Országos Szilárd Leó Fizikaverseny – Elődöntő 2026.
Megoldások

Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér. A feladatokat tetszőleges sorrendben lehet megoldani. A feladatok nem nehézségi sorrendben vannak. A megoldáshoz bármilyen „offline” segédeszköz használható, telekommunikációs eszközök használata tilos. Rendelkezésre álló idő: 180 perc.
Az általunk megadott állandóknál nem szükséges – de nem is hiba – precízebb értékeket használni.
→ A javító tanár belátása szerint az 5 pont az itt megadottaktól eltérő formában is felosztható. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldást is természetesen értékelni kell!

1. Feladat: **(kitűzte: Radnóti Katalin és Papp Gergely || 5 pont)**

Röviden indokoljuk meg, hogy az alábbi állítások igazak vagy hamisak!

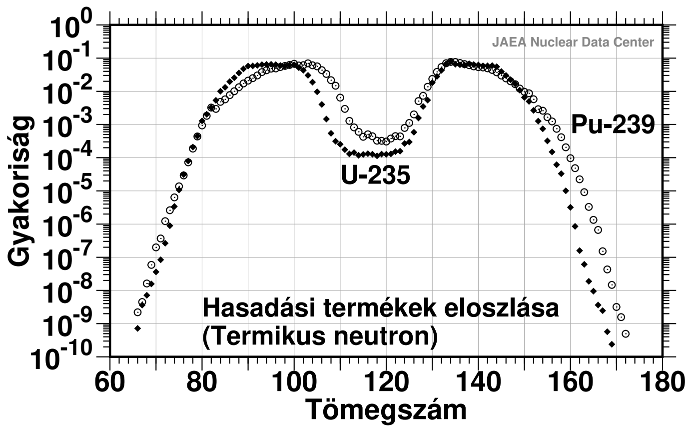
a) A tórium 232-es tömegszámú atomjának (^{232}Th) magjából neutronbefogás és két béta bomlás után atomerőművekben alkalmazható, hasadásra képes atommag keletkezik.
b) Maghasadáskor gyakrabban fordul elő az, hogy a hasadási termékek tömegszáma különböző, mint az, hogy egyenlő.
c) Létezik olyan atom, ami semleges állapotban radioaktív, teljesen ionizált állapotban viszont radioaktív bomlása nem figyelhető meg.
d) A Paksi Atomerőmű friss nukleáris fűtőelemeinek radioaktivitás tartalma annyival alacsonyabb mint a használt fűtőelemeké, hogy a friss fűtőelemeket akár kesztyűben meg is lehet fogni.
e) Teller Ede Nobel-díjat kapott a molekulák kvantumelméletéhez, valamint a mag- és plazmafizika elméleti alapjaihoz való úttörő hozzájárulásáért.

Megoldás:

→ Az itt írottnál rövidebb magyarázat is elegendő. Az indoklás nélküli helyes válasz fél pontot ér.

a) **IGAZ.** A $^{232}_{90}$Th-ból neutronbefogás (A nő) és két béta bomlás (Z nő) után $^{233}_{92}$U lesz. **(1 pont)**
Az ^{233}U egyike annak a három hasadóanyagnak (az ^{235}U és ^{239}Pu mellett), amik lassú neutronokkal is hasíthatók, és ezért alkalmasak termikus atomreaktor üzemanyagának. A ^{233}U a tóriumos reaktorok üzemanyagciklusának része.

b) **IGAZ.** A hasadási termékek tömegszám szerinti gyakoriságát ábrázolva egy „kétpúpú” eloszlást kapunk. → Az ábra illusztráció, nem elvárt a megoldáshoz. Ha valaki konkrét hasadási példákat ír, ahol különböző a tömegszám, azt is elfogadjuk. **(1 pont)**



c) **IGAZ.** Az elektronbefogás nem tud végbemenni, ha az atommag közelében nincsen elektron. Léteznek olyan atomok, amik csak elektronbefogással bomlanak (pl ^{51}Cr, ^{57}Co, ^{125}I, ^{163}Ho, ^{153}Gd, stb). Ezekre mind igaz az állítás. → A versenyzőktől nem várunk példákat. **(1 pont)**

d) **IGAZ.** A friss fűtőelemek radioaktivitása sok nagyságrenddel kisebb, mint a használtaké. A friss üzemanyag-kazettákban a radioaktivitás tartalom olyan szintű, mennyiségű és minőségű, hogy sugárvédelmileg engedélyezett azt a személyzet által kesztyűben kézzel érinteni, adott helyükre bepozícionálni. **(1 pont)**

e) **HAMIS.** Teller Ede nem kapott Nobel-díjat. **(1 pont)**

2. Feladat: **(kitűzte: Radnóti Katalin || 5 pont)**

Becsüljük meg, hogy egy évi átlag 1000 MW elektromos teljesítményű erőmű esetében egy éves üzemidő alatt hány kilogramm üzemanyagot használnánk el, ha az $\eta = 35\%$ hatásfokú erőmű

a) szénerőmű – az elégetett szén tömegét határozzuk meg! A szén égéshője ≈ 30 MJ/kg.

b) atomerőmű – az elhasadt ^{235}U tömegét határozzuk meg! Tegyük fel, hogy csak ^{235}U hasadásból származik a megtermelt energia. Egy hasadás összesen ≈ 200 MeV energiát szabadít fel.

