

Országos Szilárd Leó Fizikaverseny – Elődöntő 2024.

Megoldások

Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér. A feladatokat tetszőleges sorrendben lehet megoldani. A feladatok nem nehézségi sorrendben vannak. A megoldáshoz bármilyen „offline” segédeszköz használható, telekommunikációs eszközök használata tilos. Rendelkezésre álló idő: 180 perc.

A javító tanár belátása szerint az 5 pont az itt megadottaktól eltérő formában is felosztható. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldást is természetesen értékelni kell!

1. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József, Mester András emlékére || 5 pont)

(A Versenybizottság 2023-ban elhunyt tagjára emlékezve.)

Két különböző (x és y) radioaktív anyagot tartalmazó minta aktivitása kezdetben 256 millió bomlás volt másodpercenként. Az x jelű radioaktív anyag felezési ideje 12 nap, az y jelűé 15 nap. A minta aktivitását 60 nap elteltével ismét megmérték, ez 12 millió bomlás volt másodpercenként.

- Mennyi volt a két anyag aktivitásának aránya kezdetben?
- Mennyi lesz az aktivitások aránya még egyszer 60 nap (összesen 120 nap) elteltével?

Megoldás:

- a) Jelöljük a minta kezdeti aktivitását $A_{xy}(0)$ -al, 60 nappal későbbi aktivitását $A_{xy}(60)$ -nal, az egyes minták aktivitását hasonlóan A_x -szel és A_y -nal. A minták aktivitása a következőképpen változik az időben:

$$\begin{aligned}A_x(t) &= A_x(0) \cdot 2^{-t/T_x} \implies A_x(60) = \frac{A_x(0)}{32}, \\A_y(t) &= A_y(0) \cdot 2^{-t/T_y} \implies A_y(60) = \frac{A_y(0)}{16}.\end{aligned}\quad (1 \text{ pont})$$

A kapott egyenletrendszer:

$$\begin{aligned}A_x(0) + A_y(0) &= 256 \text{ MBq}, \\ \frac{A_x(0)}{32} + \frac{A_y(0)}{16} &= 12 \text{ MBq}.\end{aligned}\quad (1 \text{ pont})$$

Az egyenletrendszert megoldva adódik, hogy $A_x(0) = 128 \text{ MBq}$ és $A_y(0) = 128 \text{ MBq}$, azaz a két anyag kezdeti aktivitásainak aránya 1:1. (1 pont)

- b) Visszahelyettesítés után adódik, hogy $A_x(60) = 4 \text{ MBq}$ és $A_y(60) = 8 \text{ MBq}$. Ezek az aktivitások újabb 60 nap alatt újra 5-ször, illetve 4-szer feleződnek:

$$\begin{aligned}A_x(120) &= \frac{A_x(60)}{32} = \frac{1}{8} \text{ MBq} = 125 \text{ kBq}, \\A_y(120) &= \frac{A_y(60)}{16} = \frac{1}{2} \text{ MBq} = 500 \text{ kBq},\end{aligned}$$

azaz az aktivitások aránya $A_y(120)/A_x(120) = 4 : 1$ lesz. (2 pont)

(Számíthatunk direktben is: ha az egyik izotópnak 5, a másiknak 4 felezési idő telik el, úgy a kettő aránya ismét egy 2-es faktorral változik, így a 2 : 1-ből 4 : 1 lesz.)

2. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József, Vastagh György emlékére || 5 pont)

(A Versenybizottság 2024-ben elhunyt tagjára emlékezve.)

A Föld tömege $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$. Ha valamennyi atomjának a magját egyetlen gömbbe sűríténénk össze, mekkora lenne ennek a gömbnek a sugara? (Az atomi elektronok tömegét hanyagoljuk el.)

Megoldás:

Az atommag sugara: $R \approx 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m} \cdot A^{1/3}$, így térfogata: $V \approx 7,24 \cdot 10^{-45} \text{ m}^3 \cdot A$. (1 pont)

Egy A tömegszámú mag tömege: $m \approx 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot A$, így a sűrűség:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot A}{7,24 \cdot 10^{-45} \text{ m}^3 \cdot A} = 2,3 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3. \quad (2 \text{ pont})$$

Ha az elképzelt gömb sugara r , akkor a tömegére a következő összefüggést írhatjuk fel:

$$M_{\text{Föld}} = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho,$$

melyből – behelyettesítve az ismert értékeket – a gömb sugarára az $r = 184 \text{ m}$ -t kapjuk. (2 pont)

3. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely || 5 pont)

Döntsük el, hogy az alábbi állítások igazak vagy hamisak. A válaszokat röviden indokoljuk meg!

