugorítuk a hullámhosszskálát oly módon, hogy az 546,5 nm (zöld) Hg vonal (korrekció) is a helyére kerüljön. Ezt a két lépést ismételgessük addig, amíg sikerül elérnünk a legjobb beállítást. A program ezeket a beállításokat elmenti, így a következő használat esetén már nem szükséges a beállítás, csak abban az esetben, ha a spektroszkóp valamiért elmozdult.

Itt a lapon, a színek nem látszanak. A ságóban minden színes, és részletesen le van írva.

Spektrum értékelése: A mi spektroszkópunk felbontása nem túl nagy, így mérésünk becslésre alkalmas. A Spektroszkóp programból az adatokat név.txt fájlként (Fájl menü, intenzitás mentése fájlba) mentjük ki, és töltjük be a Spektrum nevű programba. A sárga, függőleges vonal kijelöli a csúcok határait, és beszínezi a mérendő területet. Mozgatni tudjuk a vonalat a ctrl+alt billentyűk és a kurzormozgató nyilak segítségével. (Ha így akarjuk kijelölni a területet, folyamatosan nyomni kell a gombokat). Másik kijelölési lehetőség a min és a max ablakokba beírni az előbb a vonal mozgatásával előre megállapított értékeket.

SZÁMÍTÓGÉPES FELADAT

Bevezetés

Az atomreaktorok energiatermelését a maghasadások sorozata az ún. láncreakció biztosítja. Ezért kulcsfontosságú, hogy a láncreakció pillanatnyi állapotát (időbeli változásának menetét) pontosan ismerjük. A véges méretű reaktorokban lezajló láncreakció egészének időfejlődése egyetlen paraméterrel jellemezhető, ez az *effektív sokszorozási tényező*, jele k_{eff} , amit most az egyszerűség kedvéért k -val jelölünk. Ez alapján a láncreakció lehet

- időben állandó (*kritikus*), ekkor $k = 1$;
- időben csökkenő (*szubkritikus*), ekkor $k < 1$;
- időben növekvő (*szuperkritikus*), ekkor $k > 1$.

Az energiatermelő atomreaktorok ideális üzemállapota a *kritikus* állapot, ekkor időben állandó az energiatermelés, ezáltal egyenletes teljesítményen működik az üzem.

A kritikusság állapotát azonban valamilyen módon létre kell hozni, ezt biztonsági szempontok miatt mindig úgy teszik, hogy a reaktorban mélyen *szubkritikus* rendszert hoznak létre, majd fokozatosan („alulról”) közelítik a *kritikus* állapotot. Ezzel a módszerrel biztosított, hogy nem történik reaktormegszaladás, amikor is a láncreakció menete, ezáltal a reaktor teljesítménye túlságosan gyorsan emelkedik.

Ahhoz, hogy tudjuk, milyen messze van a reaktor a kritikus állapottól, pontosan ismernünk kell a *szubkritikus* rendszer k értékét. Ez az ún. *szubkritikus neutron sokszorozással* meghatározható, melynek lényege, hogy ha egy külső forrást *szubkritikus* reaktorba helyezünk, akkor időben állandó neutronszám (vagy teljesítmény) alakul ki. Legyen N az adott elrendezésben beállt konstans neutronszám, S az időben állandó külső forrásból származó állandósult neutronszám (urán nélküli, $k=0$ esetben), akkor

$$N = \frac{S}{1 - k}.$$

Tehát a külső forrás által létrehozott állandósult neutronszám ismeretében az egyes már uránt is tartalmazó összeállításokhoz tartozó állandósult neutronszám mérésével közvetlenül számítható az effektív sokszorozási tényező.

A k azonban egy speciális mennyiség, függ a reaktor méretétől, geometriájától és anyagi összetételétől. Az anyagi összetételtől való függés érthető, hiszen nem mindegy milyen és mennyi hasadóanyag, ill. egyéb anyagtípus (pl.: moderátor, abszorbens, tartóelem stb.) van a reaktorban. A geometria fontossága a neutronok kifolyása miatt jelentős. A neutronok két hasadás között szórások révén veszítenek energiájukból, miközben valamekkora utat

bejárnak a reaktorban. Ha a neutron a reaktor felületéhez közel kerül, vagy eleve ott keletkezett, akkor nagy valószínűséggel kilép a zónából, így a láncreakció szempontjából elveszett, nem válthat ki újabb hasítást (ez a kifolyás). Ezt a hatást csökkenteni kell, ezért fontos tényező a felület/térfogat arány (kifolyás/keletkezés) a reaktorok geometriájának megválasztásakor.

A következő feladatokban a *szubkritikus* rendszerek *sokszorozási tényezőjét* és a geometriának a láncreakcióra gyakorolt hatását kell megvizsgálni egy egyszerűsített szimulációs modellen keresztül.

Ismerkedjünk meg a programmal!

A program a pr4.exe fájljal indítható. Indítás után válasszuk ki a nyelvet (itt most az egyszerűség kedvéért csak magyar) majd adjuk meg az azonosítónkat. Elsőként ismerkedjünk meg a program kezelőfelületével, próbáljunk meg építőteglákat elhelyezni a rácson (uránt, neutronforrást és detektort – a többit nem fogjuk használni). Vizsgáljuk meg hogyan tudunk neutron forráserősséget állítani (nyomjunk jobb gombot az oldalpanelen a neutronforrás feliraton). Próbáljuk ki hogyan tudunk időgrafikont ábrázolni, hogyan tudjuk átállítani az üzemanyag típusát, hogyan tudunk konfigurációkat elmenteni és betölteni. Nézzük meg mi található az egyes fűlek alatt, illetve hogyan tudjuk a program futását vezérelni (indítás, leállítás, folytatás, léptetés). A fűlek közül a mérés során a teljes neutronszámon és a detektor által mért neutronszámon kívül másra nem lesz szükségünk.

Fontos hogy a program mérés szempontjából fontos funkcióit jól tudjuk kezelni, probléma esetén kérjünk segítséget a felügyelőktől! A programmal való ismerkedés ideje ne haladja meg a 15 percet, különben nem lesz elég idő a feladatok megoldására!

Feladatok

1. feladat – kritikussági kísérlet

A feladat során **kritikussági kísérletet** fogunk végrehajtani – az egyszerűség kedvéért – tiszta 235-ös urán üzemanyaggal, moderátor nélkül. Ennek során üres reaktorzónával indulva, *biztonságos* lépésenként haladva folyamatosan növeljük a rendszer sokszorozási tényezőjét, majd végül túllépjük a kritikusságot, kismértékben

szuperkritikussá tesszük a rendszert. Ilyen módon meghatározzuk a rendszer adott geometriához rendelt kritikus tömegét. A tömeget az urántömbök számával mérjük, jelöljük ezt m -el. A mérés során mindig a **gyors** neutronok számát figyeljük, a termikus populációt hagyjuk figyelmen kívül.



Szimulációs feladat a monitoron

1. Állítsunk be 100% U-235 üzemanyagot, a neutronforrás erősségét pedig állítsuk 200-ra.

Figyelem! Ez azt adja meg, hogy a forrás hány neutront bocsájt ki időlépésenként, ami nem azonos az (1) képletben szereplő, a tisztán forrás által egy adott geometriában létrehozott állandósult neutronszámmal!

2. Helyezzünk egy forrást a (sor, oszlop)=(8,8) pozícióba, illetve egy detektort a (8,18) pozícióba. (A számozás a széleken 0-val kezdődik - figyeljük a kiírást!)

3. Indítsuk el a szimulációt, majd várjuk meg, amíg beáll az állandósult állapot (használjuk az időgrafikont!) Mivel a beütésszámok szórása a beütések gyökével arányos, ezért a relatív mérési bizonytalanság annál kisebb, minél több neutron van a rendszerben. Tehát ahogy közeledünk a kritikusság felé, relatíve annál pontosabban tudjuk megállapítani az állandósult neutronszámot.

4. Olvassuk le a zónában található teljes-, illetve a detektoron mért gyors neutronszámot, ez lesz az (1) képletben használt S forrástag a teljes reaktorra, illetve a detektorra vetítve.

A továbbiakban ezt használjuk fel k számításához.

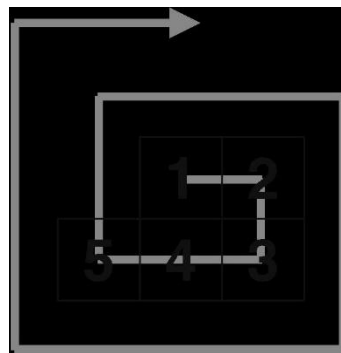
5. Helyezzünk be egyetlen urántömböt a reaktor (8,13) pozíciójába, éppen a forrás és detektor közé félúton. Az állandósult állapot beállta után mérjük meg az $m=1$ -hez tartozó N neutronszámot, és számítsuk ki belőle az (1) képlet alapján a k értékét mind a teljes, mind a detektor által mért neutronszámra alapozva.

Figyelem!

Soha ne a detektor által alul kiírt pillanatnyi k értékét olvassuk le, mert az erősen ingadozik.

6. Az ábrán látható sorrendben haladva helyezzünk be újabb és újabb urántömböket a reaktorba, és az egyes módosítások után az állandósult állapot elérését követően mindig határozzuk meg a kétféle (teljes, ill. detektoros) k értéket. A szimulációt nem szükséges mindig nulláról újraindítani, menet közben is be lehet tenni az urántömböket.

7. Az első néhány tömb behelyezése után *kezdjük el készíteni egy grafikont, ahol a k értékét ábrázoljuk az urántömbök számának függvényében*, mind a kétféle neutronszámra alapozva (rajzoljuk ugyanabba a koordinátarendszerbe a két görbét). Ez a grafikon a mérés legfontosabb eleme. Ezzel menet közben egyszerű *extrapoláció* segítségével minden lépésben *megbecsülhetjük* a kritikus tömeget. Ezen becslést felhasználva az első pár tömb után már haladhatunk nagyobb lépésekben (2-4 tömb berakásával egyszerre) úgy, hogy



továbbra is szubkritikus állapotban tartjuk a reaktort. Minden újabb adag urán behelyezése után határozzuk meg k -t, majd pontosítsuk a kritikus tömegre vonatkozó becslésünket, hogy meghatározzuk, biztonságosan még mennyi uránt tehetünk be a következő lépésben. Törekedjünk arra, hogy az egész mérés során legalább 10-15 adatpontunk legyen, de nem kell egy-egy tömbönként haladni! *Minden lépés esetén röviden indokoljuk meg, hogy miért éppen annyi urántömböt adtunk hozzá a zónához a következő lépésben, amennyit!*

8. Folytassuk a folyamatot egészen addig, amíg már nagyon közel érünk a kritikussághoz ($k > 0.9$), ekkor váltsunk ismét tömbönkénti berakásra. Megfigyelhetjük, hogy minél közelebb vagyunk a $k=1$ értékhez, annál többet kell várni az állandósult állapot beállítására. Miért lehet ez?

9. A kritikus állapot nem feltétlenül egész m esetén következik be, ezért könnyen lehet, hogy az utolsó lépésben szubkritikusból egy urántömb hozzáadásával már egyből szuperkritikusba fordul a rendszer ($k > 1$). Ennek elérését az jelzi, hogy nem tudunk állandósult állapotot elérni, a neutronok száma a reaktorban az idővel nem asszimptotikusan tart egy értékhez, hanem exponenciálisan nő. A mérésünk alapján az adott geometriában *mekkora lehet a kritikus tömeg?*

10. A szimulációs feladat során a detektoros- illetve teljes neutronszámonkon alapuló k meghatározások közül *melyik vezet a biztonságos úton a kritikusságba, és miért?*

2. feladat – kritikussági kísérlet „visszafelé”

Az első feladat végrehajtása és a kérdések megválaszolása után hajtsuk végre a kritikussági kísérletet „visszafelé” is: mérjük meg k értékét azon tömegek mellett ahol már korábban is, de most visszafelé, kívülről építsük fel ugyanazt a geometriát. (Tipp: most hogy már ismerjük a kritikus tömeget, nem kell olyan óvatosan eljárunk, mint eddig. Nem szükséges az egész reaktort szétszedni és újra összerakni előlről – hogyan lehet másképp, a legkevesebb anyagmozgatással elvégezni ezt a feladatot, a második fajta $k(m)$ görbék kimérését?)

1. Mit tapasztalunk, milyen eltérés lesz az így kapott $k(m)$ görbékben az 1. Feladatban mértékhez képest?

2. A mérés során nyert tapasztalatok alapján döntsük el, hogy a valódi reaktorokat „kívülről befelé”, vagy „belülről kifelé” kell-e felépíteni? Indokoljuk meg a válaszunkat!

3. Mi lehet a kapott eredmény fizikai oka?

3. feladat

Miután az 1. feladatban meghatároztuk a kritikus tömeget, vegyük a lehető legnagyobb négyzet alakú szubkritikus elrendezést, legyen az ezt alkotó tömbök száma X .

1. Hány tömbből áll ez a rendszer, mekkora X értéke?

A következőkben minden elrendezést *pontosan* X urántömb segítségével építsünk meg. Ismét helyezzük a forrást a (8,8) pozícióba, a detektorra most nem lesz szükségünk, azt távolítsuk el. A korábbi feladatokban meghatározott X számú építőkockából építsünk a 13-as oszlopra mint függőleges tengelyre nézve tükrörszimmetrikus elrendezéseket úgy, hogy minden urántömb legalább egy másik urántömbbel lapjával érintkezzen, ne legyen szabadon álló tömb (átlós érintkezés nem jó).

2. Építsünk olyan tükrörszimmetrikus elrendezés párokat, amelyek egymásból egyetlen urántömb áthelyezésével kaphatók, és vizsgáljuk ezen párosok sokszorozási tényezőjének különbségét! Az egyes elrendezések sokszorozási tényezőjét mindig a korábban is használt (1) képlet segítségével állapítsuk meg a reaktorban található teljes neutronszámból.

3. Próbáljuk megtalálni ezen elrendezésekből azt a párt, ahol a lehető legnagyobb k változást okozza egyetlen tömb áthelyezése! A zsűri munkáját segítő az elkészült párokat mentsük le a program mentés opciójával, illetve képként is!

4. Indokoljuk meg a választásunkat, írjuk le gondolatmenetünket!

(Az erre a részfeladatra kapható pontszámokat a legnagyobb k változást elért versenyzőhöz skálázzuk.)

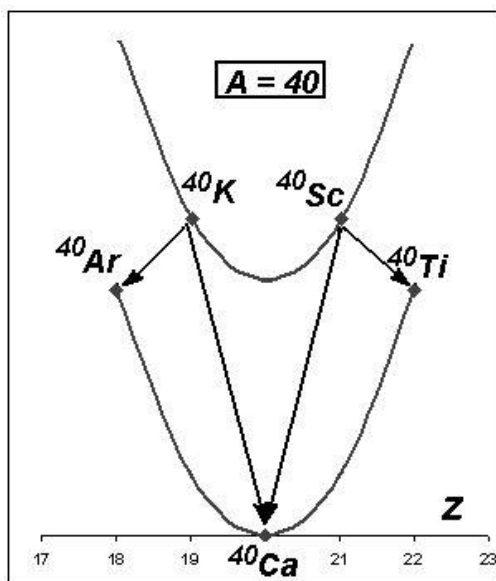
Próbáljunk meg minden, a leírásban feltett kérdésre választ és indoklást találni. A munkát minden feladatpontban folyamatosan dokumentáljuk, a pontozás alapja az elkészített grafikonok és jegyzőkönyvek minősége, a gondolatmenetek és indoklások helyessége. Minden pontban indokoljuk meg a lépéseinket. A jegyzőkönyv készítéséhez szükség esetén használhatunk olyan számítógépes programokat (számológép, excel, stb), amelyek a szimulációs számítógépen találhatóak. Saját gépet, „okostelefont” stb. a Verseny szabályai szerint tilos használni. Minden elektronikus fájlt a mérés során az azonosítónkra nevezett mappában mentsük le, ezt a forduló után a zsűri a kiértékeléshez a gépekről lementi. A zsűri – a papíron beadott jegyzőkönyv mellett - csak azokat a fájlokat tudja figyelembe venni, amelyek ebben a mappában vannak. Törekedjünk a szisztematikus munkára és átlátható jegyzőkönyvre.

Jó munkát!

Az 1. forduló feladatainak megoldásai

1. feladat megoldása

Páros tömegszámot kétféleképpen is kaphatunk: páros-páros, ill. páratlan-páratlan atommagokkal. Ezek viszont a pár-energia szempontjából különböznek. Ezért a páros tömegszámú izobárok nál az atommagok nem egyetlen, hanem két „parabolán” helyezkednek el az energiavölgyben. A páros-páros magok erősebben kötöttek, a páratlan-páratlanok gyengébben, ezért a páros-páros magok „parabolája” mélyebben van az energiavölgyben, mint a másik. Ez lehetővé teszi azt, hogy a páratlan-páratlan magoknak két olyan szomszédjuk is legyen, amelyek energetikailag kedvezőbb helyzetben vannak.



A kis tömegszámok esetén azonban a parabola olyan „meredek”, hogy ott az alacsonyabb energiájú parabolán elhelyezkedő szomszédok is magasabbra kerülnek. Ezek miatt csak nagyobb rendszámú páratlan-páratlan magoknál várható ilyen bomlás, a minimumtól nem túl távol.

A fenti megfontolások alapján tehát a listában lévő páratlan-páratlan atommagok:

${}_{7}^{14}\text{N}$	Túl kicsi a rendszám, nem bomlik
${}_{19}^{40}\text{K}$	Jó
${}_{21}^{40}\text{Sc}$	Jó *
${}_{81}^{204}\text{Tl}$	Jó

2. feladat megoldása

a) Az optikai rácsok rácsállandója $10^{-6} - 10^{-5}$ m nagyságrendű, közel esik a látható fény hullámhosszához (10^{-7} m) nagyságrendjéhez, így a látható fény hullámként elhajlik az optikai rácson. A röntgensugárzás hullámhossza viszont

* A valóságban a ${}^{40}\text{Sc}$ csak egyik irányban bomlik. A magok tényleges elhelyezkedése olyan, hogy a ${}^{40}\text{Ti}$ „feljebb” van, ezért energetikailag kedvezőbb a fordított folyamat, a ${}^{40}\text{Ti}$ elektronbefogással való bomlása. Ennek ismeretét azonban nem kértük számon a versenyzőktől.

mintegy 2-5 nagyságrenddel kisebb a látható fényénél 10⁻⁹- 10⁻¹² m. Így a röntgensugárzás számára túlságosan nagy az optikai rácsok rácsállandója, ezért nem mutatkozik meg a röntgensugárzásnak az optikai rácson való keresztülhaladásakor a tipikus hullámjelenség, a diffrakció.

b) Max von Laue azzal, hogy röntgensugarak kristályokon való diffrakcióját kimutatta 1912-ben „két legyet ütött egy csapásra”:

– Végre sikerült egyértelműen igazolni, hogy a korábban – 17 éve, 1895-ben – felfedezett láthatatlan X-sugarak (röntgensugarak) a látható fényhez hasonlóan az elektromágneses hullámok nagy családjába tartoznak, csupán a hullámhosszuk jóval kisebb, mint a látható fényé.

- Másrészt, mivel a kristályok hullámelhajlást létrehozó természetes rácsként viselkedtek, beigazolódott, hogy a kristályt alkotó atomi részecskék a kristályban szabályos rendet, ún. kristályrácsot alkotnak. Mindezt korábban csak feltételezték, de meggyőző kísérleti bizonyítékként Max von Laue kísérlete szolgált először. Ezért a tudományos világban – több szkeptikus tudóst meggyőzve – ekkor vált végleg elfogadottá az anyag atomelmélete.

c) Egyrészt a röntgenspektroszkópiában kristályokat használnak a röntgensugarak spektrumának előállítására. Másfelől az anyagszerkezeti kutatásokban ismert hullámhosszúságú röntgensugarakat használva a legkülönbözőbb kristályok jellemző *rácsállandóit* határozzák meg hullámdiffrakció segítségével.

3. feladat megoldása

M-el az atomtömeget, *m*-el a magtömeget jelöljük ezentúl, a félreértések elkerülése végett. A feladat az összes felszabaduló energiát kérdezi. A maghasadás során egy neutronból és egy ²³⁵U-ből keletkezik két hasadvány (X1 és X2), illetve valahány neutron. A végtermékek ⁸⁹Y és ¹⁴⁴Nd, mindkettő stabil. Tudjuk, hogy a hasadványok radioaktívak, tehát ezek még valamilyen további bomlásokon is átesnek, mire a stabil hasadási termékek létrejönnek. A tömegszámok összege 233. A kiindulásban az összes tömegszám 236. Ez azt jelenti, hogy nem volt alfa-bomlás (hiszen akkor minimum 4-el lenne kisebb a végső összes tömegszám). Tehát a hasadás során 3 neutron vált szabaddá.

Az Y rendszáma 39, az Nd-é 60, ami azt jelenti, hogy az összes protonszám végeredményben 99. Kezdetben 92 volt, tehát 7 béta-bomlás történt (mivel a rendszám nőtt, így béta negatív bomlásokról van szó).

Tehát a két eredeti hasadványból összesen keletkezik még az Y, a Nd és 7 elektron. Felírva a tömegegyenleteket a hasadásra, majd a bomlási folyamatokra:

$$m_n + m_{U235} = 3 \cdot m_n + m_{X1} + m_{X2} + \Delta m_{hasadas} \quad (1)$$

$$m_{X1} + m_{X2} = m_{Y89} + m_{Nd144} + 7 m_e + \Delta m_{bomlas} \quad (2)$$

Az összes felszabaduló energia a két Δm összege, átrendezve:

$$\Delta m = \Delta m_{\text{hasadas}} + \Delta m_{\text{bomlas}} = [m_n + m_{\text{U235}} - (3 \cdot m_n + m_{\text{X1}} + m_{\text{X2}})] + [m_{\text{X1}} + m_{\text{X2}} - (m_{\text{Y89}} + m_{\text{Nd144}} + 7 \cdot m_e)] \quad (3)$$

Szerencsésen (és nem túl meglepő módon) kiesnek az ismeretlen magok tömegei, tehát

$$\Delta m = m_{\text{U235}} - (2 \cdot m_n + m_{\text{Y89}} + m_{\text{Nd144}} + 7 \cdot m_e) \quad (4)$$

Nekünk atomtömegek vannak megadva. A magtömeg az atomtömegeből kifejezhető az elektrontömeg levonásával: $m_Z = M_Z - Z \cdot m_e$. Ezt beírva:

$$\Delta m = M_{\text{U235}} - 92 \cdot m_e - (2 \cdot m_n + M_{\text{Y89}} - 39 \cdot m_e + M_{\text{Nd144}} - 60 \cdot m_e + 7 \cdot m_e) \quad (5)$$

Örömteli - de persze nem túl meglepő - módon láthatjuk, hogy $-92 = -39 - 60 + 7$, tehát az elektron tömege is kiesik az egyenletből (*ezért nincs is megadva!*). Végeredményben tehát:

$$\Delta m = M_{\text{U235}} - 2 \cdot m_n - M_{\text{Y89}} - M_{\text{Nd144}} = 235,04392 \text{ u} - 88,90585 \text{ u} - 143,910083 \text{ u} - 2 \cdot 1,00866 \text{ u} = 0,210667 \text{ u} \quad (6)$$

Aminek $0,210667 \text{ u} \cdot 931,494088 \text{ MeV/u} = 196,235 \text{ MeV}$ energia felel meg. Látható, hogy praktikusabb is az atomtömegek használata.

Megjegyzés: Természetesen fel lehet írni egyből a (6) egyenletet, ez is helyes megoldásnak tekinthető, de csak akkor, ha a tanuló megfelelően megindokolja, hogy miért nem vette figyelembe az elektronok tömegét!

4. feladat megoldása

Első megoldás:

A biológiai kiürülésre ugyanolyan exponenciális törvény érvényes, mint a fizikai bomlásra (erre utal a „biológiai felezési idő” fogalma is). Jelöljük T_1 -el a biológiai felezési időt, és T_2 -vel a radioaktív bomlás felezési idejét. A két csökkenési mód egymástól független, ezért

$$\frac{A(t)}{A_0} = 2^{-\frac{t}{T_1}} \cdot 2^{-\frac{t}{T_2}}$$

Ez tovább írható:

$$\frac{A(t)}{A_0} = 2^{-t\left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\right)}$$

Ebből a kezdeti aktivitás:

$$A_0 = A(t) \cdot 2^{t\left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\right)} = 2 \cdot 10^5 \cdot 2^{30\left(\frac{1}{138} + \frac{1}{8}\right)} = 2 \cdot 10^5 \cdot 2^{3,967} = 3,13 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$

b) Tehát az eredeti aktivitás $3,13 \cdot 10^6 \text{ Bq}$ volt.

a) A kiürült jód százalékos aránya pedig:

$$\frac{(31,3 - 2) \cdot 10^5}{31,3 \cdot 10^5} \cdot 100 = \frac{29,3}{31,3} \cdot 100 = \underline{93,6\%}$$

Második megoldás:

Az eredményhez természetesen eljuthatunk lépésenként is. Először kiszámítjuk, hogy külön a biológiai kiürülésből hányadrész marad meg 30 nap után, majd erre „visszakorrigálunk” (mintha nem lenne biológiai kiürülés), és csak a radioaktív bomlást vesszük figyelembe.

Csak a biológiai felezési időt véve figyelembe:

$$A(t) = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = A_0 \cdot 2^{-\frac{30}{138}} = A_0 \cdot 0,8601, \text{ tehát } \frac{A(t)}{A_0} = 0,8601, \text{ azaz}$$

14% ürült volna ki a biológiai feleződés miatt (ha nem lenne radioaktív bomlás, vagy ha nagyon hosszú lenne a radioaktív bomlás felezési ideje).

Az aktivitás anyagcsere nélkül nyilván $\frac{100}{86}$ -szor ekkora lenne, azaz

$$A(t) = \frac{100}{86} \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ Bq} = 2,325 \cdot 10^5 \text{ Bq}$$

Most már csak a radioaktív bomlásra kell visszakorrigálnunk:

$$A_0 = A(t) \cdot 2^{\frac{t}{T}} = 2,325 \cdot 10^5 \cdot 2^{\frac{30}{8}} \text{ Bq}$$

b) $A_0 = 3,13 \cdot 10^6 \text{ Bq}$. Tehát az eredeti aktivitás $3,13 \cdot 10^6 \text{ Bq}$ volt.

a) A kiürült jód százalékos aránya pedig:

$$\frac{(31,3 - 2) \cdot 10^5}{31,3 \cdot 10^5} \cdot 100 = \frac{29,3}{31,3} \cdot 100 = 93,6\%.$$

5. feladat megoldása

Először a részecskék számát határozzuk meg egy 70 kg-os emberben. A szénatomok tömege: $M_C = 70 \cdot 0,18 = 12,6$ kg. Ebben lévő szénatomok száma:

$$N_C = 12,6 \text{ kg} \cdot \frac{6 \cdot 10^{26} \frac{1}{\text{kmol}}}{12 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 6,3 \cdot 10^{26}.$$

A ^{14}C atommagok száma pedig: $N_{C14} = 6,3 \cdot 10^{26} \cdot 10^{-12} = 6,3 \cdot 10^{14}$.

A káliumatomok tömege:

$$M_K = 70 \cdot 0,002 = 0,14 \text{ kg}.$$

Az ebben lévő káliumatomok száma:

$$N_K = 0,14 \text{ kg} \cdot \frac{6 \cdot 10^{26} \frac{1}{\text{kmol}}}{39 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 2,15 \cdot 10^{24}.$$

A ^{40}K atommagok száma pedig:

$$N_{K40} = 2,15 \cdot 10^{24} \cdot 1,17 \cdot 10^{-4} = 2,52 \cdot 10^{20}.$$

Az aktivitás:

$$A = N \cdot \frac{\ln 2}{T},$$

ahol T a felezési idő (másodpercben).

Mivel egy évben $365 \cdot 24 \cdot 3600 = 31536\,000$ másodperc van, így

$$T_{C14} = 5730 \cdot 3,154 \cdot 10^7 \text{ s} = 180,7 \cdot 10^9 \text{ s} = 1,807 \cdot 10^{11} \text{ s, és}$$

$$T_{K40} = 1,248 \cdot 10^9 \cdot 3,154 \cdot 10^7 \text{ s} = 3,94 \cdot 10^{16} \text{ s}$$

Ezekkel az aktivitások:

$$A_{C14} = 6,3 \cdot 10^{14} \frac{0,693}{1,807 \cdot 10^{11} \text{ s}} = 2,416 \cdot 10^3 \text{ 1/s valamint}$$

$$A_{K40} = 2,52 \cdot 10^{20} \frac{0,693}{3,94 \cdot 10^{16} \text{ s}} = 4,432 \cdot 10^3 \text{ 1/s}$$

Ezek összesen $6848 \text{ Bq} \sim 7 \text{ kBq}$ aktivitást jelentenek

b) Feltehetjük, hogy valamennyi béta-részecskét az emberi test elnyeli. Ekkor az éves elnyelt energia

$$E = \left(2,4 \cdot 10^3 \frac{1}{s} \cdot 0,15 \text{ MeV} + 4,4 \cdot 10^3 \frac{1}{s} \cdot 0,8 \text{ MeV} \right) \cdot 3,15 \cdot 10^7 \frac{s}{\text{év}} =$$

$$1,22 \cdot 10^{11} \frac{\text{MeV}}{\text{év}} = 1,95 \cdot 10^{-2} \frac{\text{J}}{\text{év}}$$

Így az elnyelt dózis:

$$D_e = \frac{E}{m} = \frac{1,95 \cdot 10^{-2} \frac{\text{J}}{\text{év}}}{70 \text{ kg}} = 2,8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 0,28 \text{ mGy/év.}$$

Az egyenérték dózis (régebbi nevén dózisegyenérték) pedig $H = w_r \cdot D = 0,28 \text{ mSv/év.}$

6. feladat megoldása

a) Indítsuk el gondolatban egyszerre a neutrínókat és a fényt. A fény t idő alatt megtesz s utat, a neutrínók pedig ugyanennyi idő alatt $s + \Delta s$ utat. A két sebesség tehát:

$$c = \frac{s}{t}, \text{ illetve } c' = \frac{s + \Delta s}{t}.$$

Az első egyenletből nyilván $t = \frac{s}{c}$, ezt behelyettesítve a második egyenletbe kapjuk:

$$c' = c \frac{s + \Delta s}{s} = c \left(1 + \frac{\Delta s}{s} \right).$$

A sebesség-növekedés tehát:

$$\Delta c = c \cdot \frac{\Delta s}{s}.$$

A fényjel lemaradása a neutrínóktól: $\Delta s = 6 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 18 \text{ m.}$

A neutrínók fénysebesség-túllépése: $\Delta c = 3 \cdot 10^8 \frac{18}{730000} = 7400 \text{ m/s.}$

b) A szupernova robbanás helyétől a neutrínók Δt -vel érkeznek meg hamarabb a Földre. Az időkülönbségre felírhatjuk, hogy

$$\Delta t = \frac{s}{c} - \frac{s}{c + \Delta c} = \frac{s \cdot \Delta c}{c(c + \Delta c)} \approx \frac{s \cdot \Delta c}{c^2} = \frac{10^3 \cdot (3,15 \cdot 10^7 \text{ s} \cdot c) \cdot \Delta c}{c^2} =$$

$$= \frac{3,15 \cdot 10^{10} \text{ s} \cdot \Delta c}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 7,77 \cdot 10^5 \text{ s} \approx 9 \text{ nap}$$

7. feladat megoldása

A két gamma-foton együttesen $1,33 \text{ MeV} + 1,17 \text{ MeV} = 2,5 \text{ MeV}$ energiát visz el. Számoljuk ki, hogy 1 ng-ban hány ^{60}Co atom van:

$$N_0 = \frac{m}{M} 6,022 \cdot 10^{23} = \frac{10^{-9}}{60} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 10^{13} \text{ db.}$$

Egy év múlva N darab atom marad:

$$N = N_0 \cdot 2^{\frac{t}{T}} = 10^{13} \cdot 2^{\frac{-1}{5,2714}} = 8,77 \cdot 10^{12}.$$

Elbomlott tehát $N_1 = N_0 - N = 10^{13} - 8,77 \cdot 10^{12} = 1,23 \cdot 10^{12}$.

Számítsuk ki az összes elnyelt energiát, és mivel a gamma-sugárzás áthatolóképesége nagy, osszuk el az egész test tömegével, hogy a testsúlykilogramra számított elnyelt energiát (az elnyelt dózist) megkapjuk.

$$D = \frac{0,5 \cdot N_1 \cdot 2,5}{M} = \frac{(0,5 \cdot 1,23 \cdot 10^{12} \cdot 2,5)}{60} = 2,563 \cdot 10^{10} \frac{\text{MeV}}{\text{kg}}.$$

Ez Joule-ba átváltva $2,56 \cdot 10^{10} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} = 0,0041 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$.

Mivel a gamma-sugárzás sugárzási faktora $w_r = 1$ (régebben ezt Q minőségi tényezőnek hívták), így az egyenértékdózis $H = D \cdot w_r = 4,1 \text{ mSv}$.

A kobaltból 1 nanogramm is komoly terhelést jelent, hiszen gondoljunk pl. arra, hogy az egész nukleáris ipar által okozható éves dóziskorlát a lakosságra 1 mSv/év .

(Az 1 pont akkor is megadható, ha a tanuló csak megállapítja, hogy 4 mSv nagy terhelés, de nem indokolja meg, hogy miért).

A feladat megoldása során igen durva közelítés az, hogy az egész testre egyenletesen osztottuk szét a sugárterhelést, hiszen az órához közeli testrészek sokkal nagyobb dózist kapnak, mint az órától távoliak. Az órához közeli testrészek akár több nagyságrenddel nagyobb dózist is kaphatnak, mint a most kiszámított. Tehát az óra viselése valós veszélyforrás. Ezért egy ilyen óra viselése szigorúan tilos.

8. feladat megoldása

Első megoldás:

Az alfa-részecske adatait kisbetűvel, a berillium-mag adatait nagybetűvel jelöljük.

$$v_0 = 8 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{C}, \quad Q = 6,4 \cdot 10^{-19} \text{C}, \quad m = 6,68 \cdot 10^{-27} \text{kg},$$

$$M = 15,03 \cdot 10^{-27} \text{kg}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}.$$

A mozgást a „laboratóriumi rendszerben” írjuk le, amelyben, kezdetben a Be atommag nyugalomban van. A részecskék között ható Coulomb-erő a berillium atommagot gyorsítja, az alfa-részecskét pedig fékezi. A berillium-mag sebessége nő, az alfa-részecskéé csökken. Feltételezzük, hogy az α részecske a mozgása során nem éri el a magot. Ezért a köztük lévő távolság (x) eleinte csökken (mivel az alfa-részecske sebessége kezdetben nagyobb, mint a berillium magé), majd a távolság elkezd nőni, amikor már a ${}^9\text{Be}$ sebessége nagyobb lesz, mint az alfa-részecskéé. Akkor lesznek legközelebb egymáshoz, amikor a két mag sebessége éppen megegyezik. Erre az időpillanatra felírjuk a lendület-megmaradás és az energia-megmaradás törvényét:

a)

$$mv_0 = (m + M)u \text{ (lendület-megmaradás)}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(m + M)u^2 + \frac{kqQ}{x} \text{ (energia-megmaradás)}$$

Az első egyenletből $u = \frac{mv_0}{m + M}$ behelyettesítésével:

$$x = \frac{2kqQ}{v_0^2 \left(m - \frac{m^2}{m + M}\right)} = \frac{2kqQ}{v_0^2 \left(\frac{mM}{m + M}\right)}$$

Az adatok behelyettesítése után: $x = 1,2455 \cdot 10^{-14} \text{m}$.

b) Az x -re kapott fenti kifejezés mindkét oldalát $\frac{1}{2}mv_0^2$ -tel szorozva kapjuk:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 \cdot x = \frac{kqQ}{M}(m + M) = C. \text{ (állandó)}$$

Vagyis az alfa-rész kezdeti energiája és a részecskék közötti x minimális távolság szorzata állandó (fordított arányosság), így a függvény képe hiperbola lesz.

c) Amennyiben egy megfelelő energiájú α részecske elérné a magot, létrejönne az ismert atommag-reakció: ${}^9_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + {}^1_0\text{n}$

Második megoldás:

a) Tömegközépponti rendszerben írjuk le a mozgást. Tömegközépponti rendszerben az α -részecske sebessége:

$$v_{\alpha} = \frac{M}{M+m} v_0,$$

a Be sebessége pedig:

$$v_{\text{Be}} = -\frac{m}{M+m} v_0.$$

Akkor lesznek legközelebb egymáshoz, amikor a teljes mozgási energia potenciális energiává alakul, azaz

$$\frac{1}{2} m v_{\alpha}^2 + \frac{1}{2} M v_{\text{Be}}^2 = k \frac{q \cdot Q}{x}.$$

Behelyettesítve a sebességeket:

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{M}{m+M} \right)^2 v_0^2 + \frac{1}{2} M \left(\frac{m}{m+M} \right)^2 v_0^2 = k \frac{q \cdot Q}{x}$$

Ebből

$$x = \frac{2k \cdot q \cdot Q}{v_0^2 \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \left(\frac{mM}{m+M} \right)^2} = \frac{2k \cdot q \cdot Q}{v_0^2 \left(\frac{mM}{m+M} \right)}.$$

Az adatok behelyettesítése után: $x = 1,2455 \cdot 10^{-14} \text{ m}$.

A b) és a c) feladat megoldása pedig ugyanaz, mint az előző megoldásban.

9. feladat megoldása

a) Energia = teljesítmény·idő, azaz $E = (200 \cdot 10^{15}) \cdot (20 \cdot 10^{-15}) = 4000 \text{ J}$.

b) Egyetlen foton energiája az átlagos hullámhosszal számolva:

$$E_{\text{foton}} = (h \cdot c / \lambda) = 3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Fotonszám:

$$N = \frac{E}{E_{\text{foton}}} = \frac{4000}{3,6 \cdot 10^{-19}} = 1,11 \cdot 10^{22} \text{ darab foton}.$$

c) A fényimpulzus „hossza” a terjedési irányban:

$$\Delta x = c \cdot \Delta t = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20 \cdot 10^{-15} \text{ s} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ m}.$$

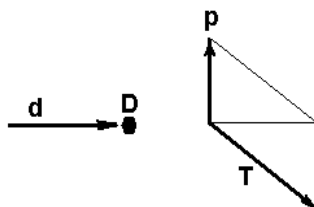
Ebbe

$$n = \frac{6 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 11$$

hullámhossz „fér bele”. Látszik, hogy egy ilyen rövid fényimpulzus csak néhány hullámhosszat tartalmaz.

10. feladat megoldása

A magreakció más alakban ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_1\text{H} + {}^1_0\text{n}$ (az összefüggéseket a céltárgy deuteron vonatkoztatási rendszerében írjuk fel, azaz $v_D = 0$). Az ábra a lendületvektorokat mutatja.



A mozgási energiára:

$$E = \frac{p^2}{2m},$$

így

$$p_p = \sqrt{2m_p E_p}; \quad p_d = \sqrt{2m_d E_d}; \quad p_T = \sqrt{2m_T E_T} \quad (1)$$

az ábra alapján:

$$p_T^2 = p_p^2 + p_d^2 \quad (2)$$

Így (1) és (2) –ből kapjuk:

$$E_T = \frac{m_p E_p + m_d E_d}{m_T} \quad (3)$$

Most már közvetlenül kiszámíthatjuk E_T értékét:

$$E_T = \frac{m_p}{m_T} E_p + \frac{m_d}{m_T} E_d = \frac{1}{3} 3,3 \text{ MeV} + \frac{2}{3} \cdot 1,2 \text{ MeV} = 1,1 + 0,8 = 1,9 \text{ MeV}.$$

A végállapotú részecskék összenergiája tehát:

$$E_p + E_T = 3,3 \text{ MeV} + 1,9 \text{ MeV} = 5,2 \text{ MeV}.$$

Ez nagyobb, mint a „befektetett” energia (a deuteron energiája). Tehát a reakcióban felszabaduló energia $= 5,2 \text{ MeV} - 1,2 \text{ MeV} = 4 \text{ MeV}$.

Másik megoldás a feladat második felére:

A (3) energiaegyenlet felhasználva kapjuk:

$$E_r = \Delta E = (E_T + E_p) - E_d = E_p \left(\frac{m_p}{m_T} + 1 \right) + E_d \left(\frac{m_d}{m_T} - 1 \right)$$

Mivel a magtömegek egyenesen arányosak az A tömegszámmal, így

$$E_r = E_p \left(\frac{A_p}{A_T} + 1 \right) + E_d \left(\frac{A_d}{A_T} - 1 \right) = 3,3 \text{ MeV} \cdot \left(\frac{1}{3} + 1 \right) + 1,2 \text{ MeV} \cdot \left(\frac{2}{3} - 1 \right)$$

Tehát: $E_r = 4,4 \text{ MeV} - 0,4 \text{ MeV} = 4 \text{ MeV}$.

A döntő feladatainak megoldásai

I. kategória

1. feladat megoldása

Első megoldás:

Legyen a szabad elektron kezdeti sebessége 0, a foton elnyelése után pedig v .

Vezessük be a következő jelölést: $\beta = \frac{v}{c}$

A folyamat során teljesülnie kell az energia és a lendület megmaradás tételének is.

$$h \cdot f + m_e \cdot c^2 = \frac{m_e \cdot c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (\text{energia-megmaradás}), \text{ és}$$

$$\frac{h \cdot f}{c} = \frac{m_e \cdot c \cdot \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (\text{lendület-megmaradás}).$$

A második egyenletből:

$$h \cdot f = \frac{m_e \cdot c^2 \cdot \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

az elsőből pedig

$$h \cdot f = m_e \cdot c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right).$$

A kettőt egyenlővé téve, és $m_e \cdot c^2$ -el egyszerűsítve kapjuk:

$$\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1.$$

Közös nevezőre hozva, és a nevezővel egyszerűsítve:

$$\beta = 1 - \sqrt{1-\beta^2}, \text{ vagy } 1-\beta = \sqrt{1-\beta^2}.$$

Ebből a következő adódik: $(1-\beta)^2 = 1-\beta^2$, melynek megoldása vagy $\beta = 0$, vagy $\beta = 1$. Az első esetben a lendület-megmaradás egyenletéből $h \cdot f = 0$ következik, a második eset pedig a relativitáselmélet szerint nem valósulhat meg, mivel a nyugalmi tömeggel rendelkező elektron sebessége nem érheti el a fénysebességet.

Tehát nyugvó, szabad elektron nem nyelhet el fotont, mivel nem tud egyszerre teljesülni az energia- és a lendület megmaradásának törvénye!

Megjegyzés: Nem szükséges azt sem megkötni, hogy az elektron nyugszik kezdetben, hiszen választhatunk az elektronnal együtt mozgó inerciarendszert is! Ezért egy egyenes vonalú egyenletes mozgást végző elektronra éppúgy fennáll az állítás.

Másik megoldás:

Tekintsük az elektron-foton ütközésre vonatkozó Compton-képletet:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \vartheta).$$

A feltételezett foton-elnyelés azt jelenti, hogy a foton a teljes energiáját az elektronnak adja át. Ez határesetben azt jelenti, hogy a foton hullámhossza „végtelenné” válik ($E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$). A képletből viszont az olvasható ki, hogy a

hullámhossz-növekedés legfeljebb $\frac{2h}{m_e c}$ érték lehet ($\vartheta = 180^\circ$ visszaszóródás esetében), így a zérustól különböző energiájú, véges hullámhosszúságú foton megnövekedett hullámhossza $\lambda' = \lambda + \frac{2h}{m_e c}$ nem lehet végtelen. Vagyis a nyugvó, szabad elektron nem nyelheti el a fotont.

Harmadik megoldás

Ugyancsak az energia- és lendületmegmaradásból indulunk ki. A foton energiája a lendületével kifejezve: $E = pc$, a p lendületű elektroné pedig

$$\sqrt{(pc)^2 + (m_0c^2)^2}.$$

Így a rendszer teljes energiájának a megmaradása:

$$pc + m_0c^2 = \sqrt{(pc)^2 + (m_0c^2)^2}.$$

Figyeljük meg, hogy itt már figyelembe vettük a lendület-megmaradást is, hiszen a végállapotban lévő elektron lendülete ugyanakkora, mint a kezdeti foton lendülete (p). Négyzetre emeléssel azonnal látható, hogy az egyenlet csak akkor teljesülhetne, ha $2 \cdot pc \cdot m_0c^2 = 0$ lenne. Ez pedig vagy akkor 0, ha $p = 0$ (nincs foton), vagy pedig, ha $m_0 = 0$ lenne (ez pedig az elektronra nem teljesül).

2. feladat megoldása

a) A naperőmű által megtermelt teljes energia: 630000 kWh, ezt a 400 kW teljesítményű erőmű

$$\frac{630000 \text{ kWh}}{400 \text{ kW}} = 1575 \text{ h}$$

teljes teljesítményen történő működés során termeli meg. Egy évben van $365 \cdot 24 = 8760$ h. Az időbeli kihasználtsága tehát:

$$\frac{1575}{8760} = 0,18, \text{ azaz kb. } 18\%.$$

b) Az atomerőmű az éves energiamennyiséget

$$\frac{15685000 \text{ MWh}}{2000 \text{ MW}} = 7842,5 \text{ h}$$

alatt termelte meg. Ez

$$\frac{7842,5}{8760} = 0,875 \approx 90\%$$

időkihasználtságot („rendelkezésre állást”) jelent.

c) Az éves energiamennyiség megtermeléséhez

$$\frac{15685000 \text{ MWh}}{630 \text{ MWh}} = 24897 \approx 25000$$

ilyen naperóművet kellene építeni.

Ezeknek létesítési összköltsége: $24897 \cdot 618 \cdot 10^6 = 15386346 \cdot 10^6 = 15386$ milliárd Ft lenne.

d) A létesített naperóművek nem tudnák teljesen helyettesíteni az atomeróművet, mert az éves energiamennyiséget az idő 18%-ban termelnék meg, az idő többi részére (82%-ra) jutó energiamennyiséget el kellene tárolni. Ez nagyon komoly energiatároló kapacitások létesítését jelentené (pl. víztározós erőművek), amelyeknek szintén nagy beruházási költsége van.

3. feladat megoldása

a) A két molekula tömegének legnagyobb részét kitevő nukleonok száma azonos (128), ezért csapódtak be ugyanarra a helyre, amikor még rossz volt a spektrométer felbontása. Az elektronok száma a C_9H_{20} -ban 74, míg a $C_{10}H_8$ -ban csak 68. Ezen kívül a szén atommagjában a nukleonok kötött állapotban vannak, így ennek a tömegében a kötési energiából származó tömeghiány is fellép. A molekulákban lévő hidrogének (protonok) magfizikai szempontból nem kötöttek (a molekulában való kötési energia sok nagyságrenddel kisebb, mint a magfizikai kötési energiák, ezért ebből a szempontból elhanyagolható). Tehát az a molekula lesz nagyobb tömegű, amelyben több proton és kevesebb szénatom van, mert ott kisebb a tömeghiány. Azaz a C_9H_{20} tömege valamivel nagyobb, mint a $C_{10}H_8$ -é.

b)

$$\Delta m = m(C_9H_{20}) - m(C_{10}H_8) = 12 \cdot m(H) - m(C)$$

Az atomi tömegegység definíciója szerint $m(^{12}C) = 12$ u egészen pontosan (mivel ez a definíció).

Ezért a fenti egyenletből kapjuk:

$$m(H) = \frac{m(C)}{12} + \frac{\Delta m}{12} = 1 + \frac{\Delta m}{12} = 1,007825027 \pm 0,00000001 \text{ u.}$$

Az atomi tömegegység definíciója szerint ezekben a tömegekben már az elektronok tömege is benne van, ezért további korrekcióra nincs szükség.

Megjegyzés: vegyük észre, hogy bár a tömegkülönbséget csak 10^{-6} pontossággal mértük, a H atom tömegét mégis 10^{-8} pontossággal kaptuk meg. Ez a pontosság azonban csak relatív, hiszen csak az atomi tömegegységhez viszonyítva kapjuk meg ilyen pontosan. A kilogrammokban mért tényleges pontosságot az szabja meg, hogy az atomi tömegegységet milyen pontosan ismerjük.

4. feladat megoldása

A definíció alapján nyilvánvaló, hogy

$$- A_a = A_b = A, \text{ mivel } Z_a + N_a = Z_b + N_b,$$

$$-(Z_a - N_a)^2 = (Z_b - N_b)^2, \text{ valamint, hogy}$$

- párosság szempontjából mindkét atommag ugyanabba a kategóriába esik. Ebből következően a félempirikus kötési energia formula minden tagja megegyezik, kivéve a Coulomb-tagot (mivel abban a Z eltér). Az atommagok kötési energiájának különbségét tehát a Coulomb energiák különbsége fogja meghatározni:

$$\Delta E_k = \frac{\varepsilon_c}{A^{1/3}} (Z_a^2 - Z_b^2)$$

Ide behelyettesítve $Z_b = N_a$ értékét kapjuk:

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= \frac{\varepsilon_c}{A^{1/3}} (Z_a^2 - N_a^2) = \frac{\varepsilon_c}{A^{1/3}} (Z_a + N_a) \cdot (Z_a - N_a) = \\ &= \frac{\varepsilon_c \cdot (Z_a - N_a)}{A^{1/3}} \cdot A = \varepsilon_c \cdot (Z_a - N_a) \cdot A^{2/3} \end{aligned}$$

5. feladat megoldása

a) Legyen N szabad gyors neutron, amely az uránmagokba befogódik. A magok számának megadott aránya alapján az ^{238}U magokba befogódott neutronok (ezek nem hoznak létre hasadást) száma ekkor $\frac{140}{141} N$, az ^{235}U

magokba befogódottak száma pedig: $\frac{1}{141} N$, amelyek az uránmagokat hasítva

$\frac{2,4}{141} N = 0,07 N$ új szabad és gyors neutronot hoznak létre. Ha semmilyen más

veszteség sem lenne (azaz ezek az új neutronok valamennyien újra uránban fogódnának be), akkor is a *sokszorozási tényező* értéke $k = 0,07$ lenne. A valóságban ezeknek a neutronoknak egy része kiszökik a sokszorozó rendszer felületén, vagy nem uránmagba fogódik be, ezért a tényleges sokszorozási tényező ennél még kisebb. Ez nem jelent fenntartható láncreakciót. A hasadó

magok $\frac{1}{141} = 0,7\%$ arányát legalább $\frac{1}{0,017} \cdot 0,7\% \approx 42\%$ -ra kell növelni. (A

valóságban az egyéb veszteségek (megszökés, stb.) miatt az uránbombáknál 90% feletti az ^{235}U dúsítása).

Másik megoldás:

A $k=1$ teljesüléséhez az egy ciklusban keletkezett neutronok számának ($2,4 \cdot ^{235}\text{U}$) fedezni kell az ^{235}U és a ^{238}U által befogott (egy-egy) neutronok számát. Azaz

$$2,4 \cdot {}^{235}\text{U} = {}^{238}\text{U} + {}^{235}\text{U}.$$

Ebből kapjuk:

$$\frac{{}^{235}\text{U}}{{}^{238}\text{U} + {}^{235}\text{U}} = \frac{1}{2,4} = 0,4166 \approx 42 \, \%.$$

Azaz kb. 42 % dúsítás szükséges.

b) Ismét induljunk ki N szabad (lassú neutronból), amelyek valamelyik uránizotóp magba befogódnak. A hasadással járó (neutrontermelő) és hasadás nélküli befogódások számának aránya:

$$q = \frac{200 \cdot \frac{1}{141}}{\frac{140}{141}} = \frac{10}{7} \text{ lesz.}$$

Vagyis N befogódott lassú neutron hasadás révén $\frac{10}{7} \cdot 2,4N = 3,43N$ szabad,

(de még gyors) neutron termel, vagyis a *sokszorozási tényező* most $k = 3,43$ lesz. Természetesen itt is igaz az, hogy a sokszorozási tényező csak akkor lenne ennyi, ha minden gyorsneutront le tudnánk lassítani, ha nem lenne más anyagban neutron-befogódás, és nem lenne kiszökés sem a reaktorból. A $k = 3,43$ azonban azt mutatja, hogy termikus neutronok elvileg képesek lehetnek a természetes uránban hasadásos láncreakciót létrehozni, ha az egyéb neutron-befogásokból és a kiszökésből adódó veszteségeket elegendően kis értéken sikerül tartani.

(Ez történt az 1942-ben – éppen 70 évvel ezelőtt – Chicagóban megépített atommáglyában is, ahol természetes uránt használtak hasadóanyagként és a neutronokat grafit moderátorral lassították le termikus energiára.)

c) A fenti egyszerű példával ellentétben a valóságban vannak a rendszerből hasítás nélkül is eltűnő neutronok. Neutronokat nyelnek el pl. a reaktor szerkezeti elemei, a hűtőközeg, a moderátor, és a neutronok egy része ki is szökik a reaktorból. Az egyik ilyen ok a hűtővíz-moderátor neutron-elnyelése. Mivel Pakson a lassító közeg (és egyben hűtőközeg) közönséges H_2O víz, amelynek H-atomjai „neutronfalók” ($n + \text{H} \rightarrow \text{D}$), ezért a láncreakció fenntartásának folyamatában (*hasítás- neutronok lassítása – újabb hasítás*) a neutronok egy része elnyelődik a moderátorban. Ezek miatt természetes uránra már nem teljesül a $k \geq 1$ feltétel (még „kiszökés nélküli”, azaz végtelen méretű reaktorra sem). Emiatt a könnyű vízzel hűtött reaktorokban az urán üzemanyagot kis mértékben (3-5 %-ra) dúsítani kell.

d) Igen. Ekkor lassító (és hűtő-) közegként más anyagot, pl. D_2O nehézvizet használnak, ahol a D deutérium atommagok sokkal kisebb mértékben nyelik el a lassítandó neutronokat, így az urándúsítás elmaradhat. Ilyenek pl. a CANDU

típusú kanadai atomreaktorok, de a chicagói atommáglya is példa erre, ahol grafitot használtak moderátorként.

6. feladat megoldása

800 foton érkezik pixelenként vissza 7%-os hatásfokkal, ezért az összes bőrre beérkező foton $\sim 11429/\text{pixel}$. Ennek 93%-a nyelődik el, az 10629 foton/pixel. Egy pixel 40 mm^2 , az ember leképezéséhez tehát 45000 pixel szükséges. Ez összesen $N = 45000 \cdot 10629 = 4,78 \cdot 10^8$ foton. Egy $41,328 \text{ pm} = 4,1328 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ hullámhosszúságú foton energiája:

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = 4,81 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

(megjegyzés: a szabványban ez 30 keV értéként van megadva), tehát az összes elnyelt energia $E_{\text{össz}} = N \cdot E_f \approx 2,3 \text{ }\mu\text{J}$.

Egy átlagos ember 80 kg, ennek 5%-át adja a bőre, az 4 kg. Ennek felső 20%-ában nyelődik el a sugárzás, azaz 0,8 kg a terhelt testszövet. Az elnyelt dózis $\frac{2,3 \text{ }\mu\text{J}}{0,8 \text{ kg}} = 2,875 \text{ }\mu\text{Gy}$. Ez alatta marad mindkét ajánlásnak.

