

Országos Szilárd Leó Fizikaverseny – Elődöntő 2023.

Megoldások

Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér. A feladatokat tetszőleges sorrendben lehet megoldani. A feladatok nem nehézségi sorrendben vannak. A megoldáshoz bármilyen „offline” segédeszköz használható, telekommunikációs eszközök használata tilos. Rendelkezésre álló idő: 180 perc.

A javító tanár belátása szerint az 5 pont az itt megadottaktól eltérő formában is felhasználható. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldást is természetesen értékelni kell!

1. Feladat:

(kitűzte: Borbély Venczel || 5 pont)

Az alább felsorolt fizikusok több fontos felfedezéssel, illetve kísérlettel járultak hozzá a modern fizika fejlődéséhez. Milyen felfedezések köthetők hozzájuk? Személyenként adjunk meg legalább egyet!

- a) Ernest Rutherford
- b) Hans Geiger
- c) Lise Meitner
- d) Werner Heisenberg
- e) Szilárd Leó

Megoldás:

Minden fizikusnál elég 1 jó válasz. Részkérdésenként maximum (1 pont) adható.

- a) Rutherford-féle szórás kísérlet, atommodell, atommag felfedezése, az első magreakció létrehozása.
- b) Részt vett Rutherford szórás kísérletének végrehajtásában, Geiger-Müller számlálócső, Geiger-Nuttall-szabály.
- c) Maghasadás felfedezése, protaktínium felfedezése.
- d) A kvantummechanika egyik kidolgozója, határozatlansági reláció.
- e) Nukleáris láncreakció, atomreaktor-szabadalom, ciklotron, elektronmikroszkóp, lineáris gyorsító koncepciója, Szilárd-Chalmers effektus.

2. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || 5 pont)

Egy izzólámpa izzószálának hőmérséklete a névleges áramerősségen 2727°C . Egy teljesítményszabályzóval lecsökkentjük a rajta átfolyó áramot, így a hőmérséklete 600°C -kal csökken.

- a) Hányad részére csökkent az izzólámpa felvett teljesítménye?
- b) Hányad részére csökkent a sugárzási maximum sugárzási intenzitása? (Azaz: az intenzitás-hullámhossz függvény csúcsának magassága. A maximális sugárzási intenzitás az abszolút hőmérséklet ötödik hatványával arányos.)

Megoldás:

- a) A kezdeti hőmérséklet $T_1 = 2727^\circ\text{C} = 3000\text{ K}$, a végső $T_2 = 2400\text{ K}$. A két hőmérséklet aránya $T_2/T_1 = 0,8$. (1 pont)

A kisugárzott teljesítmény a Stefan-Boltzmann törvény szerint az abszolút hőmérséklet negyedik hatványával arányos. Az izzószál hőmérsékletén a felvett teljesítmény túlnyomó része hősugárzással távozik, ezért a felvett teljesítmény gyakorlatilag számítható a Stefan-Boltzmann törvény alapján:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = 0,8^4 = 0,4096,$$

azaz a felvett teljesítmény az eredetinek kb. a 41%-ára csökken. (2 pont)

- b) Jelöljük az emisszióképeség (hullámhossz/frekvencia szerinti) maximumát E_{max} -szal. Az előzőhöz hasonló a számítás:

$$\frac{E_{\text{max},2}}{E_{\text{max},1}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^5 = 0,8^5 = 0,32768,$$

azaz az emisszióképeség csúcsának magassága kb. harmadára csökken. (2 pont)

3. Feladat:

(kitűzte: Szűcs József || 5 pont)

Vegyünk egy $\lambda = 663 \text{ nm}$ hullámhosszú fotont és egy azonos de Broglie-hullámhosszú elektront!

- Adjuk meg a részecskék lendületének értékét és azok arányát!
- Hasonlítsuk össze a foton energiáját az elektron mozgási energiájával! Adjuk meg az arányukat!
- Melyik részecskének nagyobb a teljes (nyugalmi + mozgási) energiája? Adjuk meg az arányt!

Megoldás:

- a) A lendületek kiszámítása:

$$p = \frac{h}{\lambda_f} = \frac{h}{\lambda_e} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{6,63 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 10^{-27} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (1 \text{ pont})$$

Vagyis a két részecske lendülete megegyezik.