Megoldás:

A szükséges éves energia-felszabadítás mindkét esetben

$$E = \frac{1{\cdot}10^9\ \text{W}}{0{,}35} \cdot 365{,}24 \cdot 24 \cdot 3600\ \text{s} \approx 9{\cdot}10^{16}\ \text{J}. \qquad \textbf{(1 pont)}$$

a) Szén esetén a felszabadított energiát kell osszuk az égéshővel:

$$m_\text{C} \approx \frac{9{\cdot}10^{16}\ \text{J}}{3{\cdot}10^7\ \text{J/kg}} = 3{\cdot}10^9\ \text{kg},$$

azaz körülbelül 3 millió tonna. **(1 pont)**

b) Atomerőműnél egy hasadás energiája

$$200\ \text{MeV} = 2{\cdot}10^8\ \text{eV} \cdot 1{,}6{\cdot}10^{-19}\ \text{J/eV} \approx 3{,}2{\cdot}10^{-11}\ \text{J}. \qquad \textbf{(1 pont)}$$

Innen az elhasadt ^{235}U magok száma

$$N = 9{\cdot}10^{16}\ \text{J}/3{,}2{\cdot}10^{-11}\ \text{J} \approx 2{,}8{\cdot}10^{27} \approx 4670\ \text{mol}. \qquad \textbf{(1 pont)}$$

Ebből a teljes elhasznált ^{235}U tömege pedig megközelítőleg

$$m_\text{U} \approx 4670\ \text{mol} \cdot 235\ \text{g/mol} \approx 1{,}1{\cdot}10^6\ \text{g} \approx 1{,}1\ \text{tonna}. \qquad \textbf{(1 pont)}$$

Megjegyzés: Egy tipikus atomerőműben az ^{238}U-ból neutronbefogás hatására termelődik ^{239}Pu, aminek a hasadása szintén energiát termel. Az üzemanyagciklus elején ennek aránya elhanyagolható, a végére viszont akár a megtermelt energia felét is adhatja. A hasadásonként összesen felszabaduló 200 MeV energiából nem mindent használunk fel az erőműben a ciklus során, ebben benne van a hasadási termékek bomlási energiája is, a neutrínók is elvisznek több MeV energiát, stb.

3. Feladat: **(kitűzte: Sükösd Csaba || 5 pont)**

Az atomreaktorok üzemanyagpálcái hermetikusan le vannak zárva. Egy-egy pálcában üzemanyagpasztillák vannak. A példánkban szereplő üzemanyagpálcában az ezek mellett megmaradó $V_0 = 18\ \text{cm}^3$ térfogatú űrt $p_0 = 2{,}5$ MPa nyomású hélium gázzal töltik fel a gyárban. Az atomreaktor működése közben az ^{235}U hasadása következtében hasadási termékek keletkeznek, valamint az üzemanyag pasztillák is kissé „megdagadnak”. Ezért, amikor az üzemanyagpálcát kiveszik a reaktorból, a gáz rendelkezésére álló űr már csak $V = 9\ \text{cm}^3$. A hasadási termékek között vannak gáz halmazállapotúak is (pl. a xenon vagy radon nemesgázok különböző izotópjai). A kivett üzemanyagpálca belső nyomása a kivétel után $p = 6{,}5$ MPa. Mindkét nyomásmérés 20 °C hőmérsékleten történt.

a) Mennyi a keletkezett gáz és az eredeti hélium gáz részecskéinek számaránya a pálcában?

b) Hány mólnyi gázrészecske keletkezett?

Megoldás:

a) A feladat szerint a pálca kivételekor kétféle gáz halmazállapotú anyag van a pálcában: az eredeti hélium, és a maghasadásból és azt követő bomlásokból keletkezett gáz. A pálcában uralkodó nyomás a két gáz parciális nyomásainak összege: $p = p_\text{He} + p_\text{X}$, ahol p_X-el jelöltük a maghasadásokból keletkezett gázrészecskék parciális nyomását. Az eredeti héliumra mind kezdeti, mind végállapotban felírhatjuk az ideális gáz állapotegyenletét:

$$p_0 \cdot V_0 = n_\text{He} \cdot R \cdot T,$$
$$p_\text{He} \cdot V = n_\text{He} \cdot R \cdot T.$$

Mivel a két nyomásmérés azonos hőmérsékleten történt, a két egyenlet jobb oldala egyezik, és innen (Boyle-Mariotte törvény):

$$p_{\mathrm{He}} \cdot V = p_0 \cdot V_0 \implies p_{\mathrm{He}} = p_0 \frac{V_0}{V} = 2{,}5\ \mathrm{MPa} \cdot \frac{18\ \mathrm{cm}^3}{9\ \mathrm{cm}^3} = 5\ \mathrm{MPa}.$$