7. feladat megoldása

a) SI egységrendszerben

$$\varepsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} = 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{s}^4 \text{A}^2}{\text{m}^3 \text{kg}}$$

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As},$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}.$$

Ezért a négyzetgyök alatt lévő $\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}$ mértékegysége:

$$\frac{\text{A}^2 \text{s}^2 \cdot \frac{1}{\text{m}^3}}{\frac{\text{s}^4 \text{A}^2}{\text{m}^3 \cdot \text{kg}} \text{ kg}} = \frac{1}{\text{s}^2}.$$

Ebből négyzetgyököket vonva valóban frekvenciát $\left(\frac{1}{\text{s}}\right)$ kapunk.

b) A réznek $63,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ moláris tömege és $8,94 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ sűrűsége van. Ez alapján az elektronsűrűség $0,14 \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$, azaz $0,14 \cdot 10^6 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$, ezt szorozva $6 \cdot 10^{23}$ -al

$n_e = 8,4 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3}$ az elmozdulásra képes szabad elektronok sűrűsége. Ezt, és a többi megadott adatot behelyettesítve a megadott képletbe kapjuk, hogy az eredmény $2,6 \cdot 10^{15} \text{ Hz} = 2,6 \text{ PHz}$.

c) A $2,6 \text{ PHz}$ ($\lambda = \frac{c}{f} = 115 \text{ nm}$) az UV tartományban van, és valóban, klasszikus értelemben nem átlátszó a réz, tehát az eredmény ilyen szempontból ésszerű.

8. feladat megoldása

a) A teljes légkör mennyiségét a légnyomásból becsülhetjük meg, hiszen a légkör nagyon vékony a Föld sugarához képest, így abban a gravitációs gyorsulás értéke állandónak tekinthető. A légkört tekinthetjük úgy, mint egymásra helyezett vékony légrétegeket, ahol az egyes rétegek súlya nyomja az alatta lévőket, és ez eredményezi a légnyomást.

$p_A = 10^5 \text{ Pa}$, illetve $p_A = \frac{m_L \cdot g}{A_F}$, ahol m_L a légkör tömege, A_F a Föld felszíne.

A Föld sugara 6378 km . Ebből kifejezve a légkör tömegét és beírva az adatokat kapjuk, hogy $m_L = 5,112 \cdot 10^{18} \text{ kg}$. Az átlagos légköri moláris tömeg 29 g/mol , ebből következik, hogy a teljes légkör $1,762 \cdot 10^{20} \text{ mol}$, amiből $5,464 \cdot 10^{16} \text{ mol}$ a CO_2 . Az ideális gázokról tudjuk, hogy azonos körülmények között azonos mennyiségű gázmolekula azonos térfogatot tölt ki, így a térfogatarány megegyezik a molaránnyal. Így egyből kapjuk, hogy a ^{14}C atomok mennyisége $62289,6 \text{ mol}$.

Ezt a ^{14}C moláris tömegével szorozva a légköri ^{14}C mennyisége $872,054 \approx 872 \text{ kg}$.

b) A feladat második részében azt kell kiszámolnunk, hány bomlás történik másodpercenként, - azaz mekkora a teljes aktivitás - ezt jelenti az egyensúly.

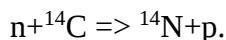
$A = 62289,6 \text{ mol} \cdot \frac{\ln 2}{5730 \text{ év}} = 7,53 \text{ mol bomlik/keletkezik évenként}$, ahol $1 \text{ mol} = 6,0221 \cdot 10^{23}$, ez pedig $105,5 \text{ g}$.

Másik megoldás:

Egyből is felírható hogy:

$$\Delta m = m \cdot \frac{\ln 2}{T} = 872,118 \text{ kg} \cdot \frac{\ln 2}{5730} = 0,1055 \text{ kg} .$$

c) ^{14}C legnagyobbbrészt ^{14}N -ből keletkezik neutronbombázás hatására:



(Itt rá kell jönni hogy a 14-es moláris tömegű szén legkönnyebben a ^{14}N -ből tud keletkezni, és utána már csak ki kell okoskodni, hogy milyen reakcióval keletkezhet ^{14}N -ből ^{14}C).

9. feladat megoldása

a) Írjuk fel a relativisztikus mozgási energia formuláját:

$$E_{kin} = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

Ebből :

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_{kin}}{m_0c^2} + 1 \approx \frac{E_{kin}}{m_0c^2}, \text{ mivel } E_0 \ll E_{kin}.$$

Innen

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{c^2 - v^2}{c^2} = \left(\frac{E_0}{E_{kin}} \right)^2,$$

ahol $m_0c^2 = E_0$ a részecske nyugalmi energiája. Végezzük el az egyenlőség baloldalának azonos átalakítását és közelítését:

$$\frac{(c-v)(c+v)}{c^2} \approx \frac{(c-v)(2c)}{c^2} = \left(\frac{E_0}{E_{kin}} \right)^2.$$

Ebből

$$\Delta v = c - v = \frac{c}{2} \left(\frac{E_0}{E_{kin}} \right)^2.$$

b) Az összefüggés szerint

$$\Delta v = c - v = \frac{c}{2} \left(\frac{E_0}{E_{kin}} \right)^2 = 1,5 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(\frac{1 \text{ GeV}}{7000 \text{ GeV}} \right)^2 = \frac{150}{49} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c) Az összefüggés ismételt alkalmazásával a 4 TeV-es protonok sebesség-elmaradására kapjuk:

$$\Delta v = c - v = \frac{c}{2} \left(\frac{E_0}{E_{kin}} \right)^2 = 1,5 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(\frac{1 \text{ GeV}}{4000 \text{ GeV}} \right)^2 = \frac{150}{16} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 9,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Tehát a jelentős energianövelés mellett a protonok sebessége mindössze 6,4 m/s-mal fog nőni.

10. feladat megoldása

a) Egy rezgő rendszer frekvenciája:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{M}}.$$

Ennek alapján

$$\frac{\omega_I}{\omega_{Cl}} = \frac{f_I}{f_{Cl}} = \sqrt{\frac{M_{Cl}}{M_I}} = \sqrt{\frac{71}{254}} = 0,529.$$

Ebből következően a jódmolekula frekvenciája

$$f_I = 0,529 \cdot 8,65 \cdot 10^{13} = 4,57 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

b) A rezgési energiaadag, így a rezgés gerjesztéséhez szükséges foton energiája

$$E = h \cdot f = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 4,57 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{s}} = 30,28 \cdot 10^{-21} \text{ J},$$

hullámhossza pedig

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,57 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{s}}} = 6,56 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 6560 \text{ nm},$$

ami az infravörös tartományba esik.

c) A szobahőmérsékletet vegyük $T = 300 \text{ K}$ -nek. Így $\varepsilon = \frac{5}{2} kT = 10,35 \cdot 10^{-21} \text{ J}$,

tehát a kettő aránya:

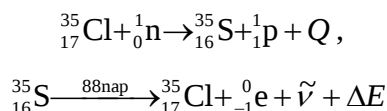
$$\frac{10,35 \cdot 10^{-21}}{30,28 \cdot 10^{-21}} = 0,34 \sim 34 \%.$$

d) A gerjesztési energiát fentiek miatt már figyelembe kell venni a fajhő számításánál, mivel az a hőmozgásból származó átlagos energiával a fentiek szerint azonos nagyságrendű. Így a Maxwell-féle sebességeloszlás miatt előfordul, hogy a molekulák az egymás közötti ütközések során rezgésbe is hozhatják egymást. Ezzel a külső befektetett energia több szabadsági fokra oszlik el (egy része a molekulák rezgési energiáját növeli), így azonos energia (Q) közlése mellett egy szabadsági fokra kevesebb energia jut. Ez pedig kisebb hőmérsékletnövekedést (ΔT) jelent.

II. kategória 9-10 feladatának megoldása

9. feladat megoldása

a)



b)

$$Q = \Delta m \cdot c^2 = [m_{\text{Cl}} + m_{\text{n}} - (m_{\text{S}} + m_{\text{p}})] \cdot c^2 =$$
$$[34,98007 + 1,00898 - (34,98022 + 1,00759)] \cdot m_{\text{u}} \cdot c^2 =$$
$$= 0,00124 \cdot m_{\text{u}} \cdot c^2 = 2,0584 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 18,5256 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 1,158 \text{ MeV}$$

c) $\Delta E = 167 \text{ keV} = 2,672 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$

Az elbomlott atomok számát a felszabadult energiából lehet kiszámítani:

$$\Delta N = \frac{20 \text{ J}}{2,672 \cdot 10^{-14} \text{ J}},$$

így: $\Delta N = 7,48 \cdot 10^{14}$ mag. Mivel ennek éppen 1 s alatt kell elbomlani, így az izotóp aktivitásának tehát $7,485 \cdot 10^{14}$ Bq-nek kell lenni.

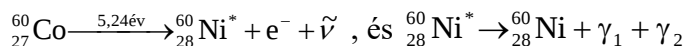
Azt az anyagmennyiséget, amelynek ennyi az aktivitása az $A = N_0 \cdot \lambda$ bomlási törvényből határozhatjuk meg:

$$N_0 = \frac{A}{\lambda} = \frac{A \cdot T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{7,485 \cdot 10^{14} \cdot 88 \cdot 8,64 \cdot 10^4 \text{ s}}{0,693}.$$

Így $N_0 = 8,21 \cdot 10^{21}$ mag bomlása biztosítja az első másodpercben felszabadult 20 J energiát.

10. feladat megoldása

a) A két bomlási folyamat:



b) A ${}^{60}\text{Co}$ magok száma kezdetben:

$$N_0 = \frac{m \cdot N_{\text{A}}}{A} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 6,023 \cdot 10^{23}}{60} \cong 2 \cdot 10^{19}$$

A bomlások száma 1 óra alatt:

$$-\Delta N = N_0 \cdot \lambda \cdot \Delta t = 2 \cdot 10^{19} \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot 1 \text{ h} = \frac{2 \cdot 10^{19} \cdot 0,693 \cdot 1 \text{ h}}{5,24 \cdot 365 \cdot 24 \text{ h}} = 3 \cdot 10^{14}$$

Egy bomlás során felszabaduló teljes energia:

$$E_1 = E_{\beta^-} + E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2} = 0,3 + 1,17 + 1,33 = 2,8 \text{ MeV} = 4,48 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

Így az összes elvitt energia:

$$Q = E_1 \cdot (-\Delta N) = 4,48 \cdot 10^{-13} \cdot 3 \cdot 10^{14} = 134,4 \text{ J}$$

c) A fényelektromos energiaegyenlet: $h\nu = W + E_{Kin}$, ahol $W = 4,14 \text{ eV}$;

Így γ_1 esetén:

$$E_{Kin_1} = 1,17 \text{ MeV} - 4,14 \cdot 10^{-6} \text{ MeV} = 1,16999586 \text{ MeV} \approx 1,17 \text{ MeV}$$

γ_2 esetén:

$$E_{Kin_2} = 1,33 \text{ MeV} - 4,14 \cdot 10^{-6} \text{ MeV} = 1,32999586 \text{ MeV} \approx 1,33 \text{ MeV}.$$

Mivel a kilépési munka a fotonenergiáknál hat nagyságrenddel kisebb, ezért az elektronok mozgási energiája gyakorlatilag a fotonok energiájával egyezik meg.

Mivel az elektronok kinetikus energiája meghaladja a nyugalmi energiát ($m_0 c^2 = 0,511 \text{ MeV}$), így relativisztikusan kell számolnunk.

$$E_{Kin} = (m - m_0)c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right), \text{ ahonnan: } \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{E_{Kin}}{m_0 c^2}\right)^2}}.$$

És így:

$$\frac{v_1}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{1,17}{0,511}\right)^2}} = 0,9527, \text{ azaz: } v_1 = 2,8581 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$\text{illetve } \frac{v_2}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{1,33}{0,511}\right)^2}} = 0,9607, \text{ azaz } v_2 = 2,8821 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**A 2012. évi 15. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny
döntőjének eredménye 11-12. évfolyam
(I. kategória)**

Hely	Név	Iskola	Város	Felkészítő tanár
1.	Szabó Attila	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter
2.	Marussy Kristóf	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva
3.	Ágoston Tamás	Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	Dvorák Cecília
3.	Debreceni Ádám	Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium	Vác	Jendrék Miklós
5.	Bolgár Dániel	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter
6.	Bunth Gergely	Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium	Budapest	Dvorák Cecília
7.	Sápi András	Bethlen Gábor ReformátusGimn.	Hódmezővásárhely	Nagy Tibor
8.	Pölöskei Péter Zsolt	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László
9.	Hosszú Dániel	Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László
10.	Sisák Mária Anna	Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László
11.	Gál Szabolcs	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva
11.	Kollarics Sándor	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert
13.	Balaton Tamás	ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola és Gimnázium	Budapest	Chikán Éva
14.	Ercsey Tamás	Bethlen Gábor Református Gimn.	Hódmezővásárhely	Nagy Tibor
14.	Manninger Mátyás	Apáczai Csere János Gyakorlógimnázium	Budapest	Pákó Gyula
16.	Nagy Jenő	ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola és Gimnázium	Budapest	Chikán Éva
17.	Kiss Dávid	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László
18.	Gaszler Péter	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter
19.	Gróf Dániel András	ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola és Gimnázium	Budapest	Chikán Éva

**A 2012. évi 15. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny
döntőjének eredménye 9-10. évfolyam
(II. kategória)**

Hely	Név	Iskola	Város	Felkészítő tanár
1.	Horicsányi Attila	Dobó István Gimnázium	Eger	Hóbor Sándor
2.	Antalicz Balázs	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Nagy Tibor
2.	Juhász Péter	Piarista Gimnázium	Budapest	Urbán János
4.	Forman Ferenc	ELTE Radnóti Miklós Gyakorlóiskola	Budapest	Honyek Gyula
5.	Tamás Gábor	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László
6.	Lódi Péter	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László
7.	Borsi Márton	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László
8.	Tóth András	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Kovács Tibor
9.	Podlovics Péter	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László

16. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY, 2013

Az 1. forduló feladatai¹⁰

1. feladat

Határozzuk meg melyik állítás igaz az alábbiak közül, és melyik hamis!		
Állítás	igaz	hamis
1. Henri Becquerel édesapja Edmond Becquerel is a lumineszcencia ismert specialistája volt		
2. A Becquerel által észlelt sugárzás intenzitása jelentősen változott, amikor a sót megolvasztotta vagy átkristályosította		
3. A radioaktivitás elnevezés Rutherford nevéhez fűződik		
4. Alfa-bomlásnál a kilépő alfa részecskék sebessége 1000-2000 km/s		
5. Nem létezik olyan sugárzó anyag, amelyik pozitront bocsát ki		
6. A béta sugárzásnál az elektron mellett antineutrínó is kilép		
7. A Cserenkov- sugárzást okozó béta sugarakat már 1 mm vastag Al-lemez is elnyeli		
8. A mesterséges radioaktivitás felfedezése Marie Curie nevéhez fűződik		
9. Van olyan – a technéciumnál kisebb rendszámú – kémiai elem is, amelynek szintén nincs stabil izotópja		
10. Becquerel soha nem ismerte el, hogy az urán alfa-sugárzást bocsát ki		

2. feladat

Az egydimenziós potenciáldobozba zárt elektron (például hosszú láncmolekula π elektronrendszere) energiaszintjei a növekvő energiák felé ritkulnak. A hidrogén atomba zárt elektron energiaszintjei viszont egyre sűrűbben követik egymást. Mi a különbség oka?

¹⁰ Az első fordulót 2013. február 25-én tartották. Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér. A feladatok nem nehézségi sorrendben szerepelnek és tetszőleges sorrendben meg lehet őket oldani. A megoldáshoz bármilyen segédeszköz használható. Rendelkezésre álló idő 180 perc.

3. feladat

Egy laboratóriumban 10 liter 20 °C-os vízbe belejtettek egy kis darab ^{218}Po izotópot, amely alfa-sugárzó (a kismértékű béta sugárzástól eltekinthetünk). Megfigyelték, hogy negyed óra múlva a víz háromnegyed része elforrt. Mennyi volt a polónium tömege? A veszteségektől tekintsünk el.

Adatok: Felezési idő: 3 perc, egy alfa részecske energiája = 6 MeV

4. feladat

Tudjuk, hogy H_2 molekula, és H_2^+ létezik. Vajon léteznek-e a következő molekulák, ill. molekula-ionok? Adjunk indoklást is a válaszokra!

- a) He_2
- b) He_2^+
- c) H_2^-

5. feladat

Másodpercenként kb. 10^{11} db, Napból származó neutrínó halad át testünk minden négyzetcentiméterén.

a) Vajon hány, a Paksi Atomerőműtől származó antineutrínó halad át testünk egy négyzetcentiméterén másodpercenként az erőműtől egy kilométer távolságban, amikor mind a négy blokk üzemel?

b) Miért neutrínók jönnek a Napból, és antineutrínók az atomerőműből?

Adatok: Egy blokk hőteljesítménye: 1470 MW, egy hasadás során átlagosan 200 MeV energia szabadul fel, és egy hasadást átlagosan 6 béta-bomlás követ.

6. feladat

a) Számítsuk ki a trícium (^3H) és a hélium-3 (^3He) izotóp kötési energiáját!

b) Adjunk magyarázatot arra, hogy miért a trícium bomlik el a ^3He izotópra béta-bomlással, és nem fordítva?

Adatok: ^1H atom tömege: 1,007825 u, neutron tömege: 1,008665 u, ^3H atom tömege: 3,016049 u, ^3He atom tömege: 3,016029 u, elektron tömege: 0,0005447 u (1 u = atomi tömegegység, 1 u = 931,6259 MeV/c²)

7. feladat

2011 szeptemberében három napkitörésre került sor és a kutatók előre ki tudták számítani – és közvetlenül követni is tudták – ezeknek a különböző bolygókra való eljutását. A Föld felé irányuló kidobódásokat először a NASA Stereo űrszonda-párosa észlelte. A NOAA megfigyelő műholdjai intenzív sarki fényjelenségeket regisztráltak. Két héttel később a várakozásoknak megfelelően a lökéshullámok sarki fényt váltottak ki a Jupiteren, amit a Stereo rádiófelvételen megörökített. 9 hétre rá, novemberben, ezek a részecskeáramok végre elérték az Uránuszt.

a) Milyen sebességgel haladnak ezek a protonok?

b) Mekkora az energiájuk?

c) Mekkora hőmérsékleten ekkora a részecskék hőmozgásból származó átlagos energiája? Adatok: Nap-Föld távolság $150 \cdot 10^6$ km, Nap-Jupiter távolság: $778,5 \cdot 10^6$ km, Nap-Uránusz távolság: $2877 \cdot 10^6$ km.

Proton tömege: $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.

8. feladat

A hőmérsékleti sugárzás jelenségét felhasználva becsüljük meg, mennyi lenne a Föld felszíni hőmérséklete légkör és belső hőtermelés hiányában! A Napot és a Földet tekintsük abszolút fekete testnek!

Adatok: A Nap felszíni hőmérséklete 5505°C , átlagos sugara $R_N = 6,96 \cdot 10^8$ m, a Föld Naptól mért átlagos távolsága $D = 150 \cdot 10^6$ km.

9. feladat

Egy neutrínó detektorban több felvillanást észlelnek egy kb. 10 fényév távolságban bekövetkezett szupernóva robbanás első jeleként. Utána 44 órával egy részecske érkezik, ugyanebből az irányból, 30 GeV mozgási energiával. Mekkora az érkező ismeretlen részecske nyugalmi tömege? Milyen részecske lehet ez? (A vákuumbeli fénysebesség táblázatban található pontos értékével számoljunk!)

10. feladat

Egy gázdifúziós üzemben uránt dúsítanak. A $\rho = 1,695 \cdot 10^{-3}$ g/cm³ sűrűségű UF₆ gázt egy $V = 10$ cm³ térfogatú α -detektorba vezetik, és megméri az aktivitását, ami $A = 181,3$ Bq-nek adódik. Mekkora a dúsítás értéke?

Adatok: Az ^{235}U felezési ideje $7,038 \cdot 10^8$ év, az ^{238}U felezési ideje pedig $4,468 \cdot 10^9$ év

A döntő feladatai¹¹

ELMÉLETI FELADATOK¹²

I. kategória

1. feladat

(Kitűzte: Radnóti Katalin)

Mekkora lenne az alapállapotú H atom mérete, ha a mag és az elektron nem elektromosan, hanem csak gravitációsan vonzanák egymást? Mekkora lenne az alap és a gerjesztett állapotok energiája?

2. feladat

(Kitűzte: Kis Dániel)

a) Hasonlítsuk össze egy 1 km sugarú neutroncsillag tömegét a Föld tömegével!

b) Mekkora lenne a nehézségi gyorsulás értéke a neutroncsillag felszínén?

3. feladat

(Kitűzte: Kis Dániel)

Az elektromosságtanból ismert, hogy mágneses momentumot hurokáramok hozhatnak létre. A neutron semleges részecske, tehát áramot nem hozhat létre, mégis van mágneses momentuma. Hogyan lehetséges ez?

4. feladat

(Kitűzte: Szűcs József)

A svájci ETH egyetem kutatói új módszerrel mérték meg nagy pontossággal a proton méretét. Korábban nagy energiájú elektronok bombázásával – Rutherford kísérletéhez hasonló módon – mérték meg a proton kiterjedését, másrészt pedig gerjesztett hidrogénatomok által kibocsátott ultraibolya sugárzás hullámhosszának mérésével következtettek a protonok méretére. Mindkét módszerrel 0,88 fm protonsugarat mértek.

A mostani mérésnél viszont a H-atomban az elektronokat a náluk kb. 200-szor nehezebb negatív elektromos töltésű müonokkal helyettesítették. A proton – müon rendszerek gerjesztését követő röntgensugárzás hullámhosszából következtettek a protonok méretére, amelyre a korábbi eredményektől eltérően kb. 4 %-kal kisebb, 0,84 fm protonsugarat kaptak. A mérést többször is más-más időpontban elvégezve, a hibahatáron belül ugyanerre az eredményre jutottak. Ez esetleg új elemi részecskék létének feltételezését is eredményezheti.

a) Vajon hogyan értelmezhető, hogy a H-atom (illetve a müon–proton atom) gerjesztésekor kibocsátott fény hullámhossza kapcsolatban van az

¹¹ A döntőt 2013. április 20-án Pakson tartották.

¹² A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésre. Minden segédeszköz használható. Minden feladatot külön lapra írjon, s minden lapon legyen rajta a megoldó kódja. A feladatok NEM nehézségi sorrendben szerepelnek. Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér.

(atommodellekben általában pontszerűnek tekintett) atommagok (H-atomnál a proton) méretével?

b) Miért lehet proton–mion rendszer gerjesztésével pontosabban meghatározni a proton méretét, mint a közönséges H-atom gerjesztéssel ?

5. feladat

(Kitűzte: Szűcs József)

Ha a hidrogéngázt fokozatosan melegítjük, akkor a részecskék ütközésének következtében először hidrogénmolekulák atomokra bomlanak, majd a forró atomos gáz „világítani” kezd.

a) Két, átlagos mozgási energiával rendelkező H_2 -molekula azonos sebességgel ütközik frontálisan, és ennek következtében mindkettő atomokra esik szét. Mekkora lehet ekkor a gáz hőmérséklete?

b) Két átlagos mozgási energiájú, azonos sebességű alapállapotú H-atom ugyancsak frontálisan ütközik, ezt követően egy látható foton keletkezik a Balmer-sorozat első vonalának megfelelő hullámhosszal. Ekkor mekkora a hidrogéngáz hőmérséklete?

a) Vessük össze az a) és b) kérdéseknél kapott eredményeket azzal a gyakorlati tapasztalattal, hogy a gázmolekulák egy része már 1-2 ezer kelvin hőmérsékleten is atomokra esik szét, és a Nap 5800 K hőmérsékletű felszínének spektrumában megtalálhatók a hidrogéngáz színeképvonalai! Mondjunk róla véleményyt!

Adatok: A H_2 molekula kötési energiája 4,52 eV. A H-atom energiája alapállapotban: -13,6 eV.

6. feladat

(Kitűzte: Vastagh György)

Termikus reaktorokban nagyon kis energiájú neutronok befogódása az ^{235}U atommagba már maghasadást tud létrehozni a létrejött ^{236}U atommagban.

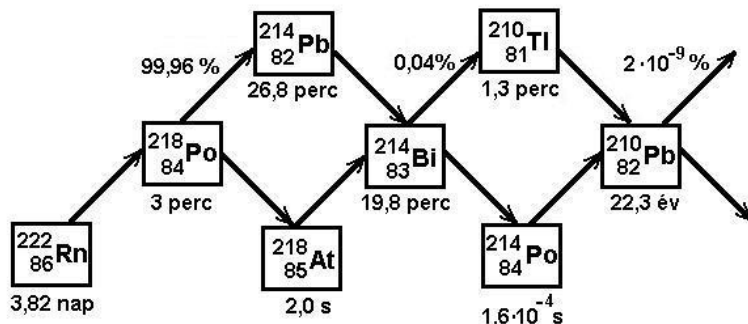
Mekkora energiájú gamma-fotonokkal lehetne az ^{236}U atommagot elhasítani?

Adatok: A neutron tömege: 1,008665 u, az ^{235}U tömege: 235,043923 u, az ^{236}U tömege: 236,045562 u, $1\text{ u} = 931,494\text{ MeV}/c^2$.

7. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

A radon bomlássémája a következő ábrán látszik. Porszívóval levegőt szívunk át gézrétegeken másfél órán keresztül egy hosszú időn át nem szellőztetett pincehelyiségben. Tíz perccel a szívás befejezése után a gézt bétasugárzást érzékelni képes Geiger-Müller számlálóső elé helyezzük, és 1 óra hosszat mérünk. A kezdeti beütésszám kb. 35-40 perc alatt csökken a felére.



- Az ábrán szereplő bomlási sor mely tagjaitól származhat a mért beütésszámok döntő többsége?
- Adjunk kvalitatív (nem-számításos) magyarázatot a 35-40 perces „effektív” felezési időre!

8. feladat

(Kitűzte: Radnóti Katalin és Szűcs József)

- Becsüljük meg, hogy hányszor többet kell rugalmasan ütköznie a neutronoknak fékeződéskor a nehézvizes moderátorban a deutérium atomokkal, mint a könnyűvizesben a hidrogénatomokkal ahhoz, hogy kezdeti mozgási energiájuk 1% alá csökkenjen? Az egyszerűség kedvéért számoljunk csak egyenes ütközésekkel!
- Hogyan és miért kell megváltoztatni a reaktor aktív zónájában az üzemanyag rudak egymáshoz mért távolságát, ha a könnyűvíz moderátort nehézvízre cseréljük ki?
- Azonos számú üzemanyag-rudat tartalmazó reaktorok esetén könnyűvizes vagy nehézvizes moderátorból van szükség nagyobb mennyiségre?
- Milyen elhanyagolásokat végeztünk a feladat megoldása során?

9. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Egy téglalap oldalai L és $4L$. A téglalap képes az alakját változtatni úgy, hogy mindig téglalap marad, és a felülete is állandó marad. Erre a téglalapra három elektront helyezünk, majd engedjük, hogy az elektronok – az egyensúlyi állapot elérése érdekében – deformálják a téglalapot. Mekkora lesz a téglalap oldalainak az aránya egyensúlyi állapotban?

10. feladat

(Kitűzte: Kis Dániel)

Legalább mekkora energiájú γ -fotonnak kell egy vízmolekulában lévő elektronon Compton-szórást szenvednie, hogy az így kirepülő elektron Cserenkov-sugárzást bocsásson ki?

Adatok: A víz törésmutatója $n=1,33$. Az elektron kötési energiáját hanyagoljuk el.

II. kategória¹³

9. feladat

(Kitűzte: Vastagh György)

Egy pontszerűnek tekinthető radioaktív sugárforrás 3,2 mg ^{32}P izotópot tartalmaz. A foszfornak ez az izotópja 14,3 nap felezési idővel, negatív β -bomlással bomlik.

a) Mi lesz a leányelem?

b) Hány elektront számlál percenként a sugárforrástól 1 m távolságban elhelyezett β -detektor, ha annak felülete 10 cm^2 ?

(A detektor és a sugárforrás vákuumban van.)

10. feladat

(Kitűzte: Király Márton)

Egy könnyűvíz-moderátorú atomerőműben az üzemanyagban lévő ^{238}U egy része üzem közben ^{239}Pu -má alakul, és ez ugyancsak részt vesz a láncreakcióban az ^{235}U mellett. A kazetta élettartama végén a hasadások közel harmadáért már az üzem közben felgyűlt ^{239}Pu felel. Az üzemanyaghoz szükséges, 4%-ban dúsított urán 1 kg-jának előállítása során 8,2 kg „szegényített” urán keletkezik 0,3% ^{235}U tartalommal. Az urán nagy sűrűsége miatt ($19,1\text{ g/cm}^3$) ezt előszeretettel használják ólom helyett löszerekben és páncéltörő lövedékekben.

a) Mennyi hasadási energia lenne kinyerhető egyetlen szegényített urán lövedékből, ha a benne lévő ^{238}U -t teljes egészében plutóniummá tudnánk alakítani?

b) Mennyi idő alatt szabadul fel ugyanennyi hasadási energia egy 500 MW villamos teljesítményű atomerőművi blokkban (pl. Paks) ha az energiaátalakítás hatásfoka 34%?

c) Hány lövedékből nyerhető ki annyi energia, amennyi egy év alatt Magyarország összes belső égésű motorjában felszabadul?

Adatok: Egy nehéz atommag hasadásakor átlagosan 200 MeV energia szabadul fel. Egy 120 mm-es kinetikus lövedék 4,5 kg szegényített uránt tartalmaz. Magyarországon 2011. évben összesen 2,88 milliárd liter motorhajtó üzemanyag fogyott. A benzin és a gázolaj fűtőértéke 43 MJ/kg , sűrűségük átlagosan $0,8\text{ g/cm}^3$.)

¹³ 1-8. feladat megegyezik az I. kategória feladataival.

KÍSÉRLETI FELADAT

Mágneses indukció nagyságának becslése β sugárzás eltérülésének segítségével

A radioaktivitás felfedezése (1896) után hamarosan megállapították, hogy a sugárzás általában három komponensre bontható mágneses vagy elektromos térben: α -, β -, és γ -sugárzásra. A béta sugárzás energiaspektruma folytonos, nincs jellemző energia, de megadható egy átlagos energia.

A mérés elve

A vékony csőben lévő radioaktív izotópból béta-sugárzás lép ki a nyitott oldalon. A nagyjából egy irányba haladó (kollimált) β -nyalábot Geiger-Müller számlálósóvel detektáljuk. A mozgó elektronokat mágneses mezővel eltérítjük, és az előre megadott átlagos energia ismeretében az eltérülés szögének mérésével adunk becslést az eltérítő mágneses mező indukciójára.

A méréshez rendelkezésre áll:

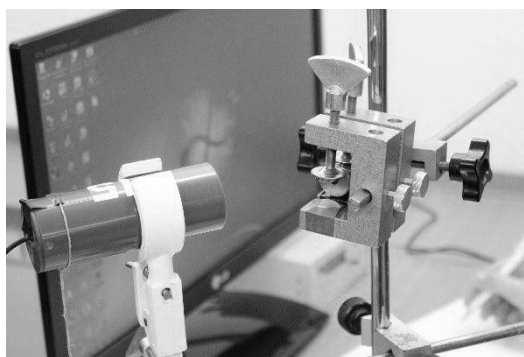
- egy sárgaréz kollimátorban elhelyezett radioaktív sugárforrás,
- egy számítógéphez csatlakoztatott Geiger-Müller számláló,
- egy tartóba erősített mágnespár,
- szögmérő

A mágnes átmérőjét és a β sugárzás átlagos energiáját a kísérletvezető tanár adja meg.

Feladatok

a) Először mérjük meg a sugárzási háttér intenzitását. Távolítsuk el a sugárforrást, és mérjük a beütésszámot hosszú ideig. Mérjük, és jegyezzük fel az eltelt időt is.

b) Mérjük meg a kollimátorból kijövő β sugárzás intenzitását, mágnes nélkül, több különböző szög mellett, annak érdekében, hogy a mért szögeloszlást majd összehasonlíthassuk a mágnes hatására módosult szögeloszlással. Az értékelésnél vegyük figyelembe a mért háttérrel is!



A méréshez előkészített eszközök

- c) Vegyük fel a szögeloszlást a mágnes jelenlétében is. Határozzuk meg az átlagos szögeltérést.
- d) A c) pontban meghatározott szög és az energia segítségével adjunk becslést az eltérítő mágneses mező indukciójára. Az indukció meghatározásánál figyelembe kell venni annak a lehetőségét, hogy az elektron sebessége a fénysebesség nagyságrendjébe eshet.
- e) Határozzuk meg az eltérítő mágneses mező irányát, a mágnesek polaritását!
- f) Elemezzük az eredményt. Milyen hibák adódhatnak a mérés során, és ezek mekkorák lehetnek? Miért csak nagyságrendi becslést ad ez a mérés?

Tanácsok a méréshez

Időt takaríthatunk meg, ha a feladat értelmezése közben már elkezdünk háttérrel mérni.

Lehet, hogy egy-egy pont méréséhez hosszabb mérési időre van szükség. Ezt a háttér és a beütések számának ismeretében lehet meghatározni. A mérésre rendelkezésre álló idő rövid, ezért a kollimátort tekintjük szimmetrikusnak (elegendő csak az egyik oldalon mérni).

Segítség az energia kiszámításához

- 1) Az eltérülés szögéből határozzuk meg először annak a körpályának a sugarát (R), amelyen a β részecskék haladnak. A mellékelt rajz alapján:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{d/2}{R}.$$

- 2) A mágneses térben haladó részecske p lendületét a B mágneses indukció és az R pályasugár ismeretében meghatározhatjuk abból kiindulva, hogy a körpályán tartáshoz szükséges erőt a mágneses Lorentz erő ($F = evB$) adja:

$$a_{cp} = \frac{F_l}{m} \text{ azaz: } \frac{v^2}{R} = \frac{evB}{m} \text{ és ebből } p = eBR$$

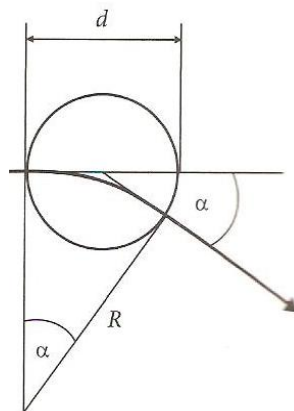
- 3) Az energiából a lendületet a relativisztikus összefüggés segítségével határozzuk meg. Ebből visszszámolva ki lehet számítani a mágneses indukció nagyságát.

Adatok: Átlagos energia, fénysebesség, elektron tömege, elektron töltése

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2} - m_0 c^2$$

Itt m_0 az elektron nyugalmi tömege ($m_0 c^2 = 0,511 \text{ MeV} = 0,8176 \cdot 10^{-13} \text{ J}$).

Beadandó a „Mérési jegyzőkönyv”, amely tartalmazza a mérést végző azonosítóját, a mérések minden fontos paraméterét, a mért nyers adatokat, az



eljárást (lépésenként), amellyel a végeredményhez eljutottunk, a végeredmény(ek)e)t, végeredmény(ek) hibáját és a hiba kiszámítási vagy becslési módját, az eredmények diszkutálását, valamint minden olyan információt, amely a mérés reprodukáláshoz szükséges.

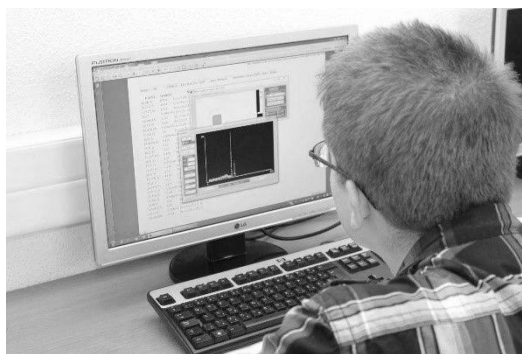
SZÁMÍTÓGÉPES FELADAT

A feladat során egy ismeretlen minta összetételét fogjuk meghatározni a minta – neutron aktivációt követő – gamma-spektrumának analízise alapján. A kristályos minta anyagát atomreaktorban előzetesen már besugározták, amelynek következtében a minta egyes atomjai befogták a neutronokat, és ezáltal radioaktívvá váltak. A radioaktív atommagok leányelemei az elemre jellemző energiájú gamma-fotonokat bocsátanak ki. Egy (szcintillációs) detektorral a gamma-sugarak energiaspektrumát fel tudjuk venni. Ha meghatározzuk a kibocsátott gammasugarak energiáját, a gamma-sugarak táblázatából meghatározhatjuk, hogy milyen atommagok bocsátották ki a sugarakat. Ez a minőségi (kvalitatív) analízis. A feladat során csak ilyen analízist kell elvégezzünk.

Megjegyzés: A minta egyes komponenseinek mennyiségét is meg lehet határozni a kibocsátott gamma-fotonok intenzitásának mérésével. Ehhez azonban a detektor (és a detektálási geometria) teljes hatásfokát is ismerni kell a gamma-energia függvényében. A mostani feladat során mennyiségi (kvantitatív) analízist nem kell végezni, ezért nincs szükség a hatásfokfüggvény ismeretére sem.

Feladatok

1) A detektor energia-kalibrálása. Ehhez vegyük fel külön-külön a két rendelkezésre álló standard sugárforrás (^{137}Cs és ^{60}Co) spektrumát. Ezek gamma-kvantumainak pontos energiáját keressük ki a gamma-energia táblázatból (a táblázat PDF formátumban a Sűgő menüpontból érhető el, a használatát lásd lentebb)! A „kalibrálás” azt jelenti, hogy meghatározzuk, hogy a detektor mely „csatornába” teszi a beérkező, különböző energiájú gamma-fotonok jeleit. Feltételezhetjük, hogy a detektorunk válasza lineáris, azaz a gamma-energia (E) és a csatornaszám (C) között a következő összefüggés áll fenn:



Szimulációs feladat a monitoron

$E = a \cdot C + b$. Az energia-kalibrálás lényegében az a és b konstansok meghatározását jelenti.

2) Vegyük fel az ismeretlen minta spektrumát egy új spektrumba, és az előző pontban elvégzett energia-kalibráció segítségével határozzuk meg a detektort ért gammakvantumok energiáját.

3) A gamma-energiák ismeretében a táblázat felhasználásával határozzuk meg, hogy milyen elemekből állhat a besugárzott kristályos minta.

4) Az elvégzett mérésekből készítsünk jegyzőkönyvet! Ebben minden fontos adatnak és eljárásnak szerepelni kell. A jegyzőkönyvnek olyannak kell lenni, hogy annak alapján bárki reprodukálhassa (és ellenőrizhesse) a mérést. Szerepeljenek benne a „nyers” mérési adatok, az adatok feldolgozási módszere, a következtetések és az indoklások. Célszerű néhány képet is kimenteni a zsűri számára (a kép kimentésének módját lásd a program használati útmutatójának végén). A jegyzőkönyvben jelezzük, hogy miről készültek képek! A zsűri a jegyzőkönyvek alapján pontozza a versenyzők munkáját!

A γ -energia táblázat használata

a) A táblázat első oszlopa $E(\text{keV})$ a kibocsátott gamma-foton energiáját mutatja;

b) a második oszlop (Intensity) azt mutatja meg, hogy 100 bomlásból átlagosan hány gammafoton bocsátódik ki ilyen energiával (lényegében a bomlásonkénti százalékos arány);

c) a harmadik oszlop (Nuclide) az anyamagot mutatja, utána zárójelben a bomlási mód, és a felezési idő.

Például:

$E(\text{keV})$	Intensity	Nuclide		
γ -energia	%	Anyamag	Bomlási mód	Felezési idő
249.794(15)	90.0	Xe-135	B^-	9.14 H

A bemutatott példa azt jelenti, hogy a ^{135}Xe atommag 9.14 h felezési idővel, negatív bétabomlással (B^-) bomlik (^{135}Cs -re, de ez nincs jelölve), és a bomlást követően az esetek 90%-ban kibocsátódik egy 249.794 keV energiájú γ -foton, amelynek az energiáját ± 0.00015 keV pontosan ismerjük (az energia után zárójelben lévő szám).

Segítség:

A spektrum kiértékelésénél, a csúcsok azonosításánál emlékezzünk arra, hogy még egy monoenergiás γ -fotonokat kibocsátó forrás spektruma sem mindig csak egyetlen csúcsot tartalmaz (kiszökési csúcsok)!

Útmutató a szimulációs program kezeléséhez

1. A program indítása a Windows asztalon (desktop) található Szilard2013.exe parancsikonnal történik.
2. Indítás után a program kéri a verseny során használt azonosítót. Ezt adjuk meg a felugró ablakban.
3. Ezután a program főablaka jelenik meg.

A főablak

A kísérleti elrendezés vázlata

A képernyőn a kísérleti elrendezés vázlatos rajza látható. A kísérlethez a következők kellnek: - a detektor (lila téglalap)

- a kalibráló sugárforrások (kék és piros pont)
- az ismeretlen, besugárzott radioaktív minta (zöldes színű pont)
- az „árnyékolások” (fekete területek), amelyek az éppen nem használt sugárforrásokat leárnyékolják a detektor elől.

A „Detektor” nevű panel

- a „Detektor mozgatása” csúszka segítségével tudjuk változtatni a detektor pozícióját

- a „Detektor bekapcsolása”, a „Detektor megmutatása” és a „Detektor kikapcsolása” gombok szolgálnak a detektor kezelőablakának megjelenítésére, illetve kikapcsolására. A detektorablak kezelését és leírását lásd lentebb.

„Sugárforrások” nevű panel

A detektor kalibrálásához használható kalibráló sugárforrásokat (^{137}Cs és ^{60}Co forrás) a „Sugárforrások” feliratú panelen lehet kezelni. A választott forrást jelölő mező bejelölésével a forrás kivehető az árnyékolás mögül, ekkor olyan helyzetbe kerül, hogy a detektor érzékeli a kibocsátott gamma-fotonokat. Egyszerre csak legfeljebb egy sugárforrást lehet kihozni az árnyékolás mögül. A paneleken található funkciók a menüsorból is hozzáférhetők.

A detektor kezelőablaka

A spektrum, és kalibrációja

A képernyő legnagyobb részét a spektrum ábrázolására szolgáló fekete terület foglalja el. A detektorból kijövő feszültségimpulzusok amplitúdóját egy analóg-digitális konverter (ADC) egész számokká alakítja. A vízszintes tengelyen ezek a számok (ún. csatornák) láthatók, a függőleges tengelyen pedig az, hogy adott csatornában hány darab fotont érzékelt a detektor a mérés ideje alatt. A detektor jeleinek amplitúdója függ a bejövő gamma foton energiájától. Azt azonban, hogy ezt az ADC milyen számokká alakítja, nem tudjuk előre. Ezért a mérőrendszerünket kalibrálni kell: ismert energiájú gamma-fotonokat kibocsátó sugárforrásokat kell a detektor elé helyezni,

felvenni a gamma-spektrumukat, majd meghatározni, hogy a sugárforrások ismert energiájú gamma-vonalai mely koordináta-értékhez tartoznak. Ehhez a detektált csúcs „helyét” – a csúcs vízszintes koordinátáját – kell meghatározni. Ennek módját ld. alább, a kurzor leírásánál. A felvett koordináta – energia pontpárookra fektessünk egyenest! Ezt akár a méréshez adott milliméterpapíron is megtehetjük, vagy a méréshez adott számítógépen megtalálható valamely ismert program segítségével (pl. EXCEL). A kalibráció birtokában bármely koordináta-értékről meg tudjuk majd határozni, hogy az milyen energiának felel meg. A kalibrációhoz használt módszert mindenképpen írjuk le a jegyzőkönyvben! Ha milliméterpapírt használtunk, azt is csatoljuk a jegyzőkönyvhöz!

Nyomógombok

A „Start” gomb megnyomásával indul a mérés. A „Törlés” gomb minden esetben törli a spektrumot, a „Stop” gomb megnyomása leállítja a mérést. A mérés megállítása után újra a detektor kezelőablaka jelenik meg:

Tengelyek

A függőleges tengely maximumát a bal felső sarokban lévő panelen lehet beállítani, az ablak kinyitásakor alapértelmezett értéke 100. Az „Auto” jelölőnégyzet bejelölésével a függőleges tengely automatikusan újraszkalázódik, valahányszor a csatornatartalmak „kilógnának” a képből. A vízszintes tengely („csatornák”) minimumát és maximumát a tengely alatti panel bal- és jobb oldalán lehet beállítani, alapértelmezett értékük 0, illetve 4096.

Kurzor kezelése

A sárga vonallal jelölt kurzort kétféleképpen mozgathatjuk:

- ha az egérrel a képre kattintunk, a kurzor odaugrik
- a jobb vagy bal *nyíl* lenyomásával is mozgathatjuk jobbra vagy balra, miközben az *Alt* gombot is nyomva tartjuk.

A vízszintes tengely alatti sötétebb csíkban a program kiírja a kurzor koordinátáit:

X (ezt a kalibráció segítségével át kell majd számoljuk a gamma foton energiájába, pl. keV-be), Y pedig, hogy az adott csatornába hány beütés érkezett a mérés ideje alatt.

Csúcs paramétereinek meghatározása

A spektrumban egy csúcs paramétereinek meghatározásához ki kell jelölni a vizsgált csúcspot. Ehhez a kurzort mozgassuk a csúcs egyik szélére, majd a *Ctrl* és *Alt* billentyűk lenyomása mellett a megfelelő irányú *nyíl* folyamatos nyomva tartásával vigyük a kurzort a csúcs másik széléhez.

Fontos, hogy közben a billentyűket ne engedjük fel, mert a program ezzel a csúcskijelölést befejezi. Az újbóli gomblenyomást újabb csúcskijelölés kezdeteként értelmezi, és így láthatóan hibás eredményt kapunk!

A terület kijelölést pontosítani lehet, ha a bal oldali, *Tartomány* feliratú panelen megadjuk a kijelölni kívánt terület legkisebb és legnagyobb X koordinátáját, majd megnyomjuk az „*Elfogad*” gombot. A program a „*Csúcs helye*” mezőben kijelzi azt az X értéket (csatornaszám), amelyet a kijelölt tartomány átlagos csatornaszámának – a csúcs helyének – tart (Megjegyzés: a program nettó beütésszámokkal súlyozott átlagot számol). A „*Bruttó*” mezőben leolvasható a kijelölt tartományban regisztrált összes beütésszám. A program a kijelölt terület első és utolsó pontja közé egyenest húz be, és az alatta levő területet „háttérként” értelmezi. A háttér területének az értéke a „*Háttér*” mezőben látható, a „*Nettó*” mezőben pedig a teljes csúcsterület és a meghatározott háttér-terület különbségét mutatja meg.

Az ablak képként történő kimentése

A spektrumra az *egér jobb gombjával* kattintva lehetőség nyílik az aktuális ablak képként való kimentésére. A kimentés után a program közli, hogy milyen néven mentette ki a képet. VIGYÁZAT! A program újraindítása után a belső kép-számláló törlődik, és a képek számozása előlről kezdődik. Ezért a program felülírja a korábban kimentett képeket!

Az 1. forduló feladatainak megoldásai

1. feladat megoldása

1.	igaz
2.	hamis
3.	hamis
4.	hamis
5.	hamis
6.	igaz
7.	hamis
8.	hamis
9.	hamis
10.	igaz

2. feladat megoldása

A láncmolekulát egy egydimenziós, erőmentesnek tekinthető húrral modellezhetjük, ahol a gerjesztett állapotoknak az egyre több belső csomóponttal rendelkező állóhullámok felelnek meg. A húr kemény kovalens kötések tartják össze, ezért a húr hossza a gerjesztések során állandó marad. A húr mentén a potenciális energia sem függ a gerjesztéstől, így a gerjesztett állapotok energiáját egyedül azok hullámhossza szabja meg.

A H atomot azonban a Coulomb-kölcsönhatás tartja össze, amely „puhább”; azaz a gerjesztett állapotok térfogata nem állandó, a Coulomb-kölcsönhatás egyre nagyobb méretre engedi ki az egyre magasabb energiával gerjesztett állapotokat. Sőt, a Coulomb-potenciál annál laposabb- és így annál „puhább” -, minél távolabb vagyunk az atommagtól. Ezért a magasabban gerjesztett állapotok energiája egyre közelebb kerül egymáshoz.

3. feladat megoldása

10 liter 20 °C-os víz 75%-nak elforralásához szükséges energia:

$$Q = 4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 10 \text{ kg} \cdot 80 \text{ K} + 2256 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 7,5 \text{ kg} = 20280 \text{ kJ}$$

(Vegyük észre, hogy a teljes 10 kg vízmennyiséget fel kell melegíteni 80 fokkal, viszont elforralni csak 7,5 kg vizet kell.)

Az α részecske energiája $E_\alpha = 6 \text{ MeV} = 9,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$. A melegítéshez szükséges

energiát tehát $N = \frac{Q}{E_\alpha} = \frac{20280 \cdot 10^3 \text{ J}}{9,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}} = 2,11 \cdot 10^{19}$ db α részecske biztosítja.

Az eredeti atomszám: N_0 az elbomlott atomok száma $N = N_0 - N(t)$.

$$N = N_0 - N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = N_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T}} \right),$$

azaz

$$N_0 = \frac{N}{1 - 2^{-\frac{t}{T}}} = \frac{2,11 \cdot 10^{19}}{1 - 2^{-\frac{15}{3}}} = 2,178 \cdot 10^{19}.$$

Mivel 218 gramm polóniumban $6 \cdot 10^{23}$ db atom van $2,178 \cdot 10^{19}$ db atom tömege:

$$m = \frac{2,178 \cdot 10^{19}}{6 \cdot 10^{23}} \cdot 218 \text{ g} = 7,91 \cdot 10^{-3} \text{ g} \approx 8 \text{ mg}$$

Tehát kb. 8 mg polóniumot ejtettek a vízbe.

4. feladat megoldása

a) He_2 molekula nem létezik, mert két kötő állapotban lévő elektront és két lazító állapotban lévő elektront tartalmazna, ezért energiája azonos lenne két He atoméval, azaz nem lenne energetikailag kedvezőbb. Így még ha létre is jönne egy pillanatra, a hőmozgás rögtön szétverné.

b) He_2^+ ion viszont létezik, mivel két elektron kerül kötő állapotba és egy pedig lazítóba, így a molekula energiája mélyebb, mint a He atom + He^+ ion együttes energiája.

c) Létezik H_2^- is. Ebben is két kötő állapotban lévő elektron és egy lazító állapotban lévő elektron található.

5. feladat megoldása

a) A négy blokk teljes hőteljesítménye $4 \cdot 1470 \text{ MW} = 5880 \text{ MW}$. Ez azt jelenti, hogy másodpercenként $\frac{5880 \cdot 10^6}{200 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}} = 18,375 \cdot 10^{19}$ maghasadás történik.

Mivel minden maghasadást 6 béta bomlás követ, és minden béta-bomlásban egy antineutrínó keletkezik, ezért másodpercenként $110 \cdot 10^{19} = 1,1 \cdot 10^{21}$ antineutrínó bocsátódik ki a négy reaktor aktív zónájából. Ezek az antineutrínók a tér minden irányába elnyelődés nélkül egyenletesen repülnek, ezért az atomerőműtől 1 km távolságra egyenletesen oszlanak el az $R = 1 \text{ km}$ sugarú gömb $4\pi R^2 = 12,57 \text{ km}^2$ nagyságú felszínén. Ebből tehát 1 cm^2 -en az antineutrínók $\frac{10^{-4}}{12,57 \cdot 10^6} \approx 8 \cdot 10^{-12}$ része halad át. Azaz kb. $8,8 \cdot 10^9$ antineutrínó

(kevesebb, mint a Napból jövő neutrínók egytizede).

b) A Napban fúziós folyamatok zajlanak. Összesítve $4^1_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + 2e^+ + 2\nu$. Innen származnak a neutrínók.

Az atomreaktorokban maghasadás zajlik, amelynek során neutrongazdag atommagok keletkeznek, ezek pedig negatív béta-bomlással kerülnek alacsonyabb állapotba. Negatív béta-bomlás során viszont antineutrínók keletkeznek, hiszen egy neutron alakul át protonná az atommagban:
 $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}$.

6. feladat megoldása

a) Egy atommag kötési energiáját a tömeghiányból lehet meghatározni:

$$\Delta M(A, Z) = \frac{B(A, Z)}{c^2} = (A - Z) \cdot m_n + Z \cdot m_H - M(A, Z), \text{ ahol } B(A, Z)$$

az A tömegszámú és Z rendszámú mag kötési energiája. Ez alapján a trícium kötési energiája:

$$\Delta M({}_1^3\text{H}) = \frac{B({}_1^3\text{H})}{c^2} = 2 \cdot m_n + m_H - M({}_1^3\text{H}) = 0,009106 \text{ u}.$$

Ebből $B({}_1^3\text{H}) = 8,4834 \text{ MeV}$.

Hasonlóan a hélium-3 kötési energiája:

$$\Delta M({}_2^3\text{He}) = \frac{B({}_2^3\text{He})}{c^2} = m_n + 2m_H - M({}_2^3\text{He}) = 0,008286 \text{ u},$$

amiből $B({}_2^3\text{He}) = 7,71945 \text{ MeV}$.

Eredményünk szerint a trícium erősebben kötött, mint a ${}^3\text{He}$! Ezért meglepő hogy – a feladat állításának megfelelően – mégis a trícium bomlik el a „gyengébben kötött” ${}^3\text{He}$ -ra, és nem fordítva!

b) A bomlási folyamat irányát illetőleg meg kell határoznunk a Q bomlási energiát. Ez a ${}_1^3\text{H} \rightarrow {}_2^3\text{He} + e^- + \tilde{\nu}$ negatív béta-bomlás folyamatában

$$Q_1 = \left[M({}_1^3\text{H})_{\text{mag}} + m_e \right] - \left[M({}_2^3\text{He})_{\text{mag}} + 2m_e \right] - m_{\tilde{\nu}} \cdot c^2 =$$

$$(3,016049 - 3,016029) \cdot c^2 = 0,00002 \cdot c^2 = 0,01863 \text{ MeV}.$$

Vegyük észre, hogy itt a szögletes zárójelekben álló kifejezések éppen az egyes atomok tömegei (az elektronokkal együtt). Az antineutrínó tömegét elhanyagoljuk.

Fordított esetben viszont, a ${}_2^3\text{He} \rightarrow {}_1^3\text{H} + e^+ + \nu$ pozitív (pozitron) béta-bomlási folyamatban:

$$Q_2 = \left[M({}_2^3\text{He})_{\text{mag}} + 2m_e \right] - \left[M({}_1^3\text{H})_{\text{mag}} + m_e \right] - m_{e^+} - m_{\nu} \cdot c^2 =$$

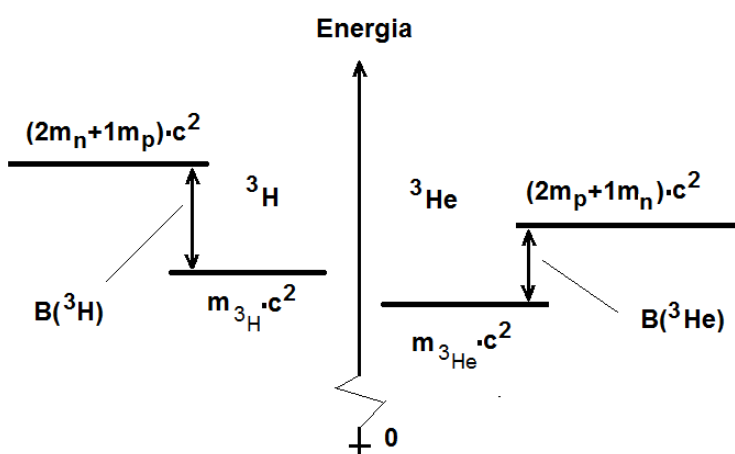
$$= (3,016029 - 3,016049 - 0,0005447) \cdot c^2 = -0,52609 \text{ MeV}.$$

Beláthatjuk azt is, hogy nemcsak a pozitronbomlás, hanem az elektronbefogás sem mehet végbe, hiszen az elektronbefogásnál: ${}^3_2\text{He} + e^- \rightarrow {}^3_1\text{H} + \nu$, ezért itt a bomlási energia:

$$Q_2 = \left\{ \left[M({}^3_2\text{He})_{\text{mag}} + 2m_e \right] - \left[M({}^3_1\text{H})_{\text{mag}} + m_e \right] - m_\nu \right\} \cdot c^2 = \\ = (3,016029 - 3,016049) \cdot c^2 = -0,01863 \text{ MeV}.$$

Mivel a bomlás csak akkor mehet végbe (spontán), ha $Q > 0$, ezért a természetben csak a ${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + e^- + \tilde{\nu}$ béta-bomlás valósul meg.