- b) A mozgási energiák és azok arányának kiszámítása:

$$\begin{aligned} E_f &= \frac{h \cdot c}{\lambda} = p \cdot c = 3 \cdot 10^{-19} \text{ J}, \\ E_{\text{mozg}} &= \frac{p^2}{2m_e} = \frac{10^{-54} \text{ kg}^2 \cdot \text{m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 5,49 \cdot 10^{-25} \text{ J}, \\ \frac{E_f}{E_{\text{mozg}}} &= 5,46 \cdot 10^5. \end{aligned} \quad (2 \text{ pont})$$

- c) A teljes energiák és arányuk számítása:

$$\begin{aligned} E_f &= \frac{h \cdot c}{\lambda} = 3 \cdot 10^{-19} \text{ J}, \\ E_e &= 511 \text{ keV} + E_{\text{mozg}} = 8,187 \cdot 10^{-14} \text{ J} + 5,49 \cdot 10^{-25} \text{ J} \approx 8,187 \cdot 10^{-14} \text{ J}, \\ \frac{E_e}{E_f} &\approx 2,73 \cdot 10^5. \end{aligned} \quad (2 \text{ pont})$$

4. Feladat:

(kitűzte: Papp Gergely || 5 pont)

A NIF kísérletben 192 darab összehangolt lézerekkel világítanak meg egy deutérium-trícium kapszulát. A lézerek 351 nm-es hullámhosszon pár nanoszekundum alatt 2,05 MJ energiát adnak át a kapszulának, ami az intenzív energiaátadás hatására koncentrikusan összenyomódik és felmelegszik (implózió); aminek következtében részben önfenntartó deutérium-trícium fúziós reakció jön létre. Egy 2022-es kísérletben először sikerült a bemenő lézerek energiájánál nagyobb, 3,15 MJ fúziós energiát felszabadítani.

- Melyik magyar származású fizikus nevéhez fűződik az önfenntartó nukleáris reakció implózióval történő beindításának ötlete?
- Hány darab lézer foton volt szükséges egy fúziós reakció kiváltásához a kísérletben, ha az egy D-T reakcióban felszabaduló energia 17,6 MeV?

Megoldás:

- a) Eredetileg Teller Ede javasolta az implóziót a Manhattan projekt során a plutónium üzemanyagú atombombához. Ezt a megoldást alkalmazta az első kísérleti robbantás, a „Trinity” teszt is. Később a Teller és Ulam nevéhez fűződő első hidrogénbomba („Ivy Mike”) működési elve is szintén implózió alapult. (2 pont)

Megjegyzés: Ha itt valaki esetleg Neumann János nevét írja, azt elfogadjuk 1 pontnak. Bár az ötlet nem tőle származik, Neumann részt vett a tényleges konfiguráció kifejlesztésében.

- b) Egy foton energiája $\mathcal{E}_f = hf = hc/\lambda = 5,66 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, ahol h a Planck-állandó. Az összes foton darabszáma $N_f = E_f/\mathcal{E}_f$, ugyanez az összes végbemenő fúziós reakcióra $N_{DT} = E_{DT}/\mathcal{E}_{DT}$. A kettő aránya

$$\frac{N_f}{N_{DT}} = \frac{E_f}{E_{DT}} \cdot \frac{\mathcal{E}_{DT}}{\mathcal{E}_f}.$$

Vagy egy foton energiáját adjuk meg eV egységekben ($5,66 \cdot 10^{-19} \text{ J} / 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 3,53 \text{ eV}$), vagy az egy fúziós reakcióban felszabaduló energiát J egységekben ($17,6 \text{ MeV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 2,82 \cdot 10^{-12} \text{ J}$). Az egy fúziós reakció kiváltásához szükséges lézerefotonok száma ebből:

$$\frac{E_f}{E_{DT}} \cdot \frac{\mathcal{E}_{DT}}{\mathcal{E}_f} = \frac{2,05 \text{ MJ}}{3,15 \text{ MJ}} \cdot \frac{17,6 \cdot 10^6 \text{ eV}}{3,53 \text{ eV}} = 3,24 \cdot 10^6. \quad (3 \text{ pont})$$

Tehát körülbelül 3,24 millió darab lézerefoton volt szükséges minden fúziós reakció kiváltásához.

