

Reaktorfizika I. szakmérnököknek

Az előadás célja: megalapozni az atomenergetikai ismereteket

A félév során a következő témaköröket ismertetjük:

- **Magfizikai alapfogalmak** (atommagok, radioaktivitás)
- **Atommag-reakciók**, és jellemző mennyiségeik
- **Atomenergia.** Maghasadás, magfúzió
- **Neutrongáz-fizika** alapfogalmai

Előadók:

- **Dr. Sükösd Csaba** (sukosd@reak.bme.hu)
- **Dr. Fehér Sándor** (fehersh@reak.bme.hu) (Neutrongáz-fizika)

Gyakorlatvezető:

- **Dr. Kis Dániel Péter** (kis@reak.bme.hu)

Felkészüléshez javasolt anyagok:

- **Dr. Csom Gyula:** Atomerőművek üzemtana I. kötet
- **Dr. Sükösd Csaba:** Kísérleti atommagfizika

(<http://mek.oszk.hu/16000/16052/16052.pdf>)

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

1

1. előadás TARTALOMJEGYZÉK

- **Kis kvantummechanikai kitekintő**
- **Az atommag felfedezése és tulajdonságai**
 - Mérete (Rutherford-kísérlet, Hofstadter-kísérlet)
 - Az atommag összetétele, jelölések
 - Atommagok tömege és a tömeghiány
 - Atommagok tömegének mérése
 - Atomi tömegegység, tömegdublett módszer
 - Perdület (impulzusmomentum), és szisztematikája
 - Paritás

2017

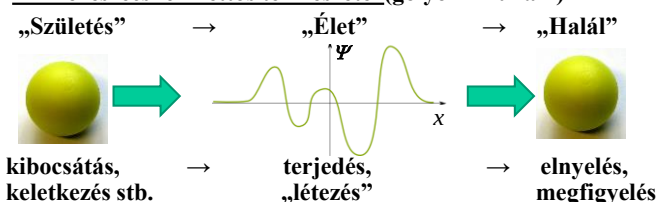
Reaktorfizika szakmérnököknek

2

Kis kvantummechanikai kitekintő

„Igazán ezt senki sem érti teljesen, de hallgass, és **számolj!**”
(R. P. Feynman, Nobel-díj 1965)

Mikrorészecskék kettős természete (golyó ↔ hullám)



golyó	hullám
adagosság ($m, e, \dots$)	szuperpozíció ($\psi_{eredő} = a_1 \cdot \psi_1 + a_2 \cdot \psi_2$)
pontszerűség	kiterjedtség
energia (E)	frekvencia (f) (M. Planck, N. Bohr)
impulzus (p)	hullámhossz (λ) (L. de Broglie)
	$E = h \cdot f$
	$p = h \cdot \frac{1}{\lambda}$

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

3

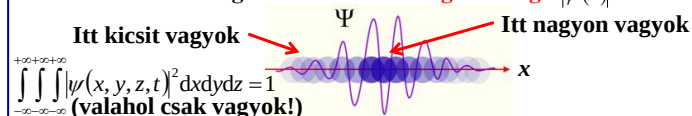
A $\psi(\vec{r}, t)$ hullámfüggvény **minden** információt tartalmaz a részecskéről!! ($\psi(\vec{r}, t)$ komplex, esetenként több komponensű függvény)

DE! Nem minden (klasszikus) fogalomnak van értelme!

Pl. Hol van a részecske? (Hely)

Klasszikusan a „hely” egy pontot jelent (pl. tömegközéppont)

Mikrofizikában: megtalálási **valószínűség-sűrűség:** $|\psi(\vec{r})|^2$



Heisenberg féle határozatlansági összefüggések: $\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar / 2 \\ \Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar / 2 \end{cases}$

Mikrofizikában a **valószínűség** alapvető! Gyakran csak valószínűségi kijelentést lehet tenni arra, hogy a sok lehetséges esemény közül éppen melyik valósul meg. Ez nem a hiányos tudásunk miatt van így, hanem a **Természet alaptulajdonsága!**

„A kvantummechanikának köszönhető, hogy Isten nem munkanélküli!”

(Teller Edg)

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

4

A $\psi(\vec{r}, t)$ hullámfüggvény (állapotfüggvény) **minden** információt tartalmaz a részecskéről!!