A látszólagos ellentmondás feloldása másképpen: a bomlás a TELJES energia csökkenése irányában megy végbe. Jóllehet a ${}^3\text{H}$ kötési energiája valamivel nagyobb, és így „mélyebben” kellene lennie az energiaskálán, mint a ${}^3\text{He}$, a teljes energiája mégis nagyobb, mivel több neutron van benne, és így a tömege nagyobb, mint a ${}^3\text{He}$ -nak (az $m_n > m_p$ tömegkülönbség miatt). Ebből a tömegkülönbségből adódó többlet-energia túlkompenzálja a nagyobb kötési energiából adódó energiahiányt. Ezeket a viszonyokat ábrázolja a következő ábra. Látható, hogy a $B({}^3\text{H}) > B({}^3\text{He})$, mégis $E({}^3\text{H}) > E({}^3\text{He})$.



7. feladat megoldása

a) A sebességet két adatból is ki tudjuk számítani:

$$v_1 = \frac{(778,5 - 150) \cdot 10^6 \text{ km}}{2 \text{ hét}} = 314,25 \cdot 10^6 \frac{\text{km}}{\text{hét}}. \text{ Illetve:}$$

$$v_2 = \frac{(2877 - 150) \cdot 10^6 \text{ km}}{9 \text{ hét}} = 303,25 \cdot 10^6 \frac{\text{km}}{\text{hét}}.$$

Vegyük ezek átlagát, és vegyük a sebességet $309 \cdot 10^6 \text{ km/hét}$ -nek. Ezt kell már

csak m/s-ra átváltani: $10^6 \frac{\text{km}}{\text{hét}} = \frac{10^9}{7 \cdot 24 \cdot 3600} = \frac{10^9}{604800} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1653 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

A protonok sebessége tehát: $309 \cdot 1653 = 510777 \text{ m/s}$.

b) Ez még messze van a relativisztikus tartománytól, ezért az energia meghatározásához számolhatunk klasszikusan:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = 0,5 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \left(510777 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 2,18 \cdot 10^{-16} \text{ J} = 1,36 \text{ keV}.$$

c) Milyen hőmérsékleten ekkora a protonok hőmozgásból fakadó átlagos energiája?

$$\frac{3}{2}kT = E \rightarrow T = \frac{2E}{3k} = \frac{4,36 \cdot 10^{-16} \text{ J}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}} = 1,05 \cdot 10^7 \text{ K} \approx 10 \text{ millió K}.$$

8. feladat megoldása

A Föld hőmérsékletét úgy kapjuk meg, hogy feltesszük: egyensúly van, azaz a Föld által elnyelt – Napból jövő – sugárzást kiegyenlíti a Föld által kibocsátott hőmérsékleti sugárzás. A Stefan-Boltzmann törvény értelmében az egységnyi felületen egységnyi idő alatt kisugárzott energia arányos az abszolút hőmérséklet negyedik hatványával, ezért a Föld által kibocsátott teljesítmény (időegység alatt kisugárzott energia): $P_F = 4 \cdot \pi \cdot R_F^2 \cdot \sigma \cdot T_F^4$.

Ahol R_F a Föld sugara, T_F a Föld felszínének abszolút hőmérséklete, és σ a Stefan-Boltzmann állandó:

$$\sigma = 5,6705 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}.$$

Hasonlóan a Nap által kisugárzott teljesítmény: $P_N = 4 \cdot \pi \cdot R_N^2 \cdot \sigma \cdot T_N^4$, ahol a megfelelő mennyiségek a Nap adataira vonatkoznak. (Itt használtuk ki azt, hogy ezek a testek abszolút fekete testként viselkednek.)

A Napból a Földre érkező teljesítmény:

$$P_N \cdot \frac{R_F^2 \cdot \pi}{4 \cdot \pi \cdot D^2},$$

ahol D a Nap – Föld távolság. A Földet melegítő teljesítménnyel a kisugárzás egyensúlyt tart:

$$P_F = P_N \cdot \frac{R_F^2 \cdot \pi}{4 \cdot \pi \cdot D^2}.$$

Az egyensúlyi feltételből kapjuk: $4 \cdot \pi \cdot R_F^2 \cdot \sigma \cdot T_F^4 = 4 \cdot \pi \cdot R_N^2 \cdot \sigma \cdot T_N^4 \cdot \frac{R_F^2 \cdot \pi}{4 \cdot \pi \cdot D^2}$.

A megfelelő egyszerűsítések elvégzése után:

$$T_F^4 = T_N^4 \cdot \frac{R_N^2}{4 \cdot D^2} \rightarrow T_F = T_N \cdot \sqrt{\frac{R_N}{2D}} = 5778 \cdot \sqrt{\frac{6,96 \cdot 10^8}{2 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}} = 278,3 \text{ K} \approx 5^\circ \text{ C}.$$

9. feladat megoldása

Legyen s a szupernova-robbanás távolsága (10 fényév). A neutrínók közel fénysebességgel érkeznek, ezért $\frac{s}{c}$ idő alatt érnek ide. A később érkező részecske sebessége tehát:

$$v = \frac{s}{\frac{s}{c} + t}$$

(t az időkülönbség).

Mivel a részecske sebessége relativisztikus, a tömege:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Legyen $E_0 = m_0 c^2$ a részecske nyugalmi energiája, és jelöljük E_m -el a mozgási energiát. Mivel az energiákat keressük:

$$\frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = E_0 + E_m, \text{ ebből } E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = E_m,$$

rendezve:

$$E_0 = \frac{E_m \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

A szám adatok behelyettesítésével:

10 fényév = $9,460529 \cdot 10^{16}$ m, 44 óra = $1,584 \cdot 10^5$ s, a fénysebesség pontos értéke: 299792458 m/s. A v értéke:

$$v = \frac{9,460529 \cdot 10^{16} \text{ m}}{\frac{9,460529 \cdot 10^{16} \text{ m}}{299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}} + 1,584 \cdot 10^5 \text{ s}} = 299642337 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

k értéke:

$$k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0,03164$$

Ebből az energia, majd a tömeg:

$$E_0 = \frac{E_m k}{1-k} = \frac{30 \cdot 0,03164}{1-0,03164} = 0,980 \text{ GeV},$$

$$m_0 = \frac{E_0}{c^2} = \frac{9,8 \cdot 10^8 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}}{9 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 1,74 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx m_p,$$

ami jó közelítéssel a proton tömegének felel meg. Feltehetőleg tehát egy proton érkezett ekkora energiával.

10. feladat megoldása

Az UF_6 molekulák moláris tömege 349 g/mol, ill. 352 g/mol a két különböző urán-izotóp esetén. Jelöljük N_{235} -el a ^{235}U izotópot tartalmazó molekulák számát, és N_{238} -al pedig a ^{238}U izotópot tartalmazókat. Ekkor a detektorban lévő gáz tömege a részecskék számával kifejezve:

$$m = \frac{N_{235}}{6 \cdot 10^{23}} \cdot 349 \text{ g} + \frac{N_{238}}{6 \cdot 10^{23}} \cdot 352 \text{ g}.$$

A keverék gáz tömegére felírhatjuk, hogy

$$m = \rho \cdot V = 1,695 \cdot 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 10 \text{ cm}^3 = 16,96 \cdot 10^{-3} \text{ g}.$$

A gáz α -aktivitása pedig: $A = N_{235} \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}(^{235}\text{U})} + N_{238} \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}(^{238}\text{U})} = 181,3 \text{ Bq}.$

Látható, hogy a két ismeretlenre két (lineáris) egyenletünk van, ez könnyen megoldható.

A felezési idők másodpercekben:

$$T_{\frac{1}{2}}(^{235}\text{U}) = 7,038 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 22,2 \cdot 10^{15} \text{ s}, \text{ valamint}$$

$$T_{\frac{1}{2}}(^{238}\text{U}) = 4,468 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 140,9 \cdot 10^{15} \text{ s}.$$

A két egyenletet átrendezve és a mértékegységeket elhagyva kapjuk:

$$16,96 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 349 \cdot N_{235} + 352 \cdot N_{238}, \text{ illetve}$$

$$181,3 = 31,22 \cdot 10^{-18} \cdot N_{235} + 4,919 \cdot 10^{-18} \cdot N_{238}.$$

Az egyszerűbb számolás érdekében vezessünk be két új változót:

$$n_5 = N_{235} \cdot 10^{-18}, \text{ és } n_8 = N_{238} \cdot 10^{-18}. \text{ Ezekkel kapjuk:}$$

$$101,76 = 3,49 \cdot n_5 + 3,52 \cdot n_8, \text{ illetve } 181,3 = 31,22 \cdot n_5 + 4,919 \cdot n_8$$

Az egyenletrendszer megoldásából kapjuk: $n_5 = 1,484$, és $n_8 = 27,439$.

A dúsítás tehát $d = \frac{n_5}{n_5 + n_8} = \frac{1,484}{1,484 + 27,439} = 0,0513$, azaz kb. 5%.

A döntő feladatainak megoldásai

I. kategória

1. feladat megoldása

1. megoldás:

Az energia kiszámításakor a (kvantummechanikai) mozgási és a potenciális energia összegét kell venni. Most a gravitációs potenciális energia szerepel az elektromos helyett, azaz

$$E(r) = \frac{\hbar^2}{2m_e r^2} - \gamma \frac{m_e m_p}{r}$$

minimumát kell venni, s ebből

$$r = \frac{\hbar^2}{\gamma \cdot m_e^2 \cdot m_p}$$

A számadatokat behelyettesítve:

$$r = \frac{(1,055 \cdot 10^{-34})^2}{6,6738 \cdot 10^{-11} \cdot (9,11 \cdot 10^{-31})^2 \cdot 1,6726 \cdot 10^{-27}} = 1,2 \cdot 10^{29} \text{ m}$$

lenne alapállapotban.

Összehasonlításképpen: a Föld sugara: $6370 \text{ km} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$, a Föld – Nap távolság $150 \text{ millió km} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$. Az alapállapotú és a gerjesztési energiákat pedig r értékét visszahelyettesítve az energia kifejezésbe kapjuk:

$$E_n = -\frac{\gamma^2 \cdot m_e^3 \cdot m_p^2}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

Az alapállapotra ($n = 1$) ez például $2,49 \cdot 10^{-78} \text{ eV}$ -ot ad.

2. megoldás:

Hasonlítsuk össze az elektromos és a gravitációs potenciális energiát, hiszen csak ezekben lesz különbség!

$$\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \cdot \frac{1}{r} \Rightarrow (\gamma \cdot m_e \cdot m_p) \cdot \frac{1}{r}.$$

Más szóval minden H-atom képlet érvényben marad, csak a képletekben előforduló baloldali zárójeles kombinációkat a jobb oldali zárójeles kombinációval kell helyettesíteni. A H-atom sugara:

$$r = \left(\frac{4\pi\epsilon_0}{e^2} \right) \cdot \frac{\hbar^2}{m_e},$$

amiből a fenti „helyettesítéssel” kapjuk:

$$r = \left(\frac{1}{\gamma \cdot m_e \cdot m_p} \right) \cdot \frac{\hbar^2}{m_e} = \frac{\hbar^2}{\gamma \cdot m_e^2 \cdot m_p}.$$

Ennek a gondolatmenetnek az alapján gerjesztési energiáknál is hasonlóképpen járhatunk el: H-atomnál:

$$E_n = -\frac{m_e}{2\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \frac{1}{n^2},$$

itt elvégezve a „helyettesítést”:

$$E_n = -\frac{m_e}{2\hbar^2} (\gamma \cdot m_e \cdot m_p)^2 \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{\gamma^2 \cdot m_e^3 \cdot m_p^2}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

A „gravitációs Rydberg-állandó” most igen kicsi lesz:

$$R_{grav} = \frac{(6,6738 \cdot 10^{-11})^2 \cdot (9,11 \cdot 10^{-31})^3 \cdot (1,6726 \cdot 10^{-27})^2}{2 \cdot (1,055 \cdot 10^{-34})^2}$$

Kiszámítva: $R_{grav} = 3,98 \cdot 10^{-97} \text{ J} = 2,49 \cdot 10^{-78} \text{ eV}$.

3. megoldás:

Az elektromos és a gravitációs potenciális energia is $-\frac{C}{r}$ alakú. Ezért először általánosan határozzuk meg az egyensúlyi sugarat és energiákat. A teljes (kvantummechanikai) energia:

$$E(r) = \frac{\hbar^2}{2m_e r^2} - \frac{C}{r}.$$

Ennek a minimuma:

$$r = \frac{\hbar^2}{m_e} \cdot \frac{1}{C},$$

és az alapállapot energiája:

$$E = -\frac{m_e}{2\hbar^2} \cdot C^2.$$

Hasonló módon skálázódnak a gerjesztési energiák is.

Az elektromos és a gravitációs „C”-k aránya:

$$\frac{C_g}{C_e} = \frac{\gamma \cdot m_e \cdot m_p}{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}} = \frac{6,6738 \cdot 10^{-11} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6226 \cdot 10^{-27}}{9 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2} = 4,28 \cdot 10^{-40}.$$

Ezek alapján látszik, hogy a „gravitációs” H-atom sugara kb. negyven nagyságrenddel nagyobb, az alap- és gerjesztett állapotainak energiája pedig kb. 80 nagyságrenddel kisebb, mint az elektromosan összetartott H-atomé. Azaz:

$$r = r_{Bohr} \cdot \frac{1}{4,28 \cdot 10^{-40}} = \frac{5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}}{4,28 \cdot 10^{-40}} = 1,24 \cdot 10^{29} \text{ m}.$$

Az alapállapot energiája pedig:

$$E = E_H (4,28 \cdot 10^{-40})^2 = -13,6 \text{ eV} \cdot 18,32 \cdot 10^{-80} = -2,49 \cdot 10^{-78} \text{ eV} = -3,98 \cdot 10^{-97} \text{ J}$$

2. feladat megoldása

1. megoldás:

a) A neutroncsillag jó közelítéssel maganyag sűrűségű. Egy A tömegszámú mag közelítőleg:

$m = \frac{A}{N_A} = \frac{A}{6 \cdot 10^{23}} [\text{g}]$, mivel A grammnyi anyagban van $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ Avogadro-számnyi részecske. Ennek a magnak a sűrűsége gömbszerű egyenletes anyageloszlás mellett: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{3A}{N_A 4\pi R^3}$.

Ismert viszont, hogy a magsugárra $R^3 = r_0^3 A$, ahol $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$.

Azaz

$$\rho = \frac{3A}{N_A 4\pi r_0^3 A} = \frac{3}{6 \cdot 10^{23} \cdot 4\pi \cdot (1,2 \cdot 10^{-15})^3} = 2,3025 \cdot 10^{20} \frac{\text{g}}{\text{m}^3} = 2,3025 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Ezek alapján az 1 km sugarú neutroncsillag tömege:

$$M_{cs} = \rho \cdot \frac{4\pi}{3} R_{cs}^3 = 2,3025 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 4,189 \cdot 10^9 \text{ m}^3 = 9,6447 \cdot 10^{26} \text{ kg}.$$

A Föld tömege $5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, tehát a neutroncsillag tömege kb. 160-szor nagyobb.

b) A nehézségi gyorsulás a felszínen:

$$g_n = \gamma \frac{M_{cs}}{R_{cs}^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{9,64 \cdot 10^{26} \text{ kg}}{10^6 \text{ m}^2} = 6,43 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

2. megoldás:

a) A megoldás során nem szükséges numerikusan kiszámítani a sűrűséget, mivel a $\frac{4\pi}{3}$ úgyis kiesik.

$$M_{cs} = \rho \cdot \frac{4\pi}{3} R_{cs}^3 = \frac{3A}{N_A 4\pi r_0^3 A} \cdot \frac{4\pi}{3} R_{cs}^3 = \frac{1}{N_A} \left(\frac{R_{cs}}{r_0} \right)^3.$$

Itt $R_{cs} = 1$ km, a neutroncsillag sugara.

Behelyettesítve:

$$M_{cs} = \frac{1}{6 \cdot 10^{23}} \left(\frac{1000}{1,2 \cdot 10^{-15}} \right)^3 = 9,64 \cdot 10^{29} \text{ g} = 9,64 \cdot 10^{26} \text{ kg}.$$

A b) feladat megoldása ugyanaz, mint előbb.

3. feladat megoldása

A neutron mágneses momentuma a nem nulla spinjétől ered. Ez azonban önmagában nem lenne elég, töltés nélkül nem csatolódhatna az elektromágneses térhez (lásd pl. neutrínó: van spinje, de nincs mágneses momentuma). Viszont ma már tudjuk, hogy a neutron nem elemi részecske, belső szerkezete van, három kvark alkotja. A három kvark két különböző elektromos töltéssel rendelkezik (udd, u +2/3, d -1/3 elemi töltéssel), amelyek inhomogén töltéseloszlást eredményeznek. Inhomogén töltéseloszlásnak pedig már van (lehet) mágneses momentuma, ha perdületjellegű mennyiség (pl. spin) is jelen van.

4. feladat megoldása

a) A kvantummechanikai atommodell szerint az elektron nem pontszerű, – amely az atommagtól relatíve nagy távolságban (10^4 - 10^5 magsugárnyira) körpályán kering a mag körül – hanem állóhullámként veszi körül az őt fogva tartó atommagot (jelen esetben a protont). A modell szerint az elektron véges valószínűséggel tartózkodik az ugyancsak nem pontszerű, véges méretű protonon belül is, ahol már a Coulomb potenciál semmiképpen sem az $1/r$ törvény szerint vehető számításba. Ezért a H-atom alapállapotában leginkább, de bizonyos mértékben a gerjesztett állapotokban is módosul a proton – elektron rendszer energiája a pontszerű atommag feltételezésével számítottakhoz képest. Ez jelentkezni fog az elektronátmeneteknél, és így a kibocsátott fény hullámhossza is megváltozik. Ennek a változásnak a pontos mérésével, valamint az elektron állapotfüggvényének felhasználásával következtettek arra, hogy az elektron mennyit és mekkora térfogatban

tartózkodik az atommagon belül. Ilyen módon lehetett ebből az atommag (proton) méretét meghatározni.

b) Mivel a negatív müonnak kb. 200-szor nagyobb a tömege, ezért a H-atomban az állapotfüggvényének kiterjedése is jóval kisebb (kb. 200-szor kisebb), mint az elektroné. Vagyis a proton a müont jóval közelebb húzza magához alapállapotban, mint a könnyebb (ezáltal mozgékonyabb) elektront. Ezért a müon többe tartózkodik a protonon belül, mint az elektron. Így a proton – müon rendszernél a fent leírt effektus jóval erősebben jelentkezik, mint a közönséges H-atomnál, így a proton mérete is pontosabban határozható meg.

5. feladat megoldása

a) Tegyük fel, hogy az ütköző molekulák teljes egészében elveszítik mozgási és forgási energiájukat. (Ezt a lendület-megmaradás törvénye megengedi, mivel a feltétel szerint az ütköző molekulák összes lendülete zérus.) Ekkor felírhatjuk:

$$2\frac{5}{2}kT = 2E_k \rightarrow T = \frac{2E_k}{5k} = \frac{2 \cdot 4,52 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{5 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}} = 2,0962 \cdot 10^4 \text{ K} = 20962 \text{ K}.$$

(Itt E_k a molekula kötési energiáját jelöli.)

b) Ugyancsak feltehetjük, hogy a H-atomok elveszítik ütközéskor teljes mozgási energiájukat. Így a mozgási energiák összege csak az egyik atom gerjesztésére fordítódik, mivel egy foton jelenik meg. A feltételnek megfelelően a 3. energiaszintre kell gerjeszteni az egyik atomot az ütközési energia révén, hogy a $3 \rightarrow 2$ elektronátmenet során a megadott hullámhosszúságú foton keletkezzen. Így felírhatjuk:

$$2\frac{3}{2}kT = E_3 - E_1 \rightarrow T = \frac{E_3 - E_1}{3k} = \frac{-\frac{13,6 \text{ eV}}{9} - (-13,6 \text{ eV})}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}} =$$

$$4,672 \cdot 10^4 \text{ K} = 46720 \text{ K}.$$

c) Az eredményül kapott hőmérsékleti értékek jóval nagyobbak (kb. egy nagyságrenddel), mint a feladatban megadott hőmérsékleti értékek, amelyeken a fenti jelenségek (molekulák felbomlása, atomok fénykibocsátása) a tapasztalat szerint már létrejönnek. A paradoxon oka a *részecskék sebességének Maxwell-féle eloszlása*, amely szerint egy adott T hőmérséklethez tartozó átlagos energiának megfelelő sebességnél (négyzetes középsebesség) jóval nagyobb sebességű részecskék is előfordulnak a T hőmérsékletű gázban. Így a fenti jelenségek már jóval alacsonyabb hőmérsékleten bekövetkeznek, mint az átlagos energiához tartozó hőmérséklet.

6. feladat megoldása

Az ^{236}U atommagot a hasadási gáton kell átjuttatni, azaz a gamma-fotontól is legalább akkora energiát kell kapjon az atommag, amekkorát a termikus neutron befogódásakor kap. A termikus neutron nem a mozgási energiáját adja, hanem befogódásakor a kötési energiája szabadul fel, és áll a ^{236}U atommag rendelkezésére.

A $^{235}\text{U} + n \rightarrow ^{236}\text{U} + Q$ reakció energiamérlege:

$$Q = [M(^{235}\text{U}) + M(n) - M(^{236}\text{U})] \cdot c^2.$$

A megadott adatokat behelyettesítve:

$$Q = (235,043923 + 1,008665 - 236,045562) \cdot c^2 = (0,00726 \text{ u}) \cdot c^2.$$

A megadott átváltással kapjuk:

$$Q = (0,00726 \text{ u}) \cdot c^2 \cdot 931,494 \frac{\text{MeV}}{c^2} = 6,545 \text{ MeV}.$$

Tehát legalább ennyi energiát kell bevinni a gamma-fotonnak is, hogy átemelje az atommagot a hasadási gáton.

A megoldás során elhanyagoltuk azt, hogy a gamma-foton abszorpciójakor az atommag valamennyivel vissza is lökődik (a lendület-megmaradás miatt). A nagy magtömeg miatt azonban ez a visszalökődés csak nagyon kicsit szól bele az energia-mérlegbe

$$E_{\text{vissza}} = \frac{p^2}{2M} = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} = E_\gamma \left(\frac{E_\gamma}{2Mc^2} \right).$$

Innen látható, hogy az atommag a visszalökődés során az eredeti gamma-foton energiájának csak igen kis töredékét képes átvenni.

7. feladat megoldása

a) Először azt kell megállapítani, hogy milyen bomlási módok láthatók az ábrán. A tömegszámokból és a rendszámokból kiderül, hogy a felfelé mutató nyilak alfa-bomlásokat, a lefelé mutató nyilak pedig negatív béta-bomlásokat jeleznek. Mivel a detektorunk csak béta-sugarakat detektál, ezért csak a lefelé mutató nyilakat kell figyeljük ahhoz, hogy megállapítsuk, hogy a bomlási sor mely tagjaitól származhatnak a beütésszámok.

A gézen – mint szűrőn – a radon nem tud megtapadni, mivel nemesgáz. A többi bomlástermék azonban megtapadhat, mivel ezek fémek, és a levegőben lebegő porszemekre és aeroszolokra adszorbeálódhatnak.

Mivel 10 perc várakozás után kezdtük el a mérést, ezért a rövid felezési idejű izotópokból már sok elbomlott: a ^{218}Po (3 perc) és a ^{210}Tl (1,3 perc) emiatt kiesik. A ^{210}Pb az igen hosszú felezési idő miatt esik ki, hiszen a 22,3 év semmiképpen sem csökkenhet 35-40 perces „effektív” felezési idővel. A béta-

bomló izotópok közül két jelölt maradt: a 26,8 perc felezési idejű ^{214}Pb , és a 19,8 perc felezési idejű ^{214}Bi . A detektált beütésszámok döntő többsége tehát ezektől származik.

b) Meglepő, hogy a mért „effektív” felezési idő sokkal hosszabb, mint bármelyik a kettő közül. Ennek az az oka, hogy ez a két izotóp egy „bomlási sort” alkot. Mindkét izotóp felezési ideje óval kisebb, mint a bomlási sor kiinduló tagjáé (a radoné), valamint a feladat szerint hosszú ideig nem volt szellőztetve, ezért feltehető, hogy a szoba levegőjében már kialakult a radioaktív (szekuláris) egyensúly, azaz a sor tagjainak az aktivitása megegyezik. Miután a felezési idejüknél jóval hosszabb ideig történt a mintavétel (porszívózás), ezért feltehető, hogy az aktivitásuk arányos a szoba levegőjében lévő aktivitás-koncentrációval (és az arányossági tényező azonos, hiszen nem feltételezhető, hogy a két fém különbözőképpen kötne meg a géz). Ezért a szűrőn lévő aktivitásuk is egyenlő – legalábbis a szívás befejezésekor. A detektorunk tehát a ^{214}Pb tényleges aktivitásának a dupláját méri (mivel méri a vele azonos aktivitású ^{214}Bi -t is). Viszont a ^{214}Bi a ^{214}Pb -ból keletkezik, ezért, ha az aktivitásuk egyenlő, akkor kezdetben a ^{214}Bi aktivitása nem csökken (hiszen amennyi elbomlik belőle, ugyanannyi keletkezik is a ^{214}Pb -ból). Emiatt az aktivitás *csökkenése* kezdetben csak a ^{214}Pb -tól származik.

Rövid számolás (nem követelmény):

Legyen az egyik tag kezdeti aktivitása a_0 . Ekkor az aktivitás csökkenése t idő alatt: $\Delta a = a_0 - a(t) = a_0(1 - e^{-\lambda_1 t}) \approx a_0 \cdot \lambda_1 t$ (ha $\lambda_1 T \ll 1$, azaz a mérési idő sokkal kisebb, mint a felezési idő). Ha csak egyetlen izotóp lenne, akkor a $\frac{\Delta a}{a_0} = \lambda_1 t$ arányból a bomlási állandó – és így a felezési idő is – meghatározható lenne.

Most azonban a Δa ugyanakkora (mivel csak a kezdeti izotópból származik, de a mért aktivitás kétszer akkora. Így most az arány: $\frac{\Delta a}{2a_0} = \lambda_{\text{eff}} t$.

Ebből az arányból egy másik, „effektív” (λ_{eff}) bomlási állandót lehet meghatározni. Ezekből kapjuk: $\lambda_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \lambda_1$. Ebből pedig azonnal adódik, hogy

$T_{\text{eff}} = 2 \cdot T_1$. Ha nagyon rövid idő (1-2 perc) alatt határoznánk meg az effektív felezési időt, tehát $2 \cdot 26,8 = 53,6$ percet kapnánk. Ahogy bomlanak a magok, a kezdeti egyensúly megbomlik, és a ^{214}Bi aktivitása is csökkenni kezd. Így aztán könnyen elképzelhető, hogy a mért effektív felezési idő valahova a $(26,8 \leq T_{\text{eff}} \leq 53,6 [\text{s}])$ intervallumba esik.

8. feladat megoldása

Vizsgáljuk meg az ütközésekkor a neutronok energiaveszteségét! A magok ütközését tekintsük egyenes centrális és rugalmas ütközéseknek. Ekkor felírhatjuk az energia- és lendület-megmaradás egyenleteit.

Jelöljük az ütköző neutron tömegét m -mel, az állónak vett fékező magok tömegét M -mel.

Ekkor

$$p_m = p'_m + p_M, \quad (1)$$

$$\frac{p_m^2}{2m} = \frac{p'^2_m}{2m} + \frac{p_M^2}{2M} \quad (2)$$

Vezessük be a tömegek arányára az $\frac{M}{m} = x$ jelölést! Ekkor a fenti egyenleteket az alábbi alakra hozhatjuk:

$$p_m = p'_m + p_M, \quad (3)$$

$$x \cdot p_m^2 = x \cdot p'^2_m + p_M^2 \quad (4)$$

A neutron ütközés utáni és előtti lendületének hányadosára vezessük be a

$$p = \frac{p'_m}{p_m} \text{ jelölést.}$$

Ekkor a (3) és (4) egyenletekből kapjuk: $(1+x)p^2 - 2p + 1 - x = 0$.

Ennek $p \neq 1$ triviálistól különböző megoldása: $p = \frac{1-x}{1+x}$

A neutronenergiák hányadosa: $\frac{E'}{E} = \left(\frac{p'_m}{p_m}\right)^2 = p^2 = q = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2$

A neutron N számú ütközése után a neutron megmaradt energiahányada q^N lesz. A közönséges víz esetén, amikor a neutron az azonos tömegű protonnal ütközik ($x = 1$) már az első ütközéskor elveszíti teljes energiáját (így a legalább 1%-ra való csökkenés teljesül).

A deuteronnal való ütközés esetén, ahol $x = 2$ -nek vehető $q = 1/9$, így a szükséges ütközések száma $N = 3$, hogy $q^N \leq 0,01$ teljesüljön.

b) Ha feltesszük, hogy a neutronok szabad úthossza (két ütközés között megtett út) ugyanakkora a könnyű, mint a nehézvízben, akkor nyilvánvaló, hogy messzebb kell helyezni egymástól az üzemanyag-rudakat.

c) Ha ugyanannyi üzemanyag rudat használunk, akkor az előzőek alapján a reaktor mérete is sokkal nagyobb lesz, és természetesen több nehézvízre is van szükség, mint könnyűvízre.

d) Több elhanyagolást is tettünk a feladat megoldása során, amelyek közül több is van olyan, ami jelentősen módosítja az eredményt.

- Csak egyenes ütközéseket vettünk figyelembe, holott a valóságban az ütközések a háromdimenziós térben történnek, és ezért a neutronok diffúziós mozgást végeznek, és egy ütközéskor átlagosan kisebb energiát veszítenek, mintha csak egyenesen ütköznének. Emiatt több ütközésre van szükség.
- Az ütközések között megtett utat (az átlagos szabad úthosszat) a neutronok és a szóró atommagok szórási hatáskeresztmetszete is befolyásolja. Ez lényegesen különböző protonra és deuteronra, sőt függhet a neutron energiájától is, ami persze lassulás közben változik. Könnyűvízben az átlagos szabad úthossz 3,7 mm, nehézvízben pedig 19,6 mm, azaz több mint ötször akkora. Emiatt nehézvízben a neutronoknak kb. ötször akkora utat kellene megtenniük még ha ugyanannyit is kellene ütközzenek, mint könnyűvízben.

9. feladat megoldása

Az a és b oldalú téglalapba bezárt elektron állóhullámának komponens-hullámhosszai, impulzusai és energiatajajai:

$$n_x \cdot \frac{\lambda_x}{2} = a \rightarrow \lambda_x = \frac{2a}{n_x} \rightarrow p_x = \frac{h}{2a} n_x \rightarrow E_x = \frac{p_x^2}{2m} = \frac{h^2}{8m} \frac{1}{a^2} n_x^2,$$

$$n_y \cdot \frac{\lambda_y}{2} = b \rightarrow \lambda_y = \frac{2b}{n_y} \rightarrow p_y = \frac{h}{2b} n_y \rightarrow E_y = \frac{p_y^2}{2m} = \frac{h^2}{8m} \frac{1}{b^2} n_y^2$$

Így a teljes energia: $E = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} \right)$

Pauli-elv szerint alapállapotban 2 elektron tartózkodik, a harmadik pedig első gerjesztett (1 csomóvonalas) állapotban lesz. Így a bezárt elektron-rendszer teljes energiája

$$E_{\text{összes}} = 2 \cdot \frac{h^2}{8m} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) + \frac{h^2}{8m} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{4}{b^2} \right) = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{3}{a^2} + \frac{6}{b^2} \right) = \frac{3h^2}{8m} \left(\frac{b^2 + 2a^2}{a^2 b^2} \right)$$

A felület állandóságából $ab = 4L^2$, azaz $b = \frac{4L^2}{a}$, ezt behelyettesítve kapjuk:

$$E_{\text{összes}} = \frac{3h^2}{8m} \left(\frac{1}{a^2} + 2 \frac{a^2}{16L^4} \right) = \frac{3h^2}{8m} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{a^2}{8L^4} \right).$$

1. megoldás:

Deriválva a szerint kapjuk: $-\frac{2}{a^3} + \frac{2a}{8L^4} = 0$, amiből $a^4 = 8L^4$, azaz

$$a = \sqrt[4]{8} \cdot L = 1,682 \cdot L, \text{ és } b = \frac{4L^2}{\sqrt[4]{8L}} = \sqrt[4]{32} \cdot L = 2,378 \cdot L.$$

A téglalap oldalainak aránya tehát: $\frac{b}{a} = \frac{\sqrt[4]{32} \cdot L}{\sqrt[4]{8} \cdot L} = \sqrt[4]{4} = \sqrt{2}.$

2. megoldás:

A feladat deriválás nélkül is megoldható, ha használjuk a számtani és mértani középére vonatkozó – középiskolában is ismert – azonosságot:

$$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{x \cdot y},$$

és az egyenlőség (a minimum) feltétele: $x = y$. Legyen most $x = \frac{1}{a^2}$ és

$$y = \frac{a^2}{8L^4}.$$

Ekkor a zárójeles kifejezésre kapjuk:

$$\left(\frac{1}{a^2} + \frac{a^2}{8L^4} \right) \geq 2\sqrt{\frac{1}{a^2} \cdot \frac{a^2}{8L^4}} = \frac{1}{L^2\sqrt{2}} = \text{konst.},$$

és a minimum értékét akkor veszi fel, ha $\frac{1}{a^2} = \frac{a^2}{8L^4}$, amiből természetesen

visszkapjuk az $a = \sqrt[4]{8} \cdot L$, és a $b = \frac{4L^2}{a} = \sqrt[4]{32} \cdot L$ értékeket.

A téglalap oldalainak aránya tehát: $\frac{b}{a} = \frac{\sqrt[4]{32} \cdot L}{\sqrt[4]{8} \cdot L} = \sqrt[4]{4} = \sqrt{2}.$

10. feladat megoldása

A Cserenkov-sugárzás feltétele, hogy a közegben mozgó elektron sebessége nagyobb legyen, mint a közegbeli fénysebesség. Így a vízmolekulából kilökött elektron sebességére kapjuk:

$$v \geq \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Az elektron minimális mozgási energiája pedig:

$$E_{kin} = m_0 \cdot c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} - 1 \right) = 0,517 \cdot m_0 \cdot c^2 = 264 \text{ keV}.$$

Az elektronon szórt foton akkor ad át legnagyobb energiát a meglökött elektronnak, ha az $\vartheta = 180^\circ$ -ban visszaszóródik. Ekkor a Compton-szórás képletéből adódik, hogy $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \vartheta) = \frac{2h}{mc}$, mivel ebben az esetben $\cos \vartheta = -1$. Fejezzük ki a hullámhosszakat E , E' energiákkal, majd azonos átalakítások után a keresett E fotonenergiára egy másodfokú egyenletet kapunk:

$$\frac{hc}{E'} - \frac{hc}{E} = \frac{2hc}{mc^2} \rightarrow \frac{E - E'}{E \cdot E'} = \frac{2}{E_0} \rightarrow \Delta E \cdot E_0 = 2E \cdot E' = 2E(E - \Delta E) \rightarrow$$

$$2E^2 - 2\Delta E \cdot E - \Delta E \cdot E_0 = 0 \rightarrow E^2 - \Delta E \cdot E - 0,5\Delta E \cdot E_0 = 0,$$

$$\text{ahol } \Delta E = E - E' = 264 \text{ keV és } E_0 = mc^2 = 511 \text{ keV}.$$

$$E_{12} = \frac{\Delta E \pm \sqrt{(\Delta E)^2 + 2\Delta E \cdot E_0}}{2} = \frac{\Delta E}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2E_0}{\Delta E}} \right).$$

Itt csak a pozitív előjelet vesszük, hiszen a foton-energia nem lehet negatív:

$$E = 0,5 \cdot 264 \text{ keV} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 511 \text{ keV}}{264 \text{ keV}}} \right) = 423,33 \text{ keV}$$

Tehát legalább 423,33 keV energiájú ($\lambda \leq 2,93 \cdot 10^{-12} \text{ m}$) fotonnak kell szóródnia a vízmolekulák elektronjain.

II. kategória 9 – 10. feladatának megoldása

9. feladat megoldása

a) Bomlási séma: ${}_{15}^{32}\text{P} \rightarrow {}_{16}^{32}\text{S} + {}_{-1}^0\text{e} + \tilde{\nu}$

A kezdeti bomlatlan atommagok száma:

$$N = \frac{m}{M} N_A = \frac{3,2 \cdot 10^{-3} \text{ g}}{3,2 \cdot 10^{-1} \frac{\text{g}}{\text{mol}}} 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 6 \cdot 10^{19}$$

Aktivitás kiszámítása

$$A = \frac{\ln 2}{T_f} N = \frac{\ln 2}{8,64 \cdot 10^4 \cdot 14,3 \text{ s}} 6 \cdot 10^{19} = 3,3660 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{s}} = 33660 \text{ GBq}$$

A detektor percenkénti beütésszáma:

$$N = \frac{A \cdot t}{4\pi r^2} \Delta f = \frac{3,3660 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{s}} \cdot 60 \text{ s}}{4\pi \cdot 10^4 \text{ cm}^2} 10 \text{ cm}^2 = 1,607 \cdot 10^{11}$$

10. feladat megoldása

a) A lövedékben található uránatomok száma:

$$N = \frac{m}{M} N_A \cdot 0,997 \approx \frac{4,5 \cdot 10^3 \text{ g}}{238 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 1,134 \cdot 10^{25}.$$

Kinyerhető energia:

$$E = N \cdot 200 \text{ MeV} = 1,134 \cdot 10^{25} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-11} \text{ J} = 3,63 \cdot 10^{14} \text{ J} = 363000 \text{ GJ}.$$

$$P = \frac{W}{t} \rightarrow t = \frac{W}{P} = \frac{3,63 \cdot 10^{14} \text{ J}}{5 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \frac{1}{0,34}} = 2,4684 \cdot 10^5 \text{ s} \approx 68,56 \text{ h} \approx 2 \text{ nap és } 20,5 \text{ h}.$$

c) Felszabadult motorolaj energia:

$$E = V \cdot \rho \cdot L_e = 2,88 \cdot 10^9 \text{ liter} \cdot 0,8 \frac{\text{kg}}{\text{liter}} \cdot 43 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} = 99 \cdot 10^9 \text{ MJ} = 9,9 \cdot 10^{16} \text{ J}$$

$$\text{A lövedékek száma } N = \frac{9,9 \cdot 10^{16} \text{ J}}{3,63 \cdot 10^{14} \text{ J}} \approx 273 \text{ db}.$$

**A 2013. évi 16. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny
döntőjének eredménye 11-12. évfolyam (I. kategória)**

Hely	Név	Iskola	Város	Felkészítő tanár
1.	Szabó Attila	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter
2.	Jenei Márk	Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorlóiskola	Budapest	Dvorák Cecília, Csefkó Zoltán
3.	Juhász Péter	Piarista Gimnázium	Budapest	Horváth Gábor, Urbán János
4.	Debreceni Ádám	Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium	Vác	Jendrék Miklós
5.	Antalicz Balázs	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Nagy Tibor
6.	Barta Szilveszter Marcell	Földes Ferenc Gimnázium	Miskolc	Kovács Benedek
7.	Horicsányi Attila	Dobó István Gimnázium	Eger	Hóbor Sándor
8.	Sisák Mária Anna	Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László
8.	Sveiczner András	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva
10.	Kollarics Sándor	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert
11.	Váli Tamás	ELTE Apáczai Csere János Gyakorlógimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc, Basa István
11.	Bogyé Balázs	Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium	Budapest	Dr. Piláth Károly
13.	Petrács Ervin	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Nagy Tibor
14.	Szabó Csenge Lilla	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva
15.	Grabarits András	Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium	Budapest	Dr. Piláth Károly
16.	Nagy Róbert	ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola	Budapest	Chikán Éva
17.	Szabó Máté	Pannonhalmi Bencés Gimnázium	Pannonhalma	Hirka Antal
18.	Nagy Jenő	ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola	Budapest	Chikán Éva
18.	Granát Roland	Könyves Kálmán Gimnázium	Budapest	Udvardi Imre, Bori Márta
20.	Szabó Gábor Mátyás	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva
21.	Balaton Tamás	ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola	Budapest	Chikán Éva
22.	Garami Anna	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter

**A 2013. évi 16. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny
döntőjének eredménye 9-10. évfolyam
(II. kategória)**

Hely	NÉV	Iskola	Város	Felkészítő tanár
1.	Somogyi Péter	ELTE Radnóti Miklós Gyakorlóiskola	Budapest	Honyek Gyula
2.	Büki Máté	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert
3.	Tamás Gábor	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László
4.	Borsi Márton	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László
5.	Gál Marcell	ELTE Radnóti Miklós Gyakorlóiskola	Budapest	Honyek Gyula, Szalóki Dezső
5.	Szakács Béla Benedek	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva
7.	Fekete Panna	Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter

17. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY, 2014

Az 1. forduló feladatai¹⁴

1. feladat

Fejezzük be az alábbi atommagfolyamatokat leíró egyenleteket:

- (a) $\tilde{\nu} + {}^3\text{He} \rightarrow$
- (b) $e^- + {}^8\text{B} \rightarrow$
- (c) ${}^6\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li} +$
- (d) $\nu + {}^{12}\text{C} \rightarrow$
- (e) ${}^{40}\text{K} \rightarrow \nu +$

2. feladat

Hány neutron keletkezik 1 nap alatt a Paksi Atomerőmű egy reaktorában, valamint a BME Oktatóreaktorában? Feltesszük, hogy mindkét reaktor folyamatosan 24 órát üzemel.

Adatok: Egy paksi reaktor hőteljesítménye 1485 MW, az oktatóreaktor maximális teljesítménye 100 kW. Egy hasadás során 185 MeV energia szabadul fel, és átlagosan 2,43 neutron keletkezik.

3. feladat

Mit értünk a termikus neutronok fogalma alatt? Becsüljük meg a sebességüket 27 °C hőmérsékleten!

4. feladat

Alapállapotú hidrogénatomokat felgyorsított elektronokkal gerjesztenek.

- a) Mekkora legyen az elektronokat gyorsító feszültség legkisebb értéke, hogy a hidrogéngáz színeképében pontosan két látható színeképvonal jelenjen meg?
- b) Ilyen gerjesztés esetén a színekép összesen hány különböző vonalat tartalmaz? Milyen hullámhossztartományba esnek a nem látható vonalak?
- c) A színeképben megjelenő legkisebb hullámhosszú látható fénnel egy cézium katódot világítunk meg. Mekkora zárófeszültséggel lehet az elektronok kilépését megakadályozni? Adatok: A hidrogénatom energiája alapállapotban -13,6 eV, az elektron kilépési munkája a cézium fémből: 0,3 aJ.

¹⁴ Az első fordulót 2012. február 24-én tartották. Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér. A feladatok nem nehézségi sorrendben szerepelnek és tetszőleges sorrendben meg lehet őket oldani. A megoldáshoz bármilyen segédeszköz használható. Rendelkezésre álló idő 180 perc.

5. feladat

A rádium 226-os tömegszámú izotópja által kibocsátott alfa részecske energiája 4,87 MeV. Tegyük fel, hogy a rádiumtartalmú kőzetben 1 g hélium keletkezik a radioaktív bomlás következtében.

- a.) Mekkora lenne a keletkező összes alfa részecske mozgási energiája?
- b.) Mekkora tömeget lehetne ezzel az energiával 1 km magasra fölemelni?

6. feladat

Egy felületet 1000 W/m^2 intenzitással $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ hullámhosszúságú fotonokból álló fény ér merőleges beeséssel.

- a) Hány foton éri a felület 1 m^2 -ét egy másodperc alatt?
- b) Mekkora az egyes fotonok lendülete?
- c) Ha a felület teljesen visszaveri a sugárzást, akkor mekkora nyomás származik a fotonoktól (fénynyomás)?

7. feladat

A fényelektromos jelenség vizsgálatához az 546 nm hullámhosszúságú zöld fény kiválóan alkalmas.

- a) Mekkora lenne az ilyen hullámhosszúságú elektronnak a sebessége?
- b) Mekkora potenciálkülönbség lenne képes erre a sebességre felgyorsítani az elektront?
- c) Hasonlítsa össze az azonos hullámhosszúságú zöld foton és az elektron energiáját!
- d) Lehetne-e hasonló jelenséget kiváltani – azaz alkáli fémből elektronokat kiszakítani – ugyanekkora hullámhosszúságú elektronokkal is?

8. feladat

Egy orvosi használatra szánt zárt kapszula elektronsugárzó $^{32}_{15}\text{P}$ izotópot tartalmaz. A kapszulát a kezelés során közvetlenül a daganatba ültetik. A beültetéskor az aktivitás 4,5 MBq, a kibocsátott β sugárzás átlagos energiája 700 keV. Tegyük fel, hogy a sugárzás energiájának 70%-a nyelődik el a daganatban. Mekkora az összes elnyelt energia egy 14 napos kezelés során?

Adatok: A ^{32}P felezési ideje 14,3 nap.

9. feladat

A Curie házaspár 1898-ban fedezte fel a radioaktív rádium elemet. Ezt követően négy éves fáradságos munkával sikerült a tudós házaspárnak 0,1 g tömegű tiszta rádium fémet kémiai reakciók útján az uránszurokércből előállítani.

- a) Ha az 0,1 g tömegű elkülönített rádiumot megőrizték volna, akkor mennyi maradt volna belőle mára?

- b) Mennyi volt a kinyert rádium fém sugárzási teljesítménye elkülönítéskor, és mennyi lenne most?
- c) Mennyi energia szabadult volna fel az elkülönített rádiumból az azóta eltelt időben? Adatok: A rádium moláris tömege $M = 226 \text{ g/mol}$, felezési ideje: 1600 év. Az alfa-részecske energiája: 4,87 MeV.

10. feladat

Mennyi egy E_n mozgási energiájú (nem-relativisztikus) neutron energiájának a legnagyobb változása, amikor egy nyugalomban lévő A tömegszámú atommaggal rugalmasan ütközik?

A döntő feladatai¹⁵

ELMÉLETI FELADATOK¹⁶

I. kategória

1. feladat

(Kitűzte: Radnóti Katalin)

Szemelvények egy régi cikkből:

„Véleményünk szerint az uraninit egy új kémiai elemet tartalmaz, amelynek a polónium elnevezést ajánlottuk... Az urán, a tórium, a polónium, a rádium és ezek vegyületei a levegőt elektromos vezetővé teszik, és a fotólemezeken nyomot hagynak. Mindkét hatás sokkal erősebb a polónium és a rádium esetében, mint az uránnál és a tóriumnál. A rádiummal és a polóniummal már félperces exponálási idő után kielégítő nyomokat kapunk a fotólemezeken; míg az urán és a tórium esetében ugyanolyan eredmény eléréséhez több órára van szükség.”

- Miért teszik a levegőt vezetővé a fenti anyagok?
- Miért hagynak nyomot a fotólemezen?
- Miért van különbség a fent leírt effektusokban a különböző anyagok esetében? Milyen fizikai mennyiséggel lehet leírni ezt a különbséget?
- Ki, vagy kik írhatták a cikket, amelyikből az idézet származik?

2. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Hány ^{14}C bomlás történik a tüdőben egy nap alatt? Mit jelent ez a sugárterhelés szempontjából?

Adatok: A légkör 0,03 térfogatszázaléka CO_2 , a tüdő aktív térfogatát vegyük 3 liternek, a belélegzett levegőt 20°C -osnak.

Egy ^{14}C atomra jutó ^{12}C atomok száma: 10^{12} . A ^{14}C felezési ideje 5715 év.

3. feladat

(Kitűzte: Vastagh György)

Deuteronokat injektálunk egy ciklotronba, amelyben a mágneses indukció 0,8 T. A duánsok közötti váltakozó feszültség amplitúdója 40 kV.

a) Hány fordulat után tesznek szert 0,5 pJ energiára a deuteronok?

b) Legalább mekkora legyen a ciklotron átmérője?

Adatok: A deuteron tömege: $3,3445 \cdot 10^{-27}$ kg

4. feladat

(Kitűzte: Szűcs József és Radnóti Katalin)

a) Adjuk meg a Föld-pálya térségében az elektromágneses napsugárzás, és a részecske-sugárzásnak tekinthető, a Napból kiinduló napszél térfogati energiasűrűségének arányát!

¹⁵ A döntőt 2014. április 12-én Pakson tartották.

¹⁶ A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésre. Minden segédeszköz használható. Minden feladatot külön lapra írjon, s minden lapon legyen rajta a megoldó kódja. A feladatok NEM nehézségi sorrendben szerepelnek. Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér.

b) Hogyan változik a sugárzások energiasűrűségeinek aránya a Naphoz közeledve?

Adatok: A Földre érkező napsugárzás teljesítménye 1370 W/m^2 . A napszél köbcentiméterenként 6 részecskét tartalmaz. A napszelet vegyük a Napból kiinduló, 400 km/s átlagos sebességű protonokból álló izotróp sugárzásnak!

5. feladat

(Kitűzte: Mester András)

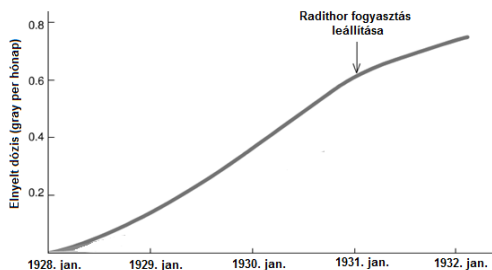
„A nagy rádium botrány” jelzővel illették azt az esetet, amikor 1932. március 31-én Eben M. Byers többszörös milliomos, egykori golfbajnok, testsúlyának jelentős részét elveszítve, drámai körülmények között meghalt. Byers – egy sérülést követően – roboráló („erősítő”) gyógyszerként Radithort fogyasztott. Egy Radithort tartalmazó fél unciás ($1 \text{ uncia} = 28,25 \text{ gramm}$) üvegcsé desztillált vízben ^{226}Ra és ^{228}Ra izotópokat tartalmazott. Az izotópok aktivitása nagyjából azonos, egyenként kb. $1\text{--}1 \mu\text{Ci}$ ($\sim 37 \text{ kBq}$) volt.

a) Mennyi volt az egyes izotópok tömege egy üvegcsében?

b) Mennyi volt az egyes izotópok által egységnyi idő alatt leadott energiák aránya?

c) Az ábra Byers csontjaiban havonta elnyelt dózis becsült értékét mutatja. Mire lehet következtetni az ábrából?

Adatok: A ^{226}Ra α -sugárzó, $E_\alpha = 4,871 \text{ MeV}$, felezési ideje 1600 év, a ^{228}Ra β^- -sugárzó, átlagos β -energia $\tilde{E}_\beta = 7,2 \text{ keV}$, felezési ideje 5,7 év.



(A Scientific American újság 1993. augusztusi számában megjelent cikk alapján)

6. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Egy programozó egy számítógépes szimulációban a radioaktív izotóp bomlását nem a viszonylag hosszú számítási időt igénylő exponenciális függvénnyel szeretné kiszámítani. Mivel a szorzás sokkal gyorsabb számítógépes művelet, ezért arra gondol, hogy a szimulációban az aktivitás csökkenését úgy fogja figyelembe venni, hogy az éppen aktuális aktivitás értékét minden másodpercben egyszerűen megszorozza $0,98$ -al.

a) Bizonyítsuk be, hogy ez is exponenciális bomlást modellez!

b) Hány másodperces lesz ennek az izotópnak a felezési ideje?

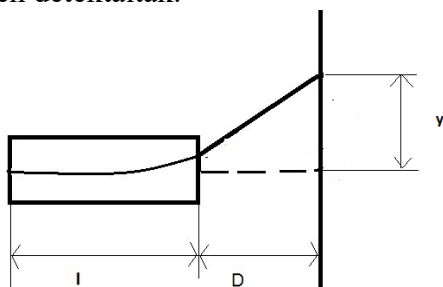
c) Mennyivel kellene megszorozni másodpercenként ($0,98$ helyett) a mindenkori aktivitást, hogy 10 perces felezési időt kapjunk?

7. feladat

(Kitűzte: Ujvári Sándor)

Amikor a radioaktivitást felfedezték, meg akarták határozni a sugárzást alkotó részecskék tulajdonságait. Marie Curie írja le azt a módszert, hogy kétféle, elektromos és mágneses térben térítették el a sugarakat, és a kétféle eltérítés adataiból ki tudták számítani az akkor még ismeretlen részecskék sebességét és a töltés/tömeg arányt. A rádium α sugárzásának tulajdonságait Des Coudres mérte meg. Az alábbi mérési adatok felhasználásával határozzuk meg az alfa részecske kiinduló sebességét, és fajlagos töltését! (Az α részecske tömegét és töltését adatként nem lehet felhasználni, mert akkor még nem ismerték.)

Adatok: Az elektromos eltérítés kísérleti elrendezése: légüres térben elhelyezett kondenzátorlemezek között, a lemezekkel párhuzamosan haladó sugárzást a kondenzátortól $D = 0,5$ m távolságban a lemezekre merőlegesen elhelyezett fotólemezen detektálták.



A kondenzátorlemezek $l = 10$ cm hosszúságúak voltak, a térerősség a lemezek között $E = 10^6$ N/C, az eltérítés nagysága $y = 9,7$ mm.

A mágneses eltérítésnél a $B = 0,2$ T mágneses indukciójú mezőben az α részecske pályájának sugara $r = 1,7$ m volt.

8. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Tekintsük a párkeltés jelenségét, amikor egy gamma-foton elektron-pozitron párt kelt, miközben önmaga megszűnik. Bizonyítsuk be, hogy ha csak ezt a három részecskét (foton, elektron, pozitron) tekintjük, akkor nem teljesíthető egyszerre az energia- és lendület-megmaradás!

9. feladat

(Kitűzte: Radnóti Katalin és Kis Dániel Péter)

A béta bomlás során elektronok lépnek ki az atommagból. Régen azt gondolták, hogy ezek az elektronok ténylegesen benne voltak korábban is az atommagban.

a) Mutassuk meg a dobozba zárt elektron-modell alapján, hogy ez nem lehetséges! Adjunk becslést egy, az atommag méret-tartományába eső dobozba ($a \approx 10^{-14}$ m) zárt elektron mozgási energiájára!

b) Legfeljebb mekkora lehet a , hogy a bezárt elektron mozgási energiája egy pozitron-elektron párt tudjon keltetni? Lehetne-e ennél kisebb tartományba lokalizálni az elektront?

10. feladat

(Kitűzte: Szűcs József)

Egy 2 TeV-es és egy 4 TeV-es ultrarelativisztikus protonnyaláb frontálisan ütközik.

a) A lehetséges rugalmas részecske-ütközések közül mekkora szögben repülnek szét azok a protonok, amelyekben az ütközés után szétrepülő részecskék energiája után azonos lesz?

b) Mekkora ezen protonok eltérülési szögei?

II. kategória¹⁷

8. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Egyetlen maghasadási reakció teljes energiája a következő formákban szabadul fel (a számok átlagos értékeket jelentenek):

- A hasadási töredékmagok (hasadványok) mozgási energiája összesen: ~ 168 MeV.