Innen kapjuk, hogy $p_{\mathrm{X}} = p - p_{\mathrm{He}} = 6{,}5\ \mathrm{MPa} - 5\ \mathrm{Mpa} = 1{,}5\ \mathrm{MPa}$. **(2 pont)**

Az állapotegyenlet alapján a keletkezett gáz és az eredeti hélium gázrészecskék számának aránya megegyezik a parciális nyomások arányával, azaz

$$\frac{n_{\mathrm{X}}}{n_{\mathrm{He}}} = \frac{p_{\mathrm{X}}}{p_{\mathrm{He}}} = \frac{1{,}5}{5} = 0{,}3.$$ **(1 pont)**

b) Az anyagmennyiség meghatározásához írjuk fel az eredeti héliumra az ideális gáz állapotegyenletét (akár kezdeti, akár végállapotban):

$$p_{\mathrm{He}} \cdot V = n_{\mathrm{He}} \cdot R \cdot T \implies n_{\mathrm{He}} = p_{\mathrm{He}} \cdot \frac{V}{R \cdot T} = 5{\cdot}10^6\ \mathrm{Pa} \cdot \frac{9{\cdot}10^{-6}\ \mathrm{m}^3}{8{,}31\ \mathrm{J/(mol\ \cdot K)} \cdot 293\ \mathrm{K}} \approx 0{,}018\ \mathrm{mol}.$$

(1 pont)

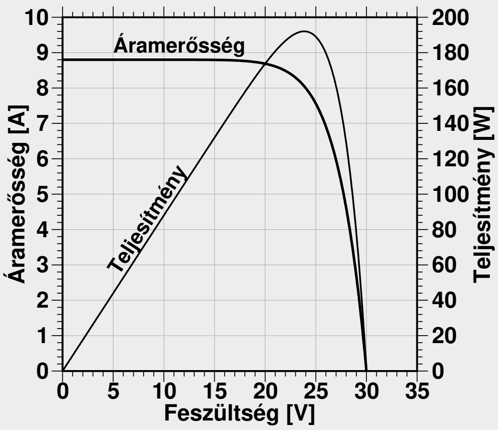
És innen a fentiek értelmében $n_{\mathrm{X}} = n_{\mathrm{He}} \cdot (p_{\mathrm{X}}/p_{\mathrm{He}}) = 0{,}3 \cdot 0{,}018\ \mathrm{mol} = 0{,}0054\ \mathrm{mol}$. **(1 pont)**

Megjegyzés: A hélium több szerepet is játszik. A pálcában fennmaradt térfogatot nem töltheti ki levegő, mert korróziót okozna. Nem lehet vákuum, mert az rontaná a hőátadást. A pálcákra a nyomottvizes reaktorokban nagy nyomás (több mint 100 bar $\approx$ 10 MPa) hat, amit a gáz részben kompenzál. A hélium nemesgáz, nem aktiválódik, stb.

4. Feladat: **(kitűzte: Tarján Péter || 5 pont)**

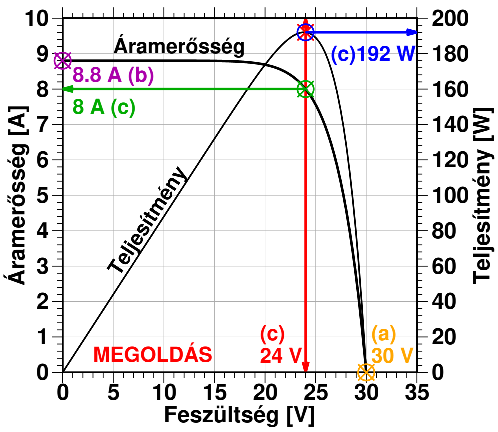
Egy napelemmodul áram-feszültség és teljesítmény-feszültség karakterisztikája látható az ábrán 1000 W/m^2 beeső fényintenzitásnál. A modul 48 db sorba kötött cellából áll, amelyek egyenként 156,5 mm × 156,5 mm nagyságúak. Mennyi

a) a modul üresjárási feszültsége?
b) a modul rövidzárási árama?
c) a maximális leadott teljesítmény mellett a feszültség, az áramerősség és a teljesítmény?
d) a maximális leadott teljesítmény mellett az egy napelemcella által leadott feszültség?
e) a maximális leadott teljesítmény mellett a hatásfok?



Az értékeket ésszerűen, és ±1 kis osztásköz hibahatáron belül olvassuk le. Leolvasási bizonytalanságot ne társítsunk az értékekhez! Hibaszámítás nem szükséges.