Hogyan „szedjük ki” belőle a fizikai mennyiségeket?

Operátorokkal: $\hat{O}$. Sokféle operáció lehet (pl. deriválás stb.)

Általában egy fizikai mennyiség „várható értéke”:

$$\langle O \rangle = \int \psi^*(\vec{r}) \cdot \hat{O} \psi(\vec{r}) d^3r$$

Ez mindig kiszámítható, de egy mérés nem mindig ezt az eredményt adja (szórása van).

Vannak olyan fizikai mennyiségek, amelyek az állapot „sajátjai”

Ezekre: $\hat{O} \psi(\vec{r}) = O \cdot \psi(\vec{r})$

sajátérték (valós szám) sajátállapot-függvény

Három gyakori példa:

Energia: $\hat{H} \psi(\vec{r}) = E \cdot \psi(\vec{r})$ ($\hat{H}$ a Hamilton- (energia-) operátor)

Perdület: $\hat{L}^2 \psi(\vec{r}) = \ell \cdot (\ell + 1) \cdot \hbar^2 \cdot \psi(\vec{r})$ (ℓ a mellék-kvantumszám)

Perdület vetület: $\hat{L}_z \psi(\vec{r}) = m \cdot \hbar \cdot \psi(\vec{r})$ (m a mágneses kvantumszám)

Feladat: Bizonyítsuk be, hogy ha $\psi(\vec{r})$ egy operátor sajátállapota, akkor az operátor várható értéke és sajátértéke megegyezik!

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

5

Sokrészecskes rendszerek (atom, atommag...)

Egyetlen állapotfüggvény, amely azonban minden részecske paramétereitől függ (sokváltozós függvény): $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3 \dots \vec{r}_A, \dots, t)$

Természetesen az operátorok is minden részecske

paramétereitől függhetnek: $\hat{H}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3 \dots \vec{r}_A, \dots)$

Pauli-elv: két azonos fermionnak (elektron, proton, neutron) nem lehet minden kvantumszáma azonos!

(Emiatt „kemény” az anyag!)

Ezt a hullámfüggvények nyelvén is meg lehet fogalmazni:

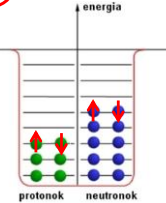
Bármely két részecske felcserélésével a hullámfüggvény

előjelet vált. Például: $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3 \dots \vec{r}_A, \dots, t) = -\psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1, \vec{r}_3 \dots \vec{r}_A, \dots, t)$

Mivel a fermionoknak fele a spinje, és ennek a vetülete (beállása) is egy kvantumszám

(m – mágneses kvantumszám), ezért elég, ha csak ebben különböznek. Az összes többi paraméter megegyezhet.

Emiatt egy állapotba legfeljebb két részecske fér (különböző spin-beállással).



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

6

Az atommag felfedezése és tulajdonságai

XIX század: Avogadro felfedezése: atomsúlynyi mennyiségű anyagban mindig ugyanannyi részecske van: $N_A = 6 \cdot 10^{23}$

Következmény: atomok mérete meghatározható!

Feladat: Mekkora az arany atomok?

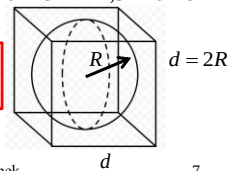
Au atomsúlya: 197, azaz 197 g aranyban van $6 \cdot 10^{23}$ számú atom

Au sűrűsége: 19,3 g/cm³, azaz 197 g térfogata (197/19,3) ~ 10 cm³

Egy Au-atomra jutó térfogat: $\frac{10 \text{ cm}^3}{6 \cdot 10^{23}} \sim 16 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3$

Egy Au-atomot befoglaló kocka éle: $d = \sqrt[3]{16 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3} = 2,52 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$

Az atomok R sugara tehát $\sim 10^{-10} - 10^{-9} \text{ m}$ nagyságrendű.



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

7

Az atomok elektromosan semleges részecskék, de belőlük pozitív és negatív töltésű ionok hozhatók létre!

1897: az elektron felfedezése (J. J. Thomson)

– minden atom alkotórésze,

– kis tömegű,

– negatív töltésű részecskék

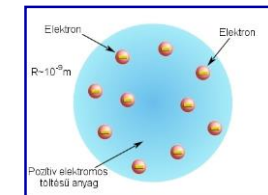
Következmény: a pozitív töltéshez nagy tömeg tartozik.