- A radioaktív hasadási termékek β -bomlásaiból származó elektronok által elvitt összes energia ~ 8 MeV

- A hasadáskor keletkező neutronok által elvitt energia összesen ~ 5 MeV

- A hasadás pillanatában keletkezett γ -fotonok által elvitt energia összesen ~ 7 MeV

- A radioaktív hasadási termékek bomlásainak γ -sugárzása által elvitt energia összesen ~ 7 MeV

- A radioaktív hasadási termékek bomlásaiból jövő antineutrínók által elvitt energia összesen ~ 10 MeV.

Egy 2000 MW hőteljesítménnyel hosszú ideje működő reaktort leállítunk. Ismert, hogy az aktív zónát még folyamatosan hűteni kell. A fenti táblázat alapján a leállítás után még legfeljebb mekkora hőteljesítményre kell számítanunk?

9. feladat

(Kitűzte: Radnóti Katalin)

a) Mekkora annak a fotonnak az energiája, frekvenciája, hullámhossza, amely a H-atom harmadik gerjesztett állapotának alapállapotba történő legerjesztésekor keletkezik?

b) Mekkora sebességgel lökődik hátra a kezdetben nyugalomban lévőnek tekintett atom a foton kibocsátásakor? Mekkora mozgási energiát kap ezáltal?

10. feladat

(Kitűzte: Papp Gergely)

Milyen régen üzemelhetett Oklo-ban a természetes reaktor, ha tudjuk, hogy ma a természetes urán 0,7202%-át alkotja a $^{235}_{92}\text{U}$ -ös izotóp, a láncreakcióhoz pedig 3%-os $^{235}_{92}\text{U} : ^{238}_{92}\text{U}$ arány kell? $T_{1/2}^{235} = 7,038 \cdot 10^8$ év, $T_{1/2}^{238} = 4,468 \cdot 10^9$ év.

¹⁷ 1-7. feladat megegyezik az I. kategória feladataival.

KÍSÉRLETI FELADAT

A Planck- és a Boltzmann-állandók hányadosának mérése

A hőmérsékleti sugárzás a XIX – XX századok fordulóján egyike volt a természettudomány nagy nyitott kérdéseinek. A hőmérsékleti sugárzás elméleti leírásához Plancknak fel kellett tennie, hogy az energia diszkrét kvantumokban terjed. Ez a később helyesnek bizonyuló feltételezés lett a kvantummechanika alapja.

A mérés során alkalmazzuk a hőmérsékleti sugárzás törvényeit, megvizsgáljuk egy izzólámpa sugárzásának adott hullámhosszon mért intenzitását a hőmérséklet függvényében, és ennek segítségével megállapítjuk a Planck- és Boltzmann-állandók hányadosát.

A mérés elve

Planck törvénye alapján egy ideális fekete test egységnyi felülete által a felületre merőleges irányban, egységnyi térszögben és $[\lambda, \lambda + \Delta\lambda]$ hullámhossz-intervallumban kisugárzott teljesítmény:

$$P_\lambda = 2hc^2 \frac{\lambda^{-5}}{\exp\left\{\frac{ch}{\lambda kT}\right\} - 1} \Delta\lambda$$

ahol c a fény sebessége, λ a hullámhossz, k a Boltzmann-állandó, h a Planck-állandó és T a sugárzó test abszolút (Kelvin) hőmérséklete.

A mérésen szóba jöhető hőmérsékleti sávban (~ 300 K szobahőmérséklettől legfeljebb a wolfram ~ 3700 K olvadáspontjáig) a Planck-féle sugárzási törvény nevezőjében az exponenciális tag mellett a „-1” elhanyagolható. A wolfram sugárzó $\lambda \pm \Delta\lambda/2$ hullámhossz-tartományba eső $I_\lambda(T)$ intenzitása tehát jó közelítéssel:

$$I_\lambda(T) \sim 2hc^2 \lambda^{-5} \exp\left\{-\frac{ch}{\lambda kT}\right\}$$

Az összefüggés mindkét oldalának természetes alapú logaritmusát véve:

$$\ln(I_\lambda(T)) = A - \frac{M}{T}$$

Ahol $A \sim \ln(2hc^2 \lambda^{-5})$, $M = \frac{ch}{k\lambda}$.

Tehát, a wolframizáló fényéből kiszűrte, adott színű fény intenzitását és a szál hőmérsékletét mérve, a kapott adatokból az $\ln(I_\lambda(T)) = f(1/T)$ egyenes M meredekségét meghatározva, λ és a c fénysebesség ismeretében h/k értéke kiszámítható.

A h/k meghatározásához szükséges mennyiségek mérése

Az izzószál (T) hőmérsékletét a rajta átfolyó áram és a rajta eső feszültség mérésével, majd az alábbi közelítésből számítással kapjuk meg:

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \Rightarrow T = T_0 + \frac{\frac{R}{R_0} - 1}{\alpha}$$

Itt $R_0 = 9 \text{ Ohm}$ és R az izzószál T_0 és T hőmérsékleten vett ellenállása, $\alpha \approx 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. A szobahőmérsékletet tekintsük $\sim 20^\circ \text{C}$ -nak.

A megvilágítás intenzitását egy fotodióda méri. A fotodióda áramerősségét vegyük arányosnak a ráeső fény intenzitásával. A fotodióda árama $1\text{-}500 \text{ }\mu\text{A}$ nagyságrendbe esik.

A méréshez használt eszközök:

- Vörös színszűrő, $\lambda = 620 \text{ nm} \pm 15 \text{ nm}$
- Állítható tápegység
- 12 V-os izzó, fotodióda
- Huzalok, optikai árnyékoló elemek
- Két digitális multiméter

Feladatok

1. Gondosan olvassuk végig a teljes mérésleírást!

2. Szereljük össze az összeállítást!

3. FONTOS! Írjuk fel az izzó sorszámát a jegyzőkönyvre!

4. Az izzóra eső feszültség folyamatos változtatása mellett mérjük le legalább 10 pontot.

5. Ábrázoljuk az $\ln(I) - 1/T$ egyenest milliméterpapíron vagy Excelben.

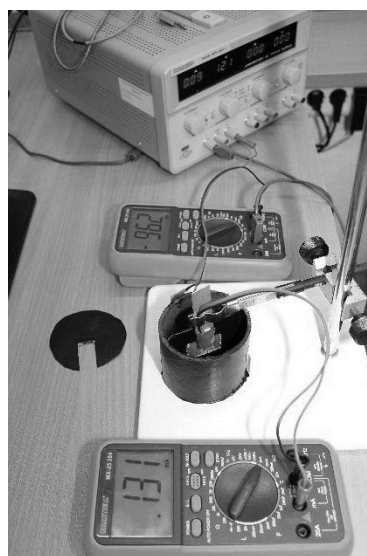
6. Állapítsuk meg az egyenes meredekségét: illesszünk egyenest (vonalzóval vagy számológéppel) a kapott pontokra.

7. A kiszámított h/k arányt adjuk meg az irodalmi érték %-ában IS!

8. Milyen szisztematikus hibákkal és mérési bizonytalanságokkal terhelt a mérés? Mekkora ezek nagyságrendje, és mekkora lehet a mérés teljes bizonytalansága?

9. Ha számítógépes fájlt használunk, a fájlt az „Asztal”-ra tegyük, a fájlnév pedig XX.yyy, ahol XX a versenyző kódja, yyy a kiterjesztés (pl. „84.xls”).

A pontozás alapja a jegyzőkönyv minősége: annak rendezettsége, a mért és számított adatok közlési formája, a gondolatmenet követhetősége, valamint az,



A méréshez előkészített eszközök

hogy a mérés a jegyzőkönyv alapján megismételhető-e. A minél pontosabb irodalmi egyezés egy bizonyos tól-ig skálán részpontot ér: az egyes mérőhelyek nem egyformák (mi minden mérőhelyet előre lemértünk, az eltéréseket a javításnál figyelembe vesszük). A mérési adatok esetleges manipulálása a szebb irodalmi egyezés érdekében felesleges, illetve szigorúan tilos (pontlevonással jár)!

Megjegyzések:

- A mérés során végig figyeljünk a kontakthibákra mind az izzónál, mind a diódánál!
- A tápegység áramkorlátozó („Current”) gombját tekerjük maximumra!
- A diódánál μA , az izzónál 100 mA nagyságrendű áramokat kell mérni. Ha nem egyformák, az érzékenyebb műszer legyen a diódánál!
- A diódát olyan polaritással kössük be, hogy a műszer pozitív áramot mutasson!

Maximum 15 V-ig menjünk fel az izzó feszültséggel.

Ügyeljünk arra, hogy az izzó ne égjen ki!

- Ne habozzunk segítséget kérni, ha valami furcsaságot észlelünk a mérés során! Egy, az alkatrészeket vagy műszereket érintő technikai probléma könnyen orvosolható a kérdéses eszköz cseréjével, ellenkező esetben értékes időt vehet el a mérésből.
- A tizedesjegyeket csak a mérés pontosságának határain belül értelmes megadni. Extrém példával élve egy 10% relatív bizonytalanságú mérés esetén értelmetlen 3 értékes tizedesjegy pontossággal dolgozni. (Ezzel egyben időt is spórolunk a jegyzőkönyv készítése során.)

FONTOS!

Beadandó az olvashatóan írt „Mérési jegyzőkönyv”, amely tartalmazza a mérést végző azonosítóját, a mérések minden fontos paraméterét, a mért nyers adatokat, az eljárást (lépésenként), amellyel a végeredményhez eljutottunk, a számított részeredményeket, a végeredmény(ek)e, a végeredmény(ek) bizonytalanságát és a bizonytalanság kiszámítási vagy becslési módját, az eredmények diszkutálását, valamint minden olyan információt, amely a mérés reprodukáláshoz szükséges. *A mérési jegyzőkönyvnek olyannak kell lenni, hogy annak alapján bárki a mérést megismételhesse, és (a mérés bizonytalanságán belül) hasonló eredményt kaphasson.*

SZÁMÍTÓGÉPES FELADAT

Millikan-kísérlet szimulációja 2014

Egy távoli világból érkezett hozzánk a mellékelt kísérlet. A szükséges adatokat a kísérlet leírásában elküldték (nagyon sokban hasonlítanak a földi adatokra). Az elemi töltés értéke azonban valószínűleg más. Határozzuk meg az ottani elemi töltés értékét a hozzánk eljutott „ottani” Millikan-kísérlet segítségével!

Általános leírás

Millikan kondenzátorlemezek közé porlasztott olajcseppek elektromos töltését mérte meg, és ebből a kísérletből határozta meg az elemi töltést.

Elmélet

Az R sugarú, q töltésű cseppekre a súlyerő, a levegő felhajtóereje, a közegellenállási erő és a Coulomb-erő hat.

A közegellenállási erő függ a csepp sebességétől, ezért rövid idő alatt a részecske olyan sebességre gyorsul fel, amelyben a rá ható erők eredője nulla lesz. Ettől kezdve a részecske egyenletes sebességgel süllyed, vagy emelkedik. Különböző feszültségek mellett (pl. a feszültség kikapcsolva, ill. ráadva) az egyensúlyi sebesség is különböző lesz. Ezeknek a sebességnek a méréséből a két ismeretlen mennyiség – a csepp R sugara, és q töltése – meghatározható.

A szimulációban szereplő berendezés leírása

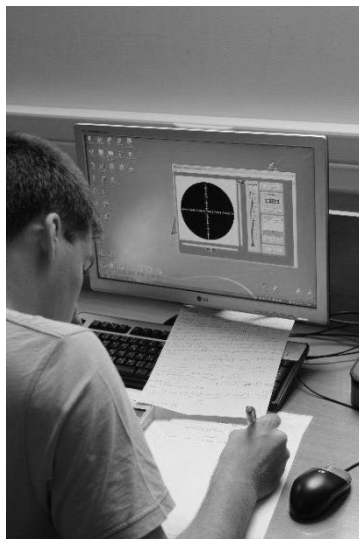
- Ez a szimuláció Millikan kísérletét modellelzi.

A képernyő nagyobbik (sötét) részét az olajcseppek megfigyelésére szolgáló mikroszkóp látótere foglalja el. A mikroszkópot a mellette lévő mozgató-elemekkel vízszintes és függőleges irányban lehet mozgatni.

- Az olajcseppeket egy, a mikroszkóp mellett lévő porlasztó berendezés fecskendezi be a kondenzátorlemez közé. A cseppek a befecskendezés során kapnak kisebb-nagyobb (nem feltétlenül azonos) elektromos töltést. Ha egyáltalán kap töltést egy csepp, akkor a kapott töltés mindig az elemi töltés egész számú többszöröse.

- A kondenzátorra a jobb oldalon lévő kezelőszervekkel lehet feszültséget adni. A műszer a lemezekre adott feszültség aktuális értékét mutatja. A feszültséget egyetlen gomb megnyomásával ki- vagy be lehet kapcsolni, ill. a polaritását ellenkezőre változtatni.

- Az olajcseppek sebességének méréséhez stopperre is szükség van. A modell olyan stopperórát mutat, amely a „modell-idő” múlását méri. (Ez nem azonos a „valódi” idővel, hiszen bizonyos beavatkozásokkor – pl. a mikroszkóp



Szimulációs feladat a monitoron

mozgatásakor – a modell-idő „megáll”. A modell-idő sebességét a processzor sebessége is befolyásolhatja.)

- Millikan kísérletében fontos szerepe volt a hőmérséklet állandó értéken tartásának is. A kísérleti cella hőmérsékletét hőmérsékletszabályozó tartja állandó értéken. Figyelni kell azonban arra, hogy a hőmérséklet megváltoztatását követően az új hőmérséklet nem azonnal áll be.

Képletek és adatok

A mérés sikeres végrehajtásához segítségképpen röviden összefoglaljuk a bevezetőben említett erőket, valamint a kísérleti berendezés néhány adatát:

$$F(\text{Súlyerő} - \text{felhajtóerő}) = \frac{4\pi}{3} R^3 (\rho_c - \rho_o) g ,$$

ahol g a nehézségi gyorsulás $\left(= 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$,

ρ_c , ill. ρ_o a csepp, ill. a levegő sűrűsége (értékeiket ld. alább);

$F(\text{Közegellenállási erő}) = -6\pi \cdot \eta \cdot R \cdot v$ (Stokes-törvény),

ahol η a levegő viszkozitása (értékét ld. alább), v pedig a részecske sebessége; A negatív előjel azt mutatja, hogy az erő a sebességgel ellentétes irányú.

$$F(\text{Coulomb-erő}) = q \cdot E = q \frac{U}{d} ,$$

ahol q a csepp töltése, U a kondenzátorlemezre kapcsolt feszültség, d pedig a lemezek távolsága (E a térerősség).

(A számításhoz további segítség a későbbiekben még található.)

A berendezés néhány paramétere

A kondenzátor-lemezek távolsága: 1 cm (= 0,01 m).

Az olaj(cseppek) sűrűsége: $\rho_c = 870 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

(a hőmérséklettől függetlennek tekinthető)

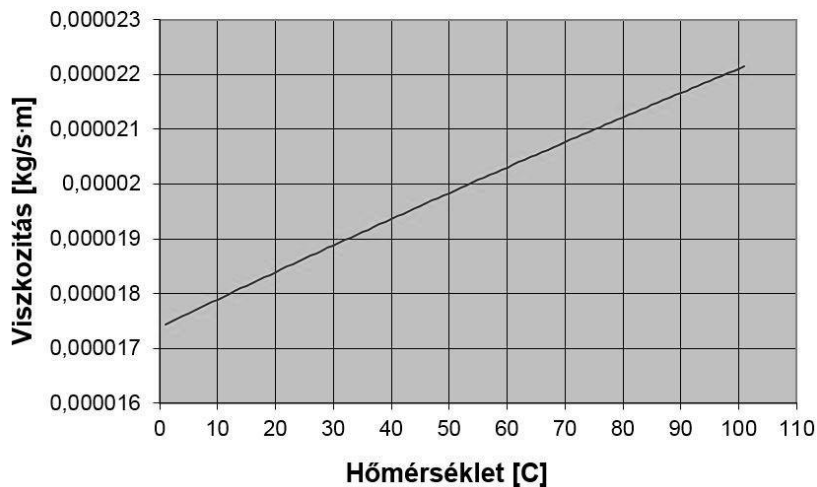
A levegő sűrűsége 0 °C-on: $\rho_o = 1,293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

(a hőmérséklettől is függ: $\rho = \rho_o \frac{T_o}{T}$).

A hőmérsékletek értékeit itt Kelvin skálában kell megadni.

A levegő viszkozitásának hőmérsékletfüggését az alábbi grafikon mutatja:

A levegő viszkozitása a hőmérséklet függvényében



Tanácsok

1. Mivel sebességet kell mérni, először határozzuk meg, hogy a mikroszkóp látómezejében lévő szátkereszt beosztásai a valóságban milyen távolságnak felelnek meg. A mozgatók mutatják, hogy mennyivel mozdítottuk el a mikroszkópot (mint egy mikrométercsavar a mikroszkóp tárgyasztalának elmozdulását).
2. A beporlasztott olajcseppek sugara véletlenszerűen változik egy bizonyos tartományban. A mikroszkóp felbontása azonban nem elegendően nagy ahhoz, hogy az olajcseppek sugarát közvetlenül látni lehessen. Ezért a cseppek sugarát más módon kell meghatározni (ahogyan Millikan is tette). A cseppek töltése sem azonos. A mérés szempontjából olyan cseppe(ke)t kell kiválasztani, amely(ek)nek egyáltalán van valamilyen töltése. Ezért célszerű már a befecskendezés előtt megfelelő polaritású *feszültséget adni* a kondenzátorlemezre, hogy ki lehessen választani a vizsgálni kívánt cseppet. Ezen a kiválasztott cseppen kell azután végrehajtani a mérést.
3. A sebességméréshez feltétlenül a programban szereplő *stopperórát* használjuk, mert a cseppecskék a „modell-idő” szerint mozognak, és ez a stopper méri a modell-időt!
4. Célszerű több cseppet megmérni (amennyit az idő enged). Ne elégedjünk meg tehát egyetlen csepp töltésének megmérésével, hiszen a *különböző cseppeknek különböző töltése lehet*, és ha éppen nem olyan cseppet mérünk, amelynek egységnyi a töltése, akkor eredményünk hibás lesz! Viszont *minden cseppnél a számítást is fejezzük be*, mielőtt egy új csepp mérésébe fognánk. A zsűri csak teljesen végigszámlolt cseppeket tud figyelembe venni.

5. A mérésekről készítsünk (olvasható írással) jegyzőkönyvet! A jegyzőkönyvben tüntessünk fel minden lényeges adatot, valamint a számítási módszert és a végeredményt. Adjunk becslést az eredmény hibájára vonatkozóan is.

További segítség a számításokhoz:

I. Amikor nincs elektromos mező, és a részecske már egyenletes (v_1) sebességgel süllyed, akkor $\frac{4\pi}{3}R^3(\rho_c - \rho_o)g = 6\pi \cdot \eta \cdot R \cdot v_1$, s ebből a csepp

méretére kapjuk: $R = \sqrt{\frac{9\eta \cdot v_1}{2g(\rho_c - \rho_o)}}$

II: Amikor az elektromos mező olyan, hogy a csepp nem süllyed, hanem emelkedik

(v_2 sebességgel), akkor az erők egyensúlya:

$$\frac{4\pi}{3}R^3(\rho_c - \rho_o)g + 6\pi \cdot \eta \cdot R \cdot v_2 - q \frac{U}{d} = 0,$$

s ebből (R ismeretében) q kifejezhető:

$$q = \frac{\frac{4\pi}{3}R^3(\rho_c - \rho_o)g + 6\pi \cdot \eta \cdot R \cdot v_2}{(U/d)}$$

III. Amikor az elektromos mező olyan, hogy a töltött csepp süllyed, (v_3 sebességgel), akkor az erők egyensúlya:

$$\frac{4\pi}{3}R^3(\rho_c - \rho_o)g - 6\pi \cdot \eta \cdot R \cdot v_3 \pm q \frac{U}{d} = 0,$$

s ebből (R ismeretében) q kifejezhető:

$$q = \mp \frac{\frac{4\pi}{3}R^3(\rho_c - \rho_o)g - 6\pi \cdot \eta \cdot R \cdot v_3}{(U/d)}$$

Itt az előjel attól függ, hogy az elektromos mező segíti-e a csepp süllyedését, vagy gátolja.

Az 1. forduló feladatainak megoldásai

1. feladat megoldása

(a) $\tilde{\nu} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^3\text{H} + e^+$

(b) $e^- + {}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + \nu$

(Megjegyzés: Mivel a ${}^8\text{Be}$ élettartama igen rövid, ezért helyes megoldásnak kell a következőt is elfogadni: $e^- + {}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + \nu \rightarrow {}^4\text{He} + {}^4\text{He} + \nu$)

(c) ${}^6\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li} + e^- + \tilde{\nu}$

(d) $\nu + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{12}\text{N} + e^-$

(e) ${}^{40}\text{K} \rightarrow \nu + e^+ + {}^{40}\text{Ar}$

2. feladat megoldása

1 MeV = $1,6 \cdot 10^{-13}$ J, tehát egy hasadásból 185 MeV = $2,96 \cdot 10^{-11}$ J energia szabadul fel.

Paks: 1 nap alatt: $1485 \cdot 10^6 \cdot 86400 = 1,28 \cdot 10^{14}$ J energia szabadul fel. Ez azt jelenti, hogy összesen $4,33 \cdot 10^{24}$ hasadás történik, ami $1,05 \cdot 10^{25}$ számú neutront jelent.

BME: 1 nap alatt: $100 \cdot 10^3 \cdot 86400 = 8,64 \cdot 10^9$ J energia szabadul fel. Ez azt jelenti, hogy összesen $2,9 \cdot 10^{20}$ hasadás történik, ami $7,09 \cdot 10^{20}$ számú neutront jelent.

3. feladat megoldása

Termikus neutronoknak a környezetükkel hőmérsékleti egyensúlyban lévő neutrongázban lévő neutronokat értjük. A „termalizált” lassú neutronok

átlagsebessége az $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$ összefüggésből kapható meg:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300 \text{ K}}{1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 2723,04 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2,72 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 9805,86 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

4. feladat megoldása

a) A hidrogén atom energiaszintjei: $E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$, ahol ($n = 1, 2, 3, \dots$).

A látható vonalak a Balmer-sorozat tagjai. Ebben a két legkisebb energiájú vonal az $n=3 \rightarrow n=2$ és az $n=4 \rightarrow n=2$ elektronátmeneteknél jön létre, ezért az elektronoknak legalább az $n=4$ energiaszintre kell gerjesztetni az atomokat. Így a szükséges minimális energia: $U \cdot e = E_4 - E_1 = 12,75 \text{ eV}$ kell, hogy legyen. Vagyis az elektronokat gyorsító feszültség értéke 12,75 V.

b) Összesen 6 színeképvonal jön létre:

az $\left. \begin{matrix} n=4 \\ n=3 \end{matrix} \right\} \rightarrow n=2$ átmenetek 2 látható vonalat adnak (Balmer-sorozat),

az $\left. \begin{matrix} n=4 \\ n=3 \\ n=2 \end{matrix} \right\} \rightarrow n=1$ átmenetek 3 vonala az UV tartományba esik (Lyman-sorozat)

az $n=4 \rightarrow n=3$ átmenet 1 vonala az infravörös tartományba esik (Paschen-sorozat)

c) A fényelektromos jelenség energia-egyenlete: $hf = W_{ki} + eU$.

„e” az elektron töltésének nagysága ($1,6 \cdot 10^{-19}$ C), U pedig a zárófeszültség. Így kapjuk: $U = 0,7$ V.

5. feladat megoldása

A hélium atommagja az alfa részecske, amelynek tömege 4 atomi egység. Így 1 gramm hélium $\frac{1}{4}$ mól, vagyis $1,5 \cdot 10^{23}$ részecske. $4,87 \text{ MeV} = 7,8 \cdot 10^{-13} \text{ J}$, így az összes alfa részecske energiája $E = 1,5 \cdot 10^{23} \cdot 7,8 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 1,17 \cdot 10^{11} \text{ J}$.
 $E = mgh$, innen

$$m = \frac{E}{g \cdot h} = \frac{1,17 \cdot 10^{11} \text{ J}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1000 \text{ m}} = 1,17 \cdot 10^7 \text{ kg} = 11700 \text{ tonna!}$$

6. feladat megoldása

a) Egy foton energiája: $\varepsilon = \frac{h \cdot c}{\lambda} = 3,9756 \cdot 10^{-19} \text{ J}$,

a fotonok másodpercenkénti száma négyzetméterenként (fotonok fluxusa):

$$\Phi = \frac{W}{\varepsilon} = \frac{1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{3,9756 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,515 \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{s} \cdot \text{m}^2}.$$

Ekkor Δt idő alatt beérkezett fotonok száma A felületen:

$$N = \Phi \cdot \Delta t \cdot A = \frac{W \cdot \Delta t \cdot A}{\varepsilon} = 2,515 \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \cdot \Delta t \cdot A.$$

b) Egyetlen foton lendülete: $I = \frac{\varepsilon}{c} = 1,3252 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

c) A visszaverődéskor az átadott lendület egyetlen fotonra: $\Delta I = 2I$, ezért N foton által a felületre gyakorolt erő: $F = N \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = N \cdot \frac{2I}{\Delta t}$, amiből a nyomás:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{N \cdot \frac{2I}{\Delta t}}{A} = \frac{\Phi \cdot \Delta t \cdot A}{A} \cdot \frac{2I}{\Delta t} = 6,67 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}.$$

Megjegyzés:

Ha csak a fény-nyomás lett volna a kérdés, akkor nem lett volna szükség még a hullámhossz megadására, és a fotonok számának a kiszámítására sem. Elegendő lett volna az 1 m^2 felületre 1 s alatt érkező energia (energiafluxus)

ismerete: $\Phi_E = 1000 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$. Ebből Δt idő alatt A felületre eső fény lendülete

$$\text{ugyanis } I = \frac{\Phi_E \cdot \Delta t \cdot A}{c}.$$

Mivel teljesen visszaverődik, ezért az átadott lendület ennek kétszerese, azaz a felületre kifejtett erő:

$$F = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{2I}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \Phi_E \cdot \Delta t \cdot A}{c \cdot \Delta t} = \frac{2 \cdot \Phi_E \cdot A}{c}.$$

A nyomás pedig az erő és a felület hányadosa, azaz

$$p = \frac{F}{A} = \frac{2 \cdot \Phi_E \cdot A}{c \cdot A} = 2 \frac{\Phi_E}{c}.$$

Példánkban $\Phi_E = 1000 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$. Így a fény nyomása: $6,67 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}$.

7. feladat megoldása

a) Az elektron hullámhosszának egyenlőnek kell lennie a zöld fény hullámhosszával, mely $5,46 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. Mivel $m \cdot v = p = \frac{h}{\lambda}$, innen

$$v = \frac{h}{m \cdot \lambda} = 1340 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U$ ebből $U = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot e} = 5,1 \mu\text{V}$.

c) Az elektron energiája $e \cdot U = 8,16 \cdot 10^{-25} \text{ J}$.

A foton energiája $E = \frac{h \cdot c}{\lambda} = 3,67 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, azaz a foton energiája 450 ezerszer nagyobb.

d) Emiatt az ilyen hullámhosszágú elektronnal biztosan nem lehetne kiszakítani elektronokat az alkáli fémből, mivel azok kilépési munkája tized eV (10^{-20} J) nagyságrendű.

8. feladat megoldása

A bomlási állandó:

$$\lambda = \frac{0,693}{14,3 \cdot 86400 \text{ s}} = 5,61 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{s}}.$$

A részecskeszám:

$$N(0) = \frac{A}{\lambda} = \frac{4,5 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{s}}}{5,61 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{s}}} = 8,02 \cdot 10^{12}.$$

$$14 \text{ nap után: } N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 8,02 \cdot 10^{12} \cdot e^{-5,61 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{s}} \cdot 1209600 \text{ s}} = 4,07 \cdot 10^{12}.$$

$$\text{A bomlások száma: } N(0) - N(t) = \Delta N = 3,95 \cdot 10^{12}$$

Az elnyelt energia:

$$E = \Delta N \cdot E_{\beta} \cdot \eta = 3,95 \cdot 10^{12} \cdot 7 \cdot 10^5 \text{ eV} \cdot 0,7 = 1,936 \cdot 10^{18} \text{ eV} = 0,31 \text{ J}.$$

9. feladat megoldása

Első megoldás:

Figyelnünk kell arra, hogy az előállítás éve 4 évvel később van, mint a felfedezés éve, azaz 1902-ben történt. Azóta 2014-ig 112 év telt el.

$$\text{a) } m = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{112 \text{ év}}{1600 \text{ év}}} = m_0 \cdot 0,9526, \text{ azaz az eredeti tömeg } 95,26 \% \text{-a maradt meg.}$$

$$\text{b) } A = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} N = \frac{\ln 2}{1,6 \cdot 10^3 \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ s}} \cdot \frac{0,1 \text{ g}}{226 \text{ g}} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 3,65 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\text{így } P_0 = E_{\alpha} \cdot A = 4,87 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \cdot 3,65 \cdot 10^9 \text{ W} = 2,84 \cdot 10^{-3} \text{ W} = 2,84 \text{ mW}.$$

A jelenlegi sugárzási teljesítmény ennek 95,26 %-a, azaz $P_{112} = 2,71 \text{ mW}$ lenne.

c) Összesen elbomlott $100 - 95,26 = 4,74 \%$, azaz $0,0474 \cdot 0,1 \text{ g} = 0,00474 \text{ g}$. Ebben volt

$$N = \frac{0,00474}{226} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 1,258 \cdot 10^{19} \text{ részecske.}$$

Ennyi alfa-részecske is bocsátódott ki, egyenként 4,87 MeV energiával. Így a teljes felszabadult energia:

$$E_0 = 1,258 \cdot 10^{19} \cdot 4,87 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 9802 \text{ kJ}.$$

Második megoldás:

Mivel a felezési idő sokkal nagyobb, mint a 112 év, ezért jól közelíthetjük az exponenciális bomlást egy lineáris függvénnyel, és így számolhatunk átlagos teljesítménnyel is:

$$P_{\text{átlagos}} = \frac{P_0 + P_{112}}{2} = 2,775 \text{ mW}$$

átlagos teljesítménnyel számolva

$$E = P_{\text{átlagos}} \cdot t = 2,775 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot 112 \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ s} = 9,790 \cdot 10^6 \text{ J} = 9790 \text{ kJ}.$$

10. feladat megoldása

A neutron tömege: m , sebessége ütközés előtt v_1 , ütközés után v_2 .

A mag tömege: $A \cdot m$; sebessége az ütközés után v . Legnagyobb energiaváltozás egyenes ütközéskor következhet be, ezért a továbbiakban csak egyenes ütközést vizsgálunk.

Az impulzus is és az energia is megmarad:

$$m \cdot v_1 + 0 = m \cdot v_2 + A \cdot m \cdot v \quad \text{innen} \quad v_1 = v_2 + A \cdot v \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 + \frac{1}{2} A \cdot m \cdot v^2 \quad \text{innen} \quad v_1^2 = v_2^2 + A \cdot v^2 \quad (2)$$

Mivel $E_{n1} = E_{n2} + E_A$, így $E_A = -\Delta E_n$

(1)-ből és (2)-ből :

$$(v_2 + A \cdot v)^2 = v_2^2 + A \cdot v^2 \quad \text{innen}$$

$$v_2 = \frac{v(1-A)}{2} \quad \text{és így:}$$

$$E_{n2} = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{8} m v^2 (1-A)^2 = E_{n1} + \Delta E_n,$$

amelyből A-val történő beszorzás után kapjuk

$$\left(\text{mivel } \frac{1}{2} A \cdot m \cdot v^2 = E_A = -\Delta E_n \right): \Delta E_n = -E_n \frac{4A}{(1+A)^2}.$$

A döntő feladatainak megoldásai

1. feladat megoldása

- Mert a radioaktív sugárzás ionizálja a levegő molekuláit.
- Mert a radioaktív sugárzás kölcsönhatásba lép a fotoemulzió molekuláival, és ugyanúgy ionizálja azokat, mint a fény.
- Azért van különbség, mert azonos anyagmennyiség esetén nem ugyanannyi részecskét bocsátanak ki időegység alatt. Ezt a fajlagos aktivitás írja le.
- A cikket Marie Curie, Pierre Curie és P. Bémont írta (elfogadjuk, ha csak a Curie-éket írja valaki).

2. feladat megoldása

Mivel a ^{14}C felezési ideje jóval nagyobb, mint a vizsgált 1 nap, ezért igazából lényegtelen, hogy a tüdőben lévő levegő hány százaléka cserélődik, hiszen a bent maradt és az újonnan beszívott levegőben is ugyanannyi marad a ^{12}C és ^{14}C aránya. Más szóval azt kell meghatározni, hogy 3 liter normál állapotú levegőben egy nap alatt hány ^{14}C bomlás történik.

20 °C-on és 1 bar nyomáson (standard állapot) 24,5 literben van mólnyi mennyiségű anyag, azaz összesen $6 \cdot 10^{23}$ gázmolekula. A térfogatszázalék és az atomszázalék arányosak egymással, azaz ennek 0,03%-a széndioxid: $3 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 1,8 \cdot 10^{20}$ molekula van 24,5 liter levegőben. Akkor 3 literben

van: $1,8 \cdot 10^{20} \frac{3}{24,5} = 2,20 \cdot 10^{19}$. Minden széndioxid molekulában egyetlen

szénatom van, de az összes szénatomnak csak 10^{-12} -ed része ^{14}C . Azaz 3 literben van $2,2 \cdot 10^7$ radioaktív szénatom.

A 3 liter levegő aktivitása tehát:

$$a = N \frac{0,693}{T_{1/2}} = \frac{1,53 \cdot 10^7}{5717 \cdot 365 \text{ nap}} = 7,32 \frac{1}{\text{nap}}.$$

Azaz egy nap alatt a tüdőnkben átlagosan mindössze 8 radiokarbon atommag bomlik el. Emiatt az ebből származó sugárterhelés elhanyagolható.

3. feladat megoldása

a) Mivel egy teljes fordulat alatt kétszer gyorsulnak a duánsok között, ezért egy teljes fordulat alatt $2 \cdot U \cdot q = 2 \cdot 4 \cdot 10^4 \text{ eV}$ mozgási energiát nyernek. Az n fordulat alatt elért mozgási energia tehát $E_m = 2 \cdot (U \cdot q) \cdot n$ lesz. Az adatokkal: $0,5 \cdot 10^{-12} \text{ J} = (2 \cdot 4 \cdot 10^4 \text{ eV}) \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \text{J/eV}) \cdot n$, ahonnan: $n \approx 39$ fordulat kell.

b) A ciklotron átmérőjének nagyobbnak kell lennie, mint a legnagyobb pályasugár, az pedig a $q \cdot v \cdot B = m \cdot v^2 / r$ egyenletből v ismeretében kiszámítható. A v -t pedig az adott mozgási energia értékéből meghatározhatjuk:

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}, \text{ ahol } m = 3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg (1 proton és 1 neutron tömegének összege,$$

ha a köztük lévő gyenge kötés energiáját elhanyagoljuk), és így $v = 1,73 \cdot 10^7 \text{ m/s}$.

Ezért $r = \frac{mv}{qB}$ -ből $r = 0,4514 \text{ m}$, így az átmérőre $\sim 90,3 \text{ cm}$ adódik.

4. feladat megoldása

A napsugárzás térfogati energiasűrűsége:

$$w_{nf} = \frac{P_N}{c} = \frac{1,370 \cdot 10^3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)} = 4,57 \cdot 10^{-6} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}.$$

A napszél energiasűrűsége:

$$w_{nsz} = 6 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{m}^3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \left(4 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 8,02 \cdot 10^{-10} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}.$$

a) Így a sugárzások térfogati energiasűrűségének keresett aránya:

$$q = \frac{w_{nf}}{w_{nsz}} = \frac{4,57 \cdot 10^{-6} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}}{8,02 \cdot 10^{-10} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}} = 5698.$$

b) Az arányuk nem változik, mivel mindkét sugárzás energiasűrűsége a távolság négyzetével fordított arányban csökken.

5. feladat megoldása

Adatok:

$A = 3,7 \cdot 10^4 \text{ Bq}$; $T_{226} = 1600 \text{ év} = 5 \cdot 10^{10} \text{ s}$; $T_{228} = 5,7 \text{ év} = 1,8 \cdot 10^8 \text{ s}$;

$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$; $M_{226} = 226 \text{ g/mol}$; $M_{228} = 228 \text{ g/mol}$.

a)

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}; \quad m = \frac{N \cdot M}{N_A}; \quad A = \frac{0,693}{T} \cdot N; \quad N = \frac{A \cdot T}{0,693};$$

$$m = \frac{\frac{A \cdot T}{0,693} \cdot M}{N_A} = \frac{A \cdot T \cdot M}{0,693 \cdot N_A}.$$

Számítások az egyes izotópokra:

$$m_{226} = \frac{3,7 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{s}} \cdot 5 \cdot 10^{10} \text{ s} \cdot 226 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{0,693 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ g}.$$

$$m_{228} = \frac{3,7 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{s}} \cdot 1,80 \cdot 10^8 \text{ s} \cdot 228 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{0,693 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}} = 3,64 \cdot 10^{-9} \text{ g}.$$

b) Mivel az aktivitások megegyeztek az közölt energiák aránya megegyezik az α és β részecskék energiájának a hányadosával:

$$\frac{E_{\alpha}}{E_{\beta}} = \frac{4,871 \text{ MeV}}{0,0072 \text{ MeV}} = 676,5.$$

c) Megfigyelhető, hogy az időegység (egy hónap) alatt elnyelt dózis a Radithor fogyasztásának elhagyása után is növekedett. Ennek az az oka, hogy a rádium nem ürült ki a csontokból. A ^{226}Ra hosszú felezési ideje miatt biztosan, a ^{228}Ra esetében pedig valószínűsíthetően a gyártás óta a Radithorban még nem állt be a radioaktív egyensúly. Ezért a rádium izotópokból folyamatosan keletkező leányelemek a minta aktivitásának a folyamatos növekedését okozták. A növekedő aktivitás miatt a dózisteljesítmény (az időegység alatt leadott dózis) is növekedett.

6. feladat megoldása

a) Legyen az i -edik másodpercben az aktivitás a_i , és szorozzuk meg minden másodpercben k -val. (A konkrét példában $k=0,98$). Ekkor nyilván $a_{i+1} = k \cdot a_i$

vagy másképpen $\frac{a_{i+1}}{a_i} = k$. Az aktivitás egymás utáni értékei tehát mértani

sorozatot alkotnak, mivel az egymást követő tagok hányadosa állandó. Ebből következően az n -edik időpillanatban meglévő aktivitás: $a_n = a_0 \cdot k^n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$).

Ha az idő „egységét” τ -val jelöljük (a példánkban 1 s, mert másodpercenként frissítünk), akkor az eltelt idő: $t = n \cdot \tau$, azaz $n = \frac{t}{\tau}$. Ezt visszahelyettesítve

kapjuk: $a(t) = a_0 \cdot k^{t/\tau}$. Innen már látszik, hogy az aktivitás a t időnek valóban exponenciális függvénye.

b) Ahhoz, hogy a felezési időt is meg tudjuk mondani, a k „alapról” át kell térjünk $\frac{1}{2}$ alapra. Azaz, úgy kell meghatározzuk a T felezési időt, hogy

$$a_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T} = a_0 \cdot k^{t/\tau}.$$

Egyszerűsítve a_0 -al, és mindkét oldalt logaritmálva kapjuk:

$$\frac{t}{T} \cdot \lg\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{t}{\tau} \cdot \lg k.$$

Ebből T kifejezhető:

$$T = \tau \cdot \frac{\lg\left(\frac{1}{2}\right)}{\lg k} = -\tau \frac{\lg 2}{\lg k}.$$

Az adatokat behelyettesítve adódik:

$$T = -1 \text{ s} \cdot \frac{\lg 2}{\lg 0,98} = -1 \text{ s} \cdot \frac{0,301}{-0,00877} = 34,31 \text{ s}.$$

c) A 10 perces felezési idő 600 s. Ezért $600 \text{ s} = -1 \text{ s} \cdot \frac{\lg 2}{\lg k}$, amiből

$$\lg k = -\frac{\lg 2}{600} = -0,00050172. \text{ Ebből pedig kapjuk: } k = 0,998845.$$

7. feladat megoldása

Az elektromos eltérítés mértéke:

A részecskére ható erő $F = q \cdot E$, az y irányú gyorsulás $a_y = \frac{qE}{m}$, a

részecske a lemezek között $t_1 = \frac{l}{v_0}$ ideig repül, az y irányú eltolódás lemezek

közötti része: $y_1 = \frac{1}{2} a_y t_1^2 = \frac{qE}{2m} \left(\frac{l}{v_0} \right)^2$, sebessége y irányba $v_y = a_y t_1 = \frac{qEl}{mv_0}$.

Innen egyenletesen, egyenes vonalban halad a részecske, mert nincs rá ható erő.

Az ideje: $t_2 = \frac{D}{v_0}$, innen az ez idő alatti további eltolódás: $y_2 = v_y t_2 = \frac{qElD}{mv_0^2}$

Összesen az elektromos tér által okozott eltolódás:

$$y = y_1 + y_2 = \frac{qE}{2m} \left(\frac{l}{v_0} \right)^2 + \frac{qElD}{mv_0^2} = \frac{qEl}{mv_0^2} \left(\frac{l}{2} + D \right) \quad (1).$$

A mágneses tér által eltérített részecske pályájának sugara:

$$qv_0 B = \frac{mv_0^2}{r}, \text{ ebből}$$

$$r = \frac{mv_0}{Bq}. \quad (2).$$

Fejezzük ki a fajlagos töltést (1)-ből:

$$\frac{q}{m} = \frac{yv_0^2}{El \left(\frac{l}{2} + D \right)} \text{ és 2-ből is: } \frac{q}{m} = \frac{v_0}{Br}.$$

A kettőt egyenlővé téve:

$$v_0 = \frac{El\left(\frac{l}{2} + D\right)}{Br} = \frac{10^6 \cdot 0,1 \left(\frac{0,1}{2} + 0,5\right)}{0,2 \cdot 1,7 \cdot 9,7 \cdot 10^{-3}} = 1,67 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A fajlagos töltés:

$$\frac{v_0}{Br} = \frac{1,67 \cdot 10^7}{0,2 \cdot 1,7} = 4,91 \cdot 10^7 \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

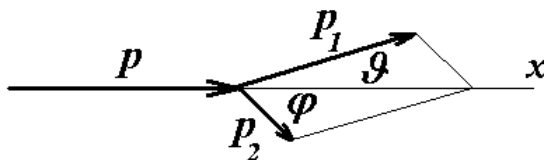
8. feladat megoldása

Első pillanatban úgy látszik, hogy a megmaradási tételek kielégíthetők, mivel a végállapotban két részecske (elektron és pozitron) keletkezik, és ezek keletkezési szöge(i) újabb paraméter(ek), ami miatt az egyenletrendszer „elvileg” megoldható. Nézzük azonban meg közelebbről! Nyilván a lendület-megmaradás miatt $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$ vektoregyenletnek teljesülni kell, azaz a három részecske lendületvektorai vektorháromszöget alkotnak. Ez azt jelenti, hogy egy síkba is esnek. Válasszuk a koordináta-rendszerünket úgy, hogy a z tengely legyen merőleges erre a síkra, ekkor valamennyi vektor z koordinátája nulla, azaz a vektoroknak csak x és y koordinátája lesz. Legyen a foton lendületének abszolút értéke $p = \frac{hf}{c}$, és mutasson ez a lendületvektor az x tengely irányába.

A keletkezett elektron-pozitron pár eredő lendületének is ekkorának kell tehát lenni, emiatt az eredő lendület y -tengely irányú vetülete nulla kell legyen.

A lehető legáltalánosabb eset az, amikor nem használjuk ki a két keletkező részecske szimmetriáját, azaz nem tételezzük fel, hogy a bejövő irányhoz képest szimmetrikusan keletkeznek.

Legyen az egyik részecske lendületének abszolút értéke p_1 , a lendületvektor x tengellyel bezárt szöge ϑ . A másik részecskéé p_2 , az x iránnyal bezárt szöge pedig φ (lásd ábra).



A lendület-megmaradás egyenletei tehát:

az y irányú vetületekre:

$$p_1 \cdot \sin \vartheta = p_2 \cdot \sin \varphi$$

az x irányú vetületekre pedig:

$$p = p_1 \cdot \cos \vartheta + p_2 \cdot \cos \varphi \quad (*)$$

Az energia-megmaradás (relativisztikus képletekkel számolunk):

$$pc = \sqrt{(p_1c)^2 + (mc^2)^2} + \sqrt{(p_2c)^2 + (mc^2)^2}.$$

Szorozzuk be a (*) egyenletet c -vel, és pc -t helyettesítsük be az energia-megmaradás egyenletének bal oldalába:

$$p_1c \cdot \cos \vartheta + p_2c \cdot \cos \varphi = \sqrt{(p_1c)^2 + (mc^2)^2} + \sqrt{(p_2c)^2 + (mc^2)^2}$$

Látható, hogy ez az egyenlet semmilyen feltételek mellett sem teljesíthető, hiszen $m > 0$ miatt az egyenlet jobb oldala mindenképpen nagyobb, mint

$p_1c + p_2c$, az egyenlet bal oldala pedig bármely szögek esetén

$$p_1c \cdot \cos \vartheta + p_2c \cdot \cos \varphi \leq p_1c + p_2c.$$

Ezzel bebizonyítottuk, hogy semmilyen módon sem lehetséges az energia- és lendület-megmaradást egyszerre teljesíteni. A valóságban csak úgy mehet végbe párkeltés, ha egy „negyedik” partner – az atommag is jelen van, és átvesz lendületet.

9. feladat megoldása

Az a oldalhosszúságú dobozba zárt elektron helykoordinátáinak bizonytalansága $\Delta x = \Delta y = \Delta z = a/2$. A Heisenberg-féle határozatlansági reláció alapján a lendületbizonytalanság:

$$(\Delta p)^2 = (\Delta p_x)^2 + (\Delta p_y)^2 + (\Delta p_z)^2 \geq 3 \frac{\hbar^2}{a^2}.$$

a) A kapott képlet alapján az atommag tartományú dobozban lévő elektron bezártságából eredő mozgási energia:

$$E_{kin} = \sqrt{(c\Delta p)^2 + m^2c^4} - mc^2 = 34,68 \text{ MeV}.$$

Az elektron nem vesz részt az erős kölcsönhatásban. A Coulomb-kölcsönhatás erősségére pedig a következő egyszerű megközelítést tehetjük:

Atomi méretekben (10-10 m) a Coulomb potenciális energiák nagyságrendje abszolút értékben $10 \cdot Z$ eV. Mivel $Z < 100$, ez azt jelenti, hogy még a legnagyobb rendszámú atomban is az elektronok kötési energiája keV nagyságrendű. A Coulomb potenciális energia $1/r$ -rel arányos, ezért az atommag méretében (10-14 m) nagyságrendben ez (abszolút értékben) tízezerszeresére növekszik. Azaz ~ 10 MeV nagyságrendű lenne még a legnagyobb rendszámú magban is az elektron megkötésére hivatott negatív potenciális energia. Ez pedig nem elegendő a 30-40 MeV-es – bezártságából fakadó – mozgási energia kompenzálására. Az atommag és az elektron között tehát nincs olyan kölcsönhatás, amely ilyen mozgási energia mellett kötött állapotban tudná tartani az elektront.

b) A párkeltéshez szükséges minimális energiát a kinetikus energia biztosítja, mely relativisztikus esetben

$$E_{kin} = \sqrt{(c\Delta p)^2 + m^2 c^4} - mc^2 = 2mc^2,$$

ahonnan a lendület kifejezhető: $(\Delta p)^2 = 8m^2 c^2$.

A lendületbizonytalanságra kapott két relációból kifejezhető a keresett méretparaméter:

$$a^2 = \frac{3}{8} \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2 \Rightarrow a_{\min} = \sqrt{\frac{3}{8}} \cdot \frac{\hbar}{mc} = \sqrt{\frac{3}{8}} \cdot \lambda_e = 23,7 \cdot 10^{-14} \text{ m},$$

ahol λ_e az elektron redukált Compton-hullámhossza. A kapott összefüggésből leolvasható, hogy a jelzett határ alatt a „kvantumnyüzsgés” már olyan nagy, hogy elektron-pozitron párt keltene. Természetesen ez az elektron-pozitron pár is „be lenne zárva” a dobozba (mint az eredeti elektron), emiatt ezeknek is olyan nagy lenne a mozgási energiája, hogy újabb elektron-pozitron párokat keltenének, és így tovább. Látható, hogy nincs értelme bizonyos méretnél kisebb méretekre koncentrált elektronnal beszélni. A kapott érték az atommag sugarának nagyságrendjébe esik, és ez összhangban van azzal, miszerint az elektron nem lokalizálódhat az atommagban.

10. feladat megoldása

A teljes energia mellett a nyugalmi energia (kb. $1 \text{ GeV} = 10^{-3} \text{ TeV}$) elhanyagolható. Így a részecskék teljes energiáját $E \approx p \cdot c$ közelítéssel számolhatjuk.

Írjuk fel a részecskék ütközésére a megmaradási törvények egyenleteit:

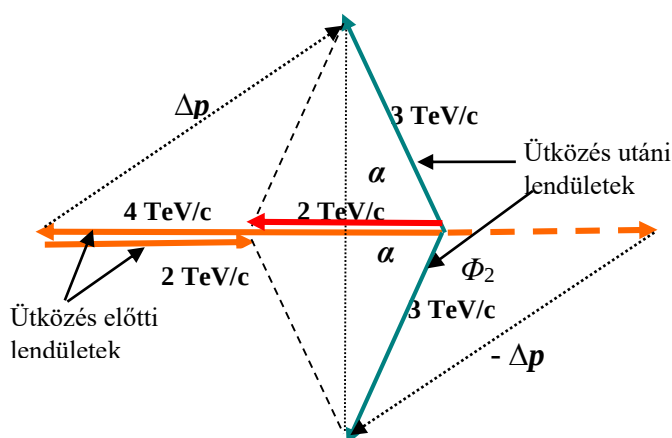
Energiamegmaradás:

$$E_1 + E_2 = E' + E'', \text{ ahol } E' = E'' = \frac{E_1 + E_2}{2} = 3 \text{ TeV}$$

Lendület-megmaradás:

$$\frac{\vec{E}_2}{c} + \frac{\vec{E}_1}{c} = \frac{\vec{E}'}{c} + \frac{\vec{E}''}{c}$$

A lendület-megmaradás vektorábrája alapján:



$$\cos \alpha = \frac{1}{3} \rightarrow \alpha = 70,5^\circ$$

A részecskék szétrepülési szöge: $2\alpha = 141^\circ$

A részecskék eltérülési szögei:

$\Phi_1 = \alpha = 70,5^\circ$ és $\Phi_2 = 180 - \Phi_1 = 109,5^\circ$.

II. kategória 8 -10. feladatának megoldása

8. feladat megoldása

A fenti táblázat alapján a maghasadási reakcióban felszabaduló teljes energia 205 MeV (a fentiek összege). Ennek az energiának egy része azonnal, más része a hasadási termékek radioaktivitása miatt csak valamivel később szabadul fel, egy harmadik résszel pedig nem kell hőteljesítmény formájában számoljunk, mert eltávozik (antineutrínók).

A táblázat alapján az energiák megoszlása:

$168 + 5 + 7 = 180$ MeV ($180/205=87,8\%$) a hasadás pillanatában keletkezik. A láncreakció leállítása után ezzel már nem kell számolni.

A hasadási termékek radioaktivitása miatt $8 + 7 = 15$ MeV energia szabadul fel valamikor később az aktuális maghasadás után. Ez a teljes energiának $15/205 = 7,3\%$ -a. Miután a reaktor már "elég hosszú ideje" működik, ezért feltehetjük, hogy a hasadási termékek aktivitásában már beállt a radioaktív egyensúly (azaz ugyanannyi keletkezik a hasadások során, mint amennyi elbomlik a radioaktivitása miatt). Ezért a 2000 MW hőteljesítményhez ezek is hozzájárulnak. Emiatt a reaktor leállítása után azonnal ezekből származó hőteljesítmény még megmarad. Vagyis legfeljebb 7,3%-nyi, azaz 146 MW hőteljesítményre kell számítsunk.

9. feladat megoldása

a) A hidrogén atomot $n = 4$ ről kell legerjeszteni $m = 1$ -ra, azaz az alapállapotba.

A Rydberg formula szerint

$$\frac{f}{c} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ ahol } R_H = 1,097 \cdot 10^7 \text{ 1/m, a Rydberg állandó. Ebből}$$

$$f = c \cdot R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = 3,289 \cdot 10^{15} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 3,08 \cdot 10^{15} \text{ Hz.}$$

Az energia $E = hf = 2,04 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, a hullámhossza:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{3,08 \cdot 10^{14}} = 9,74 \cdot 10^{-8} \text{ m.}$$

A foton frekvenciája tehát $3,08 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$, és hullámhossza $97,4 \text{ nm}$.

b)

$$p = \frac{h}{\lambda} = m_H \cdot v_H \rightarrow v_H = 4,25 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_H v_H^2 = 1,4 \cdot 10^{-26} \text{ J}$$

10. feladat megoldása

Az egyszerűség kedvéért 5-ös és 8-as alsó index jelöli az egyes izotópokhoz tartozó értékeket. A nukleáris bomlás egyenlete a két izotópra:

$$N_5(t) = N_5(t_0) \cdot 2^{-\frac{t}{T_5}}$$

$$N_8(t) = N_8(t_0) \cdot 2^{-\frac{t}{T_8}}$$

A feladat szövege megadta a felezési időket és a korabeli $N_5(t_0)/N_8(t_0) = 3\%$ arányt. Ma a természetes uránban a 235-ös izotóp részaránya $0,7202\%$, azaz $N_5/(N_5 + N_8) = 0,7202\%$, ebből következik, hogy $N_5/N_8 = 0,7202/(100 - 0,7202) = 0,72542\%$. Ez a lépés nem okoz komoly numerikus eltérést, de elvi jelentősége van!

Ha valaki $0,7202\%$ -al számol tovább, az csak akkor fogadható el, ha indokolja, hogy ez nem sokban tér el a tényleges értéktől.

Mivel a két időpontban vett izotóp arány adott, ezért praktikus a két bomlásegyenletet elosztani egymással:

$$\frac{N_5(t)}{N_8(t)} = \frac{N_5(t_0)}{N_8(t_0)} \cdot 2^{t \left(\frac{1}{T_8} - \frac{1}{T_5} \right)}$$

Itt minden mennyiség ismert, csak t -re kell megoldani az egyenletet:

$$t = \frac{\frac{\log(x)}{\log(2)}}{\left(\frac{1}{T_8} - \frac{1}{T_5}\right)}, \text{ ahol } x = \frac{\frac{N_5(t)}{N_8(t)}}{\frac{N_5(t_0)}{N_8(t_0)}}$$

Itt megjegyezzük, hogy tetszőleges alapú logaritmus használható, ami a legkényelmesebben rendelkezésre áll a számológépen. x értékében az urán izotóparányok hányadosa szerepel, tehát hagyhatjuk az arányokat %-ban, ezzel $x = 0,2418$ és így $\log(x)/\log(2) = -2,0481$ (bármilyen logaritmussal). Az idő mértékegységét a felezési idő mértékegysége határozza meg (az $(1/T)^{-1}$ miatt), ezért legpraktikusabb milliárd évben számolni, és ezzel az idő számértéke

$$t = \frac{-2,0481}{\left(\frac{1}{4,468} - \frac{1}{0,7038}\right)} = 1,711$$

Mivel a felezési idő milliárd évben volt, ezért az eredmény is. Tehát az izotóparányok alapján az oklo-i természetes reaktor $\sim 1,71$ milliárd éve üzemelhetett.