- Több hidrogénatom van egy vízmolekulában, mint ahány csillag van az egész Naprendszerben.
- Egy attoszekundum nagyságrendileg úgy aránylik két emberi szívverés között eltelt időhöz, mint a két szívverés közötti idő az univerzum életkorához.
- A Földön az első önfenntartó láncreakció a Fermi és Szilárd munkásságához kapcsolódó chicagói atommáglyában valósult meg.
- A ciklotronokat elsősorban elektronok gyorsítására szokták használni.
- Szilárd Leó ellenezte az atombomba emberi áldozatokkal járó bevetését.

Megoldás:

(Az itt írotttnál rövidebb magyarázat is elegendő. Az indoklás nélküli helyes válasz fél pontot ér.)

- IGAZ.** A vízmolekulában 2 db H atom van, míg a Naprendszerben csak 1 csillag, a Nap. (1 pont)
- IGAZ.** Egy attoszekundum 10^{-18} s , az univerzum életkora $\approx 13,8 \cdot 10^9 \text{ év} \approx 0,44 \cdot 10^{18} \text{ s}$. Az arányosságból a keresett időtartam $t_{sz} = \sqrt{0,44} \approx 0,66$, ami körülbelül percenként 40-es pulzusnak felel meg. Tehát az arány nagyságrendileg jó. (A Nobel-bizottság ezzel a hasonlattal szemléltette a 2023-as fizikai Nobel-díjhoz kapcsolódó attoszekundum hosszát.) (1 pont)
- HAMIS.** A ma Gabon területén, Oklóban található uránbányában körülbelül 1,7 milliárd évvel ezelőtt alacsony teljesítményű természetes láncreakció működött. Ennek oka, hogy a felezési idők különbsége miatt akkor a természetes uránban magasabb volt a $^{235}_{92}\text{U}$ aránya, és a porózus kőzetbe beszivárgó víz moderátorként tudott működni. (1 pont)
- HAMIS.** Bár ciklotronban elektronok is gyorsíthatók, de ez nem praktikus. Az elektronok már viszonylag kicsi (pár száz keV) mozgási energián kiesnek a ciklotron rezonanciából ($\gamma \neq 1$). Ekkora energiára más módszerekkel is könnyen gyorsíthatók. Ionoknál azonban, azok jelentősen nagyobb nyugalmi tömege miatt, sima lineáris gyorsítóknál nehezebben elérhető, magfizikai kutatáshoz alkalmas nagyságrendű (MeV) energiákra gyorsíthatók a relatíve kompakt ciklotronnal. (A ciklotront először Szilárd Leó szabadalmaztatta, de a szabadalom nem került publikálásra, így a Nobel-díjat a ciklotront tőle függetlenül fejlesztő Lawrence kapta.) (1 pont)
- IGAZ.** Szilárd aktívan kampányolt az atombomba emberi áldozatokkal járó bevetése ellen mind Hiroshima előtt, mind azután. Az atombombának legfeljebb erődemonstráció jellegű, emberi áldozatokkal nem járó robbantását támogatta. (1 pont)

4. Feladat:

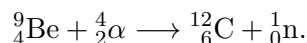
(kitűzte: Tarján Péter || 5 pont)

Egészítsük ki a következő magreakciókat a hiányzó szimbólumokkal, töltés- és tömegszámokkal!

