

4. előadás

TARTALOMJEGYZÉK

• Radioaktív kormeghatározás

Atommagmodellek

• „Deformált” folyadékcsepp modell

- Gömbszimmetrikus és deformált atommagok
- Deformált atommagok, kvadrupólus momentum
- Rotációs és vibrációs állapotok

• A független részecske héjmodell

- Kísérleti előzmények, a mágikus számok
- Az energiahéj definíciója
- Schrödinger-egyenlet, kvantumállapotok és kvantumszámok
- Kvantumállapotok magfizikai jelölésmódja
- Négyszög-potenciál és harmonikus oszcillátor potenciál

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

1

Olyan kort (időt) lehet legpontosabban meghatározni, amely az illető izotóp felezési idejének nagyságrendjébe esik.

Geológiai kormeghatározások (10 millió év – néhány milliárd év)

- viszonylagos
- abszolút

Viszonylagos kormeghatározások (nem nukleáris módszerek)

- paleontológiai (kövült ősmaradványok üledékes kőzetekben)
- földtani szelvényben történt elhelyezkedés alapján

Abszolút kormeghatározások (nukleáris módszerek)

- Rubídium-stroncium (Rb-Sr) módszer
- Ólom-hélium módszer (Th, vagy uránsor alapján)
- Kálium-argon módszer (K-Ar)

Rubídium-stroncium módszer: $^{87}\text{Rb} \xrightarrow{\beta^- 50 \text{ Mrd év}} ^{87}\text{Sr}$

$\frac{^{87}\text{Sr}}{^{87}\text{Rb}}$ arányból lehet a kőzet életkorára következtetni

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

3

Radioaktív kormeghatározás:

Radioaktív izotóp bomlási tulajdonságait felhasználva következtetünk a minta életkorára.

Ismerni kell a „kezdeti” arányt!

Kormeghatározásra használt leggyakoribb izotópok:

Izotóp	Felezési idő	Gyakoriság (stabilhoz képest)
^3H (trícium)	12,262 év	$1 \cdot 10^{-18}$
^{14}C (radiokarbon)	5568 év	$2 \cdot 10^{-12}$
^{40}K	$1,3 \cdot 10^9$ év	$1,19 \cdot 10^{-4}$
^{87}Rb	$5 \cdot 10^{10}$ év	0,278
^{238}U	$4,51 \cdot 10^9$ év	0,992739
^{235}U	$7,04 \cdot 10^8$ év	0,007204
^{232}Th	$1,39 \cdot 10^{10}$ év	1,0

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

2

Ólom-hélium módszer: a radioaktív bomlási sorok alapján.

- ^{238}U –ből lesz végül ^{206}Pb . Közben ? db α -bomlás következik be.
 - ^{232}Th -ből ^{208}Pb lesz. Közben ? db α -bomlás következik be
 - ^{235}U -ből ^{207}Pb lesz. Közben ? db α -bomlás következik be
- Ezek miatt a kőzetben hélium halmozódik fel.

Nehézségek:

- nehezen lehet szétválasztani az ólomizotópokat egymástól
- általában mindhárom sor együttesen van jelen
- a sorok mindenütt áthaladnak a Rn (radon) valamely izotópján ez nemesgáz, könnyen megszökhet, a sor „megszakad”.

Kálium-argon módszer ($T = 1,3$ Mrd év)

$^{40}\text{K} \longrightarrow ^{40}\text{Ca}$ (88%)

$^{40}\text{K} \longrightarrow ^{40}\text{Ar}$ (12%)

Mérni kell a $\frac{^{40}\text{Ca}}{^{40}\text{K}}$, és $\frac{^{40}\text{Ar}}{^{40}\text{K}}$ arányokat.

Nehézségek:

- ^{40}Ca igen gyakori, nemcsak a ^{40}K bomlásából keletkezik
- ^{40}Ar nemesgáz, ezért elszökhet.