Matematikailag: az elektronra $\frac{|q|}{m_{\text{elektron}}} \gg \frac{|q|}{M_{\text{pozitív}}} \Rightarrow M_{\text{pozitív}} \gg m_{\text{elektron}}$

(mivel a semlegesség miatt a töltések nagysága megegyezik)

Thomson-féle atommodell

(görögdinnye, vagy mazsolás puding modell)



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

8

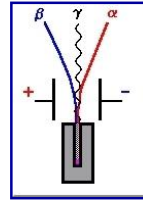
1896: a **természetes radioaktivitás** felfedezése (H. Becquerel)

1900-as évek elején:

- nagy energiájú részecskék lépnek ki a sugárzó anyagból (α , β , γ)
- elemek átalakulnak egymásba

a részecskék elektromos töltése különböző

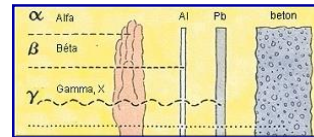
- α – részecskék: nehéz, He^{2+} ionok
- β – részecskék: nagy energiájú **elektronok**
- γ - sugárzás: **elektromágneses** (fotonok)



a részecskék áthatolóképessége különböző

Meglepő, hiszen az anyag elektromosan semleges!

E. Rutherford: miért nem hatolnak át az α -részecskék egy vékony papírlapon sem?



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

9

1911: **Rutherford kísérlete:**

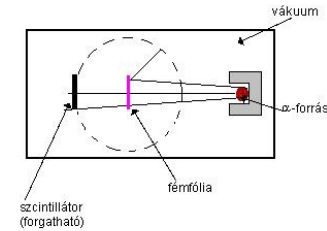
- α - részecskék kölcsönhatása vékony arany (Au) fóliával



Rutherford kísérlet

Miért éppen arany?

- az aranyat lehetett a legvékonyabbra kalapálni (néhány atomréteg)



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

10

Mit lehetett várni?

Az E_{α} energiájú α -részecskét a Thomson-atom pozitív töltésű anyaga taszítja – Coulomb-potenciáldomb

A potenciáldomb maximális „magassága” (bizonyítsd be!)

$$E_{\max} = \frac{3}{2} k \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_{\text{atom}}}$$

Itt $Z_1 = 2$ (He rendszáma)

$Z_2 = 79$ (Au rendszáma)

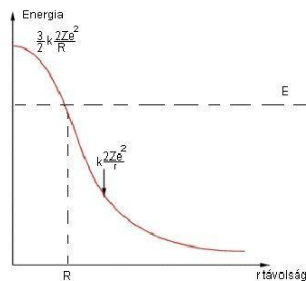
$k = 9 \cdot 10^9 \text{ J} \cdot \text{m} / \text{Cb}^2$

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$ (elemi töltés)

$R_{\text{atom}} \sim 10^{-10} \text{ m}$ (láttuk korábban)

Ezekkel $E_{\max} \sim 5,5 \cdot 10^{-16} \text{ J}$

Ugyanakkor: $E_{\alpha} \sim 7700 \cdot 10^{-16} \text{ J}$



Mint lövedék a papírlapon!



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

11

Tapasztalat:

Voltak „visszapattanó” részecskék is!

Következtetés:

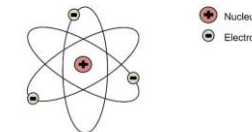
A potenciáldomb „magasabb”, mint az α -részecske energiája, azaz:

$$E_{\alpha} < \frac{3}{2} k \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} \quad \text{azaz:} \quad R < \frac{3}{2} k \frac{Z_1 Z_2 e^2}{E_{\alpha}}$$

Az adatokat behelyettesítve kapjuk: $R < 10^{-14} \text{ m}$, azaz tízezerszer kisebb, mint az atomok sugara!

Az atomokban a tömeg és a pozitív elektromos töltés az igen kicsi méretű atommagba koncentrálódik!

Rutherford-féle „mini Naprendszer” atommodell



2017

Reaktorfizika szakmér

Rutherford Model of the Atom

Hofstadter (1950-es években) nagy energiájú elektronokkal még az atommagon belüli töltéeloszlást is meg tudta mérni

Eredmények:

- a középponti sűrűség ~ állandó

- $R = r_0 \cdot A^{1/3}$, ahol

- $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 1,2 \text{ fm}$,

A pedig a magban lévő részecskék (protonok + neutronok) együttes száma.

