3. előadás

TARTALOMJEGYZÉK

Az α –bomlás: ${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y}$

nukleonszám-megmaradás ($A = 4+A-4$)

töltés-megmaradás ($Z = 2 + Z-2$)

Energia-feltétel:

$$M(\mathrm{X}_{\mathrm{atom}}) > M({}^{4}_{2}\mathrm{He}_{\mathrm{atom}}) + M(\mathrm{Y}_{\mathrm{atom}})$$

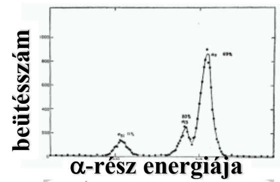
Lendület-megmaradás: $\vec{\mathbf{p}}(\mathrm{X}) \approx 0$ **,**
ezért $\vec{\mathbf{p}}(\mathrm{Y}) = -\vec{\mathbf{p}}(\mathrm{He})$

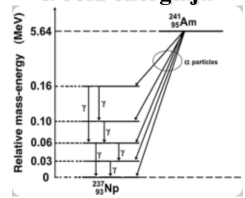
Az α-részecske mozgási energiája:

$$E(\mathrm{He}) = Q \cdot \frac{M(\mathrm{Y})}{M(\mathrm{He}) + M(\mathrm{Y})}$$

bomlási energia

„vonalas” energia-spektrum

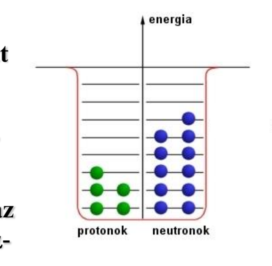




Miért nem csak egy „vonal” van?
A bomlás a leánymag gerjesztett állapotaira is lehetséges!

Energia-feltétel: $M(\mathrm{X}_{\mathrm{atom}}) > M({}^{4}_{2}\mathrm{He}_{\mathrm{atom}}) + M(\mathrm{Y}_{\mathrm{atom}})$

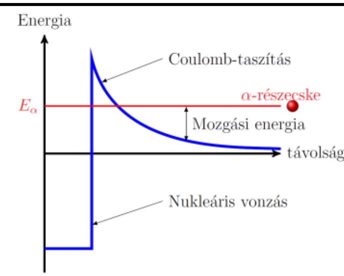
Ellentmondás:
Az atommagokban a nukleonok kötött állapotban vannak, azaz egyetlen nukleon sem tud kijönni!
Hogyan tud akkor kijönni 4 nukleon?



Megoldás:
A ^{4}He nagyon erősen kötött. Amikor az atommagban „összeáll” a 4 nukleon α-részecskévé, ez a kötési energia felszabadul, és ez teszi lehetővé az energia-feltétel teljesülését, és a részecske kiszabadulását.

Újabb érdekes kérdés:
Ha a bomlás energetikailag kedvező, akkor miért nem történik meg azonnal? Miért vannak hosszú felezési idejű α-bomlások?

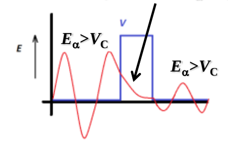
Megoldás:
A válasz csak a kvantumfizika segítségével adható meg. A vonzó, rövid hatótávú nukleáris és a taszító, hosszú hatótávú Coulomb-kölcsönhatás összjátéka „bezárja” az α-részecskét a magba. Jelöljük a Coulomb-potenciálgát magasságát V_C-vel.

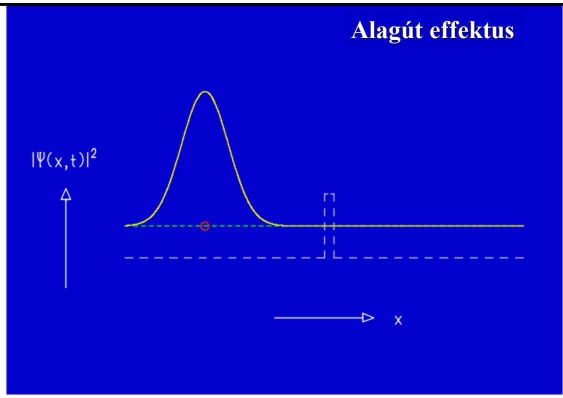


A klasszikus fizika szerint két eset van:
a) Ha $E_\alpha < V_C$, → soha nem jön ki; b) Ha $E_\alpha > V_C$, → azonnal kijön.