- $^9\text{Be} + \text{??} \rightarrow ^{12}_6\text{C} + \text{n}$
- $^{14}\text{N} + \alpha \rightarrow \text{??} + \text{p}$
- $^{97}\text{Mo} + \text{??} \rightarrow ^{97}\text{Tc} + 2 \cdot \text{n}$
- $^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow ^{87}\text{Br} + ^{146}\text{La} + \text{?}$
- $^2\text{H} + \text{?} \rightarrow \text{p} + \text{n}$

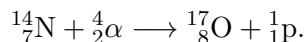
Megoldás:

a) A neutron felfedezéséhez vezető reakció:



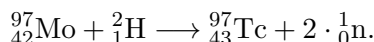
Az **(1 pont)** akkor jár, ha helyesen szerepel az egyenletben legalább az α vagy a ${}^4\text{He}$ (az utóbbi tömegszámmal együtt). A rendszám hiánya nem hiba.

b) Az első mesterséges magátalakítás:



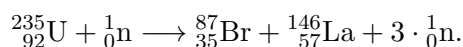
(1 pont), ha helyesen szerepel az ${}^{17}\text{O}$, tömegszámmal együtt. A rendszám hiánya nem hiba.

c) Az első, a Földön nem megtalálható, mesterségesen előállított elem:



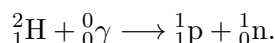
(1 pont), ha helyesen szerepel az egyenletben a ${}^2\text{H}$ (tömegszámmal együtt), vagy D, vagy d.

d) A maghasadás egyik lehetséges reakciója:



Az **(1 pont)** akkor jár, ha kiderül, hogy 3 db neutron keletkezik.

e) Az elsőként felfedezett gamma-indukált magreakció:



Az **(1 pont)** akkor jár, ha a bejövő részecskéről kiderül, hogy γ -foton.

Megjegyzés: helyes az is, ha valaki ${}^4_2\alpha$ helyett ${}^4_2\text{He}$ -ot, ${}^1_1\text{p}$ helyett ${}^1_1\text{H}$ -t, ${}^2_1\text{H}$ helyett ${}^2_1\text{D}$ -t (stb.) ír.

5. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || 5 pont)

Krausz Ferenc néhány száz attoszekundumos ($1 \text{ as} = 10^{-18} \text{ s}$) fényimpulzusok előállításáért kapott Nobel-díjat 2023-ban.

- a) Becsüljük meg egy 500 attoszekundumos impulzus térbeli kiterjedését a haladási irányban!
- b) Becsüljük meg ugyanezen impulzus lendületbizonytalanságát! ($c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.)

Megoldás:

a) Mivel a fény c sebességgel terjed, ezért ha a csomag időbeli kiterjedése $\Delta t = 500 \text{ as} = 5 \cdot 10^{-16} \text{ s}$, akkor annak a „fénycsomagnak” a hossza

$$\Delta x = c \cdot \Delta t \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 5 \cdot 10^{-16} \text{ s} = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}. \quad \text{(2 pont)}$$

b) A Heisenberg-féle határozatlansági összefüggés értelmében ennek a lendületbizonytalansága:

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \cdot \frac{1}{\Delta x} \approx 3,5 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad \text{(3 pont)}$$

Megjegyzés: A feladat (szándékosan) nem definiálja pontosan, hogy mit értsünk az „500 attoszekundumos” impulzus „hossza” alatt: az impulzus szórását; nullától nulláig; vagy egyebet. Akármelyikre is gondolunk, ugyanarra fejezzük ki a térbeli „kiterjedést”. A határozatlansági összefüggés szórásra vonatkozik, aminek számítása függ a hullámcsomag pontos alakjától. A megoldásban azt feltételeztük, hogy az „500 attoszekundumos” impulzus olyan, amely kiterjedésének a szórása 150 nm. A megoldásban elfogadunk más értelmezést is, mindaddig amíg a megoldás konzisztens.

A „véges hosszúságú” fényimpulzusok előállításához különböző hullámhosszak szuperpozíciójára van szükség. Minél rövidebb a lézer impulzus, annál több hullámhosszat kell keverni, és így annál nagyobb a lendület szórása is ($p = h/\lambda$).

6. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté || 5 pont)

Egy közelítőleg gömb alakú aszteroida kering a Nap körül 2 CsE távolságra; belsejében a benne lévő radioaktív izotópok bomlásából származó, egységnyi térfogatra eső hőtermelés $0,3 \text{ W/m}^3$. Az aszteroidát tekintjük abszolút fekete testnek. Mekkora az aszteroida sugara, ha állandósult felszíni hőmérséklete 22°C ? (A földi napállandó $S_F = 1360 \text{ W/m}^2$, 1 CsE az átlagos Nap-Föld távolság.)