Megjegyzés: Ez az arány nem állandó, függ a fúziós reakció begyújtásának hatékonyságától.

5. Feladat:

(kitűzte: Tarján Péter || 5 pont)

Egy röntgenfoton Compton-szóródása során kilökött atomi elektron $3 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ sebességgel indul meg. A foton a szóródáskor 30° -kal változtat irányt. Mekkora volt a foton energiája a szórás előtt?

Megoldás:

A Compton-szórt foton hullámhosszváltozását a Compton-féle képletből lehet kiszámítani:

$$\Delta\lambda = \lambda_C (1 - \cos \vartheta) = 3,25 \cdot 10^{-13} \text{ m}. \quad (1 \text{ pont})$$

A meglökött elektron energiájának számításánál nem követünk el nagy hibát, ha klasszikusan számolunk: $E_e = m_e v^2 / 2 \approx 4,1 \cdot 10^{-16} \text{ J}$. (1 pont)

Ha a bejövő ill. a szórt foton energiáját E -vel ill. E' -vel jelöljük, akkor az energiamegmaradás miatt $E = E' + E_e$. A hullámhosszakat az energiákkal kifejezve:

$$\begin{aligned} \lambda' - \lambda &= \Delta\lambda \\ \frac{hc}{E'} - \frac{hc}{E} &= \Delta\lambda \\ \frac{hc}{\Delta\lambda} \left(\frac{1}{E - E_e} - \frac{1}{E} \right) &= 1 \\ \frac{hc}{\Delta\lambda} (E - (E - E_e)) &= E(E - E_e) \\ 0 &= E^2 - E_e \cdot E - \frac{E_e hc}{\Delta\lambda}, \end{aligned} \quad (2 \text{ pont})$$

azaz egy másodfokú egyenletet kapunk a beeső foton E energiájára. Ennek egyik gyöke negatív (fizikailag nem értelmes). A másik gyök $E = 1,603 \cdot 10^{-14} \text{ J} \approx 100 \text{ keV}$. (1 pont)

6. Feladat:

(kitűzte: Mester András & Ujvári Sándor || 5 pont)

A béta-bomló trícium felezési ideje 12,3 év. Egy zárt közegben, jelentős mennyiségű tríciumot tartalmazó levegőben 0,1 g trícium óránként 117 J energiát termel.

- Írjuk fel a bomlás egyenletét!
- A fentiek alapján határozzuk meg az emittált béta-részecskék átlagos energiáját!
- Miért beszélünk átlagos energiáról?

Megoldás:

$$\text{a) } {}^3_1\text{H} \xrightarrow{\beta^-} {}^3_2\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e \quad (1 \text{ pont})$$

(Az $\bar{\nu}_e$ nélkül felírt bomlási egyenlet nem ér pontot – a feladat az átlagos energiával utal rá.)

b) A 0,1 g tríciumban levő atommagok száma:

$$N = \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{0,1 \text{ g}}{3 \text{ g/mol}} \cdot 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 2 \cdot 10^{22}. \quad (1 \text{ pont})$$

Az aktivitás:

$$A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N = \frac{\ln 2}{12,3 \text{ év}} \cdot 2 \cdot 10^{22} = 1,13 \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{év}} = 3,57 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{s}}. \quad (1 \text{ pont})$$

Az óránként 117 J energia $P = 0,0325$ W teljesítményt jelent. Ebből egy béta-részecske átlagos energiája:

$$E = \frac{0,0325 \text{ J/s}}{3,57 \cdot 10^{13} \text{ 1/s}} = 9,1 \cdot 10^{-16} \text{ J} \approx 5,7 \text{ keV.} \quad (1 \text{ pont})$$

- c) A bomlás során egy elektron-antineutrínó is keletkezik, amellyel az elektron osztozik a bomlásban felszabaduló 18,6 keV energián. (1 pont)

7. Feladat:

(kitűzte: Radnóti Katalin || 5 pont)

A feladat egy tavacska vizének térfogatát meghatározni. Ehhez 80 GBq aktivitású radioaktív konyhasót szórnak a tó vizébe. A konyhasóban a Na^+ ionok 0,001%-a tartalmaz $^{24}_{11}\text{Na}$ atommagot, amely izotóp felezési ideje 15 óra. 60 órával később kivettek a tóból 5 liter vizet, melynek aktivitását 400 Bq-nek mérték. (Tegyük fel, hogy a 60 óra alatt egyenletesen eloszlott a só.)