A magsűrűség jól leírható

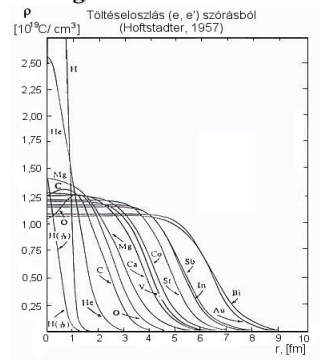
Egy Fermi-függvénnyel:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-R}{d}}}$$

Ahol

R a mag sugara, ($\sim r_0 \cdot A^{1/3}$)

d a felületi „diffúziás”



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

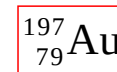
13

Az atommag összetétele:

- Z db. proton (rendsám) **Nukleon:** protonok és neutronok
- N db. neutron közös neve
- $A = N + Z$ (tömegszám, nukleonszám)

	proton	neutron
tömeg	$1,67265 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$1,67495 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
töltés	$+e$	0

Jelölés:



$$N = A - Z = 197 - 79 = 118$$

Elnevezések:

- azonos protonszámú atommagok: **IZOTÓPOK**
- azonos tömegszámú atommagok: **IZOBÁROK**
- azonos neutronszámú atommagok: **IZOTÓNOK** (ritkán)

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

14

Az atommag tömege és a tömeghiány:

$$M(A, Z) = Z \cdot m_{\text{proton}} + (A - Z) \cdot m_{\text{neutron}} - \Delta M$$

a mérések szerint.

ΔM neve: **tömeghiány**

A tömeghiány oka az, hogy a protonok és a neutronok kötött állapotban vannak az atommagban, és csak B kötési energia befektetésével bonthatók szét.

Einstein szerint: $E = mc^2$, ami erre az esetre: $B = \Delta M \cdot c^2$

A tömeg pontos mérésével tehát az atommag kötési energiáját lehet meghatározni!

Az atomtömeg mérése:

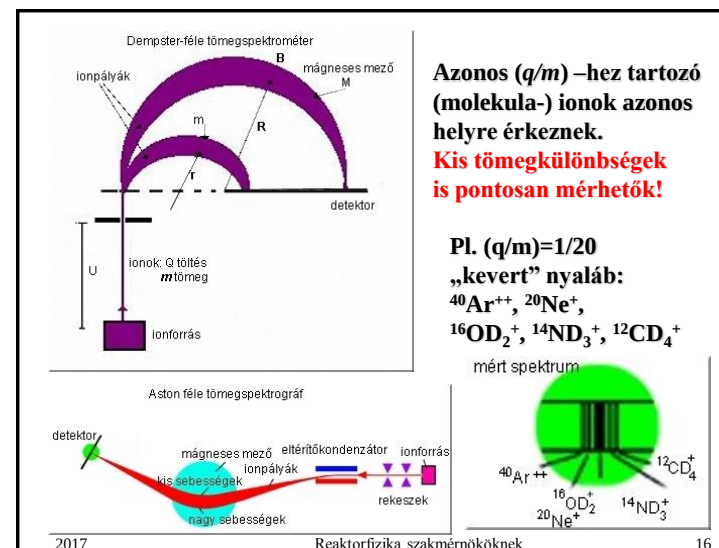
Tömegspektrométerekkel (tömegspektroszkóp)

- Az atomokat először ionizáljuk,
- Az ionokat elektromos mezőben felgyorsítjuk
- A gyorsított ionokat elektromos és mágneses terekkel eltérítjük
- Az eltérülésből a tömeget meg lehet határozni.

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

15



Reaktorfizika szakmérnököknek

16

Atomi tömegegység (atomic mass unit):

Megállapodás szerint az atomi tömegegység a ^{12}C atom tömegének a 12-ed része $u = M(^{12}\text{C})/12$

$$1\text{ u} = 1,66043 \pm 0,00002 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$$

Figyelem: ez $\frac{1}{2}$ elektrontömeggel több, mint a ^{12}C **atommag** tömegének 12-ed része!

Miért éppen a ^{12}C atomot választották?