Megjegyzés:

A 3%-os $N_5(t_0)/N_8(t_0)$ arány $\sim 2,91\%$ -os dúsításnak felel meg. A számot úgy választottuk meg, hogy

- 1) kényelmes legyen vele számolni,
- 2) a végeredmény minél jobban egyezzen az irodalomban leggyakrabban használt 1,7 milliárd évvel.

**A 2014. évi 17. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny
döntőjének eredménye 11-12. évfolyam (I. kategória)**

Hely	Név	Iskola	Város	Felkészítő tanár
1.	Juhász Péter	Piarista Gimnázium	Budapest	Urbán János, Horváth Gábor, Szokolai Tibor
2.	Holczér András	Pécsi Janus Pannonius Gimnázium	Pécs	Dombi Anna, Simon Péter
3.	Takátsy János	Városmajori Gimnázium és Kós Károly Általános Iskola	Budapest	Ábrám László
4.	Di Giovanni Márk	Révai Miklós Gimnázium és Kollégium	Győr	Csatóné Zsámbéky Ildikó, Horváth András
4.	Horicsányi Attila	Dobó István Gimnázium	Eger	Hóbor Sándor
6.	Sveiczér András	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva
7.	Barna István	Verseghy Ferenc Gimnázium	Szolnok	Veres Dénes
8.	Frank György	Soproni Széchenyi István Gimnázium	Sopron	Lang Ágota
9.	Antalicz Balázs	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Nagy Tibor
10.	Ványi András Szabolcs	ELTE Apáczai Csere János Gyakorlógimnázium	Budapest	Zsigri Ferenc
11.	Takács Róbert	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László, Juhász Róbert
12.	Sági Olivér	ELTE Apáczai Csere János Gyakorlógimnázium	Budapest	Zsigri Ferenc, Dr. Siposs András
13.	Marosvári Kristóf	Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László
14.	Borsi Márton	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László
15.	Grabarits András József	Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnázium	Budapest	Dr. Piláth Károly
16.	Onodera Daigoro Péter	ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola és Gimnázium	Budapest	Chikán Éva
16.	Tamás Gábor	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László
18.	Stark Livia	ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola és Gimnázium	Budapest	Chikán Éva
19.	Huszár Emese	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Nagy Tibor, Berecz János

**A 2014. évi 17. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny
döntőjének eredménye 9-10. évfolyam
(II. kategória)**

Hely	Név	Iskola	Város	Felkészítő tanár
1.	Kovács Péter Tamás	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Juhász Tibor
2.	Büki Máté	Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert
3.	Balogh Menyhért	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert
4.	Gémes Antal	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Nagy Tibor, Lakatos-Tóth István
5.	Blum Balázs	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert
5.	Forrai Botond	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert
7.	Asztalos Bogdán	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert
8.	Németh Flóra Boróka	Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László
9.	Czeglédy Levente	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László
10.	Pintér Gergő	Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László

18. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY, 2015

Az 1. forduló feladatai¹⁸

1. feladat

A Duna átlagos vízhozama $2000 \text{ m}^3/\text{s}$. Egy paksi reaktor átlagos hatásfoka 32%.

- a) Becsüljük meg, hogy maximálisan mennyivel emelkedik meg a Duna átlagos vízhőmérséklete akkor, ha az erőműben mind a négy reaktor-blokk üzemel a 2014-ben szokásos, maximális villamos teljesítménnyel!
- b) Mennyivel fog nőni a Duna vízének átlagos hőmérséklete, ha a megépülő Paks II. 2 db, egyenként 1000 MW-os blokkja szintén a Dunából veszi a hűtővizet! A blokkok hatásfokát vegyük azonosnak.

2. feladat

- a) Hány Joule energiát tud kibocsátani 1 g alfabomló, 225 tömegszámú Ac izotóp (további bomlás nincs) egy teljes felezési idő alatt? ($E = 5,9 \text{ MeV}$, $T_f = 10 \text{ nap}$)
- b) Mekkora az átlagos teljesítménye ez alatt az idő alatt?
- c) Mekkora tömegű 20°C -os vizet lehetne ezzel az energiával a forráspontig felmelegíteni?

3. feladat

A rádiócsillagászatban gyakran használják a megfigyelések során a H atomok 109-es főkvantumszámú állapotából a 108-as főkvantumszámú átmenet során kibocsátott sugárzását.

- a) Mekkora a kibocsátott foton energiája, frekvenciája és hullámhossza?
- b) Milyen laboratóriumi feltételek mellett várható a H-atom nevezett átmeneteinek megfigyelése a Földön is?

4. feladat

Egy 0,1 g tríciumot tartalmazó hidrogéngáz $117,6 \text{ J}$ energiát ad le óránként.

- a.) Mekkora a bomlás során keletkező béta részecskék átlagos energiája?
- b.) Miért csak az átlagos energiát tudjuk megmondani?

Adatok: A trícium felezési ideje 12,3 év.

¹⁸ Az első fordulót 2015. február 23-án tartották. Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér. A feladatok nem nehézségi sorrendben szerepelnek és tetszőleges sorrendben meg lehet őket oldani. A megoldáshoz bármilyen segédeszköz használható. Rendelkezésre álló idő 180 perc.

5. feladat

Egy téglalakú, belül erőmentes doboz egyik falát elkezdjük befelé tolni. Tegyük sorba a következő eseteket, hogy mikor a legkönnyebb és mikor a legnehezebb ezt megtenni!

- a.) Ha egy proton van a dobozban;
- b.) ha üres a doboz;
- c.) ha egy elektron van a dobozban.

6. feladat

A vizek trícium tartalmának mennyiségi jellemzésére a TU (Tritium Unit) egységet használják. Ez 0,12 Bq/l aktivitásnak felel meg. Az 1928-1953 közötti időszakban a csapadék trícium tartalma Észak-Amerikában és Európában, így Magyarországon is közel állandó, 3-7 TU volt. Ez az érték hazánkban 1963-ban elérte a 2000 TU évi átlagot.

- a.) Hol és hogyan keletkezik természetes úton a trícium?
- b.) Mi lehetett az 1963-as szintemelkedés oka?
- c.) Egy folyó vizének a trícium tartalma 50 TU. Becsüljük meg a folyóban lévő $^3\text{H}/^1\text{H}$ arányt! Adatok: A trícium felezési ideje 12,3 év.

7. feladat

Egy 70 MBq aktivitású ^{60}Co forrással mérést végzünk. A ^{60}Co minden egyes bomlásából két gamma-foton – egy 1,17 MeV és egy 1,33 MeV energiájú – keletkezik. A sugárzás útjába helyezett, réssel ellátott elnyelő lemez segítségével nyalábot hozunk létre, a rés a fotonok 1%-át engedi át. Az így keletkező nyaláb még mindig túl intenzív, így egy árnyékoló lapot helyezünk az útjába, melynek összetétele $\text{Zn}_2\text{Fe}_6\text{Zr}_3$, sűrűsége 3,7 g/cm³, vastagsága 3 cm, felezési rétegvastagsága pedig 3,44 cm az 1,17 MeV-es, illetve 3,67 cm az 1,33 MeV-es fotonok esetében. A detektor a beérkező fotonok 36 %-át képes elnyelni, a többi kölcsönhatás nélkül áthalad.

Mennyi ideig kell gyűjtenünk, hogy a kisebb energiájú események detektált száma elérje az 500 milliót?

8. feladat

Egy távoli Galaxisban lévő egyik Nap típusú csillag bolygórendszerében található egy Földhöz hasonló exobolygó. Tegyük fel, hogy a távoli jövőben egy szonda száll le a felszínére és talajmintát vesz, melynek vizsgálatakor kiderül, hogy a mintában található urán izotóparánya 113,7%-a földi mintában található urán izotóparányának (d_F). (Izotóparány: az $^{235}\text{U}/^{238}\text{U}$ izotópok aránya)

- a) Milyen idős az exobolygó?
- b) Milyen feltételek mellett igaz a kor becslése?
- c) Befolyásolja-e a porózus talajszerkezet ezt a fajta kormeghatározást?

Adatok: Az ^{235}U felezési ideje 0,704 milliárd év, az ^{238}U felezési ideje 4,46 milliárd év. A Föld kora 4,5 milliárd év. $d_F = 0,71\%$, az urán moláris tömegét vegyük 238 g/mol-nak

9. feladat

A csillagászok – exobolygók után kutatva – egy távoli csillag fényét (nevezzük X csillagnak) analizálva megállapítják, hogy a csillag 600 nm-es hullámhosszon sugároz a legintenzívebben, szemben a Napunk sugárzásával, melynek sugárzási maximuma 500 nm-nél van. A csillagászati megfigyelések szerint a csillag átmérője 20 %-kal nagyobb, mint a Napunké.

- Mekkora a csillag felszíni hőmérséklete?
- A csillagtól mekkora távolságban keressék azt a feltételezett exobolygót, amelynek felszínén hasonló hőmérsékleti viszonyok lehetnek, mint a Földön? (Vagyis hol található a csillag körüli lakható öv?) A Nap-Föld távolságot – az ún. csillagászati egységet – vehetjük kerekén $r_{\text{cse}} = 150$ millió km-nek.
- Mekkora lehet a keresett exobolygón az 1 évnek megfelelő keringési idő, ha feltételezzük, hogy a csillag tömege a Napéval megegyezik?

10. feladat

A Hold anyagának összetétele a feltételezések – és a Hold-közetek tényleges analízise alapján is – nagyon hasonló a Föld anyagának összetételéhez. A Holdon található „kráterek” többsége mégsem vulkanikus eredetű, hanem meteoritok és egyéb kozmikus objektumok becsapódásából keletkezett. A földi lemez-tektonikához hasonló lemezmozgásokat sem sikerült megfigyelni a Holdon. A „legfrissebb” vulkáni kitörés mintegy 33 millió évvel ezelőtt történt a Holdon, míg a Földön szinte folyamatosan működnek vulkánok. Mi lehet ennek az oka?

A döntő feladatai¹⁹

ELMÉLETI FELADATOK²⁰

I. kategória

1. feladat

(Kitűzte: Ujvári Sándor)

Ha egy plutónium (^{239}Pu) gömböcskét folyékony nitrogénbe helyezünk, akkor az általa leadott hő mérésével meg lehet mérni a ^{239}Pu felezési idejét. A folyékony nitrogén mennyisége elegendő ahhoz, hogy a kilépő α részecskék nagy valószínűséggel mind elnyelődjenek. Az elpárolgott folyékony nitrogén mennyiségét mérjük, és ebből állapítjuk meg a ^{239}Pu felezési idejét. Mivel az α részecske kilépésekor a keletkezett leánymag visszalökődik, ezt is figyelembe kell venni a számításnál. Mekkora a plutónium felezési ideje, ha a mérés az alábbi adatokat szolgáltatotta?

Adatok: A plutóniumgömb tömege 0,1 kg, a kibocsátott α részecskék energiája 5,144 MeV. A folyékony nitrogén forráshője 199300 J/kg, és egy óra alatt 3,5 g forr el a plutónium bomlásának hatására.

2. feladat

(Kitűzte: Radnóti Katalin és Szűcs József)

Ha elektromos kölcsönhatással a KI kristályból eltávolítunk egy I^- iont, akkor az üresen maradt helyét egy elektron foglalhatja el. Ezt az elektront úgy tekinthetjük, mintha egy $2d$ oldalélű kocka alakú dobozba lenne zárva, ahol $d \approx 0,7$ nm, a KI kristály rácsállandója. A kristály – a dobozba zárt elektron gerjesztése révén $-f \approx 5,13 \cdot 10^{14}$ Hz frekvenciájú narancsszínű fény kibocsátására képes. Keressük meg a bezárt elektronnak azt a gerjesztett állapotát, amelyből alapállapotba jutva a megfigyelt frekvenciájú fényt kibocsáthatta! Adjuk meg ennek az állapotnak a kvantumszámait!

3. feladat

(Kitűzte: Kis Dániel)

A ^{14}C atommagban 6 proton, a ^{14}N atommagban 7 proton van. Tudjuk, hogy az atommagot összetartó erők (magerők) nem tesznek különbséget a protonok és a neutronok között, a kölcsönhatások erőssége a nukleonok között tekintetben ugyanakkora. Mivel mindkét atommagban 14 nukleon van, a magerők nem jelentenek különbséget. A ^{14}N atommagban a 7 proton nagyobb Coulomb-taszítása a kötés gyengülését okozza a ^{14}C -hez képest. A tapasztalat szerint viszont a két atommag közül mégis a ^{14}C az instabil!

a) Magyarázzuk meg ezt az első látásra meglepő tényt!

¹⁹ A döntőt 2015. április 11-én Pakson tartották.

²⁰ A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésre. Minden segédeszköz használható. Minden feladatot külön lapra írjon, s minden lapon legyen rajta a megoldó kódja. A feladatok NEM nehézségi sorrendben szerepelnek. Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér.

b) Adjunk becslést a ^{14}C béta-bomlása során kijövő elektron maximális energiájára!

Adatok: $E_{\text{kötési}}(^{14}\text{C}) = 105,284508 \text{ MeV}$, $E_{\text{kötési}}(^{14}\text{N}) = 104,658625 \text{ MeV}$,

$m(\text{p}) = 1,672621777 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $m(\text{n}) = 1,674927351 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$,

$m(\text{e}) = 9,10938215 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

4. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Becsüljük meg, hány szénatomból állhat az a telítetlen kötéseket tartalmazó szénláncmolekula, amelynek vizes oldatát kémcsőbe helyezve zöld színűnek látjuk áteső fényben? (Két szénatom távolsága a telítetlen láncban 0,133 nm.)

5. feladat

(Kitűzte: Ujvári Sándor)

Dél-Dakota államban működött a Homestake neutrínó-detektor. Egy bányában 1500 m mélyen 615 t perklóretilént (C_2Cl_4) helyeztek el, mint detektoranyagot, hogy a Napban keletkezett neutrínókat megfigyeljék. A detektálási térfogat 400 m^3 . A Cl atomok kb. 24,47%-a ^{37}Cl . A neutrínók hatására a klórból argon jön létre a következő reakció szerint: $^{37}\text{Cl} + \nu_e \rightarrow ^{37}\text{Ar} + e^-$.

A keletkezett ^{37}Ar nemesgáz, kibuborékoltatással össze lehet gyűjteni, emellett radioaktív, és ismét klórrá bomlik, így a mennyisége meghatározható.

a) Mekkora a detektor által érzékelhető neutrínók minimális energiája?

b) Írjuk fel az ^{37}Ar bomlásának egyenletét!

c) Hány argonatom keletkezése várható egy nap?

Adatok: $M(^{37}\text{Ar}) = 36,96677632 \text{ u}$; $M(^{37}\text{Cl}) = 36,96590259 \text{ u}$. A perklór-

etilén moláris tömege: $165,8 \text{ g/mol}$, sűrűsége $1620 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. A mérések szerint egy

klóratom $F = 10^{-46} \text{ m}^2$ -nyi felületen fog be egy neutrínót; a minimális energiaszintnél nagyobb energiájú neutrínók fluxusa a Földön: $\Phi = 10^{13} \frac{1}{\text{m}^2 \text{s}}$.

$1 \text{ u} = 931,494061 \text{ MeV}/c^2$.

6. feladat

(Kitűzte: Mester András)

Magyarország fölött napjainkban a levegő szén-dioxid tartalma 0,038%, 100 évvel ezelőtt 0,028% volt. A $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ izotóp arány pedig 10^{-12} volt.

a) Hol és milyen módon keletkezik a ^{14}C izotóp?

b) Mennyi volt 100 évvel ezelőtt a radioaktív szénizotópból származó aktivitás hazánk légkörében?

c) Növekedett-e a 100 évvel ezelőttihez képest a radioaktív szénizotópból származó aktivitás a légkörben? A választ indokoljuk meg!

Adatok: Magyarország területe 93000 km^2 , a ^{14}C felezési ideje 5700 év, $g = 10 \text{ m/s}^2$, a légköri nyomás 10^5 Pa .

7. feladat

(Kitűzte: Papp Gergely)

A NASA Dawn űrszondája a Vesta kisbolygó vizsgálatát követően márciusban állt a Földtől kétszeres Föld-Nap távolságban keringő Ceres körüli pályára. A Dawn fellövése után meghajtásához és pályakorrekciójához ionhajtóművet használ. A hajtómű egyszeresen ionizált xenon ionokat bocsájt ki, amelyeket egy elektrosztatikus részecskegyorsítóval gyorsítanak fel.

a) Vizsgáljuk meg, hogyan függ a hajtómű tolóereje a gyorsító nyálábteljesítményétől.

b) Soroljunk fel több különböző indokot, hogy miért célszerű xenon hajtóanyagot, és miért egyszeresen ionizált állapotban használni az ionhajtóművekben?

8. feladat

(Kitűzte: Mester András)

Egy eredetileg nyugvó, szabad, azonos proton és neutron számú atommag felé

nagy távolságból egy α -részecske halad $v = \sqrt{\frac{8}{1,67} \cdot 10^8} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel a két

részecskét összekötő egyenes mentén. Az α -részecske az atommagot $9 \cdot 1,6^2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ távolságra közelíti meg. Milyen elem magjából van szó?

Adatok: a részecskéket tekintsük pontszerűnek, a számítások során a proton és

neutron tömegét egyaránt $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ -nak vegyük ($k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$), a proton

töltése: $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

9. feladat

(Kitűzte: Szűcs József)

Becsüljük meg, hogy egy nyári napon, a Föld felszínén mekkora a napsugárzás fotonjainak és a levegő molekuláinak térfogati sűrűsége.

a) Mekkora ez a sűrűségarány?

b) Mekkora levegőrészecskék és a napsugárzás fotonjai által a felületre kifejtett nyomások aránya?

c) Magyarazzuk meg a részecskesűrűségek és a részecskenyomások arányainak eltérését!

Adatok: A felszínen vegyük a beérkező napsugárzás teljesítményét 1000 W/m^2 -nek, és számoljunk átlagosan 550 nm -es foton-hullámhosszal.

10. feladat

(Kitűzte: Szűcs József)

Bergengócia elméleti fizikusai hét év után ismét „új elméleti eredményre” jutottak, mely szerint a „Bergenverzum” elektronjainak belső szerkezettel kell rendelkezni, ezért azok megfelelő energiával gerjeszthetők is. Az elméleti számítások szerint az elektronok gerjesztési energiája megegyezik nyugalmi energiájuk felével: $E_g = 0,5 m_0 c^2$. Bergengócia kísérleti fizikusai az új

elmélet igazolására nyugvó, szabad elektronokat kívánnak gerjeszteni úgy, hogy az elektronok teljesen elnyeljék a gerjesztő fotonokat.

- a) Mekkora a foton-sugárzással gerjesztett bergengóc-elektronok sebessége a fotonok elnyelése után?
- b) A tervezett kísérletben várhatóan milyen hullámhosszúságú fotonokat nyelnek el teljesen a bergengóc-elektronok, ha azok nyugalmi tömege alapállapotban a mi világunk elektronjai nyugalmi tömegének 1000-szerese?
- c) Mekkora a gerjesztő gamma-foton hullámhosszának és a gerjesztett elektron de Broglie hullámhosszának aránya?

II. kategória²¹

8. feladat

(Kitűzte: Radnóti Katalin)

Az első három elem atomjai esetében az első ionizációs energiák a következőképpen alakulnak: H: 13,6 eV, He: 24,6 eV és Li: 5,4 eV.

Magyarázzuk meg ezeket az adatokat!

9. feladat

(Kitűzte: Radnóti Katalin)

Egy monokromatikus fényforrás 100 W teljesítménnyel $4 \cdot 10^{-7}$ m hullámhosszúságú fotonokat sugároz izotróp módon a tér minden irányába.

- a) Hány foton hagyja el másodpercenként a fényforrást?
- b) Ha 3 m-re állunk tőle, hány foton lép be 1 s alatt egyik szemünk pupilláján, ha a pupilla átmérőjét 3 mm-nek vesszük?
- c) Mekkora lenne annak a részecskének a tömege, amelynek nyugalmi energiája egyenlő a fényforrás által 1 nap alatt kibocsátott energiával?

10. feladat

(Kitűzte: Papp Gergely)

a) Mennyi idő alatt nyel el a déli napsütésben egy Balaton-parti átlagos strandoló a napsugárzásból annyi energiát, amennyi gamma sugárzás esetén már halálos égésztést dózist (6 Gy) jelentene?

b) Hasonlítsuk össze a napsugárzásból és a gamma-sugárzásból kapott azonos dózisok veszélyességét, és adjunk magyarázatot az esetleges eltérésekre!

Adatok: Egy átlagos magyar strandoló adatai: 70 kg tömeg, $1,8 \text{ m}^2$ testfelület, a bőr a ráeső sugárzás közelítőleg felét nyeli el (ez az érték bőrszíntől függ). A napsugárzás felületegységre jutó teljesítményét a Balatonnál vegyük 700 W/m^2 -nek.

²¹ 1-7. feladat megegyezik az I. kategória feladataival.

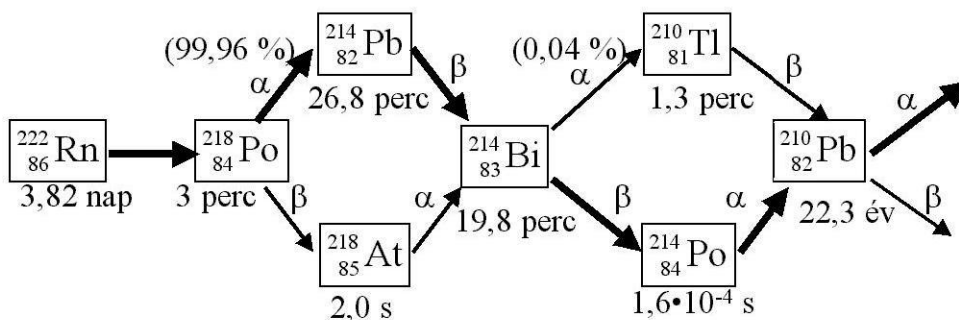
KÍSÉRLETI FELADAT

Természetes eredetű radioaktív elemek vizsgálata

Bevezetés

A ^{222}Rn a ^{238}U bomlási sorának tagja, a periódusos rendszer 86. eleme. A legnehezebb nemesgáz. További izotópjai: a ^{220}Rn (toron) és a ^{219}Rn (aktinon), ez utóbbiak pedig rendre a ^{232}Th , ill. az ^{235}U bomlási sorának termékei.

A szabad levegőn mért radon aktivitás-koncentráció mérsékelt égővi világátlag 5 Bq/m³, a lakóhelyiségekben mért radon-koncentráció világátlag 50 Bq/m³.



A ^{222}Rn bomlási sorának részlete

A mérési módszerben rejlő legfontosabb közelítés, hogy nem különböztethetők meg a radon és a mellette kisebb mennyiségben jelenlévő toron leányelemei, viszont mivel a toron felezési ideje jóval kisebb (55 s), ezért legnagyobb része elbomlik, mielőtt a talajból kidiffundálna, ezért ez nem okoz jelentős hibát.

Élettani hatásait tekintve a radon bomlástermékei fontosak, mivel ezek nem nemesgázok, és így a levegő aeroszoljaira tapadnak, majd a tüdőbe kerülve bomlásuk során jelentős károkat okozhatnak. Mivel a bomlástermékek a légköri aeroszolon tapadnak meg, így annál több bomlástermék jut szervezetünkbe, minél több por és füst van a helyiségben. Ha az aeroszol megtapad a tüdő falán, a tüdő belső felületét borító sejtek közvetlen dózist kapnak. Mivel mind az alfa, mind a béta sugárzás áthatoló-képessége kisebb,



A mérés adatainak feldolgozása számítógép segítségével

mintsem hogy átjuthatna a tüdő szövetein, így energiájukat a tüdő szöveteinek adják le.

Általános tudnivalók

A mérésekhez a következő eszközök állnak rendelkezésre:

- 1 db GM-csőves sugárásmérő detektorral
- 1 db Bunsen állvány fogókkal
- 1 jelfeldolgozó program (GMcounter2015)
- 5 réteg gézlapra gyűjtött aeroszol minta
- 1 db gázharisnya

Feladatok

A kísérleti forduló során megkapott gézlapokra már korábban, 90 percen keresztül gyűjtöttük a levegő aeroszolit. Az ezeken megtapadt radon-leányelemek vizsgálata a cél.

- 1) A mérés során dokumentáljuk, hogy hogyan állítottuk be a mérőprogramot (holtidő, jelszint, mérési idő), illetve indokoljuk meg a beállított értékeket a tóriumos gázharisnya mérése alapján!
- 2) Gondoljunk arra is, hogy a gézlapok mérése során a számláló a természetes háttérsugárzásból kapott beütéseket is regisztrálja! Végezzünk mérést a háttér mérésére is, illetve a kapott eredménnyel korrigáljuk később a gézlapok méréséből származó beütésszámokat!
- 3) Figyeljük meg és jegyzőkönyvben írjuk le a természetes eredetű radon összegyűjthető leányelemeinek bomlását, illetve határozzuk meg az effektív felezési idejét!
- 4) Értékeljük a kapott eredményeket! Miért „effektív” az a felezési idő, amit meghatározunk?
- 5) Milyen további adatokat kellene tudjunk ahhoz, hogy a radon koncentrációját is meg tudjuk határozni a mérési eredményből?

GM-csőves sugárásmérő ismertetése

A készülék részei:

- GM-cső
- Csatlakozó egység
- USB-kábel
- Jack-kábel

A készülék a fent említett kábelek segítségével csatlakozik a számítógéphez. Az USB kábel hivatott ellátni a tápellátást, illetve a GM-cső a jack-kábelen keresztül a számítógép mikrofon-bemenetére küld jeleket.

A készülék feladata

A készülék ionizáló radioaktív sugárzások érzékelésére (detektálására) használható. Alkalmas a bejövő ionizáló részecskék megszámlálására. Érzékelni képes mind az alfa-, mind a béta mind pedig a gamma-sugárzást. Az alfa- és a béta-sugárzások esetében csak a vékony belépő ablakon áthaladni képes sugárzást tudja a detektor érzékelni, míg a gamma-sugárzás a detektor oldalfalán is áthalad lényeges veszteség nélkül. *Vigyázzunk a vékony belépő ablakra*, mert könnyen megsérül, és akkor a detektor javíthatatlanul tönkremegy. Az érzékelt impulzusok megjelenítése a számítógépen található programmal lehetséges.

A programból a mért adatok txt formátumban kimenthetők a File menü alatt az „Adatok mentése” menüpont segítségével, majd egyéb programmal (pl. a Microsoft Excel) segítségével feldolgozhatók.

A jelfeldolgozó program

Indítsuk el a számítógépen az asztalra elhelyezett *GMCounter2015* programot. A megjelenő ablakban a következők mezők láthatók: Menüsor, Scope (Zöld színű oszcilloszkópmező), mellette halványsárga területen majd a beütések számát lehet leolvasni. A Scope alatti két mezőben a beütések éppen számlált (aktuális) és az addigi összes értékét láthatjuk. A gamma érték beállításával azt határozhatjuk meg, hogy a zajszint felett mennyivel kell lennie a jelnek, hogy beütésnek fogadja el a szoftver. Ha gammát túl alacsony szintre állítjuk be, akkor a számláló zaját is jelnek fogja értékelni, ha túl magasra, akkor az érvényes jeleket sem látja majd a számláló. A T_{pus}-ban a számláló holtidejét állíthatjuk be. A holtidő az a legkisebb idő, ami két beütés között eltelhet, hogy mindkettőt érzékelje a detektor. Beállítható még a mérési idő is, azaz hány másodpercenként kezdjen új számlálást a szoftver.

Az adatokat, a létrehozott táblázatokat illetve a mérési jegyzőkönyvet az Asztalra mentjük a kódszámmal ellátott mappába.

SZÁMÍTÓGÉPES FELADAT

A szimulációs feladat a BME Oktatóreaktor egy egyszerűsített modelljének vizsgálata, és a szimuláció segítségével az üzemanyag-hőmérséklet reaktivitástényezőjének meghatározása

A program leírása

A programot az Asztalon lévő „Oktatóreaktor” ikonra kattintva lehet elindítani. Az indítás után meg kell adni az azonosító kódot. A program kezelőfelülete 4 fő részből áll:

1) A bal szélső panel mutatja a biztonságvédelmi (BV) rudak pozícióját (a „0” jelenti, hogy a rúd teljes terjedelmével a zónában van, a „600”, hogy teljesen kint van). Ez alatt található a külső neutronforrást kezelő felület. Ezeknek a kezelőszerveknek csak „ki” és „be” állása van.

2) A középső két mutató közül a bal az aktuális teljesítménykétszerezési időt jelzi, míg a jobb a pillanatnyi teljesítményt. Figyeljünk arra, hogy a kétszerezési idő műszerének skálázása „fordított”! A teljesítménymérő skáláját lehet automata és kézi üzemmódban is használni. A való élettől eltérően, a szimuláció során SCRAM (vésszhelyzeti leállítás) elkerülése érdekében érdemes az automata üzemmódot választani és csak a kívánt teljesítmény elérésekor kézi üzemmódra átállni.

3) A mutatók alatti panel naplózza az operátor tevékenységét (időrendben), ill. mellette a pillanatnyi hőmérsékletértékek olvashatók le. Ezen a panelen lehet a külső vízpumpát ki/be kapcsolni, így az operátor által megadott hőmérsékletű hűtővíz juttatható az aktív zónába. Kikapcsolt állapotban a természetes cirkuláció hűti a zónát.

4) A jobb szélső panel a két szabályozórúd helyzetét mutatja (kézi és a kézi/automata rudak). A „MAN” gombra kattintva lehet az automata rudat teljesítménytartásra állítani. Ekkor a pillanatnyi teljesítmény, mint „Előírt teljesítmény” rögzül, melyet az operátor kis mértékben módosíthat a jobb oldali nyilak segítségével.

Az operátor az üzemelés során a szabályozó rudak pozícióját (0-600), a belépő víz hőmérsékletét (20-60 °C), a vízpumpát és a külső forrás helyzetét változtathatja. Minden tevékenység naplózásra kerül, a szimuláció végeztével (a program bezárásakor) a program automatikusan egy txt fájlba kiírja az összes üzemi adatot és a naplózott tevékenységet. A naplófájl szerepe a zsűri dolgának megkönnyítése. Kérjük, hogy a naplófájlt a mérés végeztével ne módosítsák és ne töröljék le!

A reaktor indítása, a kritikus állapot beállítása

- 1) A reaktor csak akkor indítható el, ha a neutronforrás a zónában van! Ehhez a neutronforrás alatti „Be” gombra kell kattintani. A vízpumpa legyen kikapcsolva. A teljesítmény méréshatár mutatója legyen automata.
- 2) A Biztonságvédelmi (BV) rudakat egyenként ki kell húzni a zónából. (Ezek a rudak csak a kétféle végállásban lehetnek – kihúzáshoz a BV rudaknál elég egyszer kattintani a fel nyílra.)
- 3) A szabályozó rudak közül a jobb oldali az automata rúd, amit a „MAN” üzemmód esetében kézzel lehet irányítani. A bal oldali kézi rudat állítsuk nagyjából a zóna kétharmadára (~400-as pozíció), ekkor a reaktor még szubkritikus. Majd az automata rudat kezdjük el óvatosan kihúzni a zónából, miközben figyeljük a kétszerezési idő értékét! Ha a pillanatnyi kétszerezési idő mutatója átlépi a 10 s értéket (kevesebb lesz, mint 10 s), vészleállás következik be (SCRAM). Ha csökken a kétszerezési idő, akkor a rudat állítsuk meg, majd a kétszerezési idő növekedése után folytassuk a rúd húzását.
- 4) A reaktor állapotáról úgy győződhetünk meg, ha adott rúdpozíció mellett kivesszük a forrást a zónából. Ha ezután nő a kétszerezési idő, akkor a rendszer szubkritikus állapotban van. Ebben az esetben helyezzük vissza a forrást, és folytassuk a rúd húzását.
- 5) Ha a forrás kivétele után a kétszerezési idő nem nő, akkor a rendszer szuperkritikus állapotban van. Ekkor állítsunk be egy megfelelő kétszerezési időt (15-12 s) és növeljük a teljesítményt a kívánt értékre. Amennyiben ezt elértük, a „MAN” gombra klikkelve automatára („AUTO”) állítsuk a szabályozó rudat, ekkor az automatika úgy változtatja a rúd helyzetét, hogy a teljesítmény állandó maradjon. Ekkor a rendszer kritikus.

SCRAM (Vészleállás)

Bizonyos események hatására a rendszer az összes szabályozó rudat a zónába ejti, így a reaktor szubkritikus állapotba kerül és leáll a láncreakció. Ez az alábbi események hatására következik be:

- ha a teljesítmény mutatója átlépi a 11-es értéket (ezért érdemes a való élettől eltérően a méréshatár váltását automatára állítani);
- ha a kétszerezési idő 10 s alá csökken.

SCRAM esetén a szimuláció leáll, ekkor törölni kell a hibajelzést és a reaktort ekkor lehet újraindítani. Figyelem! A reaktor újraindítása időigényes, ezért törekedjünk a vészleállás elkerülésére!

Állandósult állapot

A kritikus reaktor csak a teljesítmény (láncreakció) szempontjából időben állandó, sok esetben a felszabaduló energia miatt előálló hőmérsékletváltozások még nem érik el az egyensúlyi állapotot. Állandósult

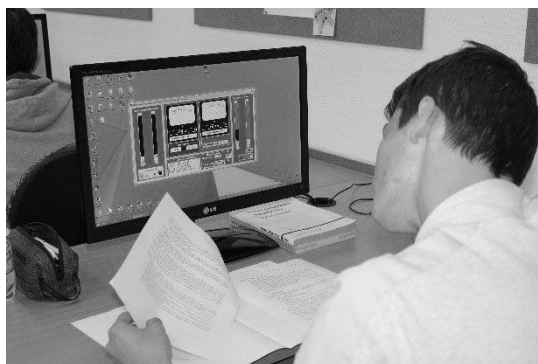
állapotnak azt a reaktorállapotot nevezzük, amelyben a teljesítmény mellett a különböző hőmérsékletértékek is állandónak tekinthetők.

A reaktivástényezők

A moderátor (ΔT_m) és az üzemanyag (ΔT_u) hőmérsékletének megváltozása hatással van a reaktor reaktivására ($\Delta\rho$), ez az alábbi képlettel írható le: $\Delta\rho = \alpha_D \Delta T_u + \alpha_m \Delta T_m$, ahol α_D a Doppler-együttható, α_m a moderátor hőfoktényező. A reaktor méretei és áramlástanai paraméterei miatt az üzemanyag és moderátor hőmérsékletének megváltozása egymással erősen csatolt ($\Delta T_m \propto \Delta T_u$), ezért nincs lehetőség mindkét együttható egymástól független meghatározására. A szimulációban használt konfigurációban $|\alpha_m| < |\alpha_D|$. Amennyiben a reaktor állapotát a mérés során úgy változtatjuk, hogy $|\Delta T_m| < |\Delta T_u|$, úgy $|\alpha_m \Delta T_m| \ll |\alpha_D \Delta T_u|$, ezáltal jó közelítéssel $\Delta\rho \approx \alpha_D \Delta T_u$ és ilyen módon a Doppler-együttható meghatározható.

Feladatok

1. Indítsuk el a reaktort, majd állítsunk be ~ 10 kW állandósult állapotot a vízpumpa bekapcsolása nélkül. Ha a reaktor kezdeti teljesítménye $\sim 1\mu\text{W}$ és a legkisebb lehetséges kétszerezési idő 10 s, akkor legalább hány percig tart elérni a 10 kW teljesítményt?



A szimulációs feladat a monitoron

2. A kritikus állapot elérése után,

20 °C-os bemenő hűtővíz mellett kapcsoljuk be a vízpumpát. Mit tapasztalunk?

3. Mit gondolunk, a Doppler együttható értéke pozitív-e vagy negatív, és miért? Mi lehet a helyzet a moderátor együtthatóval?

4. Mérjük meg a Doppler-együttható értékét! Tekintsük a 20 °C-os keringetett hűtővíz mellett 10 kW-on kritikus reaktort kiindulási állapotnak.

5. Készítsünk jegyzőkönyvet a fenti kérdésekre adott válaszokból, az elvégzett feladatokról, a tapasztalatokról és a következtetésekről!

6. Bónusz feladatként készíthetünk mérést olyan módszerrel is ahol $D T_m \approx D T_u$. Becsüljük meg így is a Doppler-együttható értékét. Mit gondolunk, nagyjából hogyan arányul egymáshoz a_m / a_D ?

Információk, javaslatok a feladatokhoz:- A reaktor maximális teljesítménye 100 kW.

- A reaktivitás mértékegysége \$, aminek váltó mértékegysége a cent, ahol 1\$ = 100 cent.
- Emlékeztető: kritikus reaktorban a reaktivitás nulla.
- Az automata rúd okozta reaktivitás-változás a 100-500 pozíciók között lineáris, egységnyi elmozdulás 0,2 cent reaktivitás-változást okoz. ($\Delta\rho = (poz1 - poz2) \cdot 0,2 \text{ cent}$). A 100-500 intervallumon kívüli pozíciókban egyik rúd sem változtatja a reaktivitást.
- Kritikus reaktorban automata teljesítménytartás mellett, ha valami miatt megváltozik a reaktivitás, akkor azt a rendszer az automata rúd elmozdításával kompenzálja.
- A feladatoknál mindig várjuk meg, amíg egy állapot állandósul (kivéve persze azt, amikor a reaktor szuperkritikus), és csak az után írjuk fel az adatokat!
- Tizedes jegyeket a mérés és számítás során csak a becsült mérési bizonytalanság keretein belül szükséges felírni.

Javaslatok a jegyzőkönyvhöz

Az elfogadható jegyzőkönyv olyan, ami alapján a mérés megismételhető, tehát minden lényeges információ, paraméter és adat megtalálható benne. A beadott jegyzőkönyvnek tartalmaznia kell:

- A versenyző kódszámát, a mérés körülményeit, a mérés menetét
- A méréshez használt módszert, annak indoklását, a mért adatokat
- A mért adatokból számított / kikövetkeztetett adatokat és a számítás menetét
- Ha szükséges, ábrá(ka)t, a mért eredmények szöveges értékelését, a levont konklúziókat, a mérési bizonytalanság és szisztematikus hiba becslését.

A jegyzőkönyv beadható papíron és elektronikus formátumban is a versenyző preferenciájától függően (egyik sem jelent pontbeli megkülönböztetést). Amennyiben a jegyzőkönyv egyébként rendezett és értelmezhető, úgy a külalak és extra formázás szintén nem jelent pontbeli előnyt.

Mellékelhetők elektronikus fájlok (pl. word dokumentum, a versenyző által írt program, excel táblázat, képernyőkép stb.), de csak ha a fájlnev egyértelműen tartalmazza a versenyző kódját. A fájlok olvashatóságáért és megnyithatóságáért a versenyző felel. Ha egynél több elektronikus fájlt adunk be azokat helyezzük egy mappába a munkaasztalon, ahol a mappa neve a kódunk. Amennyiben csak elektronikus fájlokat adunk be, papír jegyzőkönyvet akkor is KÖTELEZŐ beadni, ez esetben írjuk rá hogy „A jegyzőkönyvet lásd: <fájlnev>”.

Az elmúlt évek tapasztalata alapján egy maximális pontot érő tömör, ugyanakkor minden lényeges információt tartalmazó jegyzőkönyv nem kell feltétlenül hosszabb legyen 1,5-2 oldalnál (adatokkal, ábrákkal stb. együtt).

Az 1. forduló feladatainak megoldásai

1. feladat megoldása

a) A Paksi Atomerőműben végrehajtott teljesítménynövelés után 2014-ben 1-1 blokk átlagos villamos teljesítménye 500 MW, és 4 blokk van, a veszteségi hőteljesítmény tehát $P = (4 \cdot 500 / 0,32) \cdot 0,68 = 4250$ MW.

Egy másodperc alatt tehát $Q = 4250$ MJ energiát ad át a Duna vizének.

A víz átlagos fajhőjét $4,2 \text{ kJ/kgK}$ -nek vehetjük.

Másodpercenként 2000 m^3 víz melegszik fel, melynek tömege 2000 tonnának vehető.

$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$, ebből a hőmérsékletnövekedés $\Delta T = Q / c \cdot m \approx 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ mindössze!

b) Mivel a két új blokk összteljesítménye ugyanekkora lesz a feladat szerint, ezért ezek ismét csak további $0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ -al emelik meg a víz hőmérsékletét.

2. feladat megoldása

a) A kezdeti magok száma: $N_0 = \frac{1}{225} \cdot 6 \cdot 10^{23}$. Ezek fele bomlik el, azaz az

elbomlott magok száma $N = \frac{1}{225} \cdot 3 \cdot 10^{23} = 1,33 \cdot 10^{21}$. A hővé alakult energia

tehát: $Q = N \cdot E = 1,33 \cdot 10^{21} \cdot 5,9 \text{ MeV} = 7,85 \cdot 10^{21} \text{ MeV} = 1,26 \cdot 10^9 \text{ J}$.

b) Ez 10 nap alatt történik meg a feladat szövege szerint, ezért az átlagos teljesítmény: $P = 1,26 \cdot 10^9 / (10 \cdot 24 \cdot 3600) = 1,45 \cdot 10^3 \text{ W} = 1,45 \text{ kW}$.

c) $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$, azaz $m = \frac{Q}{c \cdot \Delta T}$. Itt, $c = 4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, $\Delta T = 80 \text{ K}$, így $m = 3,75$

tonna!

3. feladat megoldása

a) $E(n) = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$,

tehát

$$h \cdot f = 13,6 \cdot \left(\frac{1}{108^2} - \frac{1}{109^2} \right) = 0,001166 - 0,001145 = 2,13 \cdot 10^{-5} \text{ eV} \approx 3,41 \cdot 10^{-24} \text{ J}.$$

$f = 5,14 \cdot 10^9 \text{ Hz}$, és $\lambda = c/f = 5,83 \text{ cm}$.

b) Ahhoz, hogy ilyen magasan gerjesztett állapotokat laboratóriumban meg lehessen figyelni, igen nagy vákuumot és alacsony hőmérsékletet kell előállítani. Egyébként a gerjesztett atom könnyen ionizálódhatna az atomok egymással történő ütközése során, mivel az energiakülönbség jóval kisebb, mint a termikus mozgás átlagos energiája földi körülmények között (10^{-21} J). Ugyancsak nehéz dolog ilyen körülmények között ilyen magasan gerjesztett

állapotot létrehozni az alapállapotban lévő atomokból. Ehhez precíziósan hangolt lézeres besugárzásra van szükség.

4. feladat megoldása

a) A megoldás menete:

- ki kell számolni az 1 óra alatt elbomló trícium atomok számát,
- majd ezzel elosztani a 117,6 J energiát.

A bomlási állandót célszerű 1/óraban (1/h) számolni:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_f} = 6,43 \cdot 10^{-6} \frac{1}{h},$$

Az 1 óra alatt elbomló atommagok száma

$$\lambda \cdot N = 6,43 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1 \cdot 6 \cdot 10^{23} / 3 = 1,29 \cdot 10^{17}.$$

Itt feltettük, hogy a minta aktivitása ez alatt az óra alatt csak elhanyagolható mértékben változik (állandónak vehető). Ebből tehát $\varepsilon = 117,6 / 1,29 \cdot 10^{17} = 9,12 \cdot 10^{-16} \text{ J} = 5,7 \text{ keV}$.

b) A bomlás során keletkező elektronok energiaeioszlása (spektruma) folytonos, mivel az elektron végtelen sokféle módon „osztozkodhat” a szintén a bomlási folyamatban keletkező antineutrínóval a folyamat közben felszabaduló energián.

5. feladat megoldása

Ha az a oldal mentén nyomjuk össze a dobozt, akkor az ehhez szükséges energia az állóhullám modell alapján:

$$\Delta E = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{1}{a_1^2} - \frac{1}{a_0^2} \right).$$

Nyilván, ha nincs a dobozban részecske, akkor $\Delta E = 0$, ez a legkönnyebb eset. Egyébként pedig a szükséges energia a részecske tömegével fordítottan arányos.

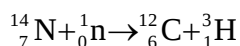
Tehát az elektront lesz a legnehezebb összébb szorítani.

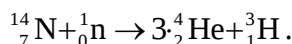
A nehézségi sorrend tehát: $b < a < c$.

6. feladat megoldása

a) A trícium természetes úton legnagyobb mennyiségben a kozmikus sugárzás hatására keletkezik 10-25 km magasságban, a sztratoszférában.

A kozmikus sugárzás hatására keletkezett szekunder neutronok bombázzák a légkört, és a levegőben lévő nitrogénnel a következő módokon reakcióba lépnek:





b) Az első, termonukleáris magfúzió alapuló hidrogénbomba kísérleti robbantására 1952-ben került sor, ezt követően azonban a hatvanas években óriási energiájú kísérleti robbantások is voltak. Ezek miatt környezetünk trícium koncentrációja nagyságrendekkel megnőtt, hiszen a bombákban lévő (ill. a robbanásakor keletkezett) trícium egy része a légkörbe került.

c) 50 TU 6 Bq/l aktivitásnak felel meg.

$$A = \frac{\ln 2}{T} \cdot N,$$

ebből $N = \frac{AT}{\ln 2} \approx 3,36 \cdot 10^9$ db a ${}^3\text{H}$ magok száma literenként.

1 liter vízben kb. $55,5 \cdot 10^{23}$ db vízmolekula van.

$$\frac{{}^3\text{H}}{{}^1\text{H}} \approx \frac{3,36 \cdot 10^9}{55,5 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 10^{23}} \approx 5 \cdot 10^{-17}.$$

7. feladat megoldása

1 s alatt a forrásból kilép $7 \cdot 10^7$ fotonpár.

Vegyük észre, hogy mindkét energiájú fotonból külön-külön is ennyi lép ki.

A nyalábformáló rés után ezekből marad egyenként $I_0 = 7 \cdot 10^5 \frac{\text{foton}}{\text{s}}$.

Az árnyékolás után $I = I_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{d}{D_f}}$ marad:

1,17 MeV esetén $3,82 \cdot 10^5 \frac{\text{foton}}{\text{s}}$, 1,33 MeV esetén $3,97 \cdot 10^5 \frac{\text{foton}}{\text{s}}$, (Erre nincs is szükség, de az összehasonlítás kedvéért meghatározható, nem jár érte pont.)

A kisebb energiájából detektálunk $3,82 \cdot 10^5 \cdot 0,36 = 1,38 \cdot 10^5 \frac{\text{foton}}{\text{s}}$ -ot, azaz

$$t = \frac{5 \cdot 10^8 \frac{\text{foton}}{\text{s}}}{1,38 \cdot 10^5 \frac{\text{foton}}{\text{s}}} = 3623,2 \text{ s (kb. 1 óra) után van meg a kívánt beütésszám.}$$

8. feladat megoldása

A probléma típusa a kormeghatározás tárgykörébe esik. Az idő előre haladtával az uránban az ${}^{235}\text{U}$ izotóp aránya csökken, ebből következően az exobolygó fiatalabb, mint a Föld.

a) Írjuk fel mindkét uránizotópra az integrális bomlási törvényt:

$$N_t^{235} = N_0^{235} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{235}}}, \text{ valamint } N_t^{238} = N_0^{238} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{238}}}.$$

Képezzük a két egyenlet hányadosát, bevezetve a $q = \frac{N^{235}}{N^{238}}$ izotóp magok számarányát:

$$q(t) = q(0) \left(\frac{1}{2}\right)^{t(1/T_{235} - 1/T_{238})}.$$

Így megkaptuk a $q(t)$ izotóparány exponenciális időfüggésének egyenletét. Még egyszerűbbé válik az összefüggés, ha bevezetjük a $q(t)$ izotóparány T_{qf} felezési idejét az alábbi egyenlet szerint:

$$\frac{1}{T_{qf}} = \frac{1}{T_{235}} - \frac{1}{T_{238}} = \frac{T_{238} - T_{235}}{T_{235} \cdot T_{238}} \rightarrow T_{qf} = \frac{T_{235} \cdot T_{238}}{T_{238} - T_{235}} = 835,95 \text{ millió év}$$

$$\text{Így } q(t) = q(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{qf}}}.$$

A fenti képlet alkalmazásával egyszerűen megkaphatjuk, hogy az exobolygón mikor lesz a mostani földivel megegyező izotóparány:

$$\lg \frac{q(t)}{q(0)} = \frac{t}{T_{qf}} \lg 0,5 \rightarrow t = \frac{\lg(q(t)/q(0))}{\lg 0,5} T_{qf} = 154,84 \text{ millió év múlva.}$$

Ha feltételezzük, hogy mindkét bolygón a keletkezéskor az uránizotópok aránya megegyezett, akkor az exobolygó ennyivel „fiatalabb” a Földnél, azaz a kora: 4500 millió év — 155 millió év $\approx$ 4345 millió év (4,345 milliárd év).

b) A kormeghatározás eredménye azzal a feltételezéssel fogadható el, hogy a Föld és az exobolygó azonos körülmények között keletkeztek, bennük a kezdeti izotóparány közel azonos volt (más szavakkal mindkét bolygó anyaga hasonló szupernóva robbanásban keletkezett).

c) A porózus talaj nem befolyásolja a mérést, hiszen az elszökő leányelemek hatása ebben a kormeghatározási módszerben irreleváns. Bár, ha az exobolygón van folyékony víz, akkor az a porózus talajba kerülve képes természetes reaktort képezni a bolygó történetében. Ebben az esetben lokálisan megváltozhat a dúsítás értéke.

9. feladat megoldása

a) A Wien-féle eltolódási törvény értelmében a vizsgált csillag felszíni hőmérséklete:

$$T_{cs} = \frac{500 \text{ nm}}{600 \text{ nm}} T_N = \frac{5}{6} T_N (\approx 4833 \text{ K}).$$

b) Keressük azt a távolságot, ahol a Napból, illetve a csillagból származó, felületegységre jutó sugárzási teljesítmény (P) megegyezik. Írjuk fel mindkét égitestre – a hőmérsékleti sugárzás törvényét felhasználva – a sugárzási teljesítményeket:

$$\sigma T_N^4 \cdot 4\pi \cdot R_N^2 = 4\pi \cdot r_{cse}^2 \cdot P \quad (\text{Nap-Föld})$$

$$\sigma T_{cs}^4 \cdot 4\pi \cdot R_{cs}^2 = 4\pi \cdot r_{exb}^2 \cdot P \quad (\text{csillag-exobolygó})$$

Ezek hányadosából adódik, hogy

$$r_{exb} = r_{cse} \left(\frac{T_{cs}}{T_N} \right)^2 \cdot \frac{R_{cs}}{R_N} = r_{cse} \left(\frac{5}{6} \right)^2 \cdot 1,2 = 125 \text{ millió km.}$$

c) Azonos csillagtömegeket feltételezve alkalmazhatjuk Kepler törvényét a t keringési időkre:

$$\frac{t_{exb}^2}{t_F^2} = \frac{r_{exb}^3}{r_{cse}^3} \rightarrow t_{exb} = t_F \left(\frac{r_{exb}}{r_{cse}} \right)^{\frac{3}{2}} = t_F \left(\frac{5}{6} \right)^{\frac{3}{2}} = 0,76 \text{ év} \approx 278 \text{ nap}$$

10. feladat megoldása

A lemeztektonika (és a vulkáni tevékenység) oka a Föld mélyében lévő forró magma, ami a benne lévő radioaktív elemek miatt nem tudott még kihűlni a Föld keletkezése óta, az évmilliárdok során. Ha a Holdon ilyen jelenségek nem figyelhetők meg, az arra utalhat, hogy a Hold belsejének a hőmérséklete jóval alacsonyabb, mint a Földé. Ezt kell tehát megmagyarázni.

A kialakuló egyensúlyi hőmérsékletet első közelítésben a Föld térfogatában végbemenő radioaktív bomlás, és a Föld felszínén történő kisugárzás alakítja ki.

Ennek alapján a Hold jóval alacsonyabb hőmérsékletét több tényező összjátéka okozza.

a) A Hold mérete jóval kisebb, mint a Földé, sugara mindössze 1737 km, azaz a Föld sugarának 27,3%-a. Azonos anyagösszetétel mellett a térfogata (és tömege is) $0,273^3 = 0,0203$, azaz a Föld tömegének kb. 2%-a. Ugyanakkor a felszíne $0,273^2 = 0,0745$ -szor kisebb, azaz a Föld felszínének 7,45%-a. Emiatt a felszín/térfogat arány a Holdnál kb. 3,7-szer nagyobb, mint a Földnél. A belső radioaktív „fűtés” a térfogattal arányos, a kisugárzás viszont a felszínnel. Ebből következően, ha csak a két „meztelen” égitest hőmérsékleti viszonyait hasonlítjuk össze, akkor a Holdnál a felszín kisugárzásának sokkal nagyobb a szerepe. A kialakuló egyensúlyi hőmérséklet már emiatt is jóval alacsonyabb lenne, mint a Földnél.

b) A Földön ehhez járul még az üvegházhatás, amit a Föld légköre biztosít. A légkör az infravörös hősugarakat jól visszaveri, és így még tovább csökkenti a belülről kifelé sugározható teljesítményt. A Hold – kisebb tömege és kisebb gravitációja miatt – nem tudta megtartani a gyorsan mozgó gázmolekulákat, így nincs légköre. Emiatt nincs üvegházhatás a Holdon, ami a kisugárzás csökkentésével a hő visszatartását segítette volna. Hiába azonos az összetétel, azaz hiába vannak a Hold anyagában is radioaktív elemek, a légkör hiánya és a viszonylagosan nagy felület ahhoz vezettek, hogy a Hold anyaga sokkal jobban kihűlt az évmilliárdok során, mint a Föld anyaga. A hidegebb mag miatt pedig jóval gyengébb a vulkanikus tevékenység, és a lemez tektonika hiánya figyelhető meg a Holdon.

Megjegyzés:

Egyes Hold keletkezési elméletek szerint a Hold egy nagyobb tömegű Ösföld külső köpenyéből szakadt ki, és így már keletkezésekor is hidegebb lehetett.

A döntő feladatainak megoldásai

I. kategória

1. feladat megoldása

A bomlás a következők szerint megy végbe $^{239}\text{Pu} \rightarrow ^{235}\text{U} + \alpha$

$L_f = 199300 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$, az elpárolgott nitrogén tömege $m_N = 0,0035 \text{ kg}$.

A plutónium párologtatáshoz leadott teljesítménye:

$$P = \frac{L_f m_N}{t} = \frac{199300 \cdot 0,0035}{3600} = 0,194 \text{ W}.$$

A keletkezett urán visszalökési energiája:

$$E_U = \frac{p_U^2}{2m_U} = \frac{p_\alpha^2}{2m_U} = \frac{2m_\alpha e_\alpha}{2m_U} = \frac{4}{235} E_\alpha.$$

A bomláskor kibocsátott energia: $E = E_U + E_\alpha = \frac{239}{235} E_\alpha = 5,231 \text{ MeV}.$

Az aktivitás a teljesítményből kifejezve:

$$A = \frac{P}{E} = \frac{0,194}{5,231 \cdot 1,602 \cdot 10^{-13}} = 2,315 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}.$$

A plutónium atomok száma: $N = \frac{m}{M} N_A = \frac{100}{239} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 2,5 \cdot 10^{23}.$

A felezési idő:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{N \cdot \ln 2}{A} = \frac{2,5 \cdot 10^{23} \cdot 0,6931}{2,315 \cdot 10^{11}} = 7,48 \cdot 10^{11} \text{ s} = 23736 \text{ év.}$$

(Az irodalmi adat: 24110 év.)

