

2. előadás

TARTALOMJEGYZÉK

- Mágneses momentum, NMR, MRI
- Gerjesztett állapotok és bomlásuk
- Nívósémák jellemző paraméterei és "olvasásuk"
- Az atommagok kötési energiája a töltött folyadékcsepp-modell alapján
- Az atommagok energia-felülete és annak sajátosságai
- Az energiafelület következményei, az (N,Z) térkép
- A radioaktivitás
- Az α , β , γ -bomlások és energia-feltételük

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

1

Mágneses momentum

Mágneses momentum a perdülethez kapcsolódik!

$$\vec{\mu} = g \cdot \vec{J} \cdot \mu_N, \text{ ahol } \mu_N = \frac{e \cdot \hbar}{2M_p \cdot c} = 5,050 \cdot 10^{-27} \left[\frac{\text{J}}{\text{T}} \right] = 3,152 \cdot 10^{-8} \left[\frac{\text{eV}}{\text{T}} \right]$$

giromágneses
együttható mag-magneton

Következmények:

- Páros-páros magokra: $\vec{\mu} = 0$
- Páros-páratlan magokra: $\vec{\mu} = \vec{\mu}_{\text{páratlan}}$

Mágneses momentum két okból jöhet létre („kétfajta” perdület):

- Keringésből: $\vec{\mu}_L = g_L \cdot \vec{L} \cdot \mu_N$
- Spinhez kapcsolódva: $\vec{\mu}_S = g_S \cdot \vec{S} \cdot \mu_N$

	proton	neutron
g_L	1	0
g_S	2,793	-1,913

Jelentősége: mágneses térrel kölcsönhat!

Kölcsönhatási energia: $E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z \cdot B$, ha a z-tengely a B tér irányába mutat. $E = -\mu_z \cdot B = -g \cdot m \cdot \mu_N \cdot B$

2017

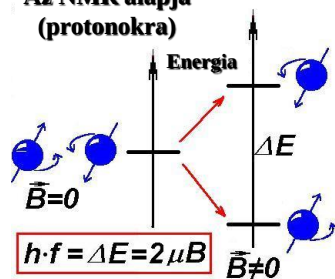
Reaktorfizika szakmérnököknek

2

A mágneses momentum gyakorlati haszna: NMR, MRI

NMR: Nuclear Magnetic Resonance

Az NMR alapja
(protonokra)



(nemcsak protonok alkalmasak !)

Alapja az atommagok két fontos paramétere:

- perdület ($\frac{1}{2} \hbar$ protonokra)
- mágneses momentum

MRI: Medical Resonance Imaging

1938-1945:

Felix Bloch és Edward Purcell
fejlesztették ki az NMR-t



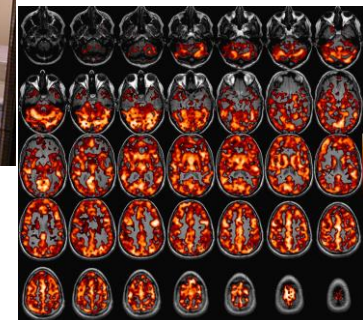
Felix Bloch
a CERN első
főigazgatója

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

3

Az MRI-scanner



Például: koponya tomográfia

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

4

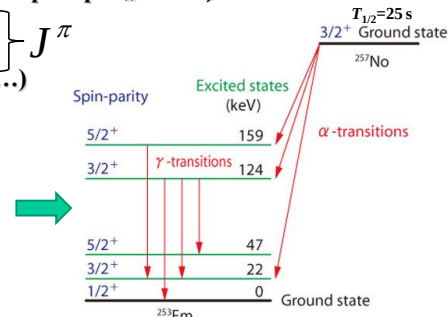
Gerjesztett állapotok, atommagok nívósémája

Az atommag kvantummechanikai rendszer:

Diszkrét energiaállapotai vannak: alapállapot és gerjesztett állapotok
Általában minden állapotot a következő paraméterekkel jellemezzük:

- Gerjesztési energia (az alapállapot „földről”)
- Perdület
- Paritás
- Bomlási módok: $(\alpha, \beta, \gamma, \dots)$
- Felezési idő
- stb...