Megoldás:



→ Az osztások a könnyebb leolvasás érdekében fent-lent és bal-jobb szimmetrikusak. Használható vonalzó, papír, stb. Az ábrát úgy készítettük, hogy minden leolvasandó érték pontosan osztásjelre essen. ±1 osztásköz a leolvasási hibahatár, ennek értékeit a megoldásban ± jellel jelöljük. Ezen hibahatárnál nem nagyobb leolvasási hibát fogadjuk el helyes leolvasási értéknek. Ha a leolvasási hiba a megadott hibahatáron kívül esik, arra az (a/b/c) alkérdésre nem jár pont. Ha utána a rossz értékkel jól számol tovább (d/e), ott viszont jár a pont.

a) Egy napelem (fotovoltaikus cella) áram-feszültség karakterisztikája más, mint egy galvánelemé; de az alapelvek ugyanazok. Üresjárási feszültségnek (U_0) azt a feszültséget hívjuk, ami az elem kapcsain mérhető, amikor nem folyik áram: $I = 0$. A grafikonról $U_0 = (30 \pm 1)$ V. **(1 pont)**

b) Hasonlóan, a rövidzárási áram ($I_{\max}$) akkor mérhető, amikor a kapocsfeszültség $U_{\mathrm{k}} = 0$.
A grafikonról leolvasva: $I_{\max} = (8{,}8 \pm 0{,}2)$ A. **(1 pont)**

c) A teljesítménynek (vékonyabb görbe a grafikonon) a kapocsfeszültség függvényében maximuma van $U = (24 \pm 1)$ V-nál. Itt $P_{\max} = (192 \pm 4)$ W (jobb oldali skála). Az áramerősség ennél a kapocsfeszültségnél $I = (8{,}0 \pm 0{,}2)$ A. A maximális teljesítmény kiszámítható a grafikonról leolvasott kapocsfeszültségből és áramerősségből is: $P_{\max} = UI = 24\ \mathrm{V} \cdot 8\ \mathrm{A} = 192\ \mathrm{W}$. **(1 pont)**

d) A maximális teljesítménynél a teljes modul kapocsfeszültsége $U = 24$ V. Mivel ezt 48 sorba kötött cella állítja elő, ezért egy cella feszültsége $U_c = U/48 = 0{,}5$ V. **(1 pont)**

e) Egy napelem modul területe $A = 48 \cdot A_c = 48 \cdot (0{,}1565\ \mathrm{m})^2 = 1{,}175628\ \mathrm{m}^2$.
A napsugárzásból beérkező összes teljesítmény $P_{\mathrm{Nap}} = 1000\ \mathrm{W/m^2} \cdot 1{,}175628\ \mathrm{m}^2 = 1175{,}628\ \mathrm{W}$.
Ezzel szemben a maximális hasznos teljesítmény a fentebb kiszámított $P_{\max} = 192$ W. A hatásfok

$$\eta = \frac{P_{\max}}{P_{\mathrm{Nap}}} = \frac{192\ \mathrm{W}}{1175{,}628\ \mathrm{W}} \approx 0{,}163 = 16{,}3\%.$$ **(1 pont)**

5. Feladat: **(kitűzte: Papp Gergely || 5 pont)**
Egy lezárt edénybe szobahőmérsékletű trícium gázt (kétatomos molekula) töltünk. Az edény és gáz hőmérsékletét kívülről állandónak tartva, mennyi idő után nő az edényben a gáz nyomása az eredeti másfélszeresére? A trícium felezési ideje $T_{1/2} \approx 12{,}3$ év. (Javaslat: írjuk fel a bomlásegyenletet!)

Megoldás:
A trícium ^{3}He-ra bomlik: **(1 pont)**

$$^3_1\mathrm{H} \to {}^3_2\mathrm{He}^+ + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_{\mathrm{e}}.$$

A trícium kétatomos gáz, míg a hélium nemesgáz. Ezért ha egy gázmolekulában egy trícium atom elbomlik, úgy két gáz atom keletkezik. Az atomos trícium más atomos tríciummal rövid időn belül újra molekulát alkot. Az atomfizikai folyamatok sokkal gyorsabbak mint a trícium felezési ideje. Az atomos formában jelenlévő trícium mennyisége elhanyagolható. **(1 pont)**
Az ideális gázoknál állandó hőmérsékleten a nyomás csak a gázban található részecskék számától és a térfogattól függ, mindegy hogy azok atomok vagy molekulák. **(1 pont)**
Legyen az eredeti (trícium) nyomás p_0, és jelöljük az elbomlott gáz hányadát x-el ($0 \le x \le 1$). A kérdéses állapotban a gázkeverék nyomása $1{,}5 \cdot p_0$, ami a megmaradt (illetve rekombinálódott) trícium molekulák és a keletkezett hélium parciális nyomásainak összege (1 molekulából 2 He atom lesz):

$$\underbrace{1{,}5 \cdot p_0}_{\text{összes}} = p_{\mathrm{T}} + p_{\mathrm{He}} = \underbrace{(1-x) \cdot p_0}_{\text{megmaradt}} + \underbrace{2x \cdot p_0}_{\text{keletkezett}} = 1 \cdot p_0 - x \cdot p_0 + 2x \cdot p_0 = (1+x) \cdot p_0.$$

Amiből p_0-al egyszerűsítve és x-et kifejezve kapjuk, hogy $x = 0{,}5$. A nyomás tehát akkor nő másfélszeresére, ha épp az anyag fele bomlik el, amihez pedig éppen egy felezési időnek (12,3 év) kell eltelnie. **(2 pont)**

Alternatív megoldás: Ha egy T_2 molekula egyik fele elbomlik, keletkezik egy He atom és egy T atom. Ez a T atom egy másik elbomlott T_2 molekulából származó szabad tríciummal újra T_2 molekulát tud alkotni. Végeredményben két T_2 molekulából lesz egy (új) T_2 molekula és két hélium atom. Ebben a folyamatban a gáz részecskék száma $3/2 = 1{,}5\times$-esére nőtt, amihez az kellett, hogy effektíven a 2 T_2 molekulából 1 – a „fele” – elbomoljon. Ha ezt felskálázzuk az egész edényre, ott szintén igaz, hogy a 1,5-szeres darabszámhoz (nyomáshoz) a trícium molekulák fele kell elbomoljon. Ehhez pedig épp egy felezési idő kell.