2. feladat megoldása

A kocka oldaléle $a = 1,4 \cdot 10^{-9} \text{ m}$. Az elektron akkor bocsát ki fényt, ha valamelyik egy, vagy több csomósíkot tartalmazó állapotból egy kevesebb csomósíkot tartalmazó, vagy csomómentes állapotba kerül.

A becsléshez alkalmazhatjuk az egyszerű dobozmodellt. Próbálkozzunk azzal az esettel, hogy a csomómentes állapotba kerül az elektron! Ekkor

$$h \cdot f = \Delta E = E_{abc} - E_{000} = \frac{h^2}{8ma^2} \left((k_a + 1)^2 + (k_b + 1)^2 + (k_c + 1)^2 - 3 \right),$$

behelyettesítve:

$$0,34 \cdot 10^{-18} = 0,31 \cdot 10^{-19} \left((k_a + 1)^2 + (k_b + 1)^2 + (k_c + 1)^2 - 3 \right)$$

$$(k_a + 1)^2 + (k_b + 1)^2 + (k_c + 1)^2 \approx 14$$

Ilyen eset lehet például az az állapot, ahol $k_a = 2$, $k_b = 1$ és $k_c = 0$, és ezeknek a számoknak bármely permutációja. Tehát az egyik irányban 2 csomósík, rá merőlegesen pedig 1 csomósík található.

3. feladat megoldása

a) Azt, hogy melyik atommag a kevésbé stabil, a teljes energiája mutatja meg. Az a stabilabb, amelynek a teljes energiája alacsonyabb, és a bomláskor a teljes energiákban lévő különbség felszabadul. Egy atommag teljes energiáját a következő kifejezés adja meg:

$$E = M \cdot c^2 = Z \cdot m(p) \cdot c^2 + N \cdot m(n) \cdot c^2 - E_{\text{kötési}}.$$

Ezért a ^{14}C és a ^{14}N atommagok energiái közötti különbség:

$$\Delta E = \Delta M \cdot c^2 = (6 - 7) \cdot m(p) \cdot c^2 + (8 - 7) \cdot m(n) \cdot c^2 - [E_{\text{kötési}}(^{14}\text{C}) - E_{\text{kötési}}(^{14}\text{N})].$$

Behelyettesítve az adatokat:

$$\Delta E = [m(n) - m(p)] \cdot c^2 - [E_{\text{kötési}}(^{14}\text{C}) - E_{\text{kötési}}(^{14}\text{N})] = 0,6674 \text{ MeV}$$

Látható, hogy $\Delta E > 0$, azaz a ^{14}C atommag magasabb energiájú, azaz ez lesz a radioaktív. Az energiák felírásából az is látszik, hogy a neutronnak a protonénál nagyobb tömege „kompenzálja” mind a nagyobb Coulomb-taszításból, mind pedig a kicsivel nagyobb kötési energiából adódó különbséget.

b) A ^{14}C béta-bomlása a következőképpen megy végbe: $^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N} + e^- + \tilde{\nu}$. Azaz a két mag energiakülönbségének fedezni kell még egy elektron „létrehozását” is, amihez 0,511 MeV energia kell. Az antineutrínó tömegét vehetjük nullának. A bomlás során az elektron és az antineutrínó „osztóznak”

az energián. Az elektronnak akkor lesz maximális energiája, ha az antineutrínó nulla energiát kap. Ezért a bomlás során létrejött elektron maximális energiája: $0,6674 - 0,511 = 0,1564 \text{ MeV} = 156,4 \text{ keV}$.

4. feladat megoldása

Egy telítetlen kötéseket tartalmazó láncmolekula belsejében CH csoportok kapcsolódnak egymáshoz, amelyekben a szénatom 4 külső elektronja közül három a szomszédos atomokkal (két szomszédos szénatom, ill. egy H-atom) szigma kötések hoz létre, a negyedik elektron delokalizálódik. A láncmolekula két szélén pedig CH₂ csoportok vannak, ahol a szénatom négy elektronja közül ugyancsak három hoz létre szigma kötések a két hidrogénnel és a lánc következő szénatomjával, a negyedik elektron pedig ugyancsak a delokalizált π -elektronrendszer része.

Például: $\text{CH}_2\text{-CH=CH-CH=CH-CH=CH-}\dots\dots\text{=CH-CH}_2$

Egy ilyen láncban tehát minden szénatom egy elektront ad hozzá a lánc delokalizált π -elektron rendszerhez.

Legyen két szénatom távolsága d , és tekintsünk egy N szénatomból álló láncot! A lánc hossza ugyan $(N-1)d$, de a delokalizáltságra rendelkezésre álló hossz mégis kb. Nd , mivel a delokalizált π -elektronok kb. atomsugárnyival nyúlnak túl a lánc mindkét végén.

A delokalizált elektronállapotok energiájára a húrmodell jó közelítést ad:

$$E(n) = \frac{h^2}{8m(Nd)^2} n^2$$

Az n -edik és $n+1$ -edik állapot közötti gerjesztés energiája:

$$\Delta E(n) = \frac{h^2}{8m(Nd)^2} ((n+1)^2 - n^2) = \frac{h^2}{8m(Nd)^2} (2n+1)$$

Mivel minden állapotba 2 elektron fér be, és N elektron tölti be a rendelkezésre álló állapotrendszert, ezért az utolsó betöltött állapot száma: $n = N/2$. Ezért a molekula által elnyelhető foton energiája:

$$\frac{hc}{\lambda} = hf = \Delta E\left(\frac{N}{2}\right) = \frac{h^2}{8md^2 N^2} (N+1).$$

Ha tehát egy ilyen láncmolekula a vörös fotonokat nyeli el, akkor kiszámítható az Nd (a láncmolekula hossza).

A hullámhossz:

$$\lambda = \frac{8md^2 c}{h} \cdot \frac{N^2}{N+1} = \frac{8 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 0,133^2 \cdot 10^{-18} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,626 \cdot 10^{-34}} \cdot \frac{N^2}{N+1} = 58,4 \cdot 10^{-9} \frac{N^2}{N+1}$$

Azt, hogy pontosan mekkora hullámhosszúságú fényt nyel el a molekula, nem tudhatjuk, csak azt, hogy valamilyen vöröset. A színekép vörös részének hullámhossztartománya a 650 nm közelébe esik, így a megoldandó egyenlet:

$$N^2 - 11,13 \cdot N - 11,13 = 0.$$

Az egyenlet pozitív gyöke: $N = 12,05$. Nyilván létezik olyan, a 650 nm közelébe eső hullámhosszúság, amelynél az egyenlet gyöke pontosan 12 lesz ($\lambda \sim 646,9$ nm). Azaz 12 szénatomból álló, $11 \cdot 0,133 = 1,463$ nm hosszúságú szénláncmolekuláról lehet szó.

5. feladat megoldása

a) A minimális energia, ami az átalakuláshoz szükséges a $^{37}\text{Cl} + \nu_e \rightarrow ^{37}\text{Ar} + e^-$ alapján:

$$(M_{\text{Ar}} - M_{\text{Cl}}) \cdot c^2 = (36,96677632 - 36,96590259) \cdot c^2 \cdot 931,494061 = 0,814 \text{ MeV}.$$

b) Mivel ez az energia kisebb, mint $2m_e c^2 = 1,022 \text{ MeV}$, ezért az ^{37}Ar pozitív β -bomlásához nincs elég energia. Emiatt kizárólag elektron befogással bomolhat vissza klórrá.

c) A C_2Cl_4 moláris tömege $0,1658 \text{ kg/mol}$, így 1 m^3 térfogatban lévő klóratomok száma:

$$n = \frac{4\rho \cdot N_A}{M} = \frac{4 \cdot 1620 \cdot 6 \cdot 10^{23}}{0,1658} = 2,35 \cdot 10^{28},$$

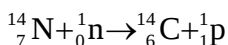
ebből a ^{37}Cl atomok száma a tartályban $5,74 \cdot 10^{27}$.

Ezért a küszöbenergia feletti energiájú neutrínóktól naponta keletkezett ^{37}Ar atomok becsült száma:

$$N_D = n \cdot F \cdot V \cdot \Phi \cdot t = 5,74 \cdot 10^{27} \cdot 10^{-46} \cdot 400 \cdot 10^{13} \cdot 24 \cdot 3600 = 198.$$

6. feladat megoldása

a) Mikor a primer kozmikus sugarak belépnek a légkörbe, különböző másodlagos sugárzásokat hoznak létre, beleértve a neutronok termelését. A neutronok a légköri nitrogénmolekulák (N_2) egyik atomjával ütközve a következő folyamatot okozzák:



A ^{14}C termelés legnagyobb mértékben a 9–15 km-es magasságban játszódik le, majd a ^{14}C szétterjed egyenletesen az egész légkörben és reakcióba lép az oxigénnel, légköri CO_2 -t alkotva.

b) Száz évvel ezelőtt a CO_2 tartalom $0,028\%$ volt, a felezési idő $T_{1/2} = 5700 \text{ év} = 1,798 \cdot 10^{11} \text{ s}$.

Magyarország területe: $93000 \text{ km}^2 = 9,3 \cdot 10^{10} \text{ m}^2$.

Hazánk fölött lévő levegő tömege:

$$m = \frac{p \cdot A}{g} = \frac{10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 9,3 \cdot 10^{10} \text{m}^2}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 9,3 \cdot 10^{14} \text{kg}.$$

Ebből CO₂ tartalom 0,028% azaz $9,3 \cdot 10^{14} \cdot 0,00028 = 2,604 \cdot 10^{11} \text{kg}$.

$$\text{Ez } N(\text{CO}_2) = \frac{(2,604 \cdot 10^{11}) (6 \cdot 10^{23})}{44 \cdot 10^{-3}} = 3,55 \cdot 10^{36} \text{ molekulát jelent.}$$

(A ¹⁴C elhanyagolhatóan kicsi aránya miatt lehet 44 g/mol értékkel számolni.)
A radioaktív molekulák száma: $N(^{14}\text{C}) = 3,55 \cdot 10^{36} \cdot 10^{-12} = 3,55 \cdot 10^{24}$.

$$\text{Az aktivitás: } A = \frac{0,693}{1,798 \cdot 10^{11} \text{s}} \cdot 3,55 \cdot 10^{24} = 1,368 \cdot 10^{13} \text{Bq}.$$

c) A légkörbe jutott többlet CO₂ nem a magas légkörben keletkezett, hanem régi, geológiai korú anyagokból származik pl. fosszilis anyagok elégetése (mesterséges eredetű), vagy mészkő gyorsabb elbomlása a globális melegezés miatt (természetes eredetű). Geológiai korok alatt viszont a radioaktív szén teljesen lebomlik, így a többlet CO₂ nem tartalmaz radioaktív szenet. A radioaktív szén keletkezése a levegő nitrogéntartalmától és a kozmikus sugárzástól függ, ezek pedig feltételezhetően nem változtak 100 év alatt. Emiatt a radioaktív szén mennyisége nem változott lényegesen, de a nem-radioaktív CO₂ mennyisége megnőtt. Így a levegőben a radioaktív szén aránya (koncentrációja) csökkent.

7. feladat megoldása

a) A meghajtás a lendület-megmaradás elvén alapul. A tolóerő:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v \text{ ahol a } v \text{ sebesség az, amellyel az ionok elhagyják a}$$

hajtóművet. Legyen egyetlen ion töltése q és tömege M , ekkor az időegység alatt kiáramló tömeg kapcsolatban van a gyorsító nyálábjának az áramerősségével:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{q}{M} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

Behelyettesítve ide az F tolóerőt kapjuk:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{q}{M} \cdot \frac{F}{v} = \frac{qF}{p},$$

ahol p egyetlen részecske lendülete. Részecskék (nem relativisztikus) gyorsításakor érvényes:

$$\frac{p^2}{2M} = qU, \text{ és ebből } p = \sqrt{2MqU}.$$

Azaz:

$$I = \frac{qF}{\sqrt{2MqU}} = F \cdot \sqrt{\frac{q}{M}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2U}}.$$

A részecskegyorsító nyalábjának teljesítménye:

$$P = U \cdot I = F \cdot \sqrt{\frac{U}{2}} \cdot \sqrt{\frac{q}{M}}. \text{ Azaz } F = P \cdot \sqrt{\frac{2}{U}} \cdot \sqrt{\frac{M}{q}}.$$

b.

A cél nyilván az, hogy minél nagyobb tolóerőt kapjunk minél kisebb teljesítmény befektetése mellett, azaz, hogy az F/P hányados minél nagyobb legyen. Az előzőek alapján:

$$\frac{F}{P} = \sqrt{\frac{2}{U}} \cdot \sqrt{\frac{M}{q}}$$

Látható, hogy ez az arány annál nagyobb, minél nagyobb M és minél kisebb q . Ezért jó egy nagy atomtömegű anyag egyszeresen ionizált ionja.

- A xenon nemesgáz, ezért könnyen kezelhető, és nem korrozív, ami a hajtómű élettartamára jó hatással van.

- A xenon nagy tömegű nemesgáz lévén, alacsonyabb ionizációs energiával rendelkezik, mint kisebb tömegű (kevesebb elektronnal rendelkező) nemesgáz társai, ezért az ionok létrehozásához is kevesebb energia elegendő.

8. feladat megoldása

Az α -részecske tömege $m_\alpha = 4 \cdot m$, töltése $Q_\alpha = 2 \cdot e$. Itt m a proton tömege.

A bombázó részecske tömege $M = 2 \cdot n \cdot m$, töltése $Q = n \cdot e$, ahol n a protonok száma. Először gondoljuk végig, hogy hogyan játszódik le az ütközés! A feladat szerint a részecskék az őket összekötő egyenes mentén mozognak, ezért egyenes ütközés történik. A részecskék közötti Coulomb-kölcsönhatás miatt az egész folyamat során az α -részecske végig lassulni, az ismeretlen mag pedig végig gyorsulni fog. Kell, hogy legyen egy pillanat, amikor a két részecske sebessége éppen megegyezik! (Ha nem így lenne, és az α -részecske sebessége mindig nagyobb maradna, akkor végül összeütköznének, és ez ellentmondana a feladat feltevésének, hogy van egy legkisebb távolság.) Ezt a pillanatot megelőzően a távolságuk folyamatosan csökkent, mivel az alfa-részecske sebessége még nagyobb volt, mint az ismeretlen magé, ezt követően pedig a távolságuk folyamatosan nő, mivel az ismeretlen mag sebessége lesz nagyobb. Ebből következik, hogy *abban a pillanatban lesznek legközelebb, amikor a sebességük éppen megegyezik*. Mivel a kölcsönhatás (konzervatív erőter) miatt az ütközés tökéletesen rugalmas, a mozgás során minden pillanatban teljesülni kell az energia- és a lendület-megmaradásnak. Vizsgáljuk tehát az energia- és lendületviszonyokat abban a pillanatban, amikor a két részecske sebessége éppen megegyezik!

Abban a pillanatban, amikor az α -részecske legjobban megközelítette a magot a sebességük megegyezik a lendület-megmaradás: $(M + m_\alpha) \cdot v = m_\alpha \cdot v_\alpha$, és a behelyettesítés után:

$$(2 \cdot n \cdot m + 4 \cdot m) \cdot v = 4 \cdot m \cdot v_\alpha, \text{ azaz } v = \frac{2v_\alpha}{n+2}.$$

Ugyanekkor teljesülnie kell az energia-megmaradás törvényének is:

$$\frac{1}{2} \cdot m_\alpha \cdot v_\alpha^2 = \frac{1}{2} \cdot (M + m_\alpha) \cdot v^2 + \frac{k \cdot Q \cdot Q_\alpha}{r},$$

azaz behelyettesítés után:

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot m \cdot v_\alpha^2 = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot n \cdot m + 4 \cdot m) \cdot v^2 + \frac{k \cdot n \cdot e \cdot 2 \cdot e}{r},$$

vagyis

$$2 \cdot m \cdot v_\alpha^2 = m \cdot (n+2) \cdot v^2 + \frac{k \cdot n \cdot 2 \cdot e^2}{r}.$$

A lendület-megmaradás felhasználásával

$$2 \cdot m \cdot v_\alpha^2 = m \cdot (n+2) \cdot \left(\frac{2 \cdot v_\alpha}{n+2} \right)^2 + \frac{k \cdot n \cdot 2 \cdot e^2}{r}$$

rendezés után:

$$2 \cdot m \cdot v_\alpha^2 \cdot (n+2) = 4 \cdot m \cdot v_\alpha^2 + \frac{k \cdot 2 \cdot e^2 \cdot n \cdot (n+2)}{r}$$

$$2 \cdot m \cdot v_\alpha^2 \cdot n + 4 \cdot m \cdot v_\alpha^2 = 4 \cdot m \cdot v_\alpha^2 + \frac{k \cdot 2 \cdot e^2}{r} \cdot n \cdot (n+2)$$

$$2 \cdot m \cdot v_\alpha^2 \cdot n = \frac{k \cdot 2 \cdot e^2}{r} \cdot n \cdot (n+2).$$

Egyik gyök $n = 0$.

Másik gyökre:

$$n+2 = \frac{2 \cdot m \cdot v_\alpha^2 \cdot r}{2 \cdot k \cdot e^2}$$

ebből rendezés után:

$$n = \frac{m \cdot v_\alpha^2 \cdot r}{k \cdot e^2} - 2.$$

behelyettesítés után:

$$n = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot \left(\sqrt{\frac{8}{1,67}} \cdot 10^8 \right)^2 \cdot 9 \cdot 1,6^2 \cdot 10^{-10}}{9 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2} - 2 = 6.$$

Tehát az ismeretlen atommag a $^{12}_6\text{C}$ szén atommag.

9. feladat megoldása

a) A molekulák térfogati sűrűségét a részecskeszámot tartalmazó állapotegyenletből számolhatjuk ki:

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T \rightarrow n_{\text{molekula}} = \frac{N}{V} = \frac{p}{k \cdot T} = \frac{10^5 \text{ Pa}}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300 \text{ K}} = 2,41 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{m}^3}$$

A foton sűrűség kiszámításánál a napsugárzás felületi teljesítményét elosztjuk az átlagos foton energiával (megkapjuk a felületegységre időegység alatt érkező fotonok számát), majd figyelembe vesszük, hogy a felületre időegység alatt beérkező fotonok egységnyi alapterületű, c magasságú hasábként helyezkednek el. Ezért a foton sűrűséget így kaphatjuk meg:

A fotonsűrűség:

$$n_f = \frac{P_{fn}}{c \cdot h \cdot f} = \frac{P_{fn}}{c \cdot \frac{h \cdot c}{\lambda_a}} = \frac{P_{fn} \cdot \lambda_a}{h \cdot c^2} = \frac{10^3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 9 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 9,21 \cdot 10^{12} \frac{1}{\text{m}^3}.$$

Tehát a molekulák térfogati sűrűsége kb. $2,6 \cdot 10^{12}$ –*szor nagyobb*, mint a fotonoké.

Ez 12 nagyságrendet jelent!

b) A levegő részecskéi által az egységnyi felületre kifejtett nyomás a levegőnek, mint gáznak nyomásával egyenlő, ezt vehetjük: $p_{\text{gáz}} = 10^5 \text{ Pa}$ -nak. A fotonok által kifejtett nyomás kiszámításánál a másodpercenként beérkező fotonok számát megszorozzuk a fotonok $I = h/\lambda_f$ lendületével, így kapjuk a fotonok által kifejtett erőt, melyet osztani kell az 1 m^2 egységnyi felülettel:

$$p_f = \frac{N_f \cdot \frac{h}{\lambda_f}}{1 \text{ m}^2} = \frac{N_f h \frac{c}{\lambda_f}}{1 \text{ m}^2 \cdot c} = \frac{P_{nf}}{c} = \frac{10^3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{1}{3} 10^{-5} \text{ Pa}.$$

Vagyis a napsugárzás nyomása a sugárzás P_{nf} felületi teljesítménye és a c fénysebesség hányadosával egyenlő. A nyomás arányok pedig $3 \cdot 10^{10}$

c) A kb. két nagyságrend eltérés oka a következő:

A $p = \frac{N}{V} \cdot kT$ állapotegyenlet szerint a felületre kifejtett nyomás egyenesen arányos az $n = N/V$ részecske-sűrűséggel és a kT szorzattal, amely arányos az átlagos mozgási energiával ($\varepsilon = \frac{3}{2} kT$). Ez a levegő részecskéinél

$$\varepsilon = \frac{3}{2} 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300 \text{ K} = 6,38 \cdot 10^{-21} \text{ J}.$$

A fotonok átlagos energiája viszont

$$\varepsilon_f = h \frac{c}{\lambda_a} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 3,61 \cdot 10^{-19} \text{ J},$$

azaz közel két nagyságrenddel nagyobb. Ezért növekszik a nyomásarány 2 nagyságrendet a térfogati sűrűségarányhoz képest a fotonok javára.

10. feladat megoldása

a) Írjuk fel a gerjesztő foton-elektron rendszerre a megmaradási tételket:

Energia-megmaradás:

$$\frac{hc}{\lambda_g} + m_0 \cdot c^2 = \frac{\left(m_0 + \frac{E_g}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2, \quad (1)$$

Ahol m_0 az alapállapotú bergengóc-elektron nyugalmi tömege, $E_g = \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot c^2$ a gerjesztési energiája.

Lendület-megmaradás:

$$\frac{h}{\lambda_g} = \frac{(m_0 + 0,5m_0) \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2)$$

A (2) egyenlet mindkét oldalát c -vel szorozva baloldalon a gerjesztő foton energiáját kapjuk, ezért a jobb oldali kifejezést az (1) egyenlet baloldalának első tagja helyére írhatjuk:

$$\frac{1,5 \cdot m_0 \cdot v \cdot c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + m_0 \cdot c^2 = \frac{1,5 \cdot m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3)$$

A (3) egyenletet $m_0 c^2$ -tel végig osztva, rendezés és négyzetre emelés után $v/c = x$ hánynadosra kapjuk az alábbi négyzetgyökös egyenletet

$$\sqrt{1 - x^2} = 1,5 \cdot (1 - x).$$

Négyzetre emelés és rendezés után a kapott másodfokú egyenlet:

$$3,25x^2 - 4,5x + 1,25 = 0$$

Az egyenlet két gyöke $x = 1$ (hamis gyök), és $x = 5/13$ jó gyök.

Tehát a fotont elnyelő gerjesztett bergengóc-elektron sebessége

$$v = \frac{5}{13} c = 1,15 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ lesz.}$$

b) A gerjesztő foton hullámhosszát a $v = 5/13c$ érték (2) egyenletbe való helyettesítésével kaphatjuk meg:

$$\frac{h}{\lambda_g} = \frac{1,5m_0 \cdot \frac{5}{13}c}{\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\frac{c}{c}\right)^2}} = \frac{5}{8}m_0 \cdot c \rightarrow \lambda_g = \frac{8}{5} \frac{h}{m_0 \cdot c} =$$

$$\frac{8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{5 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 3,88 \cdot 10^{-15} \text{ m.}$$

Tehát a gerjesztő gamma-foton hullámhossza 3,88 fm.

c) A gerjesztett bergengóc-elektronok de Broglie hullámhossza:

$$\lambda_{br} = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{\left(\frac{1,5 \cdot m_0 \cdot \frac{5}{13}c}{\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2}} \right)} = \frac{h \cdot \frac{5}{8}m_0 \cdot c}{\frac{5}{8}m_0 \cdot c} = \frac{8}{5} \frac{h}{m_0 \cdot c}.$$

Vagyis a két hullámhossz egyenlő, így az arány 1 lesz.

Megjegyzés:

Ez utóbbi eredmény rövidebben is megkapható: hiszen a gerjesztett elektron a gerjesztő foton teljes lendületét örökli, így a képlet alapján *hullámhosszaik is megegyeznek*.

2. Megoldás

A gerjesztett elektron „nyugalmi” tömege:

$$m_0' = m_0 + \frac{E_g}{c^2} = m_0 + \frac{0,5m_0c^2}{c^2} = \frac{3}{2}m_0.$$

A gerjesztődés után az elektron p lendülete megegyezik a gerjesztő foton p lendületével, ezért a teljes energia megmaradása egyszerűen felírható:

$$pc + m_0c^2 = \sqrt{(pc)^2 + \left(\frac{3}{2}m_0c^2\right)^2}.$$

Négyzetre emelés után kapjuk:

$$(pc)^2 + 2pc \cdot m_0c^2 + (m_0c^2)^2 = (pc)^2 + \frac{9}{4}(m_0c^2)^2,$$

Egyszerű átrendezés után kapjuk:

$$p = \frac{5}{8} m_0 c .$$

Ebből azonnal adódik a hullámhossz:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{8}{5} \cdot \frac{h}{m_0 c} .$$

A gerjesztett elektron sebességére pedig:

$$p = m \cdot v = \frac{\frac{3}{2} m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{5}{8} m_0 c .$$

Az utolsó egyenletet négyzetre emelve és átrendezve kapjuk:

$$\frac{9}{4} m_0^2 v^2 = \frac{25}{64} m_0^2 c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) .$$

Ebből azonnal adódik, hogy $v^2 = \frac{25}{169} c^2$, amiből $v = \frac{5}{13} c$.

II. kategória 8 - 10. feladatának megoldása

8. feladat megoldása

A hidrogénatom egyetlen elektronja alapállapotban az 1s állapotban található, ahonnan 13,6 eV energia közlésével lehet leszakítani.

Az alapállapotú héliumatom esetében a két elektron szintén 1s állapotban található, mely lezárt héjat alkot. Azért mélyebb energiájú az energiaszint, mivel az atommagot két proton alkotja. Az ionizációs energia azért nem duplája a H atomhoz képest, mivel a két elektron között taszító kölcsönhatás is fellép.

Az alapállapotú lítium esetében az előbbi gondolatmenet alapján majdnem háromszoros ionizációs energiát várnánk az alapállapotú hidrogénatommal összehasonlítva, hiszen az elektronokat itt három proton vonzza. E helyett az jóval kisebb. Ennek oka pedig az, hogy a Pauli elv miatt a harmadik elektron már nem kerülhet az 1s állapotba, hanem csak a magasabb energiájú 2s állapotba. És innen jóval kisebb energiával lehet leszakítani.

A Bohr-modell alapján $E = -13,6 \frac{Z^2}{n^2} = -13,6 \frac{9}{4} = -30,6$ eV energiát várnánk,

ha az atommag teljes elektromos töltése (3e) hatna a legkülső – 2s állapotban lévő – elektronra. Azonban ez az elektron kevesebb, mint +3e magtöltést érez a két belső, 1s gömbszimmetrikus állapotban lévő elektron árnyékolása miatt. (Ha tökéletes volna az árnyékolás, akkor csak egyetlen pozitív töltést érezne,

így az energiája $-13,6 \text{ eV}/4 = -3,4 \text{ eV}$ lenne. Mivel azonban az árnyékolás nem tökéletes, ezért $+1e$ töltésnél egy kicsit többet érez ($+1,26e$), ezért lesz az energiája $-5,4 \text{ eV}$. (Ez az összes többi alkáli fém atomjaira is igaz.)

9. feladat megoldása

a) egy foton energiája, $\varepsilon = h \cdot c / \lambda = 4,9695 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, a fotonok száma, $n = E / \varepsilon = 2,012 \cdot 10^{20}$.

b) $n_{sz} = n \cdot T_{pup} / F = n_{sz} / 4 \cdot (r/R)^2 = 1,25 \cdot 10^{13}$.

c) $m = E_{összes} / c^2 = 9,6 \cdot 10^{-11} \text{ kg}$.

10. feladat megoldása

a) 6 Gy dózis megfelel 6 J elnyelt energiának kg-onként. Tehát a teljes elnyelt energia, amit keresünk $6 \cdot 70 = 420 \text{ J}$.

Az ember átlagos testfelülete $1,8 \text{ m}^2$, ennek azonban egyszerre maximum a felét éri a napsütés, ezért számoljunk $0,9 \text{ m}^2$ -el (ettől eltérő érték is elfogadható indoklással, de az $1,8$ nem!)

Mivel déli napsütésről van szó, számolhatunk merőleges beeséssel.

A bőr a ráeső sugárzás felét nyeli el, azaz 350 W/m^2 az elnyelt felületi teljesítmény.

Ebből kapjuk, hogy:

$$t = \frac{420 \text{ J}}{350 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 0,9 \text{ m}^2} = 1 \frac{1}{3} \text{ s}$$

Tehát $4/3 \text{ s}$ alatt nyel el annyi energiát az ember bőre a déli napsütésben, mint ami gamma-sugárzásból már a halálos dózist jelentené.

b) A napsugárzás test által elnyelt kis energiájú fotonjai elsősorban hőhatást fejtenek ki, szemben a nagy energiájú gamma-fotonokkal, amelyek egyenként kölcsönhatásba lépnek az élő sejtekkel, és azokban egyedi vagy genetikai változásokat hoznak létre.

A 2015. évi 18. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjének eredménye 11-12. évfolyam (I. kategória)

Hely	Név	Iskola	Város	Felkészítő tanár
1.	Holczer András	Pécsi Janus Pannonius Gimnázium	Pécs	Dombi Anna, Simon Péter
2.	Öreg Botond	Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium	Budapest	Horváth Gábor
3.	Németh Flóra Boróka	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László
4.	Kaposvári Péter	Miskolci Herman Ottó Gimnázium	Miskolc	Dudás Imre
5.	Fényes Balázs	Szerb Antal Gimnázium	Budapest	Kovács Sándor
6.	Kovács Dávid Péter	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva
7.	Balogh Menyhért	Baár- Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert
8.	Asztalos Bogdán	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert
9.	Tamás Gábor	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László
10.	Borsi Márton	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László
10.	Forrai Botond	Baár- Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert
12.	Marosvári Kristóf	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László
13.	Olar Alex	ELTE Apáczai Csere János Gyakorlógimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc, Basa István
14.	Büki Máté	Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert
15.	Csathó Botond Tamás	Debreceni Református Kollégium Dóczy Gimnáziuma	Debrecen	Tófalusi Péter
16.	Deák Elemér Dávid	Péterfy Sándor Evangélikus Gimnázium, Általános Iskola és Óvoda	Győr	Háberfelner László
17.	Varró István	ELTE Apáczai Csere János Gyakorlógimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc
18.	László Márton	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László
19.	Podlovics Péter Dávid	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László
20.	Pintér Gergő	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László

**A 2015. évi 18. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny
döntőjének eredménye 9-10. évfolyam
(II. kategória)**

Hely	Név	Iskola	Város	Felkészítő tanár
1.	Kovács Péter Tamás	Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Juhász Tibor
2.	Bajczy Levente	Gödöllői Török Ignác Gimnázium	Gödöllő	Thuróczy Erzsébet
2.	Tompa Tamás Lajos	Földes Ferenc Gimnázium	Miskolc	Zámborszky Ferenc
4.	Szentivánszki Soma	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter
4.	Turi Soma	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc, Basa István
6.	Gémes Antal	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Nagy Tibor, Lakatos-Tóth István
7.	Korom Gergely	Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva
8.	Murin Dániel	ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola	Budapest	Chikán Éva
9.	Boldis Bercel	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László
10.	Czeglédy Levente	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdi László

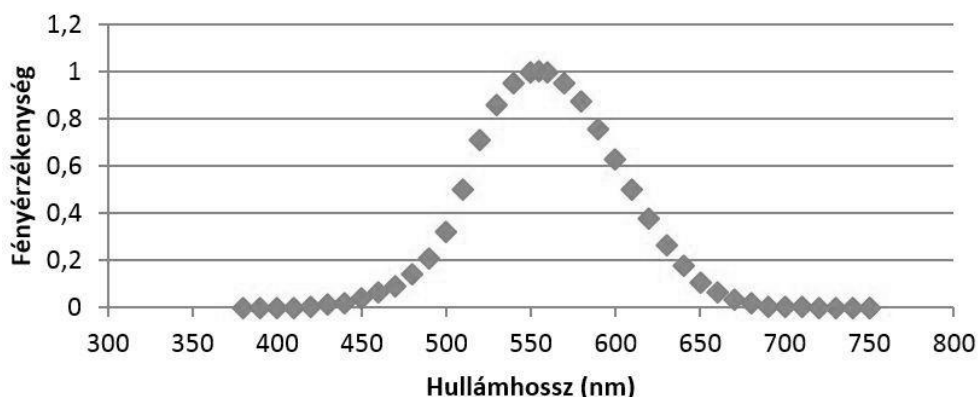
19. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY, 2016

Az 1. forduló feladatai²²

1. feladat

Az alábbi grafikonon az emberi szem spektrális fényérzékenysége látható nappali látás esetében, a táblázat pedig néhány anyag kilépési munkáját mutatja.

Az emberi szem spektrális fényérzékenysége



Anyag	Kilépési munka (aJ)
lítium	0,42
nátrium	0,41
kálium	0,36
rubídium	0,35
cézium	0,31

- Mely hullámhosszra a legérzékenyebb az emberi szem?
- Milyen színű ez a fény?
- A táblázatban lévő fémek közül melyekből képes fotoeffektussal elektront kiszabadítani az ilyen hullámhosszúságú fény fotonja, és mekkora lesz a kiszabadított elektron energiája?
- Mekkora ellenfeszültségű elektromos tér tudja megszüntetni a létrejött fotoáramot?

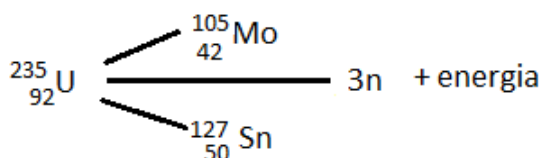
²² Az első fordulót 2016. február 22-én tartották. Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér. A feladatok nem nehézségi sorrendben szerepelnek és tetszőleges sorrendben meg lehet őket oldani. A megoldáshoz bármilyen segédeszköz használható. Rendelkezésre álló idő 180 perc.

2. feladat

A Földről észlelt szupernóva-robbanások esetében néhány alkalommal azt tapasztalták, hogy a robbanás fényének észlelését megelőzte a robbanásban keletkező neutrínók zápora. Hogyan magyarázható a „fénynél gyorsabban terjedő neutrínók” jelensége anélkül, hogy ellentmondásba kerülnének a relativitáselmélettel?

3. feladat

Egy televíziós vitában az egyik atomerőmű ellenes riportalany azt állította, hogy az általa ismert atomreaktor gazdaságtalan, mert az 500 MW elektromos teljesítményű erőmű hatásfoka mindössze 20 %. Erre a riporter kétkedően rázta a fejét. Majd a riportalany – a tudását bizonyítandó – felrajzolta, hogy szerinte a következő reakció játszódik le a hasadás során, és hozzátette, hogy azt is tudja, hogy körülbelül 1 mól neutron keletkezik másfél óra alatt.



- Helyes-e a vázolt folyamat? Indokoljuk meg a választ!
- Hány százalékot tévedett a riportalany a hatásfokban, ha tudjuk, hogy a reaktorban egy nap alatt 1,6 kg ^{235}U használdik el?
- Jól becsülte meg a neutronok számát a riportalany?

Adatok: Az ^{235}U hasadásakor összesen 198 MeV energia szabadul fel, egy hasadás során átlagban 2,4 neutron keletkezik.

4. feladat

A természetes samárium 15,1%-a radioaktív ^{147}Sm , amely alfa-bomló izotóp. Egy gramm természetes samáriumból 100 másodperc alatt 12400 alfa-bomlás mérhető. Mekkora a ^{147}Sm felezési ideje?

Adatok: a természetes samárium moláris tömege 150,36 g/mol.

5. feladat

Két borszakértő egy családi pincészetben talál két penészes, címke és dugónyomat nélküli palackozott vörösbort. A szakértők abban egyeznek meg, hogy a szőlőfajta és a borkészítés módja ugyanaz, viszont azt nem tudják eldönteni, hogy melyik vörösbort az idősebb. Ezért egy fizikushoz fordulnak, aki rögtön tudta, hogy a megoldást a bortban lévő trícium (^3H) adja meg, mivel az egy béta-bomló izotóp ($T_{1/2}=12,32$ év). Mindkét bortból 1 cm³-nyi mennyiséget lemerít. Az első palackból vett minta összeütése 2 óra alatt 32, míg a második palack boré 3 óra alatt 34. Mennyi a különbség a két palack vörösbort között?

6. feladat

A Reines-Cowan kísérletben az antineutrínók kimutatására a következő reakciót használják: $\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+$ Legalább mekkora legyen az antineutrínók mozgási energiája, hogy végbemenjen ez a reakció?

Adatok: A neutron béta-bomlásakor felszabaduló energia 780 keV. A pozitron nyugalmi energiája: 511 keV. A neutrínó nyugalmi tömegét elhanyagolhatjuk.

7. feladat

Egy végtelen távoli pontból egy elektron egy proton potenciáletterébe zuhan nulla kezdősebességgel.

a) Mekkora lesz a hullámhossza a protontól 1 m, illetve $0,529 \cdot 10^{-10}$ m távolságra?

b) Hasonlítsuk össze ezeket a hidrogénatom alapállapotában lévő elektron hullámhosszával!

c) Hasonlítsuk össze az energiákat is a $0,529 \cdot 10^{-10}$ m távolság esetén!

Adatok: A H-atom alapállapotában a kötési energia: 13,6 eV, a Bohr-sugár $0,529 \cdot 10^{-10}$ m.

8. feladat

Földünkön a természetes uránban három izotóp fordul elő: ^{238}U , ^{235}U , ^{234}U . Az uránatomok számának százalékos megoszlása olyan, hogy minden 100000 atom közül 99275 a legnagyobb tömegű, 720 a közepes tömegű és 5 a legkisebb tömegű izotóp. Az izotópok felezési ideje: $T_{238} = 4,47$ milliárd év, $T_{235} = 704$ millió év, $T_{234} = 245\,000$ év.

A természetes urán fajlagos aktivitása $25,4 \frac{\text{kBq}}{\text{g}}$.

a) Hogyan oszlik meg ez a fajlagos aktivitás a három izotóp között?

b) Az előző kérdésre kiszámolt izotóp aktivitás értékeket összehasonlítva milyen érdekességet tapasztalunk? Indokoljuk meg ennek az okát!

9. feladat

a) Egy Föld körül keringő, gömb alakú műhold feketére festett külső falának mekkora lenne az állandósult hőmérséklete tartós napsugárzás esetében? (A külső burkolat egybefüggő anyaga jó hővezető, de a műhold belsejétől hőszigetelve van.)

b) A műhold tervezői növelni szeretnék a külső fal állandósult hőmérsékletét, ezért a gömb egyik felét fényvisszaverő festékekkel vonják be. A műhold keringése közben a festett vagy a fekete oldalt kell a napos oldalra állítani távvezérléssel? (Állításunkat indokoljuk meg!)

c) Mekkora legyen a festett oldal α abszorpciója – melyet a célnak megfelelő – napos vagy árnyékos oldalra állítanak keringés közben –, hogy a műhold

külső burkolata földi körülményeknek megfelelően 27°C hőmérsékletű legyen napsugárzáskor? (Erre a burkolatba épített műszerek zavartalan működése miatt lehet szükség.)

Adatok: a műhold pályájánál a napállandó: $P_n = 1370 \text{ W/m}^2$, a Stefan-

Boltzmann állandó: $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$

Megjegyzés: Kirchhoff sugárzási törvénye szerint az a abszorpciójú nem fekete (szürke) felületek hőmérsékleti sugárzásának egységnyi felületre jutó teljesítménye egy adott T hőmérsékleten a -szorososa az ugyanezen T hőmérsékleten sugárzó feketetestének ($a < 1$).

10. feladat

Legyen a ^{10}C és a ^{11}C atommagok pozitív béta-bomlásának energiája rendre E_1 és E_2 . Tegyük fel, hogy az R magsugár nem változik a pozitív béta-bomlás során. Az egyik atommag sugarát fejezzük ki a bomlási energiája segítségével! Bármelyik magot választhatjuk a kettő közül?

Megjegyzések: Egy Q töltéssel feltöltött homogén gömb elektrosztatikus energiája:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{Q^2}{R}$$

Az $R = r_0 \sqrt[3]{A}$ összefüggés **nem** használható, az elektron és a nukleonok tömege igen!

A döntő feladatai²³

ELMÉLETI FELADATOK²⁴

I. kategória

1. feladat

(Kitűzte: Mester András)

Egy hulladéktárolóban elhelyeznek m tömegű, 1 év felezési idejű sugárzó izotópot. Két év elteltével ismét elhelyeznek m tömegű, ugyanilyen izotópot a másik mellé. Az első izotóp behelyezése után mennyi idő múlva lesz az együttes aktivitás a kezdeti értékkel megegyező?

2. feladat

(Kitűzte: Mester András)

Az ITER nevű, Franciaországban épülő fúziós kutatóberendezés fejlesztésében magyar kutatók is részt vesznek. A tervezett fúziós berendezés a D-T reakcióval termel majd energiát. A ~ 100 millió K hőmérsékleten zajló folyamat: ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n} + 17,6 \text{ MeV}$. A tervek szerint a cél az, hogy a berendezés 500 MW fúziós teljesítményt produkáljon.

A Napban és sok csillagban a proton-proton lánc (pp-lánc), és/vagy a szén-nitrogén-oxigén ciklus (CNO-ciklus) termelik a fúziós energiát.

a) Miért nem kísérleteznek a földi energiatermelésnél is a Napban és a csillagokban lezajló energiatermelő folyamatok valamelyikével?

b) A kutatás során tesztelik a trícium tenyésztési reakciót is. Miért van szükség erre a műveletre, és milyen módon tervezik végrehajtani?

c) A tervezett 500 MW-os fúziós teljesítmény esetén mennyi idő alatt fogyna el 128 g üzemanyag, amelyben a deutérium és trícium atommagok száma egyenlő?

3. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

A Compton-szórás során a fotonok rugalmas golyóként ütköznek elektronokkal. Bizonyítsuk be, hogy fotonok egymással, golyóként történő rugalmas ütközése kísérletileg nem megfigyelhető jelenség!

Útmutatások: Szorítkozzunk egyenes ütközésekre. Az azonos lendületű fotonokat tekintsük egymástól nem megkülönböztethetőnek.

²³ A döntőt 2016. április 9-én Pakson tartották.

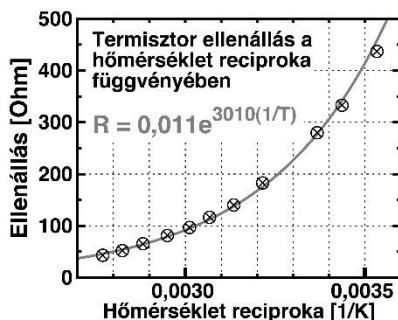
²⁴ A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésre. Minden segédeszköz használható. Minden feladatot külön lapra írjon, s minden lapon legyen rajta a megoldó kódja. A feladatok NEM nehézségi sorrendben szerepelnek. Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér.

4. feladat

(Kitűzte: Radnóti Katalin)

Egy termisztor ellenállását mérték a hőmérséklet függvényében. A mért adatok alapján készített $R - 1/T$ grafikon a mellékelt ábrán látható.

- Határozzuk meg a termisztor tiltott sávjának szélességét a grafikon alapján!
- Az elektromágneses spektrum mely tartományában lévő fotonok tudják már a vezetést biztosítani?
- Legfeljebb mekkora legyen a termisztor áramvezetését kiváltó fotonok vákuumbeli hullámhossza?



5. feladat

(Kitűzte: Szűcs József)

Egy elektron és egy proton kering homogén mágneses térben két, egymástól távol eső körpályán, ahol a részecskék közötti kölcsönhatás már elhanyagolható. A két részecske keringési ideje megegyezik.

- Mekkora az elektron mozgási energiája, ha a proton mozgási energiája 1 MeV?
- Melyik részecske kering nagyobb sugarú körpályán? Adjuk meg a pályasugarak arányát!

Adatok: A részecskék nyugalmi energiáját vehetjük kerekén 938 MeV-nek, ill. 0,5 MeV-nek.

6. feladat

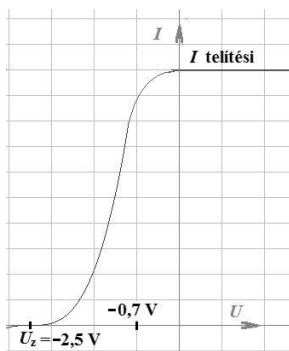
(Kitűzte: Szűcs József)

Monokromatikus UV fény-nyalábbal világítjuk meg egy fotocella bárium katódját. A bárium kilépési munkája $W_{ki} = 2,6$ eV. A fotoáram áramerősség-feszültség grafikonja alapján arra következtethetünk, hogy a katódból kilépő elektronok mozgási energiája nem azonos, hanem a $0 \leq W \leq W_{max}$ tartományban folytonos eloszlást mutat. A fotoáram zárófeszültsége $U_z = -2,5$ V, a telítési áramerősség $I_t = 40$ μ A. A grafikon görbéje a $[-2,5$ V ; $-0,7$ V] feszültség intervallumban jó közelítéssel az $I_f = k(U - U_z)^3$ függvénnyel

írható le, ahol $k = 6,173 \frac{\mu A}{V^3}$ konstans.

- Határozzuk meg, hogy a fotókatód felszínéből kilépő elektronok hány százaléka vesztette el a fémből való kilépéskor a rácspontokkal történő ütközések során a maximális mozgási energiájának több mint felét!

b) Határozzuk meg az 1 fotonra jutó elektron kilépések hányadát (vagyis a fotoeffektus „kvantumhatásfokát”), ha a katódot ért UV fény teljesítménye 2 mW!



7. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Tervezzük meg egy „infrásugárzó” lámpa wolfram-szálának méreteit 20 °C-on! A lámpa adatai: a hálózati (230 V) feszültséggel működő lámpa $T = 2027$ °C hőmérsékletnek megfelelő hőmérsékleti sugárzást bocsát ki $P = 300$ W teljesítménnyel.

Adatok: A wolfram fajlagos ellenállása 20 °C-on: $\rho = 5,5 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$, hőfok-tényezője $\alpha = 0,0041 \frac{1}{^\circ\text{C}}$ Stefan-Boltzmann állandó: $\sigma = 5,672 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$.

8. feladat

(Kitűzte: Kis Dániel)

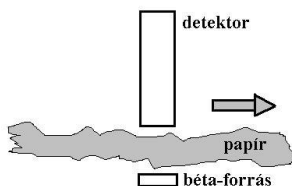
Legalább mekkora energiájú γ -fotonnak kell egy vízmolekulában lévő elektronon Compton-szórás elszenvednie, hogy az így kirepülő elektron Cserenkov-sugárzást bocsásson ki? Az elektron kötési energiáját hanyagoljuk el!

Adatok: a víz törésmutatója $n = 1,33$.

9. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Papírgyárban a gépekről lejöő papír vastagságát radioaktív preparátumból jövő béta-sugárzás abszorpciójával ellenőrzik, és ennek alapján szabályozzák a technológiai folyamatot. Egy gyárban olyan béta-sugárzást kibocsátó izotópot használnak, amelynek a felezési rétegvastagsága papírban $d = 0,028$ mm. A gyártott papír átlagos (előírt) rétegvastagsága $x = 0,1$ mm.



Legalább mekkora aktivitású forrást kell használni, ha a papír 0,2 m/s sebességgel halad el a detektor előtt, és a papírvastagság megengedett szórása 5% centiméterenként?

Adatok: A detektor teljes hatásfoka a bétaforrásra: 1%. Ilyen adatok mellett a vastagság relatív szórása: $\frac{\Delta x}{x} = 1,797 \frac{\Delta N_0}{N_0}$, ahol N_0 a detektor papír nélkül érzékelt beütésszáma.

10. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Egy távoli űrhajó $v/c=0,9999$ sebességgel közeledik a Földhöz. Az űrrendőrség földi állomása lézeres traffipaxszal méri be az űrhajó sebességét. Milyen energiájúak lesznek az űrhajóról visszaverődött fénysugár fotonjai, ha a lézer 3 eV energiájú ultraibolya fotonokat bocsát ki? (Az űrhajó tömegét vegyük végtelen nagynak!)

II. kategória²⁵

9. feladat

(Kitűzte: Sükösd Csaba)

Egy Z rendszámú, A tömegszámú elem bomlási sorában a db alfa, b db negatív béta és c db elektronbefogással járó bomlás van. Számítsuk ki a keletkezett mag Z_2 rendszámát és A_2 tömegszámát! (Kis Dániel és Reiss Tibor feladatgyűjteménye alapján)

10. feladat

(Kitűzte: Szűcs József)

A Földön a természetes urán mindenhol jelen van több-kevesebb mennyiségben. A termőtalaj átlagos uránkoncentrációja 2,8 $\mu\text{g/kg}$. Így táplálékkal az emberi test is tartalmaz kis mennyiségben uránatomokat. Az emberi testbe beépült urán átlagos koncentrációja $\mu\text{g/kg}$ nagyságrendű.

a) Hány uránatomot tartalmaz egy $m = 70$ kg tömegű ember teste, ha 3 $\mu\text{g/kg}$ a testében az átlagos uránkoncentráció?

b) Az ember testének mekkora az uránatomokból származó aktivitása?

c) Mekkora az ember uránatomokból származó D_e elnyelt dózisa, és mekkora az éves egyenértékdózis? Hány százaléka az ember – uránból származó – éves sugárterhelése a lakosság átlagos, természetes eredetű 2,4 mSv/év sugárterhelésének?

d) Milyen gyakran jön létre az ember testében az uránatommagok spontán hasadása?

Adatok: A természetes urán fajlagos aktivitása 25,4 kBq/g. Az urán spontán hasadásának felezési ideje $T_{\text{spont}} = 10^{16}$ év. Az uránatommagok alfa-bomlásakor keletkező α -részek energiája 4,5 MeV. Az α -sugárzás sugárzási tényezője $w_r = 20$.

²⁵ 1-8. feladat megoldják az I. kategória feladataival.

KÍSÉRLETI FELADAT

Hőmérsékleti sugárzás tulajdonságainak (Stefan-Boltzmann törvény) mérése

A Stefan-Boltzmann törvény szerint egy T hőmérsékletű fekete test P sugárzási teljesítménye a hőmérséklet negyedik hatványával arányos: $P = A \cdot \sigma \cdot T^4$, ahol A a sugárzó felület, T a hőmérséklet Kelvinben, és σ a Stefan-Boltzmann

állandó, melynek értéke: $\sigma = 5,672 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$

a) A mérés során kísérlelje meg igazolni, hogy a kisugárzott teljesítmény a sugárzó test abszolút hőmérsékletének negyedik hatványával arányos ($P \sim T^4$)!

b) A mért és a megadott adatok segítségével számítsa ki a sugárzást kibocsátó fekete test (egy izzólámpa wolframszálának) felületét!

1) A teljesítmény mérése

A mérés során a sugárzónk egy wolframszálas izzólámpa. Az általa kibocsátott sugárzási teljesítményt úgy mérjük, hogy egy belül feketére festett rézcsövet helyezünk köré, amely elnyeli a sugárzást, és ezáltal kissé felmelegszik. Az elnyelt energiát a rézcső felmelegedéséből a hőmennyiség kiszámításához használt egyenlettel határozzuk meg:

$$Q = c \cdot m \cdot (T_r - T_0)$$

A rézcső által elnyelt sugárzási teljesítmény az elnyelt hő (Q) és a T_0 hőmérsékletéről a T_r hőmérsékletre melegedéshez szükséges időnek az ismeretében kiszámítható.

A vörösréz csövek tömegét (m) a mérőhelyen lévő papíron találjuk, a vörösréz fajhője $c = 390 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$. A rézcsövek méretei: 35 mm hosszú, belső átmérő 13

mm, külső átmérő 15 mm. A rézcső két vége felé induló sugárzás nem a rézcsövet melegíti, emiatt ezekből a geometriai adatokból meghatározható, hogy az izzólámpa által kibocsátott sugárzási teljesítmény kb. 35%-a elvész a mérés számára (a sugárzás érzékelésének „geometriai hatásfoka” ~65%).

A rézcsövek T_r hőmérsékletét elektronikusan egy termisztorral mérjük. A termisztor olyan félvezető anyagból készített eszköz, ami a hőmérsékletváltozás hatására megváltoztatja az ellenállását, így hőmérőként használható - de használat előtt még kalibrálnunk kell. A termisztor ellenállása exponenciális függvénye a T_r hőmérséklet reciprokának:

$$R_t(T_r) = R_{t_0} \cdot e^{\frac{E_0}{k} \left(\frac{1}{T_r} - \frac{1}{T_0} \right)}$$

Itt R_{T_0} a termisztor T_0 hőmérsékleten (Kelvin) mért ellenállása, E_0 a félvezetőre jellemző konstans energia és k a Boltzmann állandó. A kalibrálást több, hőmérővel mért (ismert hőmérsékletű) pontban mért termisztor-ellenállás segítségével lehet elvégezni. A függvény ismeretében meggondolható, hogy a mért ellenállás (R_t) logaritmusát érdemes ábrázolni a T_r (Kelvinben mért) hőmérséklet reciprokának függvényében, mert így a kalibrálás utáni leolvasás egyszerűbb és pontosabb lesz. A kalibrálás után a megmért ellenállás ismeretében a termisztor hőmérsékletének a reciproka leolvasható a kalibráló görbéről.

2) Az izzószál hőmérsékletének mérése

A teljesítmény hőmérséklettől való függésének igazolásához a kibocsátó test (izzószál) hőmérsékletét is ismerni kell. Az izzószál (T_i) hőmérsékletét annak alapján határozzuk meg, hogy a wolfram ellenállása jó közelítéssel a hőmérséklet lineáris függvénye:

$$R_i(T_i) = R_{i0}[1 + \alpha(T_i - T_0)]$$

Itt R_{i0} az izzólámpa T_0 szobahőmérsékleten mért ellenállása (ezt is a mérőhelyen lévő papíron találjuk, de meg is mérhetjük a multiméterrel), R_i az izzószál T_i hőmérsékleten mért ellenállása, és $\alpha \approx 4.5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, a wolfram ellenállásának a hőmérsékleti együtthatója. A wolframszál R_i ellenállását a rajta átfolyó áram és a rajta eső feszültség méréseivel kapjuk meg. Az R_i ellenállás megméréseivel a fenti összefüggés alapján a szál hőmérséklete meghatározható.

3) A méréshez szükséges eszközök:

- Hőmérő
- Termisztor
- 3 db, 200 cm³-es laboratóriumi főzőpohár forró és hideg vízzel
- Állítható tápegység
- 12 V-os izzólámpa, foglalatban
- 5 db, belül fekete rézcső
- Huzalok
- Stopper, vagy más időmérő
- 2 db digitális multiméter
- Állvány
- Szigetelőszalag

Feladatok

Gondosan olvassuk végig a teljes mérésleírást!

1. Hőmérővel mérjük meg a T_0 szobahőmérsékletet, és számoljuk át Kelvinbe.
2. Mérjük meg a wolframszál (R_{i0}) és a termisztor ellenállását (R_{t0}) szobahőmérsékleten (T_0).

3. Végezzük el a termisztor kalibrálását a hőmérő segítségével. (A termisztor *névleges* ellenállása nagyságrendileg 1000 Ohm.) A különböző hőmérsékleteket forró és hideg víz keverésével állítsuk elő. Javasoljuk minimum 8 pont felvételét.

4. Állítsuk össze úgy a kapcsolást, hogy mérni tudjuk az izzólámpára jutó feszültséget, a lámpán átfolyó áramot, és a termisztor ellenállását. FONTOS! Írjuk fel az izzólámpa sorszámát a jegyzőkönyvre!