Atommag nívósémája és bomlási sémája



<http://jolisfukyu.tokai-sc.jaea.go.jp/fukyu/mirai-en/2006/img/honbun/6-7.jpg>

Atommagok kötési energiája

Energia és kötési energia:

Einstein: $E = m \cdot c^2$. Mivel $m \geq 0$, ezért a teljes energia is $E \geq 0$.

Példaként nézzük a deuteron (^2H) tömegét, és energiáját!

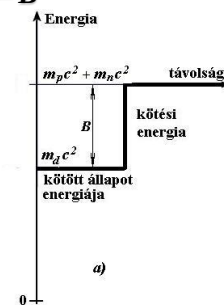
$$m_d = m_p + m_n - \Delta M \quad (\text{szorozzuk be } c^2\text{-el, és } B = \Delta M \cdot c^2)$$

$$m_d c^2 = m_p c^2 + m_n c^2 - B$$

Gyakran a szétbontott rendszer energiájánál helyezzük el az energiaskála 0 pontját (ábra jobb oldala).

Ilyenkor a kötött rendszer energiája **NEGATÍV** lesz.

$$E = -B$$



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

6

Atommagok kötési energiája

(Weizsäcker-féle félempirikus kötési energia formula)

Kiindulás: $R = r_0 \cdot \sqrt[3]{A}$ miatt a **magsűrűség állandó:**

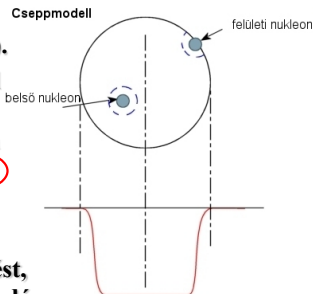
$$V = \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi}{3} r_0^3 \cdot A, \text{ és a sűrűség } \rho = \frac{M}{V} = \frac{A \cdot m_n \cdot 3}{4\pi \cdot r_0^3 \cdot A} = \frac{3 \cdot m_n}{4\pi \cdot r_0^3}$$

Behelyettesítve kapjuk: $\rho \approx 2 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (!!!)

Ezért az atommag olyan, mint egy töltött folyadékcsepp („cseppmodell”).

- A nukleonok csak a szomszédjaikkal állnak nukleáris kölcsönhatásban (rövid táv kölcsönhatás). Ha minden nukleon „belső” lenne, akkor $B = b_v A$ lenne (b_v egyetlen „belső” nukleon kötési energiája).

- A **felületi** nukleonok gyengítik a kötést, ezért $B = b_v A - \beta \cdot 4\pi R^2$. Itt β egy állandó.



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

7

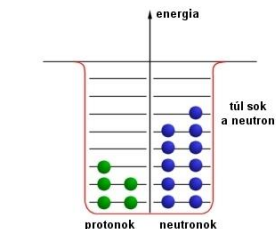
Idáig csak a nukleáris kölcsönhatást vettük figyelembe.

A mag Ze töltése miatt **Coulomb-energia** is van, amely a protonok taszítása miatt tovább gyengíti a kötést:

$$B = b_v A - \beta \cdot 4\pi R^2 - \frac{3}{5} k \frac{Z^2 e^2}{R}$$

Figyelembe kell még vennünk azt, hogy a protonokra és a neutronokra is érvényes a **Pauli elv** (legfeljebb 2 azonos részecske lehet egy energiaszinten). Emiatt túl sok neutron (proton) jelenléte (**aszimmetria**) tovább gyengíti a kötést:

$$B = b_v A - \beta \cdot 4\pi R^2 - \frac{3}{5} k \frac{Z^2 e^2}{R} - b_A \frac{(N-Z)^2}{A}$$



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

8

Végül: a tapasztalat szerint azok az atommagok erősebben kötöttek, ahol a proton (és/vagy) a neutronsám páros (pár-energia)

$$B = b_v A - \beta \cdot 4\pi R^2 - \frac{3}{5} k \frac{Z^2 e^2}{R} - b_A \frac{(N-Z)^2}{A} + b_p \delta \cdot A^{-1/2}$$