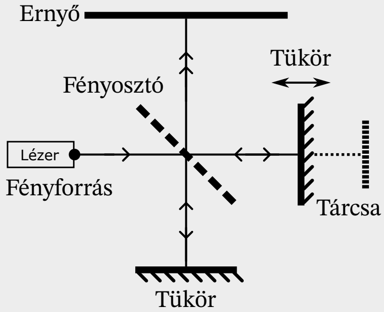
Megjegyzés: Ha valaki azt feltételezi, hogy az atomos trícium nem rekombinál molekulákká, úgy (némi valószínűségszámítás után) azt kapná végeredményül, hogy a kérdéses idő $T_{1/2}/2$.

6. Feladat: **(kitűzte: Borbély Venczel || 5 pont)**

Egy Michelson-interferométer „karjainak” hossza 100 mm, fényforrása 650 nm-es vörös lézer. Ha az egyik „kar” tükrét a ráeső fénysugárral párhuzamosan mozgatják, az ernyőn kialakult interferenciakép csíkjai elmozdulnak.

a) Mekkora a tükör elmozdulása, ha a mozgatás közben az ernyő egy pontján éppen 20 teljes világos-sötét periódust figyeltünk meg?

b) Mekkora szöggel kellett elforgatni a tükröt mozgató, 0,5 mm menetemelkedésű csavart, ha a forgatást segítő tárcsa sugara 50 mm?



Megoldás:

a) Az úthosszkülönbség kiszámításához a hullámhossz nagyságát megszorozzuk a megszámolt periódusok (csíkok) számával:

$$\Delta s = \lambda \cdot N = 6{,}5{\cdot}10^{-7}\ \mathrm{m} \cdot 20 = 1{,}3{\cdot}10^{-5}\ \mathrm{m}. \qquad \textbf{(1 pont)}$$

A tükör elmozdulása ennek az értéknek a fele:

$$\Delta x = \frac{\Delta s}{2} = \frac{1{,}3{\cdot}10^{-5}\ \mathrm{m}}{2} = 6{,}5{\cdot}10^{-6}\ \mathrm{m} = 6{,}5\ \mu\mathrm{m}. \qquad \textbf{(2 pont)}$$

→ Itt **(1 pont)** adható, ha a versenyző nem veszi figyelembe a fény oda-vissza útja miatti 2-es faktort.

b) A tárcsa 360°-os elfordulása a menetemelkedésnek megfelelő elmozdulást jelent, azaz 500 μm. Egyenes arányosság van az elforgatás szöge és a tükör elmozdulása között:

$$\frac{\Delta\varphi}{6{,}5\ \mu\mathrm{m}} = \frac{360^\circ}{500\ \mu\mathrm{m}} \implies \Delta\varphi = 360^\circ \cdot \frac{6{,}5\ \mu\mathrm{m}}{500\ \mu\mathrm{m}} = 4{,}68^\circ.$$

A kívánt 6,5 μm elmozduláshoz ezért 4,68° fokkal kell elforgatni. **(2 pont)**

Megjegyzés:A tárcsa mérete nem számít, csak a menetemelkedés. A Michelson-interferométer szerepelt pl. a verseny 2025-ös döntőjének kísérleti fordulójában, melynek leírása a verseny honlapján megtalálható, de ismerős lehet a Michelson-Morley kísérletből („éter”) is.

7. Feladat: **(kitűzte: Ujvári Sándor és Szűcs József || 5 pont)**

Egy elektronmikroszkópban az elektrongyorsító feszültsége 30 kV. A mikroszkóp felbontóképessége (az adott beállításokkal) az elektronok de Broglie hullámhosszának 100-szorosa. Számítsuk ki a felbontást, és döntsük el, hogy meg tudunk-e ezzel vizsgálni egy modern mikrocsipet, amin a struktúrák tipikus mérete 7 nm!