5. A méréshez szigetelőszalaggal ragasszuk a termisztor az egyik rézcső közepére, és állítsunk be egy olyan feszültséget, ahol az izzólámpa már éppen világítani kezd. Ezt követően helyezzük rá a rézcsövet a lámpára. Figyeljünk arra, hogy az izzó ne érjen hozzá a csőhöz! Indítsuk el a stoppert, és figyeljük a termisztor ellenállásának a változását. Mérjük addig, amíg a termisztor ellenállása érzékelhetően meg nem változik. Ekkor kapcsoljuk ki a lámpát, és várjunk rövid ideig, hogy a rézcső hőmérséklete a hővezetés révén kiegyenlítődjön, de még a környezetbe történő hőveszteség elhanyagolható legyen. Jegyezzük fel a mérés alatt az izzóra eső feszültség, az izzón folyó áram, a termisztor ellenállása, és a mérési időtartam értékeit!

6. Cseréljünk csövet (hogy mindig szobahőmérsékletről induljon a melegítés), és végezzük el ismét a 6. pontban leírt mérést megnövelt lámpafeszültséggel. A feszültséget növelve mérjük összesen legalább 8 hőmérsékleten. A feszültségek maximuma 12 V lehet, ügyeljünk rá hogy az izzólámpa ne égjen ki!

7. Számítsuk ki a rézcsövek által elnyelt hősugárzás teljesítményét (P) minden hőmérsékleten!

8. Ábrázoljuk a kiszámított sugárzási teljesítményt a wolframszál hőmérséklete negyedik hatványának függvényében $P = f(T_i^4)$ (milliméterpapíron vagy Excelben), és állapítsuk meg a grafikonra illesztett egyenes meredekségét (vonalzóval vagy számítógéppel).

9. Számítsuk ki a sugárzást kibocsátó wolframszál felületét! *Emlékeztető:* a mérés geometriai hatásfoka 0,65 (lásd korábban).

10. Milyen hibákkal és mérési bizonytalanságokkal terhelt a mérés? Mekkora ezek nagyságrendje, és mekkora lehet a mérés teljes bizonytalansága?



*Mérés eredményeinek
feldolgozása számítógépen*

11. Készítsünk jegyzőkönyvet a mérésről, tapasztalatainkról. Ha számítógépes fájlt használunk, a fájlt az „Asztal”-ra tegyük, a fájlnev pedig legyen XX.yyy, ahol XX a versenyző kódja, yyy a kiterjesztés (pl. „84.xls”).

A pontozás alapja a jegyzőkönyv minősége: annak rendezettsége, a mért és számított adatok közlési formája, a gondolatmenet követhetősége, valamint az, hogy a mérés a jegyzőkönyv alapján megismételhető-e. Az egyes mérőhelyek nem egyformák (mi minden mérőhelyet előre lemértünk, az eltéréseket a javításnál figyelembe vesszük). A mérési adatok esetleges manipulálása a szebb irodalmi egyezés érdekében felesleges, illetve szigorúan tilos (pontlevonással jár)!

Megjegyzések:

- Ne habozzunk segítséget kérni, ha valami furcsaságot észlelünk a mérés során! Egy, az alkatrészeket vagy műszereket érintő technikai probléma könnyen orvosolható a kérdéses eszköz cseréjével, ellenkező esetben értékes időt vehet el a mérésből.
- A mérés során végig figyeljünk a kontakthibákra mind az izzónál, mind a termisztornál!
- A tápegység áramkorlátozó („Current”) gombját tekerjük maximumra!
- Az izzónál 100 mA nagyságrendű áramokat kell mérni.
- Maximum 12 V-ig menjünk fel az izzó feszültségével.
- Ügyeljünk arra, hogy az izzó ne égjen ki!
- A tizedesjegyeket csak a mérés pontosságának határain belül értelmes megadni. Egy példával élve egy 10% relatív bizonytalanságú mérés esetén értelmetlen 3 értékes tizedesjegy pontossággal dolgozni. (Ezzel egyben időt is spórolunk a jegyzőkönyv készítése során.)

FONTOS!

Beadandó az olvashatóan írt „Mérési jegyzőkönyv”, amely tartalmazza a mérést végző azonosítóját, a mérések minden fontos paraméterét, a mért nyers adatokat, az eljárást (lépésenként), amellyel a végeredményhez eljutottunk, a számított részeredményeket, a végeredmény(ek)e)t, a végeredmény(ek) bizonytalanságát és a bizonytalanság kiszámítási vagy becslési módját, az eredmények diszkutálását, valamint minden olyan információt, amely a mérés reprodukálásához szükséges. *A mérési jegyzőkönyvnek olyannak kell lenni, hogy annak alapján bárki a mérést megismételhesse, és (a mérés bizonytalanságán belül) hasonló eredményt kaphasson.*

A jegyzőkönyv beadható tisztán elektronikus formában is, ez esetben a papírra írjuk rá, hogy a jegyzőkönyv elektronikusan került benyújtásra, és adjuk meg a fájl(ok) neveit.

SZÁMÍTÓGÉPES FELADAT

Sugárvédelmi optimumkeresés

A szimulációs feladat során egy reaktorhoz közeli mérőhely sugárvédelmi optimalizációját végezzük el. A rendelkezésünkre álló helyen megpróbáljuk megkeresni a megadott anyagokból készült védőrétegek olyan konfigurációját, amiben a dózisteljesítmény minimális.

A sugárforrásunk egy kisméretű kutatóreaktor, hasonló a BME Oktatóreaktorához. A reaktor mellett található ún. „forró kamrában” frissen besugárzott anyagok vizsgálatát lehet elvégezni. Fontos, hogy ennek a kamrának a reaktorból származó háttér dózisa minél kisebb legyen. Az egyszerűség kedvéért a szimulációban a természetes háttérsugárzás hatását elhanyagoltuk.

A reaktorból származó sugárzások közül sugárvédelmi szempontból hármat különböztetünk meg: 1) gyors neutronok, 2) termikus neutronok és 3) gamma fotonok. (A béta- és alfa részecskék nagyon rövid úton elnyelődnek a reaktorban illetve az akörüli anyagokban, így ezekkel most nem kell számolni.) Az egyes sugárzások élettani hatása különböző, ezért az *egyenérték dózis* számításakor eltérő súlyfaktorral vesszük őket figyelembe. A gammák súlya 1, a termikus neutronoké (ebben a feladatban) 5, míg a gyors neutronok súlya 20. A teljes dózis a különböző sugárzások beütésszámának súlyozott összegéből számítható:

$$D \sim N(\text{gamma}) + 5 \cdot N(\text{termikus}) + 20 \cdot N(\text{gyors}).$$

Az árnyékolásra felhasznált anyagokban különböző folyamatok mehetnek végbe. Mind a három féle sugárzás elnyelődhet (abszorpció, amit nem követ semmi), a gyors neutronok termikusra lassulhatnak vagy gammát kelthetnek, illetve a termikus neutronok is gammát kelthetnek. Tehát amíg a gyors neutronok fluxusa csak csökkenhet, addig a termikus neutronok és a gammák fluxusa az említett folyamatoknak köszönhetően akár nőhet is egy-egy anyag hatására. Az egyszerre lezajló 6 különböző folyamat egységnyi vastagságú anyagra vonatkozó valószínűsége minden anyag és folyamat esetén más, és egymástól is több nagyságrenddel különböző lehet. A szimulációba épített $3 \cdot 6 = 18$ valószínűségi paraméter realiztikus, valós méréseken és szimulációkon alapul.

Három féle anyag áll rendelkezésünkre: 1) paraffin, 2) bórsavas víz és 3) ólom. Ez a három anyag a sugárvédelemben elterjedt, ugyanakkor mindhárom markánsan különböző módon viselkedik az egyes folyamatok tekintetében: a paraffin kiváló moderátor, a bóros víz moderátor és egyben neutron- és gamma elnyelő, az ólom hatékony gamma abszorbens.

A feladatunk, hogy a rendelkezésre álló 100 centiméteres térben megfelelő sorrendben megfelelő vastagságú rétegeket helyezünk el, amivel a dózis minimalizálható. Mivel sem az egyes folyamatok valószínűségei, sem a kiindulási sugártér összetétele nem ismert, ezért az optimalizációt érdemes több lépésben elvégezni. Segítségünkre szolgál, hogy a dózisteljesítmény mérése mellett van egy beütésszámlálónk is, ami a detektorba jutó részecskék detektálási hatásfoknak megfelelő összegét méri. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a három sugárzástípus detektálási hatásfoka nem azonos a sugárzási tényezőkkel, amelyeket a dózisteljesítmény meghatározásánál használunk! Van továbbá egy dózismérőnk is, amely a mérési idő alatt leadott dózist méri. Mivel a nukleáris folyamatok csak statisztikusan értelmezhetők, ezért a reaktorból jövő fluxusnak sem a nagysága, sem az összetétele (a fluxusok mindenkori aránya) nem fix, hanem az egyes sugárzások fluxusának várható értéke (átlaga) körül ingadozik. Hogy csökkentjük a mérés szórását és ezáltal az optimum bizonytalanságát, minden beállítás mellett szükség van egy minimális mérési időre, aminek meghatározása a mi feladatunk. Próbáljunk meg mindig egy olyan mérési időt találni, amivel az eredmények szórása 10% alatt van.

Feladatok

Gondosan olvassuk végig a teljes mérésleírást!

1. Gondoljuk végig, hogy eddigi tanulmányaink és a leírás alapján mit várunk az egyes anyagok sugárzásra gyakorolt hatásától? Ez alapján hova lehet érdemes majd az egyes anyagokat helyezni, és milyen arányban kellene őket alkalmazni?

2. Először végezzünk mérést üresen, árnyékolás nélkül, és állapítsuk meg az árnyékolatlan dózisteljesítményt, illetve az átlagos beütésszám nagyságát.

3. Következő lépésben csak egy-egy féle anyagot használjunk. Minden anyaggal végezzünk mérést több vastagság mellett, és jegyezzük fel a tapasztalatainkat.

4. Ezután az egyszerűség kedvéért vegyünk csak kétféle anyagot: próbáljunk ki különböző sorrendeket és vastagságokat. Itt szintén jegyezzük fel tapasztalatainkat. Milyen sorrendben, milyen vastagság arányokkal érdemes az egyes anyagokat használni, ha csak két anyagunk van? Mi lehet ennek az oka?

5. Az előző pontok után rátérhetünk mind a három anyag szimultán használatára. Próbáljuk meg a dózisteljesítményt a természetes háttérsugárzásnak megfelelő ~ 100 nSv / óra érték alá vinni! Figyelem! A



Szimulációs feladat a monitoron

pontozást nem az elért végső dózis, hanem az oda vezető gondolatmenet határozza meg.

Amikor már optimálisnak gondoljuk a konfigurációt, kattintsunk a „Konfiguráció elmentése“ menüpontra. Ez egy automatikusan, a versenyzői kódunkkal generált fájlba menti el az adatainkat annak érdekében, hogy a zsűri megvizsgálhassa. Egyetlen ilyen fájl jön csak létre, ha többször is rákattintunk, az előző változatot mindig felülírja a program. Ezért is *fontos a program indításakor a kódunk helyes beírása!*

1. Hogyan győződhetünk meg róla, hogy az általunk optimálisnak gondolt konfiguráció valóban optimálisnak tekinthető?

2. Milyen bizonytalanságokkal terhelt a mérés? Mekkora ezek nagyságrendje?

3. Készítsünk jegyzőkönyvet a mérésről, gondolatmenetünkről, tapasztalatainkról. Ha még más számítógépes fájl is használunk, a fájl az „Asztal”-ra tegyük, a fájlnev pedig XX.yyy, ahol XX a versenyző kódja, yyy a kiterjesztés (pl. „84.xls”).

A pontozás alapja a jegyzőkönyv minősége: annak rendezettsége, a mért és számított adatok közlési formája, a gondolatmenet követhetősége, valamint az, hogy a mérés a jegyzőkönyv alapján megismételhető-e. A logikus, és a jegyzőkönyv alapján követhető gondolatmenet fontosabb, mint az abszolút minimum megtalálása!

Megjegyzések:

- *Ne habozzunk segítséget kérni, ha valami furcsaságot észlelünk a szimuláció során!* - Előfordulhatnak programhibák vagy egyéb problémák.

- Az optimális konfigurációhoz mind a háromféle anyagot használni kell.

- Az idő rövidsége miatt nem célszerű rengeteg konfigurációt véletlenszerűen kipróbálni, törekedjünk a logikus munkára.

Javaslatok a jegyzőkönyvhöz:

Az elfogadható jegyzőkönyv olyan, ami alapján a mérés megismételhető, tehát minden lényeges információ, paraméter és adat megtalálható benne.

A beadott jegyzőkönyvnek tartalmaznia kell:

- A versenyző kódszámát;
- A mérés körülményeit, a mérés menetét;
- A méréshez használt módszert, annak indoklását;
- A mért adatokat;
- A mért adatokból számított / kikövetkeztetett adatokat és a számítás menetét;
- Ha szükséges, ábra(k)a(t);
- A mért eredmények szöveges értékelését, a levont konklúziókat;
- A mérési bizonytalanság és a különböző típusú hibák becslését.

A jegyzőkönyv beadható papíron és elektronikus formátumban is a versenyző döntésétől függően (egyik sem jelent pontbeli megkülönböztetést). Amennyiben a jegyzőkönyv egyébként rendezett, olvasható és értelmezhető, úgy a külalak és extra formázás szintén nem jelent pontbeli előnyt.

Mellékelhetők elektronikus fájlok (pl. word dokumentum, a versenyző által írt program, excel táblázat, képernyőkép stb.), de csak ha a fájlnev egyértelműen tartalmazza a versenyző kódját. A fájlok olvashatóságáért és megnyithatóságáért a versenyző felel. Ha egynél több elektronikus fájlt adunk be, azokat helyezzük egy mappába a munkaasztalon, ahol a mappa neve a kódunk. Amennyiben csak elektronikus fájlokat adunk be, a papír jegyzőkönyvet akkor is KÖTELEZŐ beadni, ez esetben írjuk rá hogy „A jegyzőkönyvet lásd: <fájlnev>”.

Az elmúlt évek tapasztalata alapján egy maximális pontot érő tömör, ugyanakkor minden lényeges információt tartalmazó jegyzőkönyv nem kell feltétlenül hosszabb legyen körülbelül 2 oldalnál (adatokkal, ábrákkal stb. együtt).

A program leírása:

A programot az Asztalon lévő „Arnyekol” ikonra kattintva lehet elindítani. Az *indítás után meg kell adni az azonosító kódot*. A program kezelőfelülete több fő részből áll:

- A bal felső sarokban tudjuk megadni a kívánt mérési időt, illetve a szimulációt indítani és leállítani.
- Jobbra mellette található az elhelyezett árnyékoló rétegek tételes listája.
- Felül középen található a konzol, amivel rétegeket tudunk hozzáadni. A kívánt vastagság begépelése után az anyagminőség gombra kattintva adjuk hozzá az új réteget, amit mindig a már ott lévő rétegek végére (jobb oldalára) helyez a program. A vastagság lehet valós szám is, a program tizedes

pontot fogad el. A törlés gomb a *teljes* összeállítást törli!
- Jobb felső sarokban található a dózisteljesítmény mérő, ami nSv/óra egységben jelzi ki a dózisteljesítményt. A statisztikus ingadozás csökkentése érdekében a műszer az utolsó 10 másodpercre átlagolt dózisteljesítményt mutatja.

Figyeljünk arra, hogy a kijelzés normálalakban történik! ($x \cdot 10^y$)

- Alul középen láthatjuk grafikusán az egyes rétegeket a reaktor és a mérőhely között. Az egyes rétegek jobb egérgombbal külön-külön is törölhetők.
 - Jobb oldalt alul található a beütéseket számláló detektor, ami a detektorba jutó részecskék detektálási hatásfokának megfelelő összegét méri. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a három sugárzástípus detektálási hatásfoka nem azonos a sugárzási tényezőkkel, amelyeket a dózisteljesítmény meghatározásánál használunk!
 - Van továbbá egy dózismérőnk is, amely a mérési idő alatt leadott összes dózist méri. (Összes dózis = átlagos dózisteljesítmény · mérési idő)
 - A program menüpontjai közül a „Súgó” menüpontból érhető el ez a leírás.
- A program menüpontjai között szerepel a „Konfiguráció elmentése” menüpont is. Ez egy automatikusan, a versenyzői kóddal generált fájlba menti el az adatainkat annak érdekében, hogy a zsűri megvizsgálhassa. Egyetlen ilyen fájl

jön csak létre, ha többször is rákattintunk erre a menüpontra, az előző változatot mindig felülírja. Ezért is *fontos a program indításakor a kódunk helyes beírása!*

Az 1. forduló feladatainak megoldásai

1. feladat megoldása

- a) Az 555 nm hullámhosszúságú fotonokra a legérzékenyebb az emberi szem. (A leolvasás pontatlansága miatt 550-560 nm közötti értékek is elfogadhatók)
b) Az ilyen hullámhosszúságú fény zöld (zöldessárga) színű.
c) A foton energiája

$$\varepsilon = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5,55 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 3,58 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 0,358 \text{ aJ}.$$

A kilépés feltétele $\varepsilon > W$, ezért csak a rubídium és a cézium jöhet szóba.

A kiszabadított elektron energiája: $E = \varepsilon - W$, ez a rubídium esetében 0,008 aJ, a cézium esetében pedig 0,048 aJ.

d) A záró feszültségre $E = eU$, innen:

$$U = \frac{E}{e} = \frac{8 \cdot 10^{-21} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 0,05 \text{ V a Rb-nál, és}$$

$$U = \frac{0,48 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 0,3 \text{ V a cézium esetében.}$$

2. feladat megoldása

A megoldás lényege, hogy a fény a keletkezés időpontjától kezdve a világűrön át nem mindig halad tökéletes vákuumban. Egyrészt a robbanás következtében pár másodpercig létrejövő nagy hőmérsékletű plazmán kell áthaladnia a fotonnak, viszont a plazmában a fotonok formájában történő energiatranszport igen lassú folyamat.

Másrészt minél távolabb történik egy szupernóva-robbanás, annál valószínűbb, hogy a fény a megfigyelés helyéig megtett út során a vákuumhoz képest optikailag sűrűbb anyagban terjed (intersztelláris anyag, kozmikus felhők, gázok stb.). Ennél fogva a fény közegbeli sebessége valamivel kisebb lesz, mint a tökéletes vákuumbeli fénysebesség.

Ezzel szemben a neutrínók számára az említett közegek „átlátszónak” tekinthetők, gyakorlatilag kölcsönhatás nélkül képesek áthaladni rajtuk. Tudjuk, hogy a neutrínóknak van ugyan tömege, de ez olyan kicsi, hogy a sebességük nagyon jó közelítéssel a vákuumbeli fénysebesség. Összességében a neutrínók által megtett távolság rövidebb, mint a fény optikai úthossza, továbbá a sebességük is állandónak – és nem kisebbnek – tekinthető a fényhez képest, következésképpen hamarabb észlelhető a neutrínó zápor, mint a fény.

3. feladat megoldása

- a) Nem helyes, mert a tömegszámok összegénél nincs figyelembe véve, hogy a hasadás előtt az urán befog egy neutron, és így a ^{236}U hasad el, és nem a ^{235}U . De még

ha ezt figyelembe is venné, akkor sem lenne helyes, mert ez csak egyetlen lehetséges reakció lenne a sok különböző hasadási reakció közül. Nem lehet azt állítani, hogy csak ez a reakció történik!

b) 1,6 kg ^{235}U felhasználása:

$$N = \frac{1600 \text{ g}}{235 \text{ g}} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 4,1 \cdot 10^{24} \text{ db}$$

uránatom hasadását jelenti naponta. Mivel egy hasadás során $198 \text{ MeV} = 3,168 \cdot 10^{-11} \text{ J}$ energia szabadul fel, így 1,6 kg urán ^{235}U felhasználásával az energiatermelés:

$E = 4,1 \cdot 10^{24} \cdot 3,168 \cdot 10^{-11} = 1,299 \cdot 10^{14} \text{ Joule}$ naponta. Egy napban van $24 \cdot 3600 = 86400 \text{ s}$, így a reaktor hőteljesítménye

$$P = \frac{1,299 \cdot 10^{14} \text{ J}}{86400 \text{ s}} = 1,50 \cdot 10^9 \text{ W} = 1500 \text{ MW}.$$

A hatásfok tehát:

$$\eta = \frac{500 \text{ MW}}{1500 \text{ MW}} = 0,33, \text{ azaz kb. } 33\%.$$

A riportalany tehát kb. 13%-al kisebb értéket mondott

c) A b) pontból következik, hogy másfél óránként

$$1,5 \cdot \frac{4,1 \cdot 10^{24}}{24} = 2,56 \cdot 10^{23} \text{ hasadás történik.}$$

Egy hasadás során átlagban 2,4 neutron keletkezik, tehát másfél óra alatt: $6,16 \cdot 10^{23}$ neutron. Elfogadható a riportalany becslése.

4. feladat megoldása

A samárium moláris tömege $150,36 \text{ g/mol}$, ez alapján az 1 gramm mintában lévő atomok száma:

$$N = \frac{1 \text{ g}}{150,36 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 3,99 \cdot 10^{21} \text{ atom.}$$

Ebből a ^{147}Sm atommagok száma: $3,99 \cdot 10^{21} \cdot 0,151 = 6,025 \cdot 10^{20} \text{ db.}$

A bomlások számából a minta aktivitása 124 Bq.

Az aktivitás definíciójából a felezési idő már könnyen kiszámolható:

$$A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T} N \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{A} N = 3,37 \cdot 10^{18} \text{ s} = 1,068 \cdot 10^{11} \text{ év.}$$

5. feladat megoldása

A mérési idő sokkal kisebb, mint a trícium felezési ideje, ezért feltehető, hogy a mérés alatt az aktivitás állandó, azaz

az első palack aktivitása $A_1 = \frac{32}{2\text{ h}}$, míg a másodiké $A_2 = \frac{34}{3\text{ h}}$, tehát $A_1 > A_2$.

Ebből következik, hogy a második palackot régebben készítették.

Az aktivitások időbeli alakulása: $A_i(t) = A_i(0) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, tehát a mérés pillanatában a második palack aktivitása: $A_2(t_m) = A_2(0) \cdot e^{-\lambda \cdot t_m}$, az első palacké pedig:

$$A_1(t_m) = A_1(0) \cdot e^{-\lambda \cdot (t_m - t_1)},$$

ahol t_1 a két palack készítése között eltelt idő, t_m pedig a második palack elkészítése óta eltelt idő.

Természetesen $A_1(0) = A_2(0)$, mivel mindkét palack ugyanabból a fajta szőlőből és ugyanazzal az eljárással készült. Így:

$$\frac{A_2(t_m)}{A_1(t_m)} = \frac{e^{-\lambda \cdot t_m}}{e^{-\lambda \cdot (t_m - t_1)}} = e^{-\lambda \cdot t_1}$$

Ebből a palackozások között eltelt idő:

$$t_1 = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_2(t_m)}{A_1(t_m)} = -\frac{12,32 \text{ év}}{\ln 2} \cdot \ln \frac{\frac{34}{32}}{\frac{3}{2}} = 6,13 \text{ év}.$$

6. feladat megoldása

Az energia egyenlet: $E_{\min}^v + m_p c^2 = m_n c^2 + m_e c^2$.

A neutron bomlásakor felszabaduló energia: $780 \text{ keV} = m_n c^2 - m_p c^2 - m_e c^2$.

Így

$$E_{\min}^v = m_n c^2 + m_e c^2 - m_p c^2 = (m_n c^2 - m_p c^2 - m_e c^2) + 2m_e c^2 =$$

$$780 \text{ keV} + 2 \cdot 511 \text{ keV} = 1802 \text{ keV}$$

7. feladat megoldása

A „zuhanás” közben az energiaegyenlet: $\frac{p^2}{2m} - k \frac{e^2}{r} = 0$, hiszen kezdetben a mozgási és a helyzeti energia is 0. Ebből következik, hogy a mozgás során végig

$$\frac{p^2}{2m} = k \frac{e^2}{r}, \text{ azaz } p = e \sqrt{\frac{2mk}{r}},$$

és a de Broglie összefüggés alapján

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{e} \sqrt{\frac{r}{2mk}} = K \sqrt{r} .$$

Számoljuk ki először a

$$K = \frac{h}{e} \sqrt{\frac{1}{2mk}}$$

kifejezést! SI egységrendszerben $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{J} \cdot \text{m}}{\text{C}^2}$. Így

$$K = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{J} \cdot \text{m}}{\text{C}^2}}} = 3,23 \cdot 10^{-5} \sqrt{\text{m}} .$$

a) Ezzel $r = 1 \text{ m}$ esetén kapjuk: $\lambda = 3,23 \cdot 10^{-5} \text{ m}$, és $r = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ esetén pedig: $\lambda = 2,35 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.)

b) A H-atom alapállapotában

$$\frac{p^2}{2m} - k \frac{e^2}{r} = -E_b ,$$

ahol $E_b = 13,6 \text{ eV}$ a kötési energia, az atom sugara pedig ugyancsak $0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ (klasszikus Bohr-sugár). Az előző gondolatmenet alapján:

$$p = \sqrt{2m \left(\frac{ke^2}{r} - E_b \right)} , \text{ és}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m \left(\frac{ke^2}{r} - E_b \right)}} .$$

Az adatok behelyettesítésével kapjuk:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m \left(\frac{ke^2}{r} - E_b \right)}} =$$

$$\frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(\frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{J} \cdot \text{m}}{\text{C}^2} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}} - 13,6 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} \right)}} = 3,325 \cdot 10^{-10} \text{ m} .$$

c) Mivel a távolság minkét esetben azonos, ($0,529 \cdot 10^{-10}$ m), ezért az elektrosztatikus potenciális energia is azonos. A mozgási energia viszont kötött állapotban kisebb, mivel a hullámhossz nagyobb ($3,325 \cdot 10^{-10}$ m $>$ $2,35 \cdot 10^{-10}$ m).

8. feladat megoldása

a) Fejezzük ki az izotópok aktivitását a felezési idő és az atomok számával:

$$A_{238} = \frac{\ln 2}{4,47 \cdot 10^9 \text{ év}} \cdot 99275, \quad A_{235} = \frac{\ln 2}{7,04 \cdot 10^8 \text{ év}} \cdot 720, \quad A_{234} = \frac{\ln 2}{2,45 \cdot 10^5 \text{ év}} \cdot 5$$

Képezzük az aktivitások hányadosait:

$$\frac{A_{238}}{A_{235}} = \frac{7,04 \cdot 10^8 \text{ év}}{4,7 \cdot 10^9 \text{ év}} \cdot \frac{99275}{720} = 20,65 \approx 21$$

$$\frac{A_{234}}{A_{235}} = \frac{7,04 \cdot 10^8 \text{ év}}{2,45 \cdot 10^5 \text{ év}} \cdot \frac{5}{720} = 19,95 \approx 20$$

Így az aktivitások aránya: $A_{238} : A_{235} : A_{234} = 21: 1: 20$

Ezért a természetes urán $a_U = 25,4$ kBq/g fajlagos aktivitásának megoszlása:

$$a_{238} = 25,4 \frac{\text{kBq}}{\text{g}} \cdot \frac{21}{42} = 12,7 \frac{\text{kBq}}{\text{g}}$$

$$a_{235} = 25,4 \frac{\text{kBq}}{\text{g}} \cdot \frac{1}{42} = 0,6 \frac{\text{kBq}}{\text{g}} \quad \text{lesz.}$$

$$a_{234} = 25,4 \frac{\text{kBq}}{\text{g}} \cdot \frac{20}{42} = 12,09 \frac{\text{kBq}}{\text{g}}$$

b) Az ^{238}U és az ^{234}U izotópok fajlagos aktivitása a természetes uránban jó közelítéssel azonos, annak ellenére, hogy az izotópok számaránya jelentősen eltér (9885:1). A közel azonos aktivitásértékek megjelenése nem véletlen egyezés. Ennek az oka az, hogy a két izotóp azonos radioaktív bomlási sorban (urán-rádium sor) található, ahol szekuláris radioaktív egyensúly alakul ki. Ez azt jelenti, hogy az együtt maradó tagok aktivitása egyenlő, ha az őselem (^{238}U) felezési ideje jóval nagyobb a leányelemek felezési idejénél. Ez esetünkben fennáll, hiszen

$T_{238} \gg T_{234}$. Az ^{234}U izotóp az ^{238}U izotópnak harmadik leszármazottja (dédunoka). A két izotóp az uránércbe zárva tartósan együtt maradt.

9. feladat megoldása

A gömb alakú műhold Nap felé eső felületének vetülete $R^2 \pi$, ezt melegíti a Nap. Egyensúlyban a ráeső teljesítmény megegyezik a hőmérsékleti sugárzás által kisugárzott teljesítménnyel. Miután a burkolat anyaga jó hővezető, ezért

a teljes burkolat azonos hőmérsékletű, és így a gömb teljes felületén $4\pi R^2$ területen sugároz.

a) Először azt az esetet vizsgáljuk, amikor az egész műhold fekete.

Az egyensúly feltétele: $P \cdot R^2 \cdot \pi = \sigma \cdot T_1^4 \cdot 4\pi \cdot R^2$. Ebből következik, hogy

$$T_1 = \sqrt[4]{\frac{P_N}{4 \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1370 \frac{W}{m^2}}{4 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}}} = 2,7878 \cdot 10^2 K \approx 279 K = 6 ^\circ C.$$

b) Mivel a hőmérsékletet növelni szeretnénk, ezért a napos (napsugárzást fogadó) oldalt feketén hagyjuk, az árnyékos oldalt fényvisszaverő (egyben kisugárzást mérséklő) festékkel vonjuk be. (Ellenkező esetben éppen ellenkező hatást érnénk el: a burkolat még alacsonyabb hőmérsékletű lenne.)

c) Ekkor az egyensúlyi egyenlet:

$$P_N \cdot R^2 \cdot \pi = \sigma \cdot T_2^4 \cdot 2R^2 \cdot \pi + a \cdot \sigma \cdot T_2^4 \cdot 2R^2 \cdot \pi.$$

Ebből következik, hogy

$$a = \frac{P_N}{2\sigma \cdot T^4} - 1 = \frac{1370 \frac{W}{m^2}}{2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot (300 K)^4} - 1 = 0,49.$$

10. feladat megoldása

A feladat megoldásához írjuk fel először a két mag pozitív béta-bomlását:



Először válaszoljunk arra a kérdésre, hogy bármelyik magot választhatjuk-e? A Weizsäcker-féle kötési energia képlet alapján nézzük meg, hogy a képlet mely tagjai változnak meg a bomlások során!

Miután a bomlásokban a tömegszám állandó, és a feladat feltételezése szerint a magsugár is állandó, ezért a térfogati és a felületi tagok nem változnak. Mindkét esetben változik a Coulomb-energia, hiszen megváltozik a mag rendszáma. Az aszimmetria energia megváltozik a ${}^{10}C$ esetében, hiszen a kiinduló állapotban $(N - Z)^2 = 4$, a végállapotban pedig $(N - Z)^2 = 0$.

A ${}^{11}C$ esetében azonban nem változik az aszimmetria energia, hiszen mind a kiinduló, mind a végállapotban $(N - Z)^2 = 1$. A kiinduló állapotban $N = 5$ és $Z = 6$, a végállapotban pedig $N = 6$ és $Z = 5$. Azaz, a neutron- és protonszámok felcserélődnek. Az ilyen magokat tükrömagoknak nevezzük. A párenergia tag is megváltozik a ${}^{10}C$ esetén, hiszen páros-páros magból páratlan-páratlan mag keletkezik. Ugyanakkor a ${}^{11}C$ esetén nem változik a párenergia tag sem, hiszen páros-páratlan magból ismét páros-páratlan mag lesz.

Összefoglalva: a ^{10}C bomlása esetén három tag is változik (Coulomb, aszimmetria, párenergia), a ^{11}C bomlása esetén pedig csak a Coulomb-tag. Miután a Coulomb-energiában szerepel a magsugár, ezért ennek a tagnak a megváltozásából a magsugár kifejezhető lesz. Tehát csak a ^{11}C bomlását használhatjuk fel erre a célra.

Írjuk fel az energia megmaradását kifejező egyenletet a ^{11}C bomlására:

$$M_C c^2 = M_B c^2 + 2m_e c^2 + E_2$$

Az itt szereplő tömegek a semleges atomok tömegei! Azért szerepel a jobb oldalon $2m_e c^2$, mert a semleges szénatomban eggyel több elektron van, mint a semleges bóratomban.

Megjegyzés: Ha valaki nem a semleges atomok tömegeire, hanem csak az atommagok tömegeire írja fel az egyenletet, akkor a jobb oldalon a $2m_e c^2$ helyett csak $m_e c^2$ szerepel. Ezt is el kell fogadni.

A kötési energiák szerepéhez fejtjük ki ezt részletesebben:

$$6m_p c^2 + 5m_n c^2 + 6m_e c^2 - E_C = 5m_p c^2 + 6m_n c^2 + 5m_e c^2 - E_B + 2m_e c^2 + E_2$$

Ebből kapjuk:

$$E_2 = m_p c^2 - m_n c^2 + (E_B - E_C) - m_e c^2,$$

illetve

$$E_B - E_C = E_2 + (m_n - m_p) c^2 + m_e c^2,$$

azaz a proton és a neutron közötti tömegkülönbségből adódó nyugalmi energia többletet, a megjelenő pozitron nyugalmi energiáját, valamint a felszabaduló E_2 kinetikus energiát a kötési energiák különbsége fedezi. Ezek pedig – mint megállapítottuk – a ^{11}C esetében csak a Coulomb-energiákban különböznek:

$$E_B - E_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3}{5} \frac{e^2 (6^2 - 5^2)}{R}.$$

(Figyeljünk az előjelre, hiszen a Coulomb-energia csökkenti a kötési energiát!)

Végül a magsugár:

$$R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{e^2 (6^2 - 5^2)}{E_B - E_C} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{e^2 (6^2 - 5^2)}{E_2 + (m_n + m_e - m_p) \cdot c^2}.$$

A döntő feladatainak megoldásai

I. kategória

1. feladat megoldása

2 év elteltével az eredeti anyag kétszer feleződik, tehát $m/4$ tömeg marad belőle. Ehhez helyezünk hozzá m tömeget. Lesz $5/4 m$ izotópunk.

Innen indulva a sugárzó anyag mennyisége t idő elteltével lesz ismét m . Ekkor lesz az aktivitás ismét az eredeti.

$$m = \frac{5}{4}m \cdot 2^{-\frac{t}{T}}.$$

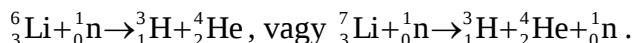
$$\text{Ebből } \frac{4}{5} = 2^{-\frac{t}{T}}, \text{ azaz } t = -T \cdot \frac{\log \frac{4}{5}}{\log 2} = 0,32 \text{ év, azaz kb. 117 nap.}$$

Az aktivitás a tömeg arányában változik, tehát az első izotóp behelyezése után 2 év és 117 nap múlva lesz ismét az eredetivel megegyező az aktivitás.

2. feladat megoldása

a) A Napban és a csillagokban lezajló, idézett reakciókban a gyenge kölcsönhatáson alapuló pozitív béta-bomlás is fontos szerepet játszik, ezért ezek nagyon kis sebességgel mennek végbe. Emiatt ezek földi energiatermelésre nem alkalmasak.

b) A trícium egyensúlyi koncentrációja igen kicsi, mivel a kozmikus sugárzás hatására keletkezik a légkörben, és viszonylag gyorsan, 12 év felezési idővel elbomlik. Ezek miatt a természetben csak igen kis mennyiségben fordul elő, és mesterségesen kell előállítani magreakciók segítségével. A reakcióteret körülvevő lítium köpeny segítségével állítják elő, ahol a fúzió során keletkező neutron hatására a lítiumból trícium keletkezik:



c) Egy reakcióban felszabaduló energia $17,6 \text{ MeV} = 2,82 \cdot 10^{-12} \text{ J}$.

1 s alatt $500 \text{ MJ} = 5 \cdot 10^8 \text{ J}$ energia előállításához

$$\frac{5 \cdot 10^8 \text{ J}}{2,82 \cdot 10^{-12} \text{ J}} = 1,77 \cdot 10^{20} \text{ reakció szükséges.}$$

1 reakcióban részt vesz 5 nukleon (tömegét egységesen $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ értékkel számolva), a felhasznált üzemanyag tömege 1 s alatt:

$m = 1,77 \cdot 10^{20} \cdot 5 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,48 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$. Ennek alapján 1 s alatt $1,48 \cdot 10^{-3} \text{ g}$ üzemanyag fogy el.

$$128 \text{ g üzemanyag} \cdot \frac{128 \text{ g}}{1,478 \cdot 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{s}}} = 86486 \text{ s alatt használódik el.}$$

Ez alig több mint egy nap. (Egy nap 86400 s).

3. feladat megoldása

Golyóként történő rugalmas ütközés során az energia- és lendület-megmaradásnak kell teljesülni. Két esetet kell megvizsgálni. Nyilván mindkét esetben a két fotonnak egymással szemben kell haladni az ütközés előtt (különben nem „érnék utol” egymást). A két esetet az különbözteti meg, hogy az egyik esetben az ütközés után is egymással ellentétes irányban távolodnak, a második esetben pedig azonos irányban (lényegében „együtt”) haladnak.

a) Az első esetben a lendület-megmaradás: $p_1 - p_2 = p'_2 - p'_1$, az energia-megmaradás miatt pedig: $p_1 c + p_2 c = p'_2 c + p'_1 c$. A második egyenletben c -vel való egyszerűsítés után a két egyenlet összeadásából és kivonásából azonnal adódik, hogy $2p_1 = 2p'_2$, illetve $2p_2 = 2p'_1$. Más szóval a fotonok csak „indexet cseréltek”, a végállapotban két ugyanolyan foton van, mint a kezdő állapotban. Mivel az azonos lendületű fotonok megkülönböztethetetlenek, ezért semmi változás nem történt, a fotonok nem „szóródtak” egymáson.

b) A második esetben a lendület megmaradás: $p_1 - p_2 = p'_2 + p'_1$, az energia-megmaradás miatt pedig most is $p_1 c + p_2 c = p'_2 c + p'_1 c$. A két egyenlet kivonásával azonnal adódik, hogy ez csak $p_2 = 0$ mellett teljesíthető. Ekkor pedig nincs „másik” foton, ami kölcsön tudna hatni az elsővel.

4. feladat megoldása

A mérési adatokra illesztett függvény egyenletéből az exponens: $m = 3010$. Az exponensnek dimenziótlan számnak kell lenni, így m dimenziója K (Kelvin fok) kell legyen.

a) A vezetést a tiltott sávon hőmérsékleti gerjesztéssel átemelt elektronok (és lyukak) hozzák létre. Ha a tiltott sáv szélessége ε , akkor a Boltzmann-képlet alapján $N = N_0 \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$ a tiltott sávon átjutott részecskék átlagos száma T hőmérsékleten. Ezzel arányos a vezetőképesség.

Az ellenállás a vezetőképesség reciproka, ezért $R = R_0 \cdot e^{\frac{\varepsilon}{kT}} = R_0 \cdot e^{m \frac{1}{T}}$, azaz

$$m = \frac{\varepsilon}{k}.$$

A tiltott sáv szélessége tehát:

$$\varepsilon = m \cdot k = 3010 \text{ K} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} = 0,4154 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 0,26 \text{ eV.}$$

b) Ez az energia az infravörös tartományba esik. (Ezért érzékeny a termisztor a hőszugárzásra is.)

c) $\varepsilon = \frac{h \cdot c}{\lambda}$, innen $\lambda = \frac{h \cdot c}{\varepsilon} = 4780 \text{ nm}$.

5. feladat megoldása

Fejezzük ki a részecskék T keringési idejét:

$$\frac{mv^2}{r} = B \cdot e \cdot v \rightarrow r = \frac{mv}{Be} \rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \frac{m}{B \cdot e}.$$

A két részecske keringési ideje csak úgy egyezhet meg (mivel B és e azonos), hogy a tömegüknek is azonosnak kell lenni! De a részecskék nyugalmi tömegeiről köztudott, hogy $m_p \approx 1836 m_e$. Ezért csak az elektron jelentős tömegnövekedése révén jöhet létre a tömeg-egyenlőség.

A proton tömegnövekedése kicsi, mivel a mozgási energia (1 MeV) jóval kisebb a nyugalmi energiájánál (938 MeV).

A részecskék teljes energiája így $E_e = E_p = 939 \text{ MeV} = 0,5 \text{ MeV} + W_{\text{em}}$. Ebből adódik, hogy az elektron mozgási energiája $W_{\text{em}} = 938,5 \text{ MeV}$ kell legyen.

b) A pályasugarak arányát a sebességek aránya adja meg (mivel, m , B , e azonosak).

Használjuk a relativisztikus formulát:

$$E_{\text{kin}} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) \rightarrow v_e = 0,9999c \approx c.$$

A proton sebességét (a kis tömegnövekedés miatt) a klasszikus képletből kaphatjuk jó közelítéssel:

$$v_p = \sqrt{\frac{2E_m}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = \sqrt{2} \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Így

$$\frac{r_e}{r_p} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\sqrt{2} \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 21,21.$$

6. feladat megoldása

a) A maximális mozgási energia $W_{\text{max.}} = U_z \cdot e = 2,5 \text{ eV}$, mivel ennyi a zárófeszültség.

Azok az elektronok, amelyeknek a maradék mozgási energiája ennek 50%-a vagy annál kevesebb, az $U = -1,25$ V-os ellentérnél már mind lefékeződtek.

A képlet szerint itt a fotoáram erőssége:

$$I(-1,25 \text{ V}) = 6,173 \frac{\mu\text{A}}{\text{V}^3} \cdot (-1,25 - (-2,5))^3 = 12,056 \mu\text{A}.$$

Számítsuk ki a képlettel közelített intervallum felső végénél is a fotoáram erősségét:

$$I(-0,7 \text{ V}) = 6,173 \frac{\mu\text{A}}{\text{V}^3} \cdot (-0,7 - (-2,5))^3 = 36,000 \mu\text{A}$$

Ez a $40 \mu\text{A}$ -es telítési áram 90%-a, vagyis itt már a katódból kilépő elektronok 90%-a megvan. Ezt összevetve a $-1,25$ V-os ellentérnél lévő kb. $12 \mu\text{A}$ erősségű fotoárammal mondhatjuk, hogy az elektronok $\frac{90\%}{3} = 30\%$ -a

rendelkezik $W_{\max}/2 = 1,25$ eV vagy annál kisebb mozgási energiával. (Megjegyzés: ez a 30% természetesen akkor is kijön, ha valaki nem számítja ki a $-0,7$ V-hoz tartozó értéket, hanem veszi a $12 \mu\text{A}$ és a telítési $40 \mu\text{A}$ áram hányadosát. Erre is meg kell adni a teljes részpontot.)

Tehát a maximális mozgási energiának legalább a felét a katódból kilépő elektronok

$100\% - 30\% = 70\%$ -a veszítette el.

b) A fotonok energiájának meghatározása az Einstein-egyenletből:

$$\varepsilon = |U_z| \cdot e + W_{ki} = 2,5 \text{ eV} + 2,6 \text{ eV} = 5,1 \text{ eV} = 8,16 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Így a katódba másodpercenként becsapódó fotonok száma:

$$n_f = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ W}}{8,16 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 24,5 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{s}}.$$

A katódból másodpercenként kilépő elektronok száma pedig a telítési áramból

$$n_e = \frac{I_t}{e} = \frac{4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{C}}{\text{s}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 2,5 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{s}}.$$

Így a kvantumhatásfok: $Q = 2,5/24,5 = 0,1$, azaz 10 %-os.

7. feladat megoldása

A wolframszál ellenállása 2027°C -on a teljesítményből számolható:

$$R_{2027} = \frac{U^2}{P} = 176,33 \Omega.$$

Az ellenállás hőmérsékletfüggése:

$$R_{2027} = R_{20} (1 + \alpha \cdot \Delta T) = R_{20} \left(1 + 0,0041 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 2007^\circ\text{C} \right) = R_{20} \cdot 9,23$$

Ebből a 20 °C-ra visszaszámolt ellenállás: $R_{20} = \frac{R_{2027}}{9,23} = 19,1 \Omega$.

Ekkora ellenállást különböző hosszúságú és különböző keresztmetszetű wolfram huzalokkal is meg lehet valósítani. $R_{20} = \rho \frac{l}{q}$, ahol l a huzal hossza, q pedig a keresztmetszete. Két ismeretlenünk van tehát, és csak egy egyenletünk.

A másik egyenletet abból a feltételből kapjuk, hogy a huzalnak 2027 °C-on 300 W teljesítményt kell hőmérsékleti sugárzás formájában kibocsátani. Ebből a huzal felszínét lehet meghatározni a Stefan-Boltzmann törvény segítségével: $P = \sigma \cdot T^4 \cdot A$, ahol T a kelvinekben mért hőmérséklet, A a felszín, és σ pedig a Stefan-Boltzmann állandó $\sigma = 5,672 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$.

Azaz

$$A = \frac{P}{\sigma \cdot T^4} = \frac{300 \text{ W}}{5,672 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot (2027 + 273)^4 \text{ K}^4} = 1,89 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Legyen r a huzal sugara, akkor egyrészt $A = 2\pi \cdot r \cdot l$ (hiszen a huzal palástjának felszíne mellett a „végek” elhanyagolható járulékot adnak), másrészt a huzal keresztmetszete: $q = \pi \cdot r^2$. Így a két egyenletünk a két ismeretlenre (l és r): $\frac{l}{\pi \cdot r^2} = \frac{R_{20}}{\rho}$, valamint $2\pi \cdot r \cdot l = A$. A két egyenletet

elosztva egymással l kiesik, és kapjuk: $2\pi^2 \cdot r^3 = \frac{A \cdot \rho}{R_{20}}$, amiből

$$r = \sqrt[3]{\frac{A \cdot \rho}{2\pi^2 R_{20}}}.$$

Behelyettesítve az értékeket kapjuk:

$$r = \sqrt[3]{\frac{1,89 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 5,5 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}}{2\pi^2 \cdot 19,1 \Omega}} = 3,02 \cdot 10^{-5} \text{ m}.$$

A huzal átmérője tehát $d = 2r = 0,06 \text{ mm}$.

A huzal hossza pedig: $l = \frac{A}{2\pi \cdot r} = \frac{1,89 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{6,28 \cdot 3,02 \cdot 10^{-5} \text{ m}} = 0,996 \sim 1 \text{ m}$.

Ezt a huzalt természetesen spirál alakban (sőt dupla spirál alakban) fel szokták csavarni, hogy kisebb helyen elférjen.

8. feladat megoldása

Első megoldás:

A Cserenkov-sugárzás feltétele, hogy a közegben lévő fénysebességet meghaladja a töltés sebessége. A közegbeli fénysebesség jelen esetben:

$$c = \frac{c_0}{n} = 0,752 \cdot c_0 = 2,255 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A feltétel tehát: $v_e \geq c$. Az elektron minimálisan szükséges mozgási energiáját az alábbi módon lehet kiszámítani:

$$\begin{aligned} T_e &= mc_0^2 - m_0c_0^2 = m_0c_0^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) = \\ &= m_0c_0^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{n}\right)^2}} - 1 \right) = 511 [\text{keV}] \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (0,752)^2}} - 1 \right) = \\ &= 511 \text{ keV} \cdot 0,517 = 264,06 \text{ keV}. \end{aligned}$$

Compton-szórás esetében, ha a bejövő foton energiája E , és a szórt foton energiája E' , akkor maximális energiaátadás esetében (180° -os szórás, ez a legkedvezőbb eset) az elektron mozgási energiája ($E_0 = 511 \text{ keV}$ az elektron nyugalmi energiája):

$$T_e = E - E' = E \left(1 - \frac{1}{1 + 2 \frac{E}{E_0}} \right) \Rightarrow 0 = 2 \frac{1}{E_0} E^2 - 2 \frac{T_e}{E_0} E - T_e,$$

végül a keresett E foton energiára egy másodfokú egyenletet kapunk. Ennek megoldása:

$$E = E_0 \frac{2 \frac{T_e}{E_0} \pm \sqrt{\left(2 \frac{T_e}{E_0}\right)^2 + 8 \frac{T_e}{E_0}}}{4} = E_0 \frac{2 \frac{T_e}{E_0} + 2 \frac{T_e}{E_0} \sqrt{1 + 2 \frac{E_0}{T_e}}}{4} > 0.$$

A korábban kapott $T_e = 264,26 \text{ keV}$ mozgási energiát behelyettesítve a foton energiáját megadó képletbe, az alábbi eredményt kapjuk:

$$E = E_0 \frac{2 \cdot 0,517 + 2 \cdot 0,517 \sqrt{1 + 2 \cdot 1,934}}{4} = 423,55 \text{ keV.}$$

Második (alternatív) megoldás:

Compton-szórásnál a hullámhosszváltozás: $\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 \cdot c}(1 - \cos\vartheta)$, ezért a foton 180-os szóródásakor a hullámhossz-növekedés:

$$\Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_0 \cdot c} = 2\lambda_C,$$

ahol λ_C a Compton-hullámhossz. Így az energiaegyenlet:

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} - \frac{h \cdot c}{\lambda + 2\lambda_C} = T_e.$$

Ebből a foton λ hullámhosszára az alábbi másodfokú egyenlet adódik:

$$\lambda^2 + 2\lambda_C \cdot \lambda - \frac{2\lambda_C \cdot h \cdot c}{T_e} = 0$$

Így az egyenlet pozitív gyöke:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{-2\lambda_C + \sqrt{4\lambda_C^2 + \frac{8\lambda_C \cdot h \cdot c}{T_e}}}{2} = \lambda_C \left(\sqrt{1 + \frac{2h^2}{\lambda_C^2 \cdot m_0 \cdot T_e}} - 1 \right) = \\ &= \lambda_C \left(\sqrt{1 + \frac{2m_0 \cdot c^2}{T_e}} - 1 \right) \approx 1,207 \lambda_C = 1,207 \frac{h}{m_0 \cdot c} \end{aligned}$$

$$\text{Így a foton energiája: } E_\lambda = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{m_0 \cdot c^2}{1,207} = 423,4 \text{ keV}$$

9. feladat megoldása

A vastagság szórása 5% lehet centiméterenként. A detektor előtt a $0,2 \text{ m/s} = 20 \text{ cm/s}$ sebességű papír egy centimétere $1/20 = 0,05 \text{ s}$ alatt halad el, ezért a vastagság adott pontosságú mérésének is ennyi idő alatt meg kell történnie.

Tudjuk, hogy a detektor beütésszámára $\Delta N_0 = \sqrt{N_0}$, ezért $\frac{\Delta N_0}{N_0} = \frac{1}{\sqrt{N_0}}$.

A feladat adatai alapján tehát $0,05 = \frac{\Delta x}{x} = \frac{1}{\sqrt{N_0}} \cdot 1,797$. Ebből $N_0 = \left(\frac{1,797}{0,05} \right)^2 = 1292$ beütést kell detektálnunk $0,05 \text{ s}$ alatt.

Azaz a szükséges intenzitás a detektorban: $\frac{1292}{0,05\text{ s}} = 25840 \frac{1}{\text{s}}$

A papír gyengíti a sugárzást, ezért a forrás által 1 s alatt a detektor felé küldött részecskék számára (N_0) tehát: $2,58 \cdot 10^4 = N_0 \cdot 2^{-\frac{0,1}{0,028}}$, amiből kapjuk:

$N_0 = 2,58 \cdot 10^4 \cdot 2^{\frac{0,1}{0,028}} = 30,67 \cdot 10^4$ részecske. A detektor teljes hatásfoka 1 %, így a mérés ilyen pontosságú elvégzéséhez a forrásnak másodpercenként százszor ennyi béta-részecskét, azaz $\sim 30,67$ millió részecskét kell kibocsátani. A forrás szükséges aktivitása tehát $\sim 30,67$ MBq.

10. feladat megoldása

A fotonok lendületet kapnak a közeledő űrhajóval való ütközéskor. Mivel azonban az űrhajó tömegét végtelen nagynak kell vegyük, ezért az energia- és lendület-megmaradást nem használhatjuk, hiszen mind a kezdeti, mind a végállapotban végtelen nagy tagok lépnének fel. Más utat kell választani.

A fotonok ütközésének leírása a legegyszerűbben az űrhajóhoz rögzített koordináta-rendszerből történhet. Ebben a koordináta-rendszerben az űrhajó áll, és mivel a tömege végtelen nagy, ezért nem vesz át energiát (csak lendületet). Ebben a koordináta-rendszerben a fotonok energiája nem változik meg, csak „visszapattannak”. Az űrhajóhoz rögzített koordináta-rendszer

azonban a Földhöz képest $\beta = \frac{v}{c} = 0,9999$ sebességgel közeledik, azaz a mozgó megfigyelő Doppler-eltolódott fotonokat fog látni. Az űrhajó tehát nem $E_0 = 3\text{ eV}$ energiájú fotonokat fog észlelni, hanem

$$E' = E_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$

energiájúakat.

Ezek – ebben a koordináta-rendszerben – ugyanekkora energiájú fotonokként pattannak vissza, és haladnak vissza a Föld felé. A földi űrrendőrség ezeket a fotonokat azonban ugyancsak Doppler-eltolódottként fogja észlelni, hiszen ezeket egy, a Föld felé mozgó forrás bocsátotta ki. Emiatt a Földön ezek energiája a következő lesz:

$$E'' = E' \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = E_0 \frac{1+\beta}{1-\beta}.$$

Az adatokat behelyettesítve kapjuk:

$$E'' = E_0 \frac{1+\beta}{1-\beta} = 3\text{ eV} \cdot \frac{1+0,9999}{1-0,9999} = 59997\text{ eV} \approx 60\text{ keV}.$$

Az ultraibolya fotonok tehát eléggé kemény Röntgen-sugárzásként érnek vissza a Földre.

II. kategória 9-10. feladatának megoldása

9. feladat megoldása

A rendszámok változását a következőképpen számíthatjuk. Az alfa-bomlások kettővel csökkentik a rendszámot, a negatív béta-bomlások eggyel növelik, az elektronbefogások pedig eggyel csökkentik. Így kapjuk az eredő rendszámra:

$$Z_2 = Z - 2 \cdot a + 1 \cdot b - 1 \cdot c.$$

A tömegszámokat viszont egyedül az alfa-bomlások változtatják (négyvel csökkentik), azaz

$$A_2 = A - 4 \cdot a.$$

10. feladat megoldása

a) Az ember testében lévő természetes urán tömege:

$$M_u = 70 \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{g}}{\text{kg}} = 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ g}.$$

Így az uránatomok száma:

$$N = \frac{70 \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{g}}{\text{kg}}}{238 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 5,29 \cdot 10^{17}.$$

$$\text{b) } A = 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ g} \cdot 25,4 \frac{\text{kBq}}{\text{g}} = 5,334 \text{ Bq} \approx 5 \text{ bomlás másodpercenként.}$$

c) Az elnyelt sugárzási energia egy év alatt:

$$E_{\text{elnyelt}} = 5,334 \frac{1}{\text{s}} \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ s} \cdot 4,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 120,97 \cdot 10^{-6} \text{ J} \approx 0,00012 \text{ J} \\ = 0,12 \text{ mJ}.$$

$$\text{Így az elnyelt dózis: } D_e = \frac{0,00012 \text{ J}}{70 \text{ kg}} = 1,7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 1,7 \mu\text{J}.$$

Az éves egyenértékdózis: $H = w_R \cdot D_e = 20 \cdot 1,7 = 34 \mu\text{Sv}$.

Ez 1,4 %-a a lakossági éves természetes eredetű sugárterhelésnek.

$$\text{d) A hasadási aktivitás: } A_H = \frac{\ln 2}{10^{16} \text{ év}} \cdot 5,29 \cdot 10^{17} = 36,6 \frac{1}{\text{év}} \approx \frac{1 \text{ hasadás}}{10 \text{ nap}}.$$

Tehát átlagosan 10 naponként következik be 1-1 spontán uránatommag hasadás az ember testében.