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

4

Radiokarbon módszer: ($T = 5568$ év)

A ^{14}C a kozmikus sugárzás hatására folyamatosan keletkezik. Egyensúlyi koncentrációja (CO_2) a levegőben $^{14}\text{C}/^{12}\text{C} = 1,2 \cdot 10^{-12}$. Ez épül be a növényekbe és állatokba is az anyagcsere folyamán. Amikor az élőlény elpusztul, az anyagcsere megszűnik, a ^{14}C utánpótlása leáll, csak bomlik.

Itt t a halál óta eltelt idő,
 T a felezési idő.

$$\frac{N(^{14}\text{C})}{N(^{12}\text{C})} = 1,2 \cdot 10^{-12} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

Tríciumos módszer: ($T = 12,26$ év)

A ^3H a kozmikus sugárzás hatására folyamatosan keletkezik. Egyensúlyi koncentrációja (H_2O) a levegőben $^3\text{H}/\text{H} = 1 \cdot 10^{-18}$. A felszíni vizekben ez a koncentráció megőrződik. A felszín alatti vizek korát a trícium-koncentráció alapján meg lehet határozni.

(Elpusztult élőlények korát nem lehet meghatározni vele mert a H-csere folytatódik a környezettel a halál után is)

$$\frac{N(^3\text{H})}{N(^1\text{H})} = 1 \cdot 10^{-18} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

5

Atommag modellek

VALÓSÁG

- Sokrétű,
- Bonyolult,
- „Végtelen”
- Megoldhatatlan
- ...



MODELL

- Kevés változó,
- Egyszerű,
- Véges
- Megoldható
- **Ismert**
- Valóságos vagy matematikai
- Absztrakt vagy konkrét
- ...

Hasonlóság
valamilyen
szempont
szerint

Egy dolog $\rightarrow$ több modell

Egy modell $\rightarrow$ több dolog

Az atommag-modellek feladata: sok ismert atommagra értelmezni

- az alapállapot jellemzőket,
 - a gerjesztett állapotok rendszerét,
- valamint megbízható jóslásokat adni az atommagoknak a különféle magreakciókban való viselkedésére vonatkozóan.

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

6

A következő modellek használatosak

Kollektív modell

Töltött folyadékcsepp

(kiegészítve a deformálhatósággal)

Általános tulajdonságokat tud leírni, tendenciákat

Héjmodell

(leegyszerűsítve: nukleonok mint független részecskék mozognak az atommagban)

Egyedi atommagok sajátosságait tudja megmagyarázni

Deformálható töltött folyadékcsepp modell

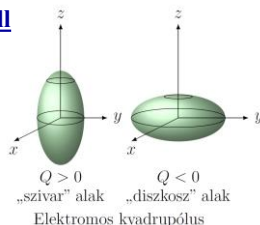
Alapállapot: töltött folyadékcsepp

Megmagyarázza: kötési energia,

$$R = r_0 \cdot \sqrt[3]{A}$$

Kibővítve: **deformáció,**

kvadrupólus momentum



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

7

Deformált töltött folyadékcsepp modell

Deformáltság következményei:

- Nem gömbszerű $\rightarrow$ **rotáció** (forgó) gerjesztés lehetséges
- Deformálhatóság $\rightarrow$ **vibráció** gerjesztés lehetséges

Rotáció

Klasszikus fizika $\rightarrow$ egy gömb is foroghat

Kvantumfizika $\rightarrow$ csak deformált állapot foroghat



Forgási energia: $E = \frac{\hbar^2}{2\theta} I^2$ $\leftarrow$ perdület négyzete $\leftarrow$ tehetetlenségi nyomaték

Teljes perdület: $J = I + j$ $\leftarrow$ törzs forgás nélküli, (belső) perdülete (párosítatlan nukleontól)

$J^2 = I^2 + j^2 + 2(Ij)$ $\leftarrow$ törzs forgása

$\langle Ij \rangle = 0$, mivel I merőleges a szimmetriatengelyre, és j pedig akörül precesszál.