- Hogyan bomlik a $^{24}_{11}\text{Na}$ izotóp? Írjuk fel a bomlás egyenletét!
- Mekkora tömegű konyhasót dobtak a tóba?
- Mekkora a tó vizének térfogata?

Megoldás:

- Negatív béta-bomlással stabil magnézium maggá alakul: $^{24}_{11}\text{Na} \xrightarrow{\beta^-} ^{24}_{12}\text{Mg} + e^- + \bar{\nu}_e$. (1 pont)
(A $^{24}_{11}\text{Na}$ szerepel pl. a függvénytáblázatban a gyakorlatban használt izotópoknál. Csak a teljes – antineutrínót is tartalmazó – egyenletre adható az 1 pont.)
- A NaCl móltömege: $M = (23 + 35,5) \text{ g/mol} = 58,5 \text{ g/mol}$. (A Na móltömegét vehetjük 23 g/mol-nak, hiszen a nagyon kis mennyiségben jelen levő ^{24}Na azt számottevően nem befolyásolja.)
Az aktivitás $A = 80 \text{ GBq} = 8 \cdot 10^{10} \text{ 1/s}$, a felezési idő $T_{1/2} = 15 \text{ h} = 54\,000 \text{ s}$, innen az aktív magok száma:

$$N = \frac{A \cdot T_{1/2}}{\ln 2} = 6,23 \cdot 10^{15},$$

amely a sóban levő Na atomok 0,001%-a, azaz százvezred része. Ez azt jelenti, hogy az összes Na atom száma

$$N_{\text{össz}} = N \cdot 10^5 = 6,23 \cdot 10^{20},$$

A NaCl anyagmennyisége $n = N/N_A = 1,035 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$, tömege $m = n \cdot M = 0,0605 \text{ g} \approx 60 \text{ mg}$.

(2 pont)

- Négy felezési idő után veszünk mintát a tóból, ezért a radioaktív izotópnak már csak az 1/16-od része van jelen a tóban, ami $80 \text{ GBq}/16 = 5 \text{ GBq}$ aktivitást jelent. Feltételezzük, hogy a feloldott konyhasóból származó Na ionok egyenletesen oszlanak el ennyi idő után a tó teljes térfogatában, ekkor

$$\frac{V}{V_{\text{minta}}} = \frac{A}{A_{\text{minta}}} \implies V = V_{\text{minta}} \cdot \frac{A}{A_{\text{minta}}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \frac{5 \cdot 10^9 \text{ Bq}}{400 \text{ Bq}} = 62\,500 \text{ m}^3. \quad (2 \text{ pont})$$

8. Feladat:

(kitűzte: Sükösd Csaba || 5 pont)

A $^{27}_{14}\text{Si}$ és az $^{27}_{13}\text{Al}$ atommagok tömegének a különbsége $6 \text{ MeV}/c^2$. Adjunk becslést ezeknek az atommagoknak a sugarára! Csak ezt az adatot használjuk, ne használjuk az $R = r_0 \sqrt[3]{A}$ ismert összefüggést! A neutron-proton tömegkülönbséget hanyagoljuk el! A magokat tekintsük R sugarú, Q_i töltésű, homogén töltéeloszlású gömbnek, melynek elektrosztatikus energiája:

$$E = \frac{3}{5} \cdot k \cdot \frac{Q_i^2}{R}, \quad \text{ahol } k \approx 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}.$$

(Az olyan magpárokat, amelyekben a magok rendszáma kölcsönösen megegyezik a másik mag neutronszámával, **tükörmagoknak** nevezzük.)