**A 2016. évi 19. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny
döntőjének eredménye 11-12. évfolyam (I. kategória)**

Hely	NÉV	Iskola	Város	Felkészítő tanár
1.	Kovács Péter Tamás	Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Juhász Tibor, Pálovics Róbert
2.	Turi Soma	ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium	Budapest	Zsigri Ferenc, Basa István, Gyertyán Attila
3.	Sal Kristóf	Fazekas Mihály Fővárosi Gyak. Gimn.	Budapest	Horváth Gábor
4.	Szentivánszki Soma	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter
5.	Gémes Antal	Bethlen Gábor Református Gimnázium	Hódmezővásárhely	Nagy Tibor, Lakatos-Tóth István
6.	Balogh Menyhért	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert
6.	Tompa Tamás Lajos	Földes Ferenc Gimnázium	Miskolc	Kovács Benedek, Pál Mihály, Zámboreszky Ferenc
8.	Jakus Balázs István	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert
9.	Németh Flóra Boróka	Keszthelyi Vajda János Gimnázium	Keszthely	Farkas László
10.	Forrai Botond István	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert
11.	Asztalos Bogdán	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Horváth Norbert
12.	Kasza Bence	Budai Ciszterci Szent Imre Gimnázium	Budapest	Ábrám László, Sarkadi Tamás
13.	Blum Balázs	Baár-Madas Református Gimnázium	Budapest	Hortváth Norbert
14.	Büki Máté	Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium	Zalaegerszeg	Pálovics Róbert
15.	Simonek Tamás	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva
16.	Sudár Ákos	Budapest XVI. kerületi Szerb Antal Gimnázium	Budapest	Dékán Tamás, Szemes Balázs, Hazir Barbara
17.	Papp Zoltán	Energetikai Szakközépiskola és Kollégium	Paks	Nagyné Lakos Mária
18.	Deák Elemér Dávid	Péterfy Sándor Evangélikus Gimnázium, Általános Iskola és Óvoda	Győr	Háberfelner László
19.	Varjas István Péter	Budapest XVI. kerületi Szerb Antal Gimnázium	Budapest	Hegyiné Farkas Éva
20.	Csurgai-Horváth Bálint	Budapest XIV. Kerületi Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva

**A 2016. évi 19. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny
döntőjének eredménye 9-10. évfolyam
(II. kategória)**

Hely	Név	Iskola	Város	Felkészítő tanár
1.	Boldis Bercel	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László
2.	Csire Roland	DRK Dóczy Gimnáziuma	Debrecen	Tófalusi Péter
2.	Krasznai Anna	Keszthelyi Vajad János Gimnázium	Keszthely	Farkas László
4.	Illyés András	Budapesti Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva
4.	Páhoki Tamás	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter
6.	Velkey Vince	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva
7.	Borsi Szilárd	Szigetszentmiklósi Batthyány Kázmér Gimnázium	Szigetszentmiklós	Bülgözdí László
8.	Svastits Domonkos	Piarista Gimnázium	Budapest	Chikán Éva
9.	Világos Blanka	Budapest XIV. Kerületi Szent István Gimnázium	Budapest	Gyimesi Éva
10.	Kolontári Péter	Pécsi Leőwey Klára Gimnázium	Pécs	Simon Péter

2013 szimulációs feladat – megoldás és minta jegyzőkönyv

Papp Gergely

Ezt a jegyzőkönyvet a szerző úgy készítette el, mintha maga is versenyző lenne. A jegyzőkönyv írása illetve a program indítása előtt nem volt ismerete a program működéséről, a lehetséges mérési eredményekről, vagy az ismeretlen minta összetételéről. A jelen jegyzőkönyv a pedagógiai okokból szereplő extra magyarázatok és érdekességek értelemszerű elhagyásával tekinthető egy bőszavú minta jegyzőkönyvnek. A versenyen nem szükséges ennyi szöveg, de a táblázatokban szereplő adatokra és a kalibrációs egyenesre szükség van.

Bevezetés

Feladatunk kvalitatív aktivációs analízis: **reaktorban besugárzott kristályos minta anyagi összetételét kell meghatározni.** Ebben a mérésben pusztán az anyag minőségére és nem mennyiségére van szükség, ezért mennyiségi analízist illetve ahhoz kapcsolódó mérési feladatokat nem végzünk.

A mérést a program ismertetőjének elolvasásával kezdjük. Megismerkedtünk vele hogy kell a programot indítani, bezárni; sugárforrásokat cserélni, detektor pozíciót állítani, a mérést elindítani és leállítani. Próbaképp felvesszük az egyik kalibrációs minta spektrumát. Ezután kipróbáljuk hogyan kell a ROI (Region Of Interest, elemzésre kiválasztott zóna) határait beállítani és a mért csúcshelyet leolvasni, majd elolvassuk a mérési feladatokat. A mérési feladatok alapos végigolvasása után elkezdjük az első mérési pontot.

1. Feladat - A detektor kalibrálása

Hogy megbizonyosodjunk róla hogy a csúcshelyek értéke független a detektor pozíciójától, felvesszük a ^{60}Co és a ^{137}Cs minta spektrumát a default pozícióban, majd a detektort a mintához lehető legközelebbi pozícióba helyezzük, és ott is megmérjük a csúcshelyeket. (Mért spektrumra példát mutat az 1. (a) ábra.) Mérésünk alapján a csúcsok helye nem változik a detektor pozíció függvényében, **ezért mostantól a mintához legközelebbi állásban mérünk, hogy a lehető legkevesebb ideig kelljen mintát venni.** Ezeket a mérési eredményeket az 1. táblázatban közöljük. A csúcshelyek értéke az egész jegyzőkönyvben keV-ben van megadva. Az A/D átalakítónk 4096 csatornával rendelkezik (12-bit). A mérés kezdete előtt nincs információnk a mérési értékhatárokról.

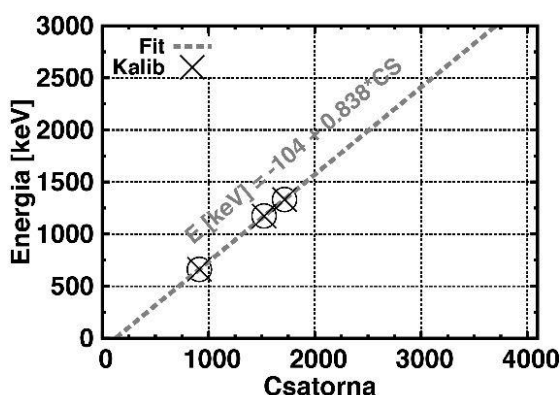
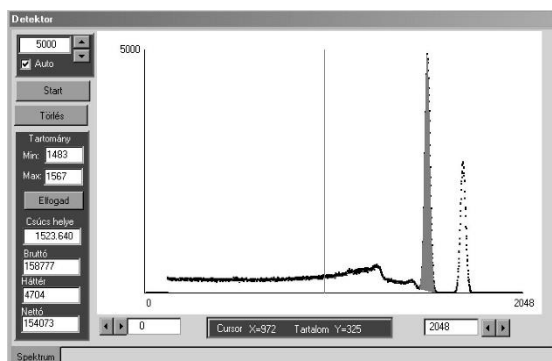
	Izotóp	ROI 1	ROI 2	Csúcs [CS]	N _{BR}	N _{NET}	Csúcs [keV] Irodalmi
Távol	⁶⁰ Co	1483 1668	1567 1763	1523.0 1715.1	2725 1657	2683 1657	1173,24 1332,50
Közel	⁶⁰ Co	1483 1668	1567 1763	1523.5 1715,7	30358 17319	29770 16894	1173,24 1332,50
Távol	¹³⁷ Cs	879	951	913,9	27587	27479	611,65
Közel		879	951	913,9	103391	102995	611,65

1. táblázat. Kalibrációs mérési adatok

Mivel mennyiségi analízist nem végzünk, ezért nem szükséges a detektor hatásfokát semmilyen energián meghatározni. Éppen ezért a különböző mérési időeknek sem kell egyformának lennie, **de elegendő beütést kell gyűjtenünk hogy a csúcshely meghatározása ne legyen túl bizonytalan.** A csúcsok alatti teljes beütések számát közöljük, hogy érzékeltesük a mintavétel statisztikáját.

Ezek után szükséges a kalibráció elvégzése. A mérési pontokra $E = Ax + b$ egyenest illesztünk, ahol x a csúcs pozíciója csatornaszámban mérve, a csúcshelyet pedig keV-ben kapjuk meg. Ezen a ponton többféle utat választhatunk. Tetszőlegesen kiválasztott két kalibrációs pontra felírva az egyenletet megoldhatjuk A -ra és b -re, majd ellenőrizhetjük a megoldásunkat a harmadik mérési ponttal. Használhatunk milliméterpapíron végzett egyenesillesztést és a koordinátatengelyek metszéspontjaiból meghatározhatjuk a paramétereket. Számítógépes feladat révén az illesztést elvégezhetjük excel-ben is, vagy tetszőleges rendelkezésre álló programban.

E jegyzőkönyv írója az ingyenes gnuplot programot használta, mely ábrázolásra és függvényillesztésre is kiválóan alkalmas. Az illesztett értékek $b = -104 \pm 2,8$ (2,7%) és $A = 0,838 \pm 0,002$ (0,24%). A mérési pontokat és az illesztett egyenest az 1. (b) ábra mutatja. Az illesztett paraméterek bizonytalansága igen kicsi, ez alapján helyesnek tűnik a lineáris függés feltételezése. Bár megtehetnénk, a továbbiak során az illesztett paraméterek bizonytalanságával nem számítunk konfidenciaintervallumot az ismeretlen minta mért csúcsaira, ugyanis ez nem része a középiskolás tananyagának. **Pusztán azt nem szabad szem elől vesztenünk, hogy a mért, majd visszaszámított csúcshelyeket nem fogjuk egzaktul megtalálni a gamma-energia táblázatban.** Éppen ezért a mért csúcshelyeket sem szükséges túl nagy precizitással megadni. A kalibráció végrehajtása után az ismeretlen minta mérése következik.

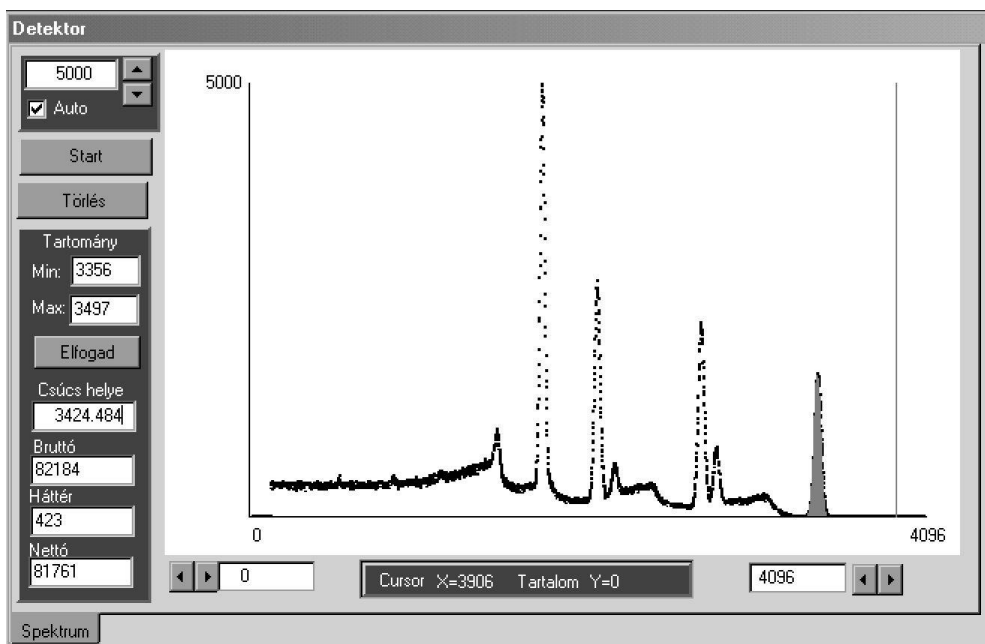


1. ábra. (a) Kalibrációs mérés során felvett ^{60}Co spektrum, az első csúcs elemzésre kiválasztva. (b) A kalibráláshoz használt egyenes illesztése.

2. Feladat - Az ismeretlen minta mérése

Az ismeretlen minta mérésekor a detektort a legközelebbi pozícióban tartottuk. Mivel nem szükséges, nem jegyezzük fel a csúcsterületek mért értékeit, pusztán megjegyezzük, hogy a legkisebb általunk elemzett csúcs csúcsterülete legalább

20 000 beütés volt, melyet elégséges statisztikának ítéltünk meg. (Az ismeretlen minta mérést elkezdhetjük már a kalibrációs számítások alatt is.) Az ismeretlen minta spektrumában 7 szignifikáns csúcsot azonosítottunk, így ezeknek az elemzését végeztük el. A csúcsok számozását önkényesen a növekvő energiáktól csökkenő energiák felé vettük fel. A mért eredményeket a 2. táblázat és 2. ábra tartalmazza.



2. ábra. Az ismeretlen minta mért spektruma, az utolsó csúcs elemzésre kiválasztva.

#	ROI 1	ROI 2	Csúcs [CS]	Csúcs [keV]
1	3356	3497	3424,3	2765,5
2*	2765	2870	2812,3	2252,7
3	2665	2767	2720,1	2175,4
4*	2159	2247	2199,5	1739,1
5	2037	2155	2092,2	1649,3
6	1704	1827	1761,2	1371,8
7*	1445	1546	1485,0	1140,0

2. táblázat. Ismeretlen minta mérési adatai.

Megjegyezzük, hogy a 7 csúcs közül 4 volt összemérhető csúcsterületű, további 3 pedig az előző 4-nél kisebb csúcsterülettel rendelkezett. Első megfontolásra azt sejtethjük, hogy ez a három csúcs (a 2. táblázatban *-al jelölve) kiszökési csúcs lesz. **A kiszökési csúcsok lehetséges jelenlétére a mérésleírás is utal.** Kiszökési csúcsról akkor beszélhetünk, ha a detektorba érkező, 2*511 keV-nél nagyobb energiájú gamma-foton párkeltéssel egy elektron-pozitron párt hoz létre, majd a pozitron annihilációjakor az egyik (vagy mindkettő) 511 keV-es annihilációs gamma-foton detektálás nélkül „kiszökik” a detektorból. Ekkor az eredeti gamma energiát 1- vagy 2-szer 511 keV-el alacsonyabbnak mérjük.

Az illesztett energiákat vizsgálva kiderül, hogy #2 ~ #1-511 keV, #4 ~ #1-2*511 keV és #7 ~ #5 - 511 keV. **Tehát jó eséllyel valóban kiszökési csúcsokról van szó a #2, #4, #7 csúcsok esetén.**

Ezek után feladatunk, hogy meghatározzuk az ismeretlen minta összetételét.

3. Feladat - Az ismeretlen minta anyagi összetételének meghatározása

Az anyagi összetétel vizsgálatakor a következő szempontokat kell figyelembe vennünk:

- A #2, #4 és #7 csúcsok jó eséllyel kiszökési csúcsok, ezért első körben a maradék 4-re koncentrálunk. Természetesen később ezeket is ellenőrizzük.
- Mivel a minta kristályos, nagyon valószínű hogy nem egy izotópból áll.
- A minta aktivációs analízisből származik, így első körben érdemes a neutrontöblettel rendelkező izotópokat gyanítani, abból is először a +1 neutronnal rendelkezőket.

A harmadik feladat megoldása a fenti szempontok figyelembevételével egy kis fejtörőt eredményez, ahol többféle egyéni szempont és módszer szerint ügyeskedhetünk. **A jegyzőkönyv írója a csúcsokat növekvő energiák felől kezdte el azonosítani, ugyanis itt a megadott gamma-energia táblázat ritkábban tartalmaz értékeket, így könnyebb lehet eligazodnunk.** Az #1-es csúcs értéke 2765,5 keV. A 2700-as tartományban a táblázat 5 izotópot tartalmaz, legközelebbi a ^{24}Na 2754,028 keV-en. Ezzel egyből szerencsénk van, ugyanis éppen 1 neutrontöbbletű izotópról van szó. **Amennyiben egy izotóp esetén egynél több csúcsról van szó, és egyik csúcsát megtalálni véljük a spektrumban, úgy az izotóp többi csúcsának is jelen kell lennie!** A pdf fájlban a „Na-24“-re rákeresve megtaláljuk a ^{24}Na további csúcsait is. **Figyeljünk a gamma-gyakoriságokra, és csak olyan csúcsokat vegyünk figyelembe, amelyek szignifikáns gyakorisággal rendelkeznek!** Még egy szignifikáns csúcsot találunk, ez a 1368,633 keV-nél található. Ez nagyon közel van a mért #6-os csúcsunkhoz. Tehát a mintát alkotó egyik izotóp nagy valószínűséggel a ^{24}Na , de kell még legyen legalább egy izotóp ami a többi csúcsért felel. A #2-es csúcs környékén nincsen szignifikáns gamma-gyakoriságú csúcs, ezért kijelenthetjük hogy a #2-es csúcs valóban az #1-es kiszökési csúcsa.

A #3-as csúcs mért értéke 2175,4 keV, ehhez legközelebb a ^{38}Cl áll 2167,405 keV-en. **Ez a csúcsunk több szempontból is bizonyosnak tűnik: körülötte nincsen más, nagy gamma-gyakoriságú csúcs, a klór 38-as izotópja a stabil 37-esnél 1-el több neutront tartalmaz így jó eséllyel aktivációs termék,**

ráadásul a NaCl jól ismert kristály, a konyhasó. A pdf-ben ismét rákeresve a Cl-38-ra még egy csúcsot találunk, 1642,714 keV-en, ez az #5-ös csúcsunknak felel meg. A #4-es csúcs környékén nem igazán találunk nagy gamma-gyakoriságú csúcsot. Esetleg a ^{206}Bi jöhetne szóba, de annak másik 3 csúcsa sehol nem szerepel a spektrumunkban, tehát a #4-es csúcsot elfogadjuk az #1-hez tartozó kétszeres kiszökési csúcsnak. Utolsó csúcsunk a #7-es. Ennek környékén szintén kevés nagy gamma-gyakoriságú csúcs található, egyik az ^{86}Y a másik a ^{44}K , egyiknek sem látszanak egyéb csúcsai a spektrumban. Így a #7-es csúcsot is elfogadjuk az #5-öshöz tartozó kiszökési csúcsnak.

Felmerülhet még a kérdés, hogyha az #1-esnek és #5-ösnek van kiszökési csúcsa, akkor a #3-asnak és a #6-osnak miért nincs? Az energiákat jobban szemügyre véve láthatjuk, hogy a #3-as kiszökési csúcsa éppen átfedésben van az #5-ös csúccsal. A #7-es csúcs kiszökési csúcsát direkt méréssel megtalálhatjuk a Compton-háttérben, ehhez azonban célzottan a megfelelő tartománya kell állítani a ROI-t, szemmel nem látható. Megjegyezzük, hogy mennyiségi analízis végzése a kiszökési csúcsok, főleg egy átfedő kiszökési csúcs jelenlétében nem lenne triviális feladat.

Az ismeretlen minta mért csúcsainak elemzését a 3 táblázat tartalmazza. Megjegyezzük, hogy egy valódi jegyzőkönyvben ezt praktikus összevonni a 2. táblázattal, mi viszont ebben a jegyzőkönyvben pedagógiai okokból külön választottuk.

#	Csúcs [keV]	Csúcs [keV] Irodalmi	Izotóp
1	2765,5	2754,0.28	^{24}Na
2*	2252,7	#1-511	
3	2175,4	2167.405	^{38}Cl
4*	1739,1	#1-2*511	
5	1649,3	1642.714	^{38}Cl
6	1371,8	1368.633	^{24}Na
7*	1140,0	#5-511	

3. táblázat. Ismeretlen minta anyagi összetételének meghatározása

Tehát kijelenthetjük, hogy a mintánk aktivált konyhasó, a gamma-spektrumban ^{24}Na és ^{38}Cl izotópokhoz rendelhető foto- és kiszökési csúcsokat azonosítottunk.

Végezetül érdekességgéppen elvégeztük a detektor újbóli kalibrációját, ezáltal a most azonosított plusz 7 mérési pontot is felhasználva. Az új illesztés értéke $E [\text{keV}] = -100 + 5/6 \cdot \text{CS}$. Ez a kalibrációs egyenes szinte tökéletes illeszkedést

ad, ami - szimulációs program lévén - nem kell hogy meglepő legyen számunkra.

Pontozás

Detektorpozíció hatásának vizsgálata, a pozíció jegyzőkönyvben jelzése	1 pont
Beütésszámok / statisztika jelzése	1 pont
Kalibrációs források mérése (2 ROI, 2-féle csúcshely), ábra	4 pont
A , b paraméterek meghatározása és <i>világos</i> dokumentálása	3 pont
Ismeretlen minta mérése (2 ROI, 2-féle csúcshely), ábra	2 pont
Anyagi összetétel <i>logikus</i> meghatározása, gondolatmenet dokumentálása	10 pont
Kiszökési csúcsok azonosítása és <i>ellenőrzése</i>	2 pont
„Hiányzó“ kiszökési csúcsok	+1 pont
Egyéb (külalak, rendezettség, logika, minden szükséges adat megvan, stb.)	2 pont

2014 szimulációs feladat – részletes megoldás

Papp Gergely

Ezt a mérést a szerző próbálta úgy elkészíteni, mintha maga is versenyző lenne. Hozzá kell tenni, hogy a szerző korábban végzett már Millikan mérést mind szimulációs programmal (amikor versenyző volt) mind valódi kísérletben. Ezzel együtt a jegyzőkönyv írása illetve a program indítása előtt nem volt ismerete a program működéséről, a lehetséges mérési eredményekről, a keresett töltés nagyságáról. A jelen jegyzőkönyv a pedagógiai okokból szereplő extra magyarázatok és érdekességek értelemszerű elhagyásával tekinthető egy bőszavú minta jegyzőkönyvnek. A versenyen messze nem szükséges ennyi szöveg és formázás. Idő hiányában kevesebb mérési pont is elfogadható, amennyiben a gondolatmenet és a mért adatokból levont következtetések helyesek.

Bevezetés

A feladat az elemi töltés mérése Millikan módszerével. A csavar az, hogy egy „távoli világ” elemi töltését mérjük, azaz nincs előre tudásunk arról, hogy mi kell legyen az eredmény. A Millikan mérés modern végrehajtásában az egyik gyakori hiba, hogy a mért töltés értékeket elosztják a már ismert elemi töltés értékkel, hogy meghatározzák egy-egy csepp hány „e” töltést hordoz, majd innen illesztnek vissza. A „távoli” elemi töltés ismeretében ez azonban nem lehetséges, tehát autentikusabb módszert kell használnunk.

Minél több csepp megméréssel minél pontosabb lenne az eredmény, viszont az idő szűkössége miatt jól kell meghatároznunk hogy mivel mennyi időt töltünk.

1. Ismerkedés a programmal

A mérési pontok megkezdése előtt megismerkedtem a programmal, a kezelőszervek használatával. Úgy képzelem hogy olajcseppeket fecskendezek majd be, majd a kiválasztott cseppet követem, és a feszültség állítása után sebességmérést végzek. A beépített óra egyszerre könnyítés és nehezítés, mert a kurzorral kell állítani a feszültséget és kezelni az órát, ami a követett csepp elvesztéséhez vezethet. Az is látszik hogy meg kell találni a megfelelő egyensúlyt: ha túl lassú a csepp akkor pontosabb és kevésbé kockázatos, de tovább tart a mérés. Gyors cseppnél rosszabb a leolvasási pontosság, de több cseppet tudunk egységnyi idő alatt megmérni.

Az már most látható hogy a cseppek relatíve nagyok az osztásközhöz képest. **Elsődlegesen úgy becsülöm, hogy a csepp látszólagos átmérője durván egy kis osztás 1/3-ad része, ezt tekinthetjük leolvasási pontosságnak.** Hogy a relatív leolvasási pontosság minél jobb legyen, **értelmes lesz nagy távolságokon** utaztatni a cseppeket. Ez a mérési időt is növeli, azaz a stopperóra 0,1 s-es osztásából és a reakcióidőből eredő bizonytalanság is relatíve kisebb.

A másik ami feltűnik, hogy az olajcseppek látszólag felfelé esnek. Ennek oka, hogy a mikroszkóp fordítja a képet. Tehát a viszonyítási irányokat **fejjel lefelé** kell felvenni.

2. Az osztásköz meghatározása

A mikroszkópon a szátkereszt beosztásainak mérete nem ismert, tehát ezt meg kell állapítani. A kép 4 irányba mozgatható, viszont nem nagyon van viszonyítási pont. Hogy viszonyítási pontunk legyen, olajcseppeket kell befecskendezni, megvárni amíg az egyenletes süllyedés beáll, és akkor ehhez lehet viszonyítani.

Sajnos a folytonosan mozgó olajcseppekkel ez a feladat nem is olyan egyszerű. Itt jön az ötlet, hogy próbáljunk meg akkora feszültséget beállítani, amivel egy cseppet stabilizálni tudunk, és akkor ehhez viszonyíthatunk mind függőlegesen, mind vízszintesen. Folyamatosan mozgó cseppekkel csak a vízszintes osztásköz lett volna megállítható, de arról nem szólt a leírás hogy az osztásköz a két irányba ugyanaz, de szerencsére a mérés alapján ugyanaz.

A stabilizáció legcélszerűbb módszere ha adunk valamekkora negatív feszültséget a lemezekre, majd addig ismétljük a befecskendezést, amíg nem találunk olyan cseppet ami majdnem helyben van ezen a feszültségen, majd ezek után a feszültség apró állítgatásával stabilizáljuk a cseppet. Ez a csepp - 180 V feszültségen látszólag stabil, legalábbis annyira eléggé, hogy az osztásközt meg tudjuk mérni vele. A többször megismételt mérés szerint **egy nagy osztás 20 μm , egy kis osztás 10 μm .** Mivel a nagyot könnyebb leolvasni, ezért a továbbiakban ehhez viszonyítunk.

3. Az első csepp mérése

Sajnos a közölt viszkozitás-hőmérséklet görbén nincs olyan pont ami épp rácspontra haladna át, és illesztett függvény sincs megadva, ezért le kell olvasni. **Az egyszerűség kedvéért a hőmérsékletet az alaphoz beállított 20 C fokon hagyom.** Biztosan ki lehetne találni olyan módszert is ahol a

hőmérséklet állításának jelentősége van, de az általam ismert irodalom szerint a Millikan mérés annál jobb minél stabilabb a hőmérséklet, tehát nagy hibát csak nem követünk el. A default érték azért is hasznos, mert a program időnként sajnos kifagyott és újra kell indítani, ilyenkor ha nem kell hőmérsékletet állítani, annál egyszerűbb. **A viszkozitás általam használt értéke $1,84 \cdot 10^{-5} \text{ kg/(s*m)}$.**

A mérés kezdete előtt úgy gondoltam, hogy a feszültséget állítgatva mérem majd az esési és emelkedési sebességeket, viszont a cseppek elég gyorsak. A stopper és feszültség együttes állítása, a stopper és osztások leolvasása és az adatok feljegyzése mind időt és figyelmet igényel, ami alatt a csepp elveszhet. Ezért az előző pontban használt módszerhez folyamodtam, próbáltam stabilizálni egy cseppet egy adott feszültségen. Ekkor a méret megállapításához szükséges 0 feszültségű esési sebesség méréshez a feszültséget csak ki-be kell kapcsolni, és bekapcsolt feszültség mellett a csepp stabilan állni fog, időt hagyva az adatok feljegyzésére. További egyszerűsítésképpen a megtett távolságot „nagy osztás” egységben jegyzem fel, mert ez egy kicsi egész szám, és majd a kiértékelés során konvertálom hosszra (úgyis m/s-ban lesz szükség a sebességre).

Az adatokat egy táblázatban fogom feljegyezni, de még nem egyértelmű mi lenne a jó elrendezés. Erre még visszatérünk később. Minden cseppnél szükség lesz a csepp méretének megállapítására, azért az egyszerűség kedvéért a leírásban található (1) egyenletet beprogramozom a táblázatba mint származtatott mennyiség, hogy ezzel később már ne kelljen foglalkozni. A konstansok külön kiszámíthatók, csak a sebességet kell „nagy osztás”-ról m/s-ra konvertálni, és a gyökével szorozni a konstansokat.

Az osztásköznél használt -180 V-ból kiindulva -188 V-on sikerül stabilizálni egy következő cseppet (az osztásközhöz használt cseppet elvesztettem). Egyelőre nem tudom hogy mennyire lesz jó a leolvasási pontosságom. A kiválasztott csepp szerencsére nem esik se túl gyorsan se túl lassan a feszültség hiányában.

Több mérést végzek, és ezek átlagát fogom használni. A két mérés között a stabilizációs feszültségnél kicsit nagyobb abszolút értékű negatív feszültséggel viszem vissza a cseppet közel a kiindulási állapotba. A mért eredményeket az 1. táblázat tartalmazza. A számított eredményeket a jobb átláthatóság kedvéért 2 értékes tizedesjegyre kerekítve igyekszem közölni, de a táblázatkezelő kerekítés nélkül számol velük. (A versenyen nem kell a formázással időt tölteni és a kijelzett tizedesjegyek számát csökkenteni, kézzel írt jegyzőkönyvnél

viszont nem kell túl sok tizedesjegyet kimásolni). Fekete szín jelöli a mért, kék szín a számított értékeket.

Sorszám 0 V	Osztás [nagy]	Idő [s]	d [μm]	Sebesség [μm/s]
1	7	5,1	140	27,45
2	6	4,4	120	27,27
3	9	6,5	180	27,69
4	15	11,2	300	26,79

1. táblázat. Az első csepp 0 V feszültségen mért esési sebességei.

A mért sebességek átlaga $v_1 = 27,3 \mu\text{m/s} \pm 1,4\%$. A korai becslésünk az volt hogy a csepp látható mérete „1/3 kis osztás”. 10 „nagy osztás” távolságon ez 1/60-as relatív leolvasási pontosság, ami nagyjából 1,7%. Az időmérés leolvasási pontossága 0,1 s, ami a legrövidebb mérési időnél ~2%. Az empirikus szórásunk nem tér el nagyban a kettőből származó mérési bizonytalanságtól, ami nagyjából 4%. Ezt összevetve látszik hogy a leolvasási pontosságból eredő bizonytalanságot kissé túlbecsültük. Szerencsére az empirikusan kapott relatív szórás kicsi.

A következő lépés a a sugár kiszámítása, ami $R_1 = 0,515 \mu\text{m}$. Mivel a sugár nemlineáris függvénye a sebességnek, és a hibaterjedés számítása nem része a középiskolás tananyagnak (és nem elvárás a versenyen sem, csak a becslés) ezért azt külön nem jelezzük itt.

Következő lépés a töltés meghatározása. Itt felismertem, hogy a kiegyensúlyozott csepp is tulajdonképpen egy sebességérték, $v_1 = 0$. Mozgás hiányában a közegellenállási erő kiesik az egyenletből, tehát marad a súlyerő, a felhajtóerő és az elektrosztatikus erő. Ezért a mérésleírásban szereplő (2) vagy (3) egyenlet módosítható, akár elhagyható belőle a sebesség tag. Mivel a későbbiekben viszont szeretnék mozgó cseppeket is mérni, ezért a táblázatban implementáltam mindkét egyenletet, ahova kiegyensúlyozott cseppnél $v = 0$ sebességet lesz behelyettesítve. Az 1. csepp tehát $U_1 = -188 \text{ V}$ -on volt egyensúlyban, ebből pedig a töltése $Q_1 = -2,594 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Látható hogy a nagyságrend azonos az általunk ismert elemi töltéssel, viszont azt itt még nem tudjuk, hogy hányszorosan ionizált ez az olajcsepp. Ezért a továbbiakban több (minél több annál jobb) csepp megmérése szükséges.

Próbáltam megtalálni az ideális távolságot, olyan osztásokat keresve amit egyszerű rápillantással is „meglátok”. A fekete háttérben lévő létraszerű fehér minta ezt egyelőre nem tette egyszerűvé, egyik használt távolság sem volt

egyértelműen jobb mint a többi. Ezt igyekszem később, menet közben optimalizálni.

4. A második csepp részletes mérése

A következő cseppnél még mindig az az ambíció, hogy több sebességmérést végzek egy-egy beállításnál, de szeretném az álló cseppet két irányú mozgásban is megmérni. Kicsit elállított beállításokkal a következő cseppet $U_{2,0} = -227 \text{ V}$ -on stabilizáltam. Ezután az első csepphez hasonló módon mértem a 0 V-hoz tartozó esési sebességet több esetben. Ennek eredményeit mutatja a 2. táblázat.

Sorszám 0 V	Osztás [nagy]	Idő [s]	d [μm]	Sebesség [μm/s]
1	12	5,1	240	47,06
2	6	2,5	120	48,00
3	12	4,9	240	48,98
4	8	3,4	160	47,06

2. táblázat. A 2. csepp 0 V feszültségen mért esési sebességei.

Ebből az első sebességhez hasonlóan kiszámítható hogy az átlagos esési sebesség $v_{2,0} = 47,77 \text{ μm/s} \pm 1,9\%$, amiből $R_2 = 0,681 \text{ μm}$ és a töltése $Q_{2,0} = -4,973 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Ez nem egyezik az 1. csepp eredményével, hanem nagyjából 2x akkora. Ebből az a sejtésünk támadhat hogy az 1. csepp N -szeresen töltött, míg a második $2N$ -szeresen töltött. Ezen a ponton nem tudjuk eldönteni hogy $N = 1$ -e vagy más.

A mért töltést szeretném ellenőrizni más feszültségeken is. Itt két feszültség adódik. Egyrészt -300 V-os feszültséget használtam hogy a cseppet kiinduló állapotba emeljem a két ejtési kísérlet között. Ez lehetőséget adott hogy ezzel egyidőben elvégezzem a mérést $U_{2,3} = -300 \text{ V}$ -on is. Ebben az esetben a csepp emelkedik, tehát a (2) képletet kell alkalmazni. A másik könnyen beállítható sebesség a polaritás megcserélése, mert ez 1 gombbal megtehető és az ejtő és stabil állapotok között vált. Tehát a másik feszültség amin mérek $U_{2,2} = +227 \text{ V}$, amire a (3) képletet vonatkozik.

Sorszám +227 V	Osztás [nagy]	Idő [s]	d [μm]	Sebesség [μm/s]
1	9	1,8	180	100,00
2	8	1,6	160	100,00
3	10	2,1	200	95,24
4	10	2,0	200	100,00

Sorszám -300 V	Osztás [nagy]	Idő [s]	d [μm]	Sebesség [μm/s]
1	10	13,1	200	15,27
2	10	13,0	200	15,38
3	10	13,1	200	15,27
4	10	13,1	200	15,27

3. táblázat. A 2. csepp +227 és -300 V feszültségen mért esési sebességei.

Ezekből az adatokból $v_{2,2} = 98,81 \mu\text{m/s} \pm 2,4\%$ és $v_{2,3} = 15,23 \mu\text{m/s} \pm 0,4\%$. Az ebből kapott töltések pedig $Q_{2,2} = -4,968 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ és $Q_{2,3} = -5,312 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. A három féle töltést átlagolva kapjuk hogy a 2. csepp töltése $Q_2 = -5,0842 \cdot 10^{-19} \text{ C} \pm 3,9\%$. Ez továbbra is közel, de nem pontosan 2x-e az első csepp töltésének.

Itt megjegyezzük, hogy sem hibaterjedéssel nem számoltunk, sem pedig nem súlyoztuk az átlagolandó mennyiségeket azok bizonytalanságával. Ezt mind meg lehet tenni, de nem része a középiskolás tananyagnak, és nem is elvárás a versenyen.

Két fontos módszertani felismerést tettem, illetve döntést hoztam a második csepp vizsgálata közben. Az egyik, hogy ezen a ponton sikerült találnom egy kényelmes távolságot amin mérek, és a későbbiekben erre törekszem. Ez pedig az origótól 1 nagy osztásra lévő ponttól a látótér átelleses végétől 1 nagy osztásra. Ez épp 10 nagy osztás, szép kerek, kellően hosszú, és szemre is könnyű belőni. Az adatrögzítést egyszerűsíti ha nem kell az időt ÉS a távolságot is feljegyezni, hanem mindig ugyanaz a távolság. A cseppeket a látótér széléről indítom, így 8-9 egységet utaznak mire a számláló részhez érnek. Egyrészt így kényelmesen van idő a kurzort a feszültségállításról a stopper gombjára vinni. Másrészt a hosszabb út elég időt ad a cseppnek is hogy beálljon egy fix sebességre, tehát a gyorsulva mérés eliminálható és az ebből eredő szisztematikus hiba hatása mérséklődik vagy szinte teljesen el is tűnik.

A másik döntés amit ezen a ponton hoztam az az, hogy mivel minél több cseppet kellene megmérni a pontos eredményhez, ezért csökkentem a cseppenkénti mérések számát. Mind az azonos beállítások mellett végzett mérések mind a különböző feszültségen vett mérések csak pár %-os empirikus szórást mutattak eddig. Ezért a következőkben csak a legegyszerűbb esetet fogom megmérni minél több cseppre: ez pedig a **0 V-os esési sebesség** (a méret meghatározáshoz) illetve az **egyensúlyi feszültség** meghatározása (amire kényelmi szempontból amúgyis szükség van).

5. Több csepp „egyszerű” mérése

A következőkben próbálok a korábbiaktól eltérő kezdeti feszültséggel cseppeket stabilizálni, abban a reményben, hogy sikerül a korábbi pontból származó $N = ?$ kérdést tisztázni, azaz hogy az első csepp 1,2,3...-szorosan töltött-e. Persze nem garancia hogy a feszültség változtatása ehhez hozzájárul, hiszen a részecskéknek a mérete és a töltése is különböző lesz. Mégis jó ötletnek tűnik más feszültségeket is megnézni. A következő táblázat 6 különböző csepp mért értékeit mutatja.

Sorszám	Osztás [nagy]	Idő [s]	d [μm]	Sebesség [μm/s]	R _i [μm]	U _{i,0} [V]	Q _i [10 ⁻¹⁹ C]
3	6	1,1	120	109,09	1,026	-517	-7,5341
4	9	2,3	180	78,26	0,872	-322	-7,3503
5	10	4,4	200	45,45	0,664	-138	-7,5915
6	10	6,0	200	33,33	0,569	-88	-7,4761
7	10	1,8	200	111,11	1,039	-548	-7,3063
8	10	6,7	200	29,85	0,539	-77	-7,2407

3. táblázat. A 3-8. cseppek méretei és stabilizációs feszültségből számított töltései.

Érdekes módon mind a 6 ilyen módon megmért csepp töltése nagyon hasonló. Az átlagos érték ebből a 6 cseppből $Q_{3-8} = -7,417 \cdot 10^{-19} \text{ C} \pm 1,9\%$. Ez durván 3x-osa az első (2,85x) és durván 1,5x-e (1,46x) a második cseppnek. Tehát ez a csepp 3N-szeresen töltött. Az egyszerűség kedvéért elkezdhetjük feltételezni hogy $N=1$, hiszen annak a valószínűsége elég csekély hogy bármely $N>1$ esetre érvényes töltéseket éppen így mérjük ki a 8 cseppel, és a köztes eseteket pedig ne. Viszont enyhe aggodalomra adott okot hogy 6 cseppnél is ugyanazt a töltést mértem – **Ha az 1. és 2. csepp nem lenne, ezen a ponton valószínűleg azt mondanám hogy az elemi töltés megegyezik a Q_{3-8} értékkel.** Ezen a ponton még volt időm, tehát úgy döntöttem hogy megmerek még pár cseppet, viszont azokat a 2. cseppnél is használt 3 feszültséggel: a stabilizációs feszültség, annak ellentettje, és egy olyan feszültség aminél a csepp lassan emelkedik.

6. Még pár csepp részletesebb mérése

A következőkben tehát a 2. cseppnél használt módszerhez hasonlóan mérek, de minden feszültségen csak 1 mérést végzek, hogy időt spóroljak. Az első két csepp értéke látható a 4. táblázatban.

U _{9,j} [V]	Osztás [nagy]	Idő [s]	d [μm]	Sebesség [μm/s]	R ₉ [μm]	Q _{9,j} [10 ⁻¹⁹ C]
0	9	3,0	180	60,00	0,764	
-216	-	-	-	0		-7,3555
+216	9	1,5	180	120,00		-7,3555
-300	10	8,5	200	23,53		-7,3728
Átlagos töltés:						- 7,3613±0,14%

U _{10,j} [V]	Osztás [nagy]	Idő [s]	d [μm]	Sebesség [μm/s]	R ₁₀ [μm]	Q _{10,j} [10 ⁻¹⁹ C]
0	10	3,9	200	51,28	0,706	
-169	-	-	-	0		-7,4285
+169	10	1,9	200	105,26		-7,8195
-300	10	4,9	200	40,82		-7,5154
Átlagos töltés:						- 7,5878±2,7%

4. táblázat. A 9-10. cseppek méretei és stabilizációs- illetve egyéb feszültségből számított töltései, és azok átlaga.

Az így kapott eredmények nagyon hasonlóak a 3-8 cseppek eredményéhez. Így statisztikát gyűjtöttünk, de jó lenne ha további 1- illetve 2-szeresen töltött cseppeket is találnánk. A célfeszültség beállítása nem jó, mert a méretek szórása miatt ez nem garantálja hogy hasonló töltésű cseppet kapunk.

U _{11,j} [V]	Osztás [nagy]	Idő [s]	d [μm]	Sebesség [μm/s]	R ₁₁ [μm]	Q _{11,j} [10 ⁻¹⁹ C]
0	10	1,1	200	181,82	1,3290	
-506	-	-	-	0		-16,5630
+506	10	1,2	200	166,67		-14,9365
-600	10	13,2	200	15,15		-15,1324
-700	10	6,3	200	31,75		-14,0634
Átlagos töltés:						-15,1738±6,8%

5. táblázat. A 11. csepp mérete és stabilizációs- illetve egyéb feszültségből számított töltése, és azok átlaga.

A 11. csepp adatai az 5. táblázatban kaptak helyet, itt 4 feszültségen is mértem. Az itt kapott átlagos töltés nagyjából 2x-ese az előző 3-10 cseppeknek, ami **6-szoros töltést** jelentene. Az empirikus szórás nagyobb (a csepp nagy mérete és töltése miatt elég gyors volt) de nem akkora hogy ilyen eltérést magyarázzon. Itt felmerül a gyanú hogy mi van ha a 3-10 cseppek 1x-esen töltöttek, a 11. csepp 2x-esen töltött, és az első két csepp kiszóró pont? Azonban megnézve

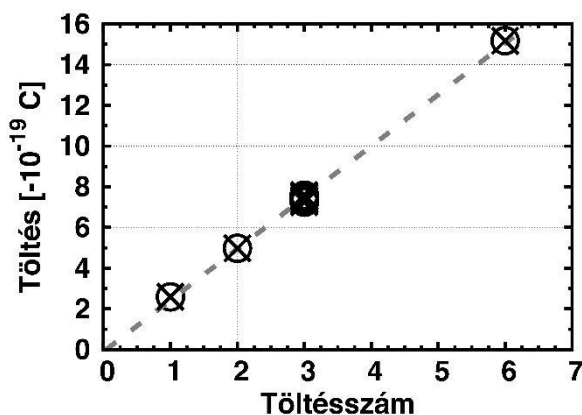
azok karakterisztikus adatait reálisnak tűnik az eredmény, továbbá az 1-2 cseppek elég alaposan lettek lemérve. Azt megjegyezzük hogy már a 3-10 cseppeknél is látható hogy az egyedi mérések eredménye kicsit jobban eltér egymástól mint azt az eddigi bizonytalanság becslésünk alapján vártuk.

Az idő hiányában viszont nem tudok több cseppet mérni, konklúzióra kell törekedni.

6. A „távoli világ” elemi töltése

A 11 csepp alapján két könnyen járható utat követhetünk az elemi töltés meghatározásához. Mivel már rendelkezünk egy preconcepcióval arról hogy melyik csepp hányszorosan töltött, leoszthatjuk a mért töltést az általunk gondolt töltésszámmal. A másik verzió hogy ábrázoljuk a töltést a vélt töltésszám függvényében, és egyenest illesztve az egyenes meredeksége az elemi töltés. Ebben a jegyzőkönyvben végrehajtjuk mind a kettőt, azonban nem számolunk az egyedi mérések bizonytalanságával (sem az átlagnál, sem az illesztésnél) mert ez nem része a középiskolás tananyagnak.

Az egyedi töltéseket a becsült töltésszámmal eloszva kapjuk hogy az átlagos elemi töltés értéke $e' = -2,493 \cdot 10^{-19} \text{ C} \pm 2,1\%$. Szimulációról lévén szó az a sejtésünk hogy az elemi töltés a programban $-2,5 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ -ra volt állítva, mert a kapott eredményben nem ismerjük fel az elemi töltés semmilyen karakterisztikus többszörösét. Átlagolásnál főleg a 3-szorosan töltött cseppek dominálnak, hiszen ebből van a legtöbb.



1. ábra. A 11. csepp mért töltése illetve becsült száma (kör-kereszt) és a rájuk illesztett egyenes arányosság egyenese (piros szaggatott).

Egyenes illesztésnél kicsit más eredményt fogunk kapni. Amennyiben nem kötjük meg hogy az egyenes menjen át az origón, úgy az eredmény $e'' = -2,526 \cdot 10^{-19} \text{ C} \pm 1,5\%$, de az illesztett egyenesben van egy kicsi, $\sim 10^{-20} \text{ C}$ ($\sim 4\%$) „offset”, amit valami kisebb szisztematikus hiba okozhat (pl. viszkozitás). Ha megköjtük hogy az illesztett egyenes menjen át az origón (egyenes arányosság függvény) akkor az egyenes meredeksége nem változik. Az átlagolás és illesztéses módszer különbsége 1% körül van.

7. Összegzés

Összességében tehát azt mondhatjuk, hogy az elemi töltés abszolút értéke a távoli világban körülbelül $2,5 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. A szisztematikus hibákat igyekeztünk minimalizálni, de nem kikerülhető (viszkozitás leolvasás). Mérési bizonytalanságot főleg a leolvasás pontossága határozza meg (távolság, stopper). Ezekhez egyenként néhány százalék bizonytalanságot rendeltünk, ezek együttes hatása hibaterjedéssel együtt sem lehet 5%-nál több. Természetesen a valóságban az elemi töltést sok tizedesjegy pontossággal tudjuk mérni (a Millikan mérés is egészen jó pontosságra alkalmas) de ez nem elvárás a versenyen.

Itt három dolgot jegyezni még meg:

- 1) A versenyen előfordulhatott hogy valaki csupa egyező, de nem egyszeres töltésű cseppeket tudott lemérni. Ha ebből az adatokkal konzisztens következtetést vont le, az nem jár pontlevonással, hiszen az idő hiányában nem volt lehetséges elégséges statisztikával mérni. **DE** ilyenkor meg kell említeni, hogy mivel csak egy féle töltés mérése sikerült, az eredmény közel sem biztos. Különböző cseppek lenne az ideális.
- 2) Maga Millikan sem nulla tudással indult, az elemi töltés nagyságrendjére már állt rendelkezésre becslés.
- 3) Mint utólag kiderült, bár Millikan mérése mai szemmel nézve is nagyon pontos volt, tartalmazott egy apró szisztematikus hibát, mégpedig az általa használt viszkozitás érték nem volt kellően pontos. Ennek fényében érdekes látni hogy ezt a mérést is hogyan befolyásolja a viszkozitás leolvasásának pontossága.

A mérés elvégzése *után* a program készítője megerősítette, hogy a programban beállított érték valóban $2,5 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

2014 kísérleti feladat – minta jegyzőkönyv

Az alábbiakban **változatlan tartalommal és formában** közlünk egy jegyzőkönyvet, amit az egyik versenyző adott be. A formázások hiánya szándékos - szeretnénk rámutatni, hogy a verseny során nincs szükség a beadott jegyzőkönyv részletes formázására, a hangsúlyt a tartalomra kell helyezni!

A csatolt jegyzőkönyv minden fontos információt tartalmaz (a mérés dátumát kivéve). Szerepel rajta a mérést végző versenyző azonosítója, az izzó sorszáma. Szerepelnek a méréshez fontos paraméterek és beállítások. A lényegretörő mérésleírás után közli az - elégséges számú mérésből vett - nyers mérési adatokat, illetve az abból számított értékeket. A mérési adatokat táblázatkezelőben rögzítette (első három oszlop) majd ebből táblázatkezelővel számította a származtatott értékeket (4-7. oszlopok). Az ábrázolást és a függvényillesztést szintén táblázatkezelővel végezte, amiből végül helyes végeredményt számít ki, ügyelve a mértékegységre. Az eredményt összeveti az irodalmi adattal (diszkusszió), illetve kitér a mérési bizonytalanságok becslésére. (Itt szeretnénk kiemelni hogy a mérési bizonytalanság nem azonos a mért érték és az irodalmi adat különbségével.) A jegyzőkönyv alapján a mérés reprodukálható. Mindezek alapján ezt a jegyzőkönyvet a versenybizottság maximális pontszámmal honorálta.

A verseny során explicit pontbeli előnyt nem jelent az elektronikusan végzett adatrögzítés, számítás, ábrázolás, függvényillesztés és jegyzőkönyvírás. Viszont ezzel időt lehet spórolni, illetve csökkenteni lehet a hibák számát. Ezért bátorítanánk minden versenyzőt, hogy éljen a számítógépen található programok adta előnyökkel! Gyakorolni ingyenes eszközökkel (OpenOffice, Google Docs, stb.) is lehet.

Pontozás

Mérési eljárás és annak dokumentációja	3 pont
Megfelelő számú, jó adat felvéve	3 pont
Részeredmények, számítási eljárás	2 pont
Grafikon, függvényillesztés	5 pont
Végeredmény(ek)	3 pont
Bizonytalanságok elemzése	3 pont
Eredmény diszkussziója	3 pont
Áttekinthetőség, érthetőség, egyéb	3 pont

Mérési jegyzőkönyv

Kód: 13.

Az izzó sorszáma: 17.

A mérés menete:

A mérés során nagyjából 1 voltonként növeltem az izzó feszültségét, az áramokat a megadott műszerekkel mértem. Az elrendezést nem mozgattam. A diódát letakartam, így az közelítőleg az izzón kívül más megvilágítást nem kapott. A diódából néha kevés *füst* felszállása volt tapasztalható, de nem ment tönkre.

A mérési adatok:

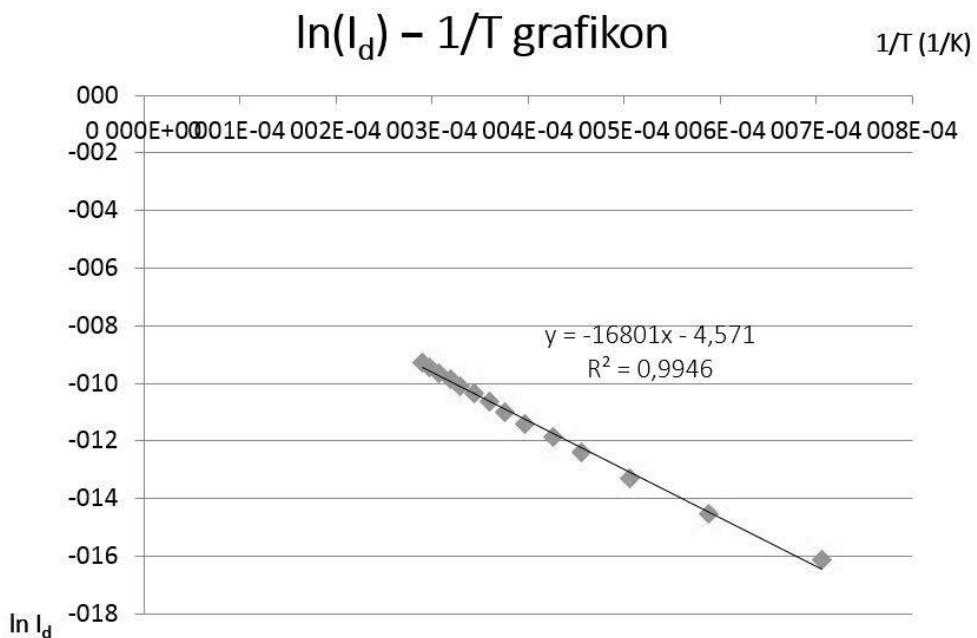
A mért és számított adatokat az *1. táblázat* tartalmazza. Az *i* index az izzót, a *d* a diódát jelenti.

U_i (V)	I_i (mA)	I_d (μ A)	R (Ω)	T (K)	$\ln I_d$	$\frac{1}{T}$ (1/K)
1,0	27,5	0,0	36,42	970	#SZÁM!	1,03E-03
2,0	36,7	0,1	54,50	1416	-16,12	7,06E-04
2,9	43,9	0,5	66,06	1702	-14,51	5,88E-04
4,0	51,8	1,7	77,22	1977	-13,28	5,06E-04
5,1	59,2	4,1	86,15	2198	-12,40	4,55E-04
6,0	65,1	7,2	92,17	2346	-11,84	4,26E-04
7,0	70,6	11,3	99,15	2519	-11,39	3,97E-04
8,0	76,3	17,0	104,85	2660	-10,98	3,76E-04
9,0	82,0	24,4	109,76	2781	-10,62	3,60E-04
10,0	87,0	32,7	114,94	2909	-10,33	3,44E-04
11,0	91,7	41,9	119,96	3033	-10,08	3,30E-04
11,9	95,9	51,7	124,09	3135	-9,87	3,19E-04
13,0	100,9	65,5	128,84	3252	-9,63	3,08E-04
14,1	105,6	80,3	133,52	3368	-9,43	2,97E-04
15,0	109,6	94,9	136,86	3450	-9,26	2,90E-04

1. táblázat

A mérés kiértékelése:

Látható, hogy 1 V-nál a diódán nem volt mérhető áram. Ábrázoljuk az $\ln I_d - \frac{1}{T}$ függvényt!



1. ábra

(Megjegyzés: Mivel a feladat szövege szerint $I_d = aI_\lambda$ (a egy állandó), ezért $\ln I_d = \ln a + \ln I_\lambda$, vagyis a meredekséget nem, csak a tengelymetszetet módosítja.)

A mérési pontokat az *Excel* programmal ábrázoltam. Illesztettem rá egyenest is, ennek meredeksége $-M = -16801 \text{ K}$ lett. Ebből:

$$M = \frac{ch}{k\lambda} = 16801 \text{ K}$$

Azaz:

$$\frac{h}{k} = \frac{M\lambda}{c} \approx 3,47 \cdot 10^{-11} \text{ Ks}$$

Mivel az egyenes illesztésének minőségét jelző R^2 érték igen magas, 1-hez közeli, így az adatok illeszkedését jónak mondhatjuk.

Az irodalmi érték $\frac{h}{k} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}} = 4,80 \cdot 10^{-11} \text{ Ks}$. Vagyis a mi mért adatunk az irodalmi érték 72,3 %-a.

Hibaszámítás:

A mérési hiba a környezettől származó megvilágításból, a mérőműszerek pontatlanságából eredhet. Szisztematikus hibát okozhat még az, ha az izzó ellenállása a kiindulási hőmérsékleten nem $9\ \Omega$. Mivel a műszerek pontossága mindenhol 1 tizedes jegy volt, így ez jónak mondható, nem befolyásolja számottevően a mérés hibáját. A mérés relatív hibáját ezekből 15 %-ra becsülném, de az irodalmi értéktől való eltérés ennél nagyobb, mintegy 25 %.