Ez azt jelenti, hogy: $\langle I^2 \rangle = \langle J^2 \rangle - \langle j^2 \rangle = J(J+1) - j(j+1)$

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

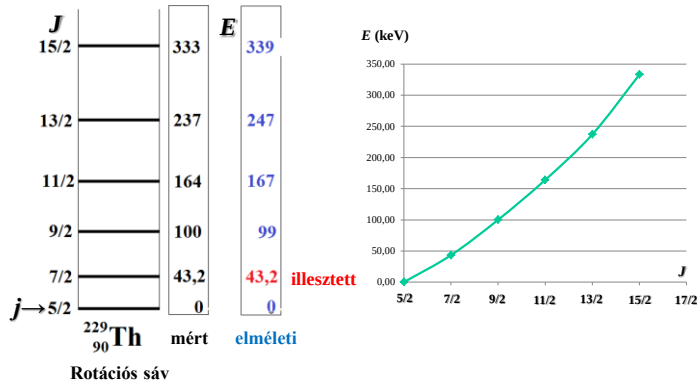
8

Ezért a rotációs gerjesztésekre:

$$E = \frac{\hbar^2}{2\theta} [J(J+1) - j(j+1)]$$

Alapállapotban $I = 0$, amivel persze $J = j$

A rotációs gerjesztéskor I növekszik, így kapjuk $J=j+1, j+2, \dots$



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

9

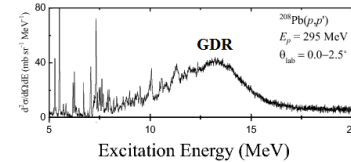
A vibráció

Komplikáltabb, mivel nagyon sokféle **alakban** is vibrálhat egy folyadéksepp. Sőt, itt tulajdonképpen két folyadék van együtt: protonok és neutronok.

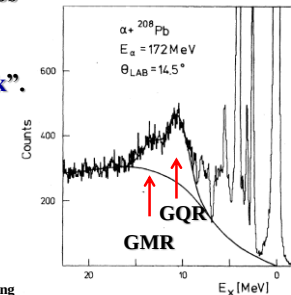
Ezek **külön-külön** is vibrálhatnak...



Ez meg is figyelhető, mert bizonyos magreakciókban ezek a vibrációs állapotok rezonancia-szerűen gerjesztődnek. „Óriásrezonanciák”.



https://inspirehep.net/record/1242152/files/DCS_TST.png



Morsch, Sükösd et al. Phys. Rev. C 22 (1980) 489.

2017

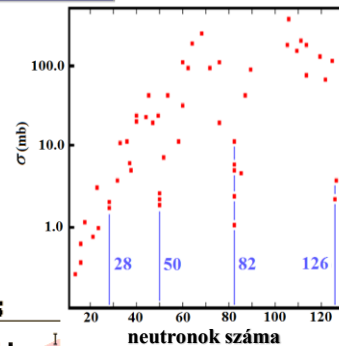
Reaktorfizika szakmérnököknek

10

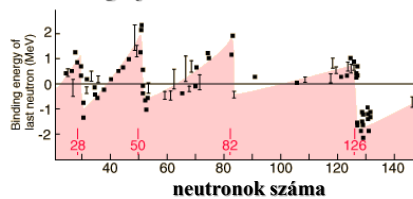
A független részecske héjmodell

1) Kísérleti előzmények, a mágikus számok

a) Neutron befogási hatáskeresztmetszetek (n-befogás valószínűsége)



b) Az utolsó neutron kötési energiája

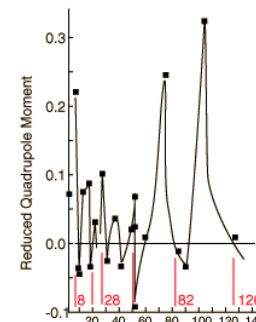


2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

11

c) Atommagok kvadrupólus momentumának szisztematikája



Páratlan tömegszámú atommagok mért kvadrupólus momentumai. A vízszintes tengelyen a neutron- vagy a protonszám van, attól függően, hogy melyik páratlan.

A **8, 20, 28, 50, 82, 126** „mágikus” számok két oldalán a kvadrupólus momentumok pozitívról negatívba váltanak.