Megoldás:

Az aszteroida teljes hőtermelése az egységnyi térfogatra vonatkoztatott átlagos q hőtermelésből és a térfogatból kiszámítható:

$$P = q \frac{4r^3\pi}{3}. \quad (1 \text{ pont})$$

A Stefan-Boltzmann-törvény alkalmazásával a következő egyenletet írhatjuk fel az energiamérlegre, ahol figyelembe vettük, hogy a napállandó a keringési távolsággal négyzetesen csökken:

$$\underbrace{\frac{S_F}{4} r^2 \pi}_{\text{Nap sugárzása}} + \underbrace{q \frac{4r^3\pi}{3}}_{\text{Belső hőtermelés}} = \underbrace{\sigma T^4 \cdot 4r^2 \pi}_{\text{Kisugárzott hő}}. \quad (2 \text{ pont})$$

Ebből $4r^2\pi$ -vel egyszerűsítés majd átrendezés után kifejezhető az aszteroida sugara:

$$\begin{aligned} r &= 3 \cdot \frac{\sigma T^4 - S_F/16}{q} = 3 \cdot \frac{5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4) \cdot (295,15 \text{ K})^4 - 1360/16 \text{ W/m}^2}{0,3 \text{ W/m}^3} = \\ &= 3 \cdot \frac{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 75,89 \cdot 10^8 - 85}{0,3} \text{ m} \approx 3 \cdot \frac{430,28 - 85}{0,3} \text{ m} \approx 3452,8 \text{ m} \approx 3,45 \text{ km}. \end{aligned} \quad (2 \text{ pont})$$

7. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin || 5 pont)

Egy Firenze környékéről származó fabölcső kis letört darabját elégették, majd a keletkező szén-dioxid gázt felfogták és egy gáztöltésű számlálóba vezették, amely a ^{14}C izotóp bomlásából keletkező béta sugárzást detektálja 95%-os hatásfokkal. A felfogott gáz tömege 198 mg volt. A számláló 15 óra alatt 800 bomlást detektált. (A háttérsugárzás elhanyagolható.) Becsüljük meg, hogy milyen régi lehetett a fabölcső! Adatok: a ^{14}C és ^{12}C mennyiségeinek egyensúlyi referenciaarányát a levegőben vegyük $2 \cdot 10^{-12}$ -nek. A ^{14}C izotóp felezési ideje 5700 év.

Megoldás:

A detektált részecskék számából meg lehet határozni a minta aktivitását, majd ebből a mintában lévő ^{14}C atommagok számát. Az összes béta részecskék száma 15 óra alatt $800/0,95 = 842$. Ebből az aktivitás: $A = 842/(15 \cdot 3600 \text{ s}) = 0,0156 \text{ 1/s}$. A ^{14}C atommagok száma:

$$N = \frac{A \cdot T}{\ln(2)} = \frac{0,0156 \text{ s}^{-1} \cdot 5700 \cdot 365,24 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}}{\ln(2)} \approx 4,05 \cdot 10^9. \quad (2 \text{ pont})$$

Ennek ismeretében a szén-dioxid gáz tömegéből meghatározható a mintában a jelenlegi $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ arány, s ebből végül a fabölcső készítése óta eltelt idő. A mintában lévő összes szénatomok száma megegyezik a szén-dioxid molekulák számával. A szén-dioxid móltömege: $(12 + 2 \cdot 16) \text{ g/mol} = 44 \text{ g/mol}$. A szénatomok száma: $N_C = 0,198 \text{ g} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} / (44 \text{ g/mol}) \approx 2,71 \cdot 10^{21}$. (1 pont)

A $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ arány a mintában: $n \approx 4,05 \cdot 10^9 / 2,71 \cdot 10^{21} = 1,49 \cdot 10^{-12}$, ami kevesebb, mint az egyensúlyi arány. A bomlási törvény ismeretében felírhatjuk, hogy

$$n = n_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}},$$

ahol t a keresett idő, T pedig a felezési idő. Átrendezve az egyenletet, és véve mindkét oldal (tetszőleges alapú) logaritmusát:

$$t = T \cdot \ln\left(\frac{n}{n_0}\right) / \ln\left(\frac{1}{2}\right) \approx 2421 \text{ év}. \quad (2 \text{ pont})$$

A bölcső az etruszk időkből származhat.