Itt $\delta = 1$, ha az atommag páros-páros

$\delta = 0$, ha az atommag páratlan-páros

$\delta = -1$, ha az atommag páratlan-páratlan

Használjuk még ki, hogy $R = r_0 \cdot \sqrt[3]{A}$, és a különböző konstansokat vonjuk össze egyetlen konstansba minden tagnál:

$$B(A, Z) = b_v A - b_f \cdot A^{2/3} - b_c \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} - b_A \cdot \frac{(N-Z)^2}{A} + b_p \cdot \delta \cdot A^{-1/2}$$

Ez a **Weizsäcker-féle félempirikus kötési energia formula**.

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

9

A képletben szereplő 5 tag elnevezése (zárójelben az energiatagban szereplő paraméter jele, valamint értéke)

Paraméter	Energia (J)	Energia (MeV)
Térfogati energia (b_v)	$2,52 \cdot 10^{-12}$	15,75
Felületi energia (b_f)	$2,85 \cdot 10^{-12}$	17,8
Coulomb-energia (b_c)	$0,11 \cdot 10^{-12}$	0,711
Aszimmetria energia (b_A)	$3,79 \cdot 10^{-12}$	23,7
Párenergia (b_p)	$1,92 \cdot 10^{-12}$	12

Ezeket a paramétereket empirikus (tapasztalati) úton határozták meg, kísérleti adatok illesztésével.

Ezzel az 5 konstanssal az ismert, kb. 2000 atommag kötési energiája 1-2% pontossággal leírható!!!

Megjegyzés:

Az irodalomban többféle paraméter-ötös is található a többféle lehetséges illesztési mód miatt.

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

10

Nukleonok átlagos energiája

Atommag-átalakulásoknál a nukleonok száma megmarad, ezért az energiaviszonyok vizsgálatához célszerű az atommag energiáját mint $A \cdot \varepsilon$ kifejezni, ahol ε egyetlen nukleon átlagos energiája.

Egyetlen nukleon átlagos **kötési** energiája: $b = B/A$.

Egyetlen nukleon átlagos **energiája**: $\varepsilon = -b = -B/A$.

Mivel B a mag összetételének (A, Z) függvénye, ezért nyilván ε is az. $\varepsilon = \varepsilon(A, Z)$.

Ennek a vizsgálatával foglalkozunk a továbbiakban.

$$\text{Mivel } B(A, Z) = b_v A - b_f \cdot A^{2/3} - b_c \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} - b_A \cdot \frac{(N-Z)^2}{A} + b_p \cdot \delta \cdot A^{-1/2}$$

$$\text{Ezért } \varepsilon(A, Z) = -b_v + b_f \cdot A^{-1/3} + b_c \cdot \frac{Z^2}{A^{4/3}} + b_A \cdot \frac{(N-Z)^2}{A^2} - b_p \cdot \delta \cdot A^{-3/2}$$

2017

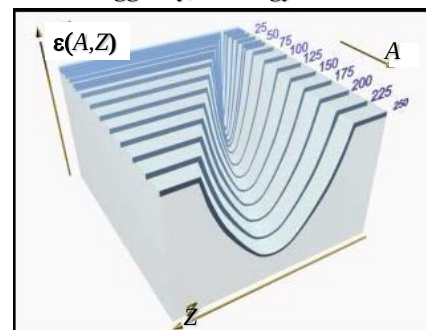
Reaktorfizika szakmérnököknek

11

Mivel $N = A - Z$, ezért $N - Z = A - 2Z$, így kapjuk:

$$\varepsilon(A, Z) = -b_v + b_f \cdot A^{-1/3} + b_c \cdot \frac{Z^2}{A^{4/3}} + b_A \cdot \frac{(A-2Z)^2}{A^2} - b_p \cdot \delta \cdot A^{-3/2}$$

Ez egy kétváltozós függvény, ezért egy felülettel lehet ábrázolni.