Megoldás:

Miután ezeknek az atommagoknak a tömegszáma megegyezik, a Weizsäcker-formulában a térfogati és a felületi energiát azonos lesz, a neutronok és a protonok száma pedig felcserélődik, ezért $(N-Z)^2/A$ aszimmetria-energia is azonos, sőt még a párenergia-tag is azonos, hiszen mindkettő páros-páratlan atommag. (1 pont)

Így a kötési energia-kifejezésben a Coulomb-energia kivételével minden tag megegyezik, és ha a proton-neutron tömegkülönbséget elhanyagolhatjuk, akkor a magok tömegében fennálló ΔM különbséget egyedül a Coulomb-energiában fennálló különbség okozhatja, azaz

$$\Delta M \cdot c^2 = \frac{3}{5} \cdot k \cdot \frac{e^2}{R} \cdot (Z_1^2 - Z_2^2). \quad (2 \text{ pont})$$

Ebből kapjuk, hogy:

$$R = \frac{3}{5} \cdot k \cdot \frac{e^2}{\Delta M \cdot c^2} \cdot (Z_1^2 - Z_2^2),$$
$$R = \frac{3}{5} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{6 \text{ MeV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J/MeV}} \cdot (14^2 - 13^2) \approx 3,89 \cdot 10^{-15} \text{ m}. \quad (2 \text{ pont})$$

9. Feladat:

(kitűzte: Mester András || 5 pont)

Ezzel a feladattal a 2021-ben elhunyt Radnai Gyulára emlékezünk, aki a híres Dér–Radnai–Soós feladatgyűjtemény társszerzőjeként generációk érettségi- és felvételi felkészülését segítette elő.

Egy hidrogénmolekulában a két proton egyensúlyi helyzetének távolsága $7,4 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Ha a két proton ennél közelebbre vagy távolabbra kerül egymástól, fellép egy visszatérítő erő, amely arányos az elmozdulással. Ha például a protonok $9 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ -re távolodnak el egymástól, mindkét protonra $8,2 \cdot 10^{-9} \text{ N}$ visszatérítő erő hat. Mennyi a hidrogénmolekula rezgésének frekvenciája? A proton tömege $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Megoldás:

Ha a visszatérítő erő arányos az elmozdulással, a H_2 molekula protonjai harmonikus rezgőmozgást tudnak végezni az egyensúlyi helyzet körül. (1 pont)

Célszerű a két proton rezgését külön-külön tekinteni – ekkor a két protont egy-egy rugó rezgeti, amelynek rögzített másik vége a protonok közötti szakasz felezőpontja (a két proton tömegközéppontja, amely helyben marad, ezért tekinthetjük rögzített pontnak).

Ekkor – külső erő hiányában – a példában megadott értékekkel egy proton kitérése $\Delta \ell = (9 \cdot 10^{-11} \text{ m} - 7,4 \cdot 10^{-11} \text{ m})/2 = 8 \cdot 10^{-12} \text{ m}$. (1 pont)

Az ehhez tartozó „rugóerő”: $F = 8,2 \cdot 10^{-9} \text{ N}$. Ezzel a „rugóállandó”:

$$D = \frac{F}{\Delta \ell} = \frac{8,2 \cdot 10^{-9} \text{ N}}{8 \cdot 10^{-12} \text{ m}} = 1025 \frac{\text{N}}{\text{m}}. \quad (1 \text{ pont})$$

A harmonikus rezgőmozgás frekvenciája

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}}. \quad (1 \text{ pont})$$

Az adatokat behelyettesítve:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1025 \text{ N/m}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 1,25 \cdot 10^{14} \text{ Hz}. \quad (1 \text{ pont})$$

10. Feladat:

(kitűzte: Halász Máté || 5 pont)

A szabad neutronok bomlásainak egy igen kis részében (átlagosan egymillió bomlásból négy esetén)

az elektron nem nyer elegendő (13,6 eV) energiát ahhoz, hogy szabad elektrónként távozzon, hanem a bomlás termékei egy semleges hidrogénatom és egy antineutrínó lesznek. A neutront állónak tekintve határozzuk meg a visszalökődő, alapállapotú hidrogénatom sebességét! A számítás során hanyagoljuk el az antineutrínó nyugalmi tömegét. A hidrogénatom nem lesz relativisztikus. Adatok: A neutron tömege $m_n = 1,008665 \text{ u} = 939,5654 \text{ MeV}/c^2$, a hidrogénatom tömege $m_H = 1,007825 \text{ u} = 938,7830 \text{ MeV}/c^2$.