A kvantumfizika szerint kis valószínűséggel a részecske a gát túloldalán is megjelenhet. Ez az alagúteffektus.
Az α-bomlás valószínűségi folyamat.

exponenciális csökkenés a potenciál belsejében, ha $E_\alpha < V_C$





http://extras.springer.com/2010/978-1-4419-7423-5/single_files/1DScatt/TunnelEffectWavePacket_Abs.gif

A részecske p valószínűséggel áthalad a potenciálgáton, $(1-p)$ valószínűséggel pedig visszaverődik.

Minden mikrofizikai folyamat valószínűségi!

Exponenciális bomlástörvény

Egy radioaktív anyagban lévő aktív atommagok N száma csökken, hiszen elbomlanak: $N(t)$ csökkenő függvény.

Legyen $(\lambda \cdot \Delta t)$ annak a valószínűsége, hogy egyetlen atommag Δt idő alatt elbomlik !
Ekkor N atommagból $N \cdot \lambda \cdot \Delta t$ bomlik el Δt idő alatt.
Az atommagok számának megváltozása (csökkenése) tehát:
$\Delta N = -N \cdot \lambda \cdot \Delta t.$

Ebből kapjuk: $\dfrac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda \cdot N(t)$ $\quad \Delta t \longrightarrow 0$ **határátmenetben:**

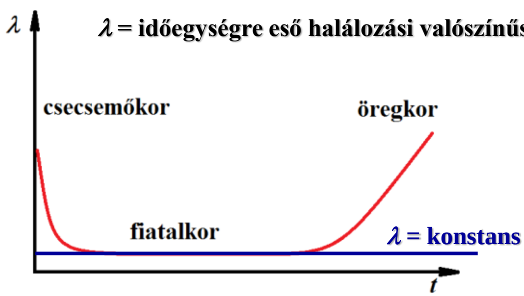
$\dfrac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N(t)$ **Ennek megoldása:** $\boxed{N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}}$

Ez az exponenciális bomlástörvény

λ neve: bomlásállandó
fizikai jelentése: időegységre eső bomlási valószínűség-sűrűség

Vegyük észre, hogy ez akkor igaz, ha az időegységre eső bomlási valószínűség időtől független, azaz időben állandó!

Ez nem minden rendszernél van így! Például az embereknél (vagy más élőlénynél):



Összehasonlítva: „örökifjú” atommagok!

Felezési idő és aktivitás

Felezési idő:
Az a T idő, amely alatt a kezdeti atommagszám a felére csökken.
azaz

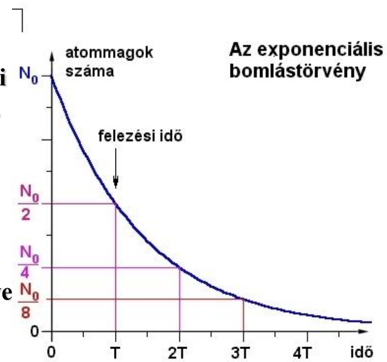
$$N(T) = N_0 \cdot e^{-\lambda T} = \frac{N_0}{2}$$

A második egyenletből kapjuk:

$$e^{\lambda T} = 2$$

Mindkét oldal logaritmusát véve

$$\boxed{T = \frac{\ln 2}{\lambda}}$$



Aktivitás:
Időegység alatt bekövetkezett bomlások száma: $A = -\dfrac{dN}{dt}$

Felhasználva a korábbi egyenletet kapjuk: $\boxed{A(t) = \lambda \cdot N(t)}$

Poisson eloszlás

A radioaktív bomlás statisztikus folyamat!
(időegységre eső bomlási valószínűséggel λ írjuk le)