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

12

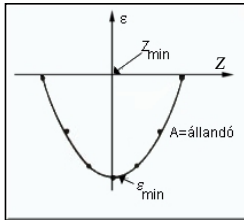
$$\varepsilon(A, Z) = -b_v + b_F \cdot A^{-1/3} + b_C \cdot \frac{Z^2}{A^{4/3}} + b_A \cdot \frac{(A-2Z)^2}{A^2} - b_p \cdot \delta \cdot A^{-3/2}$$

Vegyük észre, hogy az $A = \text{konstans}$ metszetek parabolák!

$$\varepsilon(A, Z) = a \cdot Z^2 + b \cdot Z + c$$

Ezt célszerűbb más alakban felírni:

$$\varepsilon(A, Z) = a \cdot (Z - Z_{\min})^2 + \varepsilon_{\min}$$



Feladat: Határozzuk meg az a , $Z_{\min}$ és $\varepsilon_{\min}$ paramétereiket!

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

13

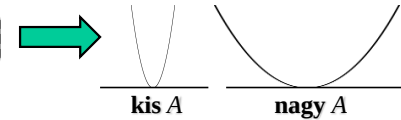
$$\varepsilon(A, Z) = -b_v + b_F \cdot A^{-1/3} + b_C \cdot \frac{Z^2}{A^{4/3}} + b_A \cdot \frac{(A-2Z)^2}{A^2} - b_p \cdot \delta \cdot A^{-3/2}$$

$$\varepsilon(A, Z) = a \cdot (Z - Z_{\min})^2 + \varepsilon_{\min}$$

Hova lett az A -tól való függés? Természetesen: $\begin{cases} a = a(A) \\ Z_{\min} = Z_{\min}(A) \\ \varepsilon_{\min} = \varepsilon_{\min}(A) \end{cases}$

Az együtthatók összehasonlításából kapjuk:

$$a(A) = \left(\frac{b_C}{A^{4/3}} + \frac{4b_A}{A^2} \right)$$



$$Z_{\min}(A) = \frac{A}{2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{b_C}{4b_A} \cdot A^{2/3}} = \frac{A}{2} \cdot \frac{1}{1 + 0,007 \cdot A^{2/3}}$$

kis A : $Z_{\min} \approx \frac{A}{2}$
nagy A : $Z_{\min} < \frac{A}{2}$

Adott A mellett a $Z_{\min}$ rendszámú és $(A - Z_{\min})$ neutronsámú magok a legmélyebb energiájúak, azaz a legstabilabbak!

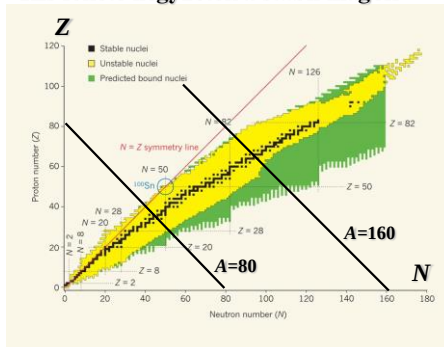
2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

14

Az (N, Z) „térkép” (Segré ábra)

Kis fekete négyzetek a stabil magok



Például: $^{16}_8\text{O}$, $^{40}_{20}\text{Ca}$, $^{208}_{82}\text{Pb}$, $^{238}_{92}\text{U}$

E térkép segítségével lehet megérteni a radioaktív bomlásokat!

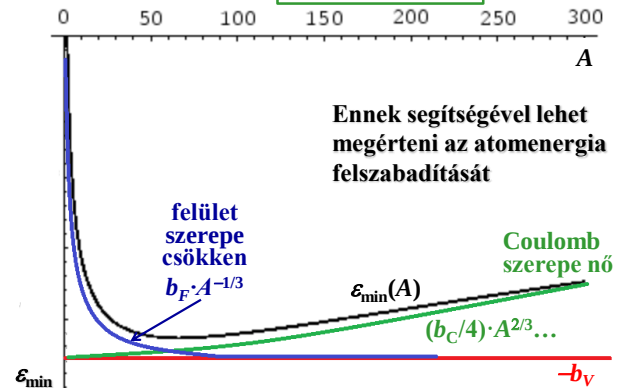
2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