Megjegyzés: Az ipari forradalom, légköri atombomba-robbantások stb. megváltoztatták a légköri $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ arányt. Ezért referenciának egy, az ipari forradalom előtti értéket szoktak venni. A ^{14}C kormeghatározást a ^{14}C relatíve hosszú felezési ideje miatt általában amúgy is több száz, vagy több ezer éves mintákra lehet használni.

8. Feladat:

(kitűzte: Szabó Róbert & Papp Gergely || 5 pont)

A világ első atombomba-robbanása a „Trinity” („Szentháromság”) kísérleti robbantás volt 1945. július 16-án. A bomba 6,19 kg plutóniumot tartalmazott, túlnyomórészt ^{239}Pu izotóp formájában. A robbanás energiája kb. 24,8 kilotonna TNT robbanásával volt egyenértékű. A becslések szerint ennek 5/7-ed részét adta a ^{239}Pu hasadásából származó energia.

- a) A plutónium atommagok hány százaléka hasadhatott el a robbanás során?
b) Hány TNT kilotonnányi energia szabadulhatott volna fel a ^{239}Pu -ból, ha minden ^{239}Pu elhasadt? Egy ^{239}Pu mag hasadásakor 188,4 MeV, 1 tonna TNT robbanásakor 4,184 GJ energia szabadul fel.

Megoldás:

- a) A Trinity-teszt során a ^{239}Pu hasadásából felszabaduló energia mennyisége:

$$E = 5/7 \cdot 24,8 \text{ kt}_{\text{TNT}} \approx 17,71 \text{ kt}_{\text{TNT}},$$

$$E = 5/7 \cdot 24,8 \cdot 10^3 \text{ t}_{\text{TNT}} \cdot 4,184 \cdot 10^9 \text{ GJ/t}_{\text{TNT}} \approx 74,12 \text{ TJ.} \quad (1 \text{ pont})$$

Egy ^{239}Pu mag hasadásakor

$$188,4 \text{ MeV} \approx 188,4 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \approx 3,02 \cdot 10^{-11} \text{ J} \quad (1 \text{ pont})$$

energia szabadul fel, a kettő aránya

$$74,12 \cdot 10^{12} \text{ J} / 3,02 \cdot 10^{-11} \text{ J} \approx 2,45 \cdot 10^{24}, \quad (1 \text{ pont})$$

ami $2,45 \cdot 10^{24} / 6,02 \cdot 10^{23} \approx 4,08 \text{ mol}$. Ezt a ^{239}Pu tömegével szorozva az elhasadt tömeg

$$m = 4,08 \text{ mol} \cdot 239,05 \text{ g/mol} \approx 975,32 \text{ g},$$

ami az eredeti tömeg $975,32 \text{ g} / 6190 \text{ g} \approx 0,158 \approx 16\%$ -a, atommagokra ugyanez az arány. (1 pont)

- b) Az elhasadt magok száma (tömeg) és a felszabaduló energia között egyenes arányosság áll fent, így elméletileg az összes ^{239}Pu hasadásából

$$5/7 \cdot 24,8 \cdot 10^3 \text{ t}_{\text{TNT}} / 0,158 \approx 112,1 \text{ kt}_{\text{TNT}} \quad (1 \text{ pont})$$

energia lenne felszabadítható.

Megjegyzés: Az energia 2/7-ed része a plutóniumot körbevevő természetes urán köpenyben a plutóniumból származó gyors neutronok által kiváltott hasadásokból jött. A mag < 1% mennyiségben tartalmazott más plutónium izotópokat is, amit a feladatban elhanyagoltunk.

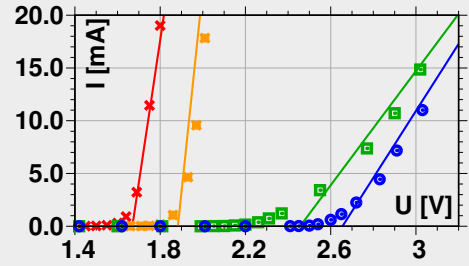
9. Feladat:

A LED fénykibocsátása akkor történik, amikor nyitóirányú áram folyik, és az elektronok „visszaugranak” alacsonyabb energiájú állapotba a tiltott sávon keresztül. A Planck-állandó meghatározását célzó iskolai kísérletben változtatható feszültségű tápegységre nyitóirányban egy LED-et kapcsoltak, és több U feszültségen megmérték a diódán átfolyó $I(U)$ áram nagyságát. Különböző színű LED-ekkel kísérletezve, a táblázatban mellékelt nyitófeszültségeket mérték. Az $I(U)$ karakterisztikákból az ábrán szemléltetett módon határozták meg az $U_0 \equiv U(I = 0)$ nyitófeszültségeket, melyek az illesztett egyenesek metszéspontjai az x tengellyel. A LED-ek hullámhosszát az egyes LED-ek adatlapjából vették.