- **Egy adott atomra vonatkozólag nem lehet megmondani, hogy pontosan mikor bomlik el.**
- **Az exponenciális bomlástörvény csak nagyszámú részecske esetén használható.**

Annak a valószínűségét, hogy egy a aktivitású forrásban t idő alatt pontosan k db bomlás történjen a Poisson-eloszlás adja meg ($t << T$, azaz a forrás aktivitásának csökkenését elhanyagoljuk):

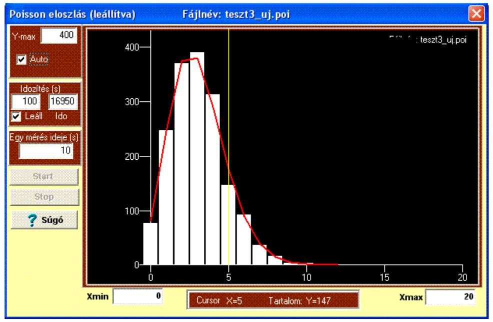
$$\boxed{P(k,at)=\frac{(at)^k}{k!}e^{-at}}$$

Poisson-eloszlás

$$\boxed{P(k,at)=\frac{(at)^k}{k!}e^{-at}}$$

k várható értéke: $<k>=a\cdot t$

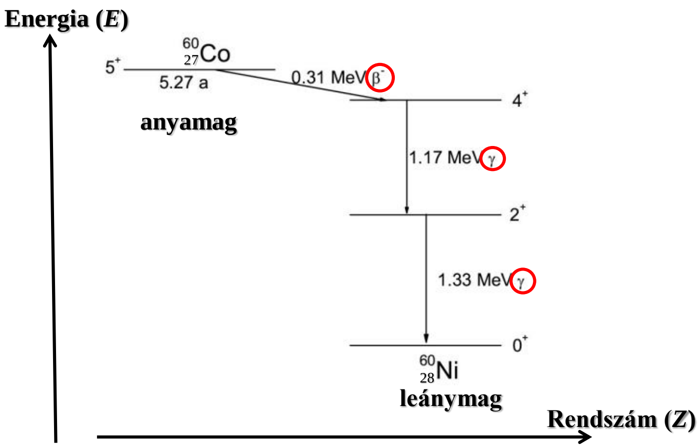
k szórása: $\sigma_k=\sqrt{a\cdot t}$

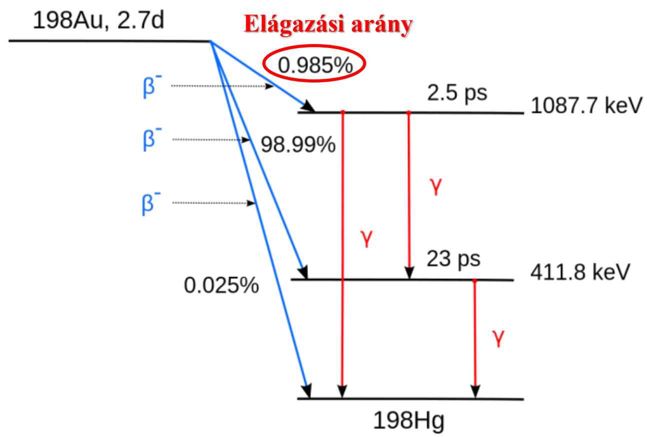


Ha $N=a\cdot t$ a várható beütés-szám, akkor ennek a szórása:

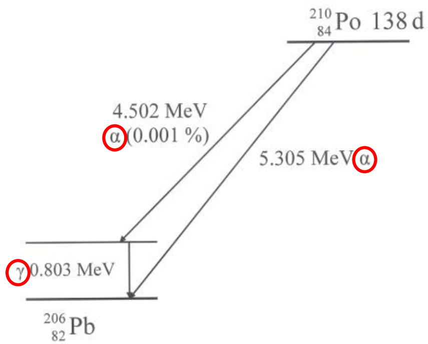
$$\boxed{\sigma_N=\sqrt{N}}$$

Bomlási sémák értelmezése

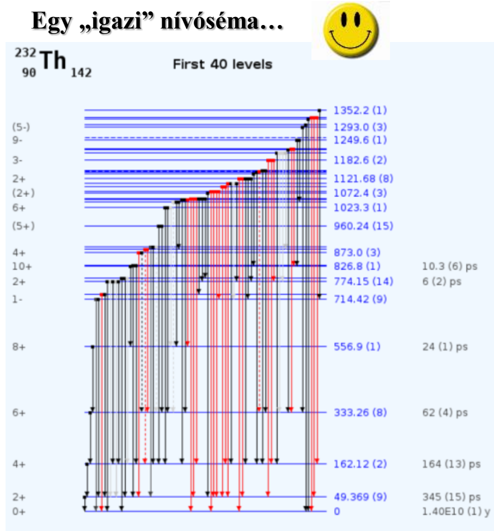




Csökkenő rendszám esetén…



Egy „igazi" nívóséma…



Olyan sűrű, hogy grafikusan szinte olvashatatlan lenne, ha minden paramé-tert feltüntetnének. Ezért táblázatokba foglalják.

Bomlási sorok:

Nagy tömegszámú atommagok bomlása során újabb radioaktív atommagok jönnek létre. Ezek tovább bomlanak, amíg végül stabil atommagot nem kapunk.

A bomlások közül egyedül az α-bomlás változtatja meg a tömegszámot: négyggyel csökkenti.

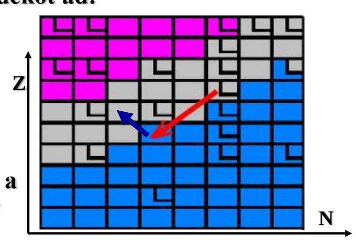
Következmény: a bomlási sor minden elemének tömegszáma néggyel osztva ugyanannyi maradékot ad!

Emiatt négy különböző bomlási sort különböztetünk meg:

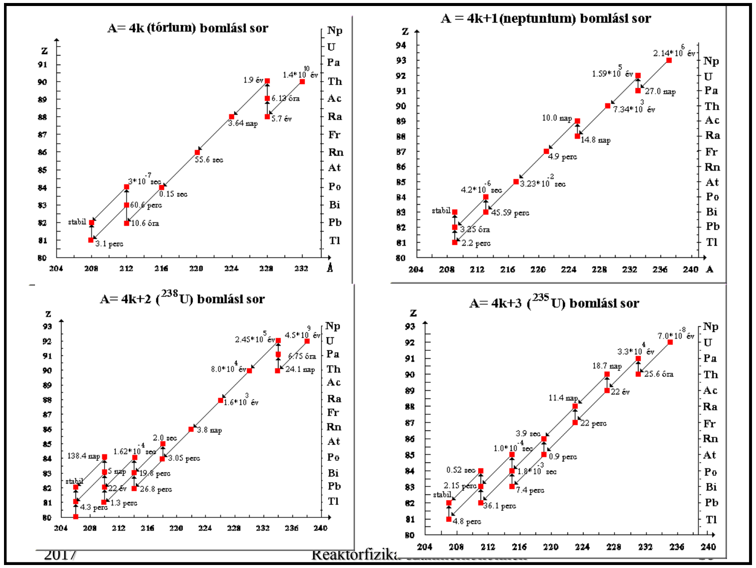
$A = 4k, \quad A = 4k+1,$

$A = 4k+2, \quad A = 4k+3$

Az α-bomlásokat β-bomlások (és ezeket γ-bomlások) követik, hogy a sor követni tudja az energiavölgy hajlását.



Feladat: $^{238}_{92}$U bomlási sorának végén a $^{206}_{82}$Pb izotóp van. Hány alfa- és hány béta-bomlás van a sorban?