Megoldás:

A de Broglie összefüggés szerint az elektron hullámhossza az elektron lendületétől függ:

$$\lambda = h/p,$$

ahol a p lendületet kifejezhetjük az U gyorsító feszültségből kapott mozgási energiával:

$$eU = E = \frac{p^2}{2m} \implies p = \sqrt{2meU}. \qquad \textbf{(1 pont)}$$

Ezt a de Broglie összefüggésbe behelyettesítve, és kihasználva, hogy $1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$, kapjuk:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{6{,}626{\cdot}10^{-34}\ \mathrm{Js}}{\sqrt{2\cdot 9{,}1{\cdot}10^{-31}\ \mathrm{kg}\cdot 3{\cdot}10^4\ \mathrm{V}\cdot 1{,}6{\cdot}10^{-19}\ \mathrm{C}}} = \frac{6{,}626{\cdot}10^{-34}\ \mathrm{Js}}{\sqrt{8{,}736{\cdot}10^{-45}\ \mathrm{kg}\cdot(\mathrm{J/C})\cdot\mathrm{C}}} =$$

$$= \frac{6{,}626{\cdot}10^{-34}}{9{,}3467{\cdot}10^{-23}} \frac{(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2)\cdot\mathrm{s}}{\sqrt{\mathrm{kg}\cdot(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2)}} \approx 7{,}1{\cdot}10^{-12}\,\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{s}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m/s}} = 7{,}1{\cdot}10^{-12}\ \mathrm{m} = 7{,}1\ \mathrm{pm}. \qquad \textbf{(3 pont)}$$

A mikroszkóp felbontása a hullámhossz 100-szorosa, azaz $\approx 0{,}7$ nm. Ennél a kérdéses 7 nm-es struktúrák körülbelül 10-szer nagyobbak, tehát vizsgálhatók ezzel az elektronmikroszkóppal. **(1 pont)**
Megjegyzés: Mivel 30 keV $\ll$ 511 keV, $\gamma \approx 1{,}06$, nem szükséges relativisztikusan számítani.

8. Feladat: **(kitűzte: Szűcs József || 5 pont)**
Kísérletező diákok szeretnék megállapítani a rendelkezésre álló fotocellájukról, hogy vajon működik-e a teljes látható fény tartományban (380 nm – 760 nm). A rendelkezésükre álló kísérleti eszközökkel először 400 nm hullámhosszú fénnyel világították meg a fotocellájukat, majd egy 500 nm-es fényforrással. Mindkét esetben megállapították a létrejövő fotoáramot megszüntető zárófeszültséget, de a jegyzőkönyvek elvesztek. Arra viszont emlékeztek, hogy egyik érték a másiknak jó közelítéssel kétszerese volt.
a) A megmaradt adatokból határozzuk meg a fotocella működésének hullámhossz tartományát!
b) Milyen anyagból készülhetett a fotocella katódja? (Használjunk függvénytáblázatot!)

Megoldás:
a) Írjuk fel a két mérésre a fotoeffektus egyenletét, kihasználva a kétszeres zárófeszültséget. Jelöljük a zárófeszültséget U-val és a kilépési munkát W-vel:

$$\frac{hc}{\lambda_1} = Ue + W, \qquad \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{1}{2}Ue + W.$$

Az első egyenletből kifejezhetjük Ue értékét:

$$Ue = \frac{hc}{\lambda_1} - W,$$

ezt a második egyenletbe helyettesítve és W-re rendezve

$$\frac{2hc}{\lambda_2} = \frac{hc}{\lambda_1} - W + 2W \implies W = hc\left(\frac{2}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right). \qquad \textbf{(2 pont)}$$

A határhullámhossz a kilépési munkából

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{W} = \frac{hc}{hc\left(\frac{2}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)} = \frac{1}{\frac{2}{500\ \text{nm}} - \frac{1}{400\ \text{nm}}} = \frac{500 \cdot 400}{2 \cdot 400 - 500}\ \text{nm} = \frac{2000}{3}\ \text{nm} \approx 666{,}67\ \text{nm}.$$

(1 pont)

→ Ha valaki úgy gondolkozik, hogy részeredményként kiszámítja W numerikus értékét, a részeredmény

$$W \approx 6{,}626 \cdot 10^{-26}\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}} \cdot 3 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \left(\frac{2}{500 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} - \frac{1}{400 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}\right) \approx 0{,}3 \cdot 10^{-18}\ \text{J} = 0{,}3\ \text{aJ} \approx 1{,}87\ \text{eV}.$$

A határhullámhossz a legnagyobb hullámhossz, amin a fotocella még működik. A működési tartomány a fotoeffektus modellje szerint alulról nem korlátos. Tehát a működési tartomány $\lambda \lesssim 666{,}67$ nm, ami nem fedi le a teljes látható tartományt. **(1 pont)**

b) A függvénytábla „kilépési munka, határhullámhossz" táblázatában ehhez a cézium áll legközelebb, aminek a határhullámhossza 635 nm (kilépési munkája 0,31 aJ = 1,96 eV). **(1 pont)**
Megjegyzés: A függvénytáblázatban található anyagok közül a céziumé a legnagyobb határhullámhossz. Az 5% alatti eltérés az irodalmi adattól jónak mondható egy „diák mérésnél".

9. Feladat: **(kitűzte: Halász Máté || 5 pont)**
Egy 1 kW teljesítményű stacioner lézer fénysugara merőlegesen egy vízszintes, tökéletesen tükröző felületre esik. A felület súrlódásmentesen mozoghat függőleges irányban, oldalirányban stabil.
a) Mekkora tömegű tükröt lenne képes a lézersugár lebegtetni a gravitációval szemben?
b) Hogyan változna a válasz, ha a felület nem tükrözné, hanem tökéletesen elnyelné a fényt?
Adatok: $g \approx 10\ \text{m/s}^2$, $c \approx 3 \cdot 10^8\ \text{m/s}$.