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/nuclear/imgnuc/quadrupole.gif>

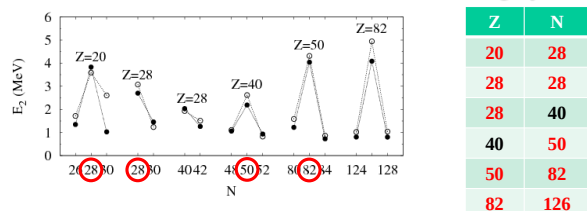
A „mágikus” számoknál a kvadrupólus momentum 0, ami **gömb alakra** utal. A „mágikus” számok között a kvadrupólus momentumok nagyon nagyok is lehetnek – ami az illető atommag **erős deformáltságát** mutatja.

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

12

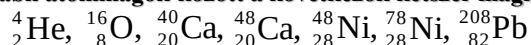
d) Az első gerjesztett állapotok gerjesztési energiája:



Konklúzió: a következő Z és/vagy N számú atommagok különösen stabilak (összehasonlítva a szomszédjaikkal): **2, 8, 20, 28, 50, 82, 126.** Ezek a „mágikus számok”.

Mágikus Z vagy N számú atommagok a „mágikus atommagok”. Ha Z, N mindkettő mágikus, ezek a „kétszer mágikus atommagok”.

A stabil atommagok között a következők kétszer mágikusak:



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

13

3) A független részecske héjmodell elméleti alapjai

Az atommag energia (Hamilton) operátora

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m_i} + \sum_{i \neq j} V_{i,j}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \quad \text{alapján} \quad \hat{H} = \sum_{i=1}^A -\frac{\hbar^2}{2m_i} \nabla_i^2 + \sum_{i \neq j} V_{i,j}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$$

A „trükk”:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^A \left(-\frac{\hbar^2}{2m_i} \nabla_i^2 + \tilde{V}(\mathbf{r}_i) \right) + \left[\sum_{i \neq j} V_{i,j}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - \sum_{i=1}^A \tilde{V}(\mathbf{r}_i) \right]$$

„átlag” potenciál (egyes részecskékre) „maradék” kölcsönhatás (elhanyagoljuk)

Ez a „független részecske héjmodell” alap gondolata.

Minden egyes részecske **függetlenül** mozog az átlagpotenciálban

2017

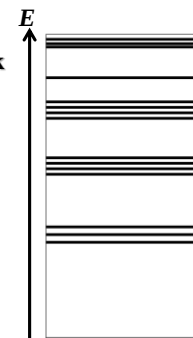
Reaktorfizika szakmérnököknek

15

2) Mit értünk egy „héj” alatt?

Egy kvantummechanikai objektumnak diszkrét energiájú állapotokból álló rendszere van, amelyet a rendszer részecskéi elfoglalhatnak. Ezek egy része betöltött, mások betöltetlenek.

Gerjesztés során egy részecske egy betöltött állapotból egy magasabb energiájú **nem-betöltött** állapotba kerül. Ha ez az állapot „közeli” energiájú, ekkor a gerjesztés könnyű (kis energiát igényel). Ha a következő üres állapot „messze” van, a gerjesztés nehéz (sok energiát igényel).



Egy „héj” egymáshoz közeli energiájú kvantummechanikai állapotok rendszere.

A héjakat nagyobb energiahézagok választják el egymástól.

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

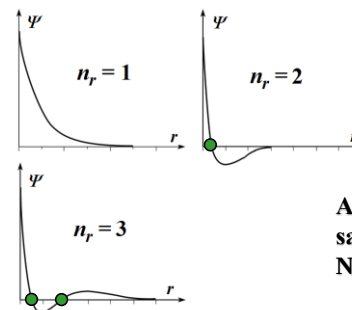
14

A Schrödinger-egyenlet egy sajátérték egyenlet

(minden egyes független részecskére): $\hat{H}\psi = E\psi$

Az állapotfüggvény sok változótól függ (pl. a koordinátáktól is) de az alakját **kvantumszámok** is meghatározzák $\psi(\dots, n_r, \ell, j, \dots)$

$n_r \rightarrow$ „radiális” kvantumszám ($n_r=1, 2, 3, \dots$) pályamomentum teljes perdület