Radioaktív egyensúly

Tekintsünk egy mindössze 3 tagból álló radioaktív „családot”:

1 ⟶ 2 ⟶ 3, legyenek a bomlási állandók: λ_1 és λ_2.

Az egyes atommagok száma $N_1(t)$, $N_2(t)$, $N_3(t)$.

Az atommagok számának változását leíró egyenletek:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 \cdot N_1(t) \qquad \textbf{(csak bomlik)}$$

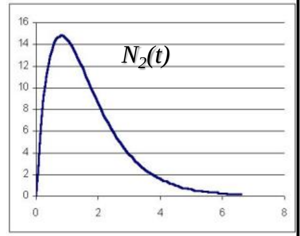
$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 \cdot N_2(t) + \lambda_1 \cdot N_1(t) \quad \textbf{(bomlik és keletkezik az előzőből)}$$

$$\frac{dN_3}{dt} = +\lambda_2 \cdot N_2 \qquad \textbf{(csak keletkezik a megelőzőből)}$$

Az első egyenlet megoldása már ismert: $N_1(t) = N_{10} \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t}$

A további egyenletek megoldásához kezdeti feltételt adunk:

$N_{20}= 0$ **és** $N_{30}= 0$**, azaz kezdetben nincs semmi a „2” és a „3” anyagból.**



A megoldás (levezetés házi feladat!):

$$N_2(t) = N_{10}\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

(ha $\lambda_1 \neq \lambda_2$).

A „2” izotóp aktivitása:

$$a_2(t) = \lambda_2 \cdot N_2(t) = a_{10}\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

Ezt egy kicsit átírhatjuk, felhasználva, hogy $a_1(t) = a_{10} \cdot e^{-\lambda_1 t}$

$$a_2(t) = a_1(t)\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\left(1-e^{-(\lambda_2-\lambda_1)\cdot t}\right)$$

$$\boxed{a_2(t) = a_1(t)\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\left(1-e^{-(\lambda_2-\lambda_1)t}\right)}$$

Speciális esetek:

1) Ha $\lambda_2 > \lambda_1$, akkor elegendően hosszú idő után az exponenciális elhanyagolhatóan kicsiny lesz: $a_2(t) \approx a_1(t)\dfrac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}$ **, amiből**

$$\frac{a_2(t)}{a_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1} = \text{konst.}$$ **, azaz időtől független!**

Ezt nevezzük átmeneti egyensúlynak.

2) Ha $\lambda_2 >> \lambda_1$, akkor teljesül az átmeneti egyensúly feltétele, de a nevezőben λ_1-et elhanyagolhatjuk λ_2 mellett, és kapjuk:

$$\frac{a_2(t)}{a_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2} = 1$$ **Másképpen:** $a_1(t) = a_2(t)$

Hasonlóan belátható, hogy egy sok elemű bomlási sorban is elegendően hosszú idő után $a_1(t) = a_2(t) = a_3(t) = \ldots$ **,**
ha λ_1 sokkal kisebb, mint a többi bomlásállandó.

Ezt nevezzük szekuláris egyensúlynak.

Szekuláris egyensúlyban tehát $a_1(t) = a_2(t) = a_3(t) = \ldots$

Ebből $a(t) = \lambda \cdot N(t) = \dfrac{N(t)}{T}\ln 2$ **felhasználásával azonnal adódik:**

$$\frac{N_1(t)}{T_1} = \frac{N_2(t)}{T_2} = \frac{N_3(t)}{T_3} = \ldots$$

Ezt másképpen felírva kapjuk:

$$\boxed{N_1(t) : N_2(t) : N_3(t)\ \ldots = T_1 : T_2 : T_3 : \ldots}$$

Szavakban: szekuláris egyensúlyban lévő bomlási sorban az egyes tagok anyagmennyiségeinek (részecskeszámoknak) az aránya a felezési idők arányával egyezik meg.

Ez lehetőséget ad hosszú felezési idők meghatározására (pl. ^{238}U felezési ideje 4,5 milliárd év.)