Mert a szén nagyon sokféle atommal, sokféle molekulasúlyú molekulát tud képezni, így a tömegdublett módszerrel sok atom pontos tömegét meg lehet határozni!

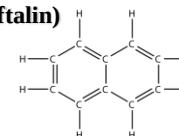
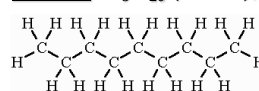
2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

17

Tömegdublett módszer:

Például: C_9H_{20} (nonán), and C_{10}H_8 (naftalin)



Mindkettő tömege **körülbelül** 128 egység

$$\text{Pontosan: } M(\text{nonán}) = 9 \cdot M(\text{C}) + 20 \cdot M(\text{H})$$

$$M(\text{naftalin}) = 10 \cdot M(\text{C}) + 8 \cdot M(\text{H})$$

$$\Delta M = -M(\text{C}) + 12 \cdot M(\text{H})$$

$$\text{Ebből: } M(^1\text{H}) = \frac{M(^{12}\text{C})}{12} + \frac{\Delta M}{12} = 1,0000... + \frac{\Delta M}{12}$$

Mérési eredmény: $\Delta M = 0,09390032 \pm 0,0000012\text{ u}$, (kb. 10^{-5} pontosság)

Így: $M(^1\text{H}) = 1,00782503 \pm 0,00000001\text{ u}$ (kb. 10^{-8} pontosság!)

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

18

Perdület (impulzusmomentum) és szisztematikája

Klasszikus fizikában tömegpontra

Perdület vektor
helyvektor

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

lendületvektor

Mivel $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ ezért $\vec{L} = m \cdot (\vec{r} \times \vec{v})$

Viszont $\vec{v} = \vec{r} \times \vec{\omega}$ ezért $\vec{L} = m \cdot (\vec{r} \times (\vec{r} \times \vec{\omega})) = (m \cdot r^2) \cdot \vec{\omega} = \theta \cdot \vec{\omega}$

szögsebesség vektor

tehetetlenségi nyomaték

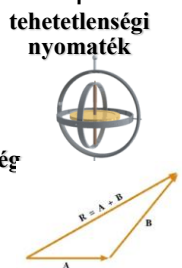
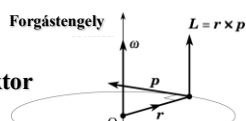
Jelentősége: a perdület **mozgásállandó**, ha a rendszerre nem hat külső forgatónyomaték

Vektorok összeadása: „háromszög”-egyenlőtlenség

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

ahol $A = |\vec{A}|$, $B = |\vec{B}|$ és $R = |\vec{R}|$

$$|A - B| \leq R \leq A + B$$



2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

19

Kvantumfizikában azonban a perdület kvantált!

Első próbálkozás: N. Bohr: $|\vec{L}| = n \cdot \frac{h}{2\pi} = n \cdot \hbar$, ahol $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

és h a Planck-állandó: $h = 6,62607004 \cdot 10^{-34} \left[\frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{s}} \right]$

No, de a perdület vektor! Nemcsak hossza, iránya is van!

Ha van iránya, akkor van vetülete is a koordináta-tengelyekre!

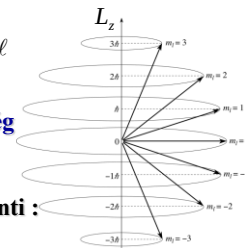
A kvantummechanika kidolgozása után:

$$|\vec{L}|^2 = \ell \cdot (\ell + 1) \cdot \hbar^2 \text{ és } L_z = m \cdot \hbar, \text{ ahol } -\ell \leq m \leq \ell$$

↑
orbitális (pálya)
kvantumszám

↑
mágneses
kvantumszám

↑
 $2\ell + 1$
lehetőség



Perdületvektorok összeadása: $\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$

Ez a kvantumszámokra a következőket jelenti:

$$\text{„hosszak”} \quad |j_1 - j_2| \leq j \leq j_1 + j_2$$

$$\text{„vetületek”} \quad m_j = m_{j1} + m_{j2}$$

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

20

A mikrofizikában azonban „kétféle” perdület:

- „keringési” pályamomentum $\ell = 0, 1, 2, 3, \dots$ (egész számok)