Az első néhány radiális sajátfüggvény alakja. Nullahelyek száma = $(n_r - 1)$

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

16

$$\psi(\dots, n_r, \ell, j, \dots)$$

$\ell \rightarrow$ „**pályamomentum**” kvantumszám ($\ell = 0, 1, 2, 3, \dots$)

l	Jel	Állapotok száma ($2l+1$)
0	s	1
1	p	3
2	d	5
3	f	7
4	g	9
5	h	11
6	i	13

$j \rightarrow$ **teljes perdület** kvantumszám

$$j = \begin{cases} \ell + \frac{1}{2} & 2j+1 \text{ állapot} \\ \ell - \frac{1}{2} & \text{van benne } m_j \text{ (mágneses kvantumszám szerint)} \end{cases}$$

Magfizikai jelölésrendszer
(más, mint az atomfizikai!)

$$n_r = 3 \rightarrow 3s_{1/2} \leftarrow j = 1/2$$

$\ell = 0$

$$n_r = 1 \rightarrow 1h_{9/2} \leftarrow j = 9/2$$

$\ell = 5$

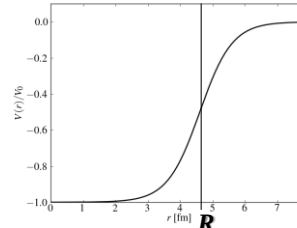
2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

17

Minden egyes részecske energia-operátora: $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \tilde{V}(r)$
Milyen lehet az „átlagpotenciál” alakja?

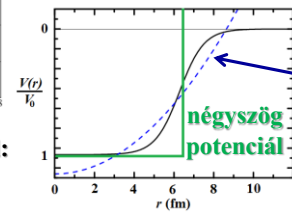
- centrális $\rightarrow$ csak az r sugár nagyságától függ: $V(r)$
- A nukleonok maguk hozzák létre, ezért a magsűrűség alakjához hasonló kell legyen: $V(r) = -V_0 \left(\frac{\rho(r)}{\rho_0} \right)$



„Saxon-Woods” potenciál:

$$V(r) = -V_0 \frac{1}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

Sajnos a Schrödinger-egyenletet nehéz megoldani ilyen alakra.
Két közelítést szoktak tenni:



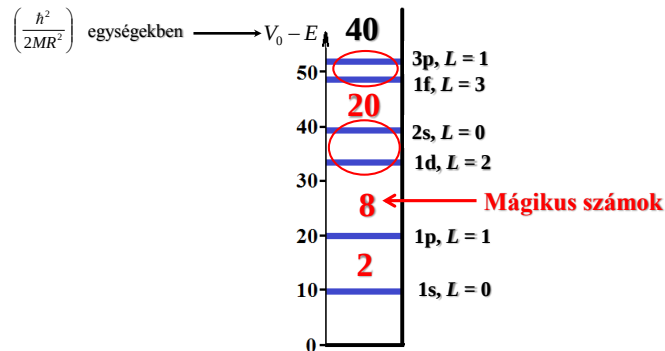
2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

18

A négyyszögpotenciál energiaszint rendszere

Emlékeztető: **Mágikus számok:**
2, 8, 20, 28, 50, 82, 126



Figyeljük meg: a héjon belül a nagyobb L perdületű állapot (kisebb n_r) alacsonyabb energiájú!

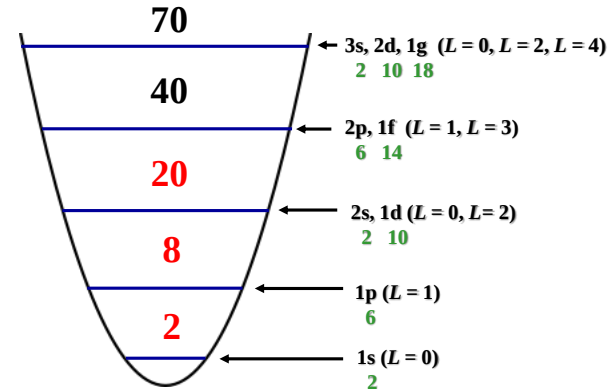
2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

19

A harmonikus oszcillátor energiaszint rendszere

Emlékeztető: **Mágikus számok:**
2, 8, 20, 28, 50, 82, 126



Az első három mágikus szám jó, de a többi...?

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

20