15

Fejezzük be az együtthatók összehasonlítását:

$$\varepsilon_{\min}(A) = -b_v + b_F \cdot A^{-1/3} + \frac{b_C}{4} \cdot A^{2/3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{b_C}{4b_A} \cdot A^{2/3}} + b_p \cdot \delta \cdot A^{-3/2}$$



Ennek segítségével lehet megérteni az atomenergia felszabadítását

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

16

A radioaktivitás

- α – részecskék: ${}^4_2\text{He}$ atommagok
- β – részecskék: nagy energiájú elektronok
- γ – sugárzás: elektromágneses (fotonok)

Atommagok átalakulnak egymásba

megmaradó mennyiségek

- energia ($E = mc^2$ figyelembe vételével)
- nukleonszám (A)
- elektromos töltés (atommag: $+Ze$, elektron: $-e$)

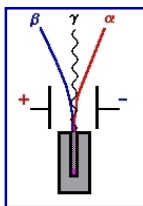
Energiamegmaradás

$$a \rightarrow b + c + \dots \quad [M_a \cdot c^2 = M_b \cdot c^2 + M_c \cdot c^2 + \dots + Q]$$

Q a bomláskor „felszabaduló” energia (a keletkezett részecskék mozgási energiájának formájában jelenik meg)

A bomlás energia-feltétele: $Q > 0$, azaz $M_a > M_b + M_c + \dots$

Az energia-feltételhez általában az **atomok** tömegét használjuk, azaz az atomi elektronokat is figyelembe kell venni!

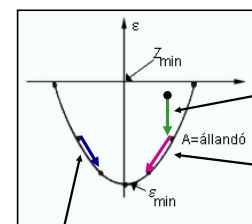
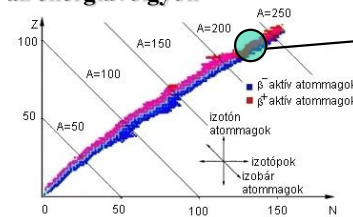


2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

17

Radioaktivitás: vándorlás az energiavölgyön

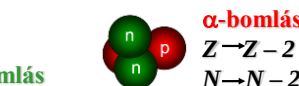


negatív β -bomlás

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

18



γ -bomlás

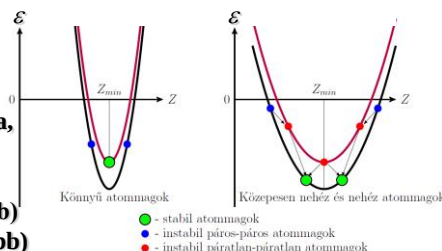
pozitív β -bomlás,
ill. elektronbefogás

Érdekeség:

A ${}^{40}\text{K}$, ${}^{92}\text{Nb}$ stb. atommagok negatív β -bomlással ($Z \rightarrow Z+1$), de elektronbefogással is ($Z \rightarrow Z-1$) bomlanak! Hogy lehet ez?

Az ok: a párenergia

$A = \text{konst. metszet parabola}$, de páros A kétféleképpen is lehet, hiszen $A = Z + N$ páros Z + páros N (mélyebb) pttan Z + pttan N (magasabb)



Ez az oka annak is, hogy csak 4 stabil páratlan-páratlan atommag van: ${}^2\text{H}$, ${}^6\text{Li}$, ${}^{10}\text{B}$, ${}^{14}\text{N}$.

Az első négy páratlan számnak megfelelően Vegyük észre a kis tömegszámoknál „meredekebb” parabolák szerepét is!