Megoldás:

A H-atom és az antineutrínó lendületének nagysága megegyezik a neutron bomlása után (de irányuk ellentétes). Legyen ez p . Az antineutrínó energiája pc , a H-atom visszalökődési energiája:

$$E_{\text{mozg,H}} = \frac{p^2}{2m_H} = \frac{1}{2} \cdot pc \cdot \left(\frac{pc}{m_H c^2} \right).$$

Innen látszik, hogy a H-atom visszalökődési energiájának és az antineutrínó energiájának az aránya:

$$\frac{E_{\text{mozg,H}}}{pc} = \frac{1}{2} \cdot \frac{pc}{m_H c^2}. \quad (1 \text{ pont})$$

A bomlásban felszabaduló teljes energia:

$$Q = (m_n - m_H) \cdot c^2 = 939,5654 \text{ MeV} - 938,7830 \text{ MeV} = 0,7824 \text{ MeV}. \quad (1 \text{ pont})$$

Az antineutrínó legfeljebb ennyi energiát kaphat. Ezért

$$\frac{E_{\text{mozg,H}}}{pc} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{0,7824 \text{ MeV}}{938,7830 \text{ MeV}} = 0,000417 \approx 0, \quad (1 \text{ pont})$$

azaz a H-atom lényegében csak lendületet kap, mozgási energiát csak elhanyagolható mértékben tud átvenni: a H-atom mozgási energiája biztosan kisebb, mint $0,000417 \cdot 0,7824 \text{ MeV} = 0,000326 \text{ MeV} = 326 \text{ eV}$. Ha ezt – a többi energiához képest igen kis értéket – elhanyagoljuk, akkor a bomlás teljes energiáját az antineutrínó kell elvigye. Ebben a közelítésben tehát $E_\nu = 0,7824 \text{ MeV}$. A lendület pedig ennek alapján: $p = E_\nu/c$. Ekkora lendületet kapott a H-atom is, ezért a H-atom sebessége:

$$v = \frac{p}{m_H} = \frac{E_\nu}{m_H c^2} \cdot c \approx \frac{0,7824 \text{ MeV}}{938,7830 \text{ MeV}} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 250025,83 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 250 \frac{\text{km}}{\text{s}}. \quad (2 \text{ pont})$$

Alternatív megoldás: A feladat szerint a hidrogénatom a bomlást követően nemrelativisztikus sebességgel lökődik vissza, így az energiamegmaradás a következőképpen írható fel (hanyagoljuk el az antineutrínó tömegét):

$$Q = m_n c^2 - m_H c^2 = E_\nu + E_{\text{mozg,H}} = p_\nu c + \frac{p_H^2}{2m_H}. \quad (1 \text{ pont})$$

Mivel a neutront állónak feltételezzük, ezért a hidrogénatom lendületének nagysága megegyezik az antineutrínóéval: $p_H = p_\nu = p$. Visszahelyettesítve az energiamegmaradásba, és kihasználva, hogy $p_\nu c = E_\nu$, másodfokú egyenletet kapunk E_ν -re:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{E_\nu^2}{2m_H c^2} + E_\nu \\ 0 &= \frac{E_\nu^2}{2m_H c^2} + E_\nu - (m_n c^2 - m_H c^2) \implies E_\nu \approx 0,782074 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (2 \text{ pont})$$

Mivel $E_{\text{mozg,H}} = m_n c^2 - m_H c^2 - E_\nu$, ezért a hidrogénatom sebessége:

$$\begin{aligned} v_H &= \sqrt{2 \cdot \frac{m_n c^2 - m_H c^2 - E_\nu}{m_H}} = \sqrt{2 \cdot \frac{939,5654 \text{ MeV} - 938,7830 \text{ MeV} - 0,782074 \text{ MeV}}{938,7830 \text{ MeV}/c^2}} \approx \\ &\approx \sqrt{2 \cdot \frac{326 \text{ eV}}{938,7830 \text{ MeV}/c^2}} \approx 8,33 \cdot 10^{-4} \cdot c \approx 2,5 \cdot 10^5 \text{ m/s} = 250 \text{ km/s}. \end{aligned} \quad (2 \text{ pont})$$