Adatok: $e \approx 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s, $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js.

- A táblázat adatait felhasználva határozzuk meg Planck-állandó legvalószínűbb értékét!
- Hány %-al tér el az így meghatározott Planck-állandó az irodalmi adattól?
- Okozhatja-e a mért eltérést a LED-ek hullámhosszának $\leq 10\%$ -os eltérése a megadott adattól?
A választ röviden indokoljuk!

(kitűzte: Borbély Venczel || 5 pont)



Szín	λ [nm]	U_0 [V]
Piros	620	1,67
Narancs	590	1,88
Zöld	520	2,46
Kék	460	2,66

Megoldás:

Megjegyzés: Hasonló mérési feladat szerepelt a 2005-ös verseny döntőjében.

- Mivel az elektron a nyitófeszültségnek megfelelő szélességű tiltott sávon ugrik alacsonyabb energiájú állapotba, ezért az energiájának megváltozása eU_0 . Ezt az energiát sugározza ki a LED foton formájában. Emiatt a foton energiája egyenlő az elemi töltés és a nyitófeszültség szorzatával:

$$E_\gamma = h \cdot \nu = h \frac{c}{\lambda} = eU_0 \quad (1 \text{ pont})$$

amiből a Planck-állandót kifejezve

$$h = \frac{e}{c} \cdot \lambda U_0 \approx \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \cdot \lambda U_0 = \frac{16}{3} \cdot 10^{-28} \frac{\text{C} \cdot \text{s}}{\text{m}} \cdot \lambda U_0 = \frac{16}{3} \cdot 10^{-37} \frac{\text{C} \cdot \text{s}}{\text{nm}} \cdot \lambda [\text{nm}] \cdot U_0 [\text{V}].$$

Ide λ -t nanométerben, U_0 -t Voltban behelyettesítve, a Planck-állandót Js egységekben kapjuk. Számítsuk ki a négy λU_0 szorzatot és azok átlagát:

Szín	λ [nm]	U_0 [V]	$\lambda \cdot U_0$ [nm · V]	$10^{34} \cdot h$ [Js]	Δh [%]
Piros	620	1,67	1035,4	5,522	16,7
Narancs	590	1,88	1109,2	5,916	10,7
Zöld	520	2,46	1279,2	6,822	3,0
Kék	460	2,66	1223,6	6,526	1,5
Átlag			1161,85	6,197	6,5

A négy érték átlaga $\overline{\lambda U_0} = 1161,85 \text{ nm} \cdot \text{V}$, amiből a Planck-állandóra kapjuk, hogy

$$\bar{h} \approx \frac{16}{3} \cdot 10^{-37} \frac{\text{C} \cdot \text{s}}{\text{nm}} \cdot 1161,85 [\text{nm} \cdot \text{V}] \approx 6,197 \cdot 10^{-34} \text{ Js}. \quad (2 \text{ pont})$$

Más gondolatmenet is teljes pontszámot ér, ha elvileg helyes, és jó eredményt ad.

Megjegyzés: A táblázatot a javítás megkönnyítése céljából közöljük, a diákoktól nem elvárt.

- Az irodalmi adattól való eltérés ($1 \cdot 10^{-34}$ Js-al egyszerűsítve):

$$\Delta h = \frac{|\bar{h} - h|}{h} = \frac{|6,197 - 6,626|}{6,626} \approx 0,065 = 6,5\%. \quad (1 \text{ pont})$$

- Igen, okozhatja. A h számított értéke egyenesen arányos λ -val, így abban egy legfeljebb 10%-os eltérés ugyanekkora eltérést okoz h értékében. Ebbe beleesik a mért eltérés. (1 pont)

(A megadott hullámhossz adat lehet pontatlan, a LED nem tisztán monokromatikus, a hullámhossz függ a hőmérséklettől is.)