Megoldás:

a) Egy ε energiájú foton lendülete $p = \varepsilon/c$. A felületre ható erő az egységnyi idő alatt átadott lendületből számítható. Ha N a fotonok száma és Δp egy foton lendületének átlagos megváltozása (lézerfény lévén az ε energia minden fotonra jó közelítéssel azonosnak tekinthető)

$$F = \frac{N \cdot \Delta p}{\Delta t}. \qquad \textbf{(1 pont)}$$

Tökéletesen tükröző felület esetén a beeső fény visszaverődik, ezért lendülete irányt vált. Így a lendületváltozás nagysága egy fotonnál $\Delta p = 2\varepsilon/c$. Ebből az erő:

$$F = \frac{N \cdot \Delta p}{\Delta t} = \frac{N}{\Delta t} \cdot \frac{2\varepsilon}{c} = \frac{2}{c} \cdot \frac{N\varepsilon}{\Delta t} = \frac{2}{c}P, \qquad \textbf{(1 pont)}$$

Ahol kihasználtuk, hogy $N\varepsilon/\Delta t = P$ éppen a fényforrás teljesítménye. Lebegés esetén ez az F erő egyenlíti ki a felületre ható nehézségi erőt:

$$2P/c = mg. \qquad \textbf{(1 pont)}$$

Innen a lebegtethető tömeg:

$$m = \frac{2P}{cg} = \frac{2 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3}{3{\cdot}10^8 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ m/s}^2} \approx 6{,}7{\cdot}10^{-7} \text{ kg} \approx 0{,}67 \text{ mg}. \qquad \textbf{(1 pont)}$$

b) Ha a felület tökéletesen elnyeli a fényt, akkor nincs visszaverődés, csak a beeső lendület adódik át. Ekkor a lendületváltozás nagysága $\Delta p = \varepsilon/c$. Ebből az előző kérdéshez hasonló módon számítható, hogy $F = P/c$, vagyis az erő, és ezzel együtt a lebegtethető tömeg is feleakkora, $\approx 0{,}33$ mg. **(1 pont)** (A valóságban egy kis tömegű, elnyelő anyag valószínűleg kilyukadna egy 1 kW-os lézertől.)

10. Feladat: **(kitűzte: Tarján Péter || 5 pont)**

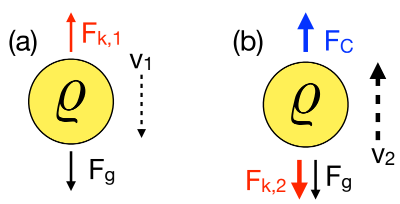
Millikan-készülék lemezei között levegőben $2r = 1$ μm átmérőjű olajcsepp mozog. Az olaj sűrűsége $\varrho = 0{,}886$ g/cm^3, a levegő viszkozitása $\eta = 1{,}8{\cdot}10^{-5}$ Pa $\cdot$ s. Az olajcseppre ható közegellenállási erő a kísérletben előforduló sebességeknél $F_\text{k} = 6\pi\eta r v$ módon számítható. Az olajcsepp v sebessége gyorsan állandósul, ezután az olajcsepp egyenes vonalú egyenletes mozgást végez. A levegő felhajtóerejét hanyagoljuk el! Mennyi idő alatt teszi meg egy $Q = 6e$ töltésű olajcsepp a leolvasó mikroszkóp két osztása közötti $s = 0{,}5$ mm utat

a) kikapcsolt feszültségnél (lefelé)?

b) bekapcsolt, $U = 400$ V nagyságú feszültségnél, $D = 0{,}8$ cm lemeztávolságnál (felfelé)?

Megoldás:

a) Kikapcsolt feszültségnél az olajcsepp lefelé mozog. A felfelé mutató közegellenállási erő és a lefelé mutató nehézségi erő $F_\text{k} = F_\text{g}$ egyensúlya miatt alakul ki az állandó sebesség (azaz $a = 0$), így



$$F_\text{k} = 6\pi\eta r v_1,$$

$$F_\text{g} = mg = \varrho V g = \varrho \frac{4r^3\pi}{3} g, \; (\approx 4{,}64{\cdot}10^{-15} \text{ N})$$

$$6\pi\eta r v_1 = \varrho \frac{4r^3\pi}{3} g,$$

$$v_1 = \frac{2}{9}\frac{\varrho g r^2}{\eta} = \frac{2}{9} \cdot \frac{886 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot (0{,}5{\cdot}10^{-6} \text{ m})^2}{1{,}8{\cdot}10^{-5} \left(\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s}^2)\right) \cdot \text{s}} = 2{,}73{\cdot}10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

ahol kihasználtuk, hogy 1 Pa = 1 N/m^2 = 1 kg/(m $\cdot$ s^2). Ezzel az út megtételéhez szükséges idő:

$$\Delta t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{0{,}5{\cdot}10^{-3} \text{ m}}{2{,}73{\cdot}10^{-5} \text{ m/s}} \approx 18{,}3 \text{ s}. \qquad \textbf{(2 pont)}$$