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

19

1) Béta-bomlások

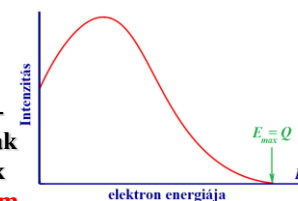
a) Negatív béta-bomlás: ${}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^A_{Z+1}\text{Y} + {}^0_{-1}\text{e}^- + {}^0_0\bar{\nu}$ (A = A + 0 + 0)
 töltés-megmaradás ($Z = Z + 1 - 1 + 0$)
 nukleonszám-megmaradás
 elektron antineutrínó

Energia-feltétel az atomtömegekkel. Továbbá: $m(\bar{\nu}) = 0$

$$m(\text{X}) + Z \cdot m(e^-) = m(\text{Y}) + Z \cdot m(e^-) + m(e^-) + Q/c^2$$

A bomlás feltétele: $Q > 0$, ebből adódik, hogy $m(\text{X}_{\text{atom}}) > m(\text{Y}_{\text{atom}})$

A bomláskor felszabaduló energián a három részecske osztozik. Viszont Y tömege nagy, ezért lendületet (impulzust) átvesz, de energiát csak elhanyagolhatóan keveset. Így az energián csak az elektron és az antineutrínó osztozik $\rightarrow$ folytonos elektronenergia-spektrum



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

20

b) Pozitív béta-bomlás: ${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z-1}Y + e^+ + \nu$
 Energia-feltétel: pozitron neutrínó

$$\underbrace{m(X) + Z \cdot m(e^-)}_{m(X_{atom})} = \underbrace{m(Y) + Z \cdot m(e^-)}_{m(Y_{atom}) + m(e)} + m(e^+) + Q/c^2$$

$$m(X_{atom}) = m(Y_{atom}) + m(e^-) + m(e^+) + Q/c^2$$

A bomlás feltétele: $Q > 0$, ebből $m(X_{atom}) > m(Y_{atom}) + 2 \cdot m(e)$

Energiával: $m(X_{atom}) \cdot c^2 > m(Y_{atom}) \cdot c^2 + 2 \cdot m(e) \cdot c^2$
1,022 MeV

c) Elektron befogás: ${}^A_ZX + e^- \rightarrow {}^A_{Z-1}Y + \nu$
 (K-befogás)

Energia-feltétel: $m(X_{atom}) > m(Y_{atom})$ **Feladat:** Vajon hogyan lehet megfigyelni?

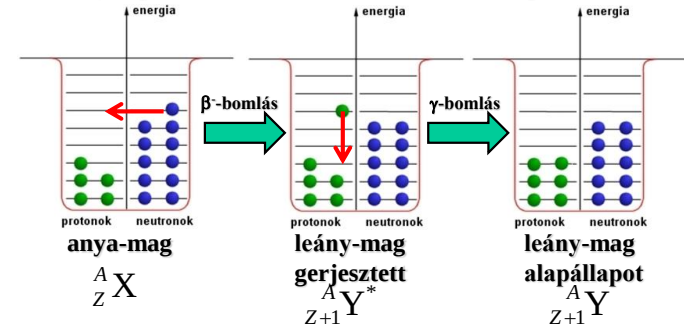
2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

21

2) Gamma-bomlás

A β -bomlást követően az atommag általában gerjesztett állapotban keletkezik. A gerjesztési energiájától elektromágneses foton - γ -sugárzás - kibocsátásával szabadul meg.



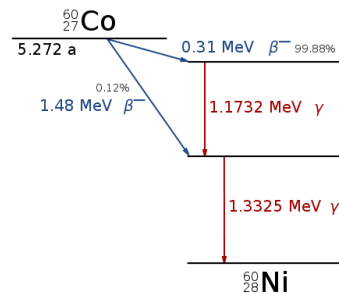
A legerjesztődés több lépésben is megvalósulhat $\rightarrow \gamma$ -kaskád

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

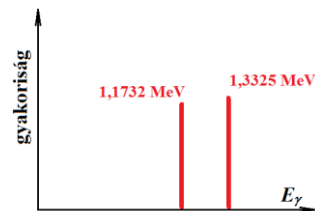
22

A β -bomlást követő γ -bomlás(ok) a bomlási sémán is ábrázolhatók



A γ -sugárzás spektruma „vonalas”, ezért analízisre alkalmas!

(A detektált spektrum persze más, mivel a detektorban többféle folyamat is módosít.)



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

23