Megjegyzés: Aki a (b) pontban számítási hiba miatt 10%-nál nagyobb hibát hoz ki, és emiatt helyes indoklás mellett ($h \propto \lambda \implies \Delta h \propto \Delta \lambda$) a saját (rossz) eredményével konzisztensen nemleges választ ad, a (c)-ben az is megkaphatja az 1 pontot.

10. Feladat:

(kitűzte: Gulyás Attila || 5 pont)

Egy gamma sugármezőbe helyezünk egy képzeletbeli, $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$, kocka alakú biológiai objektumot (sejtet), amelynek a sűrűségét közelítjük a víz sűrűségével.

- Egy óra alatt átlagosan mennyi γ -foton hat kölcsön a sejtet, ha egy kölcsönható γ -foton által a sejtnek átadott átlagos energia 2 keV, és a sejt által kapott dózis 1 Gy óránként?
- Egy óra alatt átlagosan a fotonok hány %-a mehet át ezen a sejten kölcsönhatás nélkül, ha a fenti dózisteljesítmény egy pontszerűnek tekintett, gömbszimmetrikus sugárzású, 13,1 TBq aktivitású ^{137}Cs sugárforrástól 1 m távolságban mérhető? (A kocka egy oldallapja merőleges a sugárzás irányára. A ^{137}Cs béta-bomló; a béta-bomlását 85,1% valószínűséggel követi gamma-bomlás. A béta-sugárzás nem éri el a sejtet.)
- A forrásról tudjuk, hogy 662 keV energiájú gamma-fotonokat bocsát ki. Milyen kölcsönhatásokban adhat le energiát a sejtnek egy ilyen foton?

Megoldás:

- a) A sejt térfogata $V_{\text{sejt}} = (10 \cdot 10^{-6} \text{ m})^3 = 10^{-15} \text{ m}^3$. A sejt tömege

$$m_{\text{sejt}} = \rho \cdot V_{\text{sejt}} = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 10^{-15} \text{ m}^3 = 10^{-12} \text{ kg}.$$

Az egy óra alatt a sugárzásból elnyelt energia:

$$E_{\text{sejt}} = \frac{\Delta D}{\Delta t} \cdot \Delta t \cdot m_{\text{sejt}} = 1 \frac{\text{J/kg}}{\text{h}} \cdot 1 \text{ h} \cdot 10^{-12} \text{ kg} = 10^{-12} \text{ J} = 6,24 \cdot 10^6 \text{ eV}. \quad (1 \text{ pont})$$

Az egy óra alatt kölcsönható fotonok száma:

$$N_{\text{kh}} = \frac{E_{\text{sejt}}}{2000 \text{ eV/db}} = 3121 \text{ db}. \quad (1 \text{ pont})$$

- b) A gömbszimmetrikus (izotróp) kibocsátás miatt a sejten átmenő fotonok száma arányos azzal, hogy mekkora területet fed le a sejt a forrás körüli $4\pi r^2$ gömbfelszínből:

$$\frac{\Delta N_{\text{össz}}}{\Delta t} = 0,851 \cdot A \cdot \frac{a_{\text{sejt}}^2}{4\pi r^2} = 0,851 \cdot 13,1 \cdot 10^{12} \text{ Bq} \cdot \frac{(10 \cdot 10^{-6} \text{ m})^2}{4\pi \cdot (1 \text{ m})^2} \approx 88,7 \frac{1}{\text{s}} \approx 319370 \frac{1}{\text{h}}.$$

Ez a sejtet 1 óra alatt megérkező fotonok teljes száma. (1 pont)

Ebből az előzőek alapján 3121 ad le energiát a sejtben, tehát $319370 - 3121 = 316248$ kölcsönhatás nélkül átmegy rajta. Ez az összes foton $\approx 99\%$ -al! (1 pont)

Megjegyzés: A különböző kerekítések miatt a fotonok számában néhány százas (pár tized %) eltérés is teljes értékű megoldás.

- c) A fotonok energiája túl alacsony az elektron-pozitron párkeltéshez, ezért csak fotoeffektus és Compton-szórás jöhet szóba kölcsönhatásként. (1 pont)