- saját perdület „spin”: $s = \frac{1}{2}$

Proton és neutron spinjére:

$$|\vec{s}^2| = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + 1 \right) \cdot \hbar^2 \text{ valamint } s_z = \hbar \cdot \begin{cases} +\frac{1}{2} & \text{„felfele” álló spin} \\ -\frac{1}{2} & \text{„lefele” álló spin} \end{cases}$$

Atommagok perdülete

Atommagban „keringő” részecske (p, n) teljes perdülete: $\vec{j} = \vec{L} + \vec{s}$

Az összeadási szabály alapján: $j = l + \frac{1}{2}$, vagy $j = l - \frac{1}{2}$
illetve a vetületek: $m_j = m_l + m_s$

Atommagban A részecske van: $\vec{J} = \sum_{i=1}^A \vec{j}_i = \sum_{i=1}^A (\vec{L}_i + \vec{s}_i)$

Ez elvileg nagyon bonyolult lehet, de két dolog biztos:

- Ha A páratlan, akkor j „félegész” szám (1/2, 3/2, 5/2 stb.)
- Ha A páros, akkor j egész szám (0, 1, 2, 3, ...)

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

21

DE! A Természet (szerencsére) tovább egyszerűsíti a dolgokat, mert

- Páros protonszám esetén a protonpárookra: $\vec{j}_1 + \vec{j}_2 = 0$
- Páros neutronszám esetén a neutronpárookra: $\vec{j}_1 + \vec{j}_2 = 0$

Ok: **párkölcsonhatás** (p-p és n-n párok között erősebb kölcsönhatás)

Következmények:

- Páros-páros magokra: $\vec{J} = 0$
- Páros-páratlan magokra: $\vec{J} = \vec{j}_{\text{páratlan}}$
- Páratlan-páratlan magokra: $\vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$ (a két párosítatlanból)

Stabil magok szisztematikája (Z = protonszám, N = neutronszám)

	Páros N	Páratlan N	Összesen
Páros Z	156	48	204
Páratlan Z	50	4	55
Összesen	206	53	259

A négy stabil páratlan-páratlan atommag: ${}^2_1\text{H}$, ${}^6_3\text{Li}$, ${}^{10}_5\text{B}$, ${}^{14}_7\text{N}$

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

22

A paritás

Wigner Jenő vezette be még 1927-ben az atomi elektronok állapotfüggvényeinek **tértükrözéssel** szemben mutatott szimmetriájának leírására.

Szimmetriák és megmaradási tételek

Emmy Noether (1882-1935) ismerte fel (1915), hogy a megmaradási tételek az egyenletek valamilyen szimmetriájával kapcsolatosak.

Szimmetria: valamilyen transzformációval szemben mutatott változatlanság (invariancia)

Például:

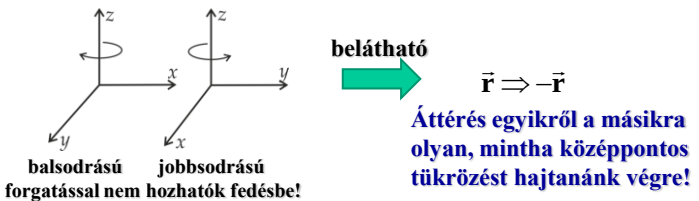
- Időeltolási szimmetria → **energia**-megmaradás tétele
- Térbeli eltolási szimmetria → **lendület** (impulzus) megmaradás
- Térbeli elfordulási szimmetria → **perdület** megmaradás
- Maxwell-egyenletek **mértékszimmetriája** → **töltés** megmaradása
- ... stb.

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

23

A törvényeknek nem szabad attól függni, hogy jobbsodrású vagy balsodrású koordinátarendszert használunk!



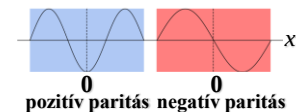
Paritás: középpontos tükrözéssel szemben mutatott szimmetria

Megtalálási valószínűség ugyanaz kell legyen: $|\psi(-\vec{r})|^2 = |\psi(\vec{r})|^2$

Ez kétféleképpen valósulhat meg:

Pozitív paritás: $\psi(-\vec{r}) = +\psi(\vec{r})$

Negatív paritás: $\psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r})$



A mikrofizikai állapotok paritása vagy +, vagy -, jól meghatározott!

2017

Reaktorfizika szakmérnököknek

24