b) Bekapcsolt feszültségnél az eddigi erők mellé belép a Coulomb-erő is, és másképp áll be az egyensúly. Mivel a csepp felfelé mozog, ezért a közegellenállás ezúttal lefelé mutat:

$$F_{k,2} + F_g = F_C.$$

A síkkondenzátor lemezei között a cseppre ható Coulomb-erő $F_C = QE = QU/D (= 4{,}8 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{N})$:

$$6\pi\eta r v_2 + \varrho \frac{4\pi r^3}{3} g = \frac{QU}{D},$$

$$
\begin{aligned}
v_2 &= \frac{QU/D - \varrho g 4\pi r^3/3}{6\pi\eta r} \approx \\
&\approx \frac{(6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 400\ \mathrm{V})/8 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} - 886\ \mathrm{kg/m^3} \cdot 10\ \mathrm{m/s^2} \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m})^3/3}{6 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ \left(\mathrm{kg/(m \cdot s^2)}\right) \cdot \mathrm{s} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}} \approx \\
&\approx \frac{4{,}8 \cdot 10^{-14}\ (\mathrm{kg \cdot m^2/s^2})/\mathrm{m} - 4{,}64 \cdot 10^{-15}\ (\mathrm{kg/m^3}) \cdot (\mathrm{m/s^2}) \cdot \mathrm{m^3}}{1{,}7 \cdot 10^{-10}\ \left(\mathrm{kg/(m \cdot s^2)}\right) \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{m}} = \frac{4{,}34 \cdot 10^{-14}}{1{,}7 \cdot 10^{-10}} \frac{\mathrm{kg \cdot m/s^2}}{\mathrm{kg/s}} \\
&\approx 2{,}55 \cdot 10^{-4}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},
\end{aligned}
$$

ahol kihasználtuk továbbá, hogy $1\ \mathrm{C \cdot V} = 1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{kg \cdot m^2/s^2}$. Az idő innen

$$\Delta t_2 = \frac{s}{v_2} \approx \frac{0{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}{2{,}55 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m/s}} \approx 1{,}96\ \mathrm{s}.$$ **(3 pont)**

Alternatív megoldás:

a) A nehézségi erő

$$F_g = mg = \rho V g = \rho g \frac{4r^3\pi}{3} = 886\ \mathrm{kg/m^3} \cdot 10\ \mathrm{m/s^2} \cdot \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m})^3}{3} \approx 4{,}64 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{N}.$$

Ha a csepp egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, a közegellenállási erő és a nehézségi erő ellentétes irányú és azonos nagyságú:

$$F_{k,1} = 6\pi\eta r v_1 = F_g,$$

ahonnan v_1-et kifejezve

$$v_1 = \frac{F_g}{6\pi\eta r} = \frac{4{,}64 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{N}}{6 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pa \cdot s} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}} = \frac{4{,}64 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{N}}{1{,}7 \cdot 10^{-10}\ (\mathrm{N/m^2}) \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{m}} \approx 2{,}73 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Innen az idő

$$\Delta t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{0{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}{2{,}73 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m/s}} \approx 18{,}3\ \mathrm{s}.$$ **(2 pont)**

b) Bekapcsolt feszültségnél az eddigi erők mellé belép a Coulomb-erő is, és másképp áll be az egyensúly. Mivel a csepp felfelé mozog, ezért a közegellenállás ezúttal lefelé mutat:

$$F_{k,2} + F_g = F_C.$$

A síkkondenzátor lemezei között a cseppre ható Coulomb-erő

$$F_C = QE = \frac{QU}{D} = \frac{6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 400\ \mathrm{V}}{8 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}} = \frac{3{,}84 \cdot 10^{-16}\ \mathrm{J}}{8 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}} = 4{,}8 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{N}.$$

Az erők egyensúlyából kifejezve v_2-t:

$$
\begin{aligned}
6\pi\eta r v_2 &= F_C - F_g \\
v_2 &= \frac{F_C - F_g}{6\pi\eta r} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{N} - 4{,}64 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{N}}{1{,}7 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{Ns/m}} = \frac{4{,}336 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{N}}{1{,}7 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{Ns/m}} \approx 2{,}55 \cdot 10^{-4}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},
\end{aligned}
$$

ahol $6\pi\eta r$ értékét már az előző pontban kiszámítottuk. Az idő innen

$$\Delta t_2 = \frac{s}{v_2} \approx \frac{0{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}{2{,}55 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m/s}} \approx 1{,}96\ \mathrm{s}.$$ **(3 pont)**

Megjegyzés: A felhajtóerőt 1,2 kg/m^3 levegő sűrűség mellett figyelembe véve az eredmény $\Delta t_1' = 18{,}8$ s és $\Delta t_2' = 1{,}96$ s lenne, tehát ebben a feladatban nem követtünk el nagy hibát ennek elhanyagolásával. Ha a Millikan-kísérlettel az elemi töltést szeretnénk meghatározni, akkor a pontosabb mérés érdekében – többek között – a felhajtóerőt is figyelembe szokták venni.