Pozitron Annihilációs vizsgálat (PET) modellezése

Elöljáróban leszögezzük, hogy több lényeges különbség is van egy valóságos PET-vizsgálat (ill. PET-készülék), és a mostani szimulációs modell között (lásd egy valóságos PET készülék fényképét).

- Egy valóságos PET vizsgálat a testet három dimenzióban (3D) vizsgálja, a mostani szimuláció ezzel szemben csak kétdimenziós.
- A valóságos PET készülékben a beteget körülvevő gyűrű(k)ben nagyon sok detektor van, amelyeket emiatt nem kell forgatni a beteg körül. A szimulációnkban mindössze egy detektorpárt – egymással „szemben lévő" detektort – használunk. Ahhoz, hogy ezzel a detektorpárral sok detektort szimulálhassunk, a beteg és a detektorpár egymáshoz viszonyított helyzetét változtatni kell. Ennek érdekében a beteget tartó asztal forgatható. (A valóságos PET-készülék asztalát nem szükséges forgatni.)
- A valóságos PET készülékben a beteget tartó asztal betolható a detektorgyűrűbe, itt a detektorpár mozgatható az egyik dimenzió mentén.

A feladat

A betegnek pozitron-bomló radioaktív izotópot (többnyire ^{18}F) adnak be intravénásan. A radioaktív izotópot cukor-molekulához kötik, ezért az a megnövekedett anyagcseréjű, rákos daganatsejtekben dúsul fel. Ha a testben több helyen is van rákos daganat, ezeken a helyeken dúsul fel a cukormolekulához kötött radioaktív izotóp. **A feladat az, hogy találjuk meg ezeket a rákos daganatokat!**

A működési elv

A pozitron-bomláskor kibocsátott pozitron – elektromos töltésű részecske lévén – nagyon gyorsan lefékeződik a testszövetben, és a kibocsátás helyének közelében (kevesebb, mint 1 mm távolságra) találkozik egy elektronnal, amellyel szétsugárzódik (annihilálódik). A szétsugárzáskor két, egyenként 511 keV energiájú gamma-foton keletkezik, amelyek egymással ellentétes irányban (180°-ban) bocsátódnak ki.

A pontosság kedvéért megemlítjük, hogy a kibocsátás csak az elektron-pozitron pár tömegközépponti rendszerében pontosan 180°, a laboratóriumi rendszerben a kibocsátás pontos szöge függ a pozitron-elektron pár sebességétől a szétsugárzás pillanatában. Ez arra is lehetőséget teremt, hogy a két gamma-foton szögének **igen pontos** mérésével az elektronok sebességeloszlását az anyagban feltérképezzük. Ezért a pozitron-annihilációs technikát szilárdtest-fizikusok is használják. A 180°-tól való szögeltérés azonban olyan kicsi, hogy azt a PET vizsgálat szempontjából tökéletesen elhanyagolhatjuk, és tekinthetjük a kibocsátott gammák szögét pontosan 180°-nak.

Ezek a gamma-fotonok az útjuk során szóródhatnak, vagy akár el is nyelődhetnek a testben, de van annak is valószínűsége, hogy kölcsönhatás nélkül kilépnek a testből. Minket ez utóbbi fotonok érdekelnek, mivel ha ezeket detektáljuk (mindkettőt **egyszerre**, úgynevezett *koincidenciában*), akkor ennek alapján meghatározhatunk egy irányt, amely mentén ezek kibocsátódtak. Ha több ilyen – egymást „keresztező” – irányt is meg tudunk határozni, akkor a kibocsátás helye meghatározható. (A valódi PET-készülékben ezeket a különféle irányokat a detektorkoszorúban egyszerre megszólaló detektorok segítségével lehet meghatározni. A szimulációban ezért szükséges a beteget tartalmazó asztalt forgatni.)

Néhány méréstechnikai probléma, amire figyelni kell!

- ***Irányfelbontás***. Egy egyenest két pontja határoz meg. Ahhoz tehát, hogy a kibocsátás egyenesét pontosan meghatározzuk, a detektálás pontos helyét kell(ene) meghatározni. Minden valóságos detektor azonban véges kiterjedésű. Ezért a detektálás helye sohasem pontszerű, azaz a kibocsátás egyenesét sem lehet egészen pontosan megadni. Annál pontosabban tudjuk megadni a kibocsátás egyenesét, minél kisebb méretű egy detektor (legalábbis a detektornak az a felülete, amelyet a kibocsátási pont felé mutat). A szimulációban sugárzásárnyékoló blendék segítségével változtatni tudjuk a detektoroknak ezt a felületét. Nyilván annál pontosabb iránymeghatározás lehetséges, minél kisebb a detektor érzékeny felülete.
- ***Detektálási hatásfok.*** A forrásból kibocsátott egyik gamma-foton véletlenszerű irányba indul el (a másik ezzel ellentétes irányba). Minél kisebb a detektor forrás felé eső felülete, annál kisebb a valószínűsége annak, hogy a véletlenszerű irányba indult gammák éppen „eltalálják”. Az előző pontból látható, hogy az irányfelbontás javítása érdekében a detektorok felszínét csökkenteni, a detektálási hatásfok növelése érdekében pedig a detektorok felszínét növelni kellene. E kettő között kell egy megfelelő kompromisszumot találni.
- ***Valódi és véletlen koincidenciák.*** Azokat az eseményeket, amikor a két detektor egyszerre érzékeli **ugyanabból** a szétsugárzási eseményből származó két gamma-fotont, ***valódi*** koincidenciáknak nevezzük. Az is elképzelhető azonban, hogy két olyan gamma-foton érkezik véletlenül egyszerre a két detektorba, amelyek **különböző** bomlási eseményekből származnak. Ezek a ***véletlen*** koincidenciák. Egy adott koincidencia eseményről nem lehet megmondani, hogy valódi, vagy véletlen esemény-e, azonban vannak módszerek arra, hogy a véletlen koincidenciák számát megbecsüljük. A véletlen koincidenciák száma (N_V) a következő képlettel határozható meg:

$$\frac{N_V}{T} = \frac{N_1}{T} \cdot \frac{N_2}{T} \cdot \Delta t \ ,$$

  ahol N_1 és N_2 a két detektor beütésszáma a T mérési idő alatt, Δt a koincidencia-áramkör „koincidencia időablaka” (felbontási ideje), és N_V a véletlen koincidenciák száma ugyancsak a T mérési idő alatt.[1] *(A képlet levezetésére és „megértésére” nincs szükség a feladatok végrehajtásához, azonban akit érdekel (és van rá ideje) megnézheti a Függelékben.)*

  A képlet útmutatást ad arra, hogy hogyan csökkenthető a véletlen koincidenciák száma: egyrészt a lehető legkisebbre kell venni a Δt „koincidencia ablakot” (az az időtartam, amin belül érkező két jelet a rendszer „egyszerre” érkezőnek tekint – ezt helyenként a koincidencia „felbontási” idejének is nevezik). Másrészt igyekezni kell lecsökkenteni az N_i „oldalági” beütésszámokat. Ezt a detektorok minél jobb árnyékolásával lehet elérni. (A szimulációban a Δt „koincidencia ablak” nem változtatható, ennek értékét az egyik feladat során kell majd meghatározni.)

[1] Az N/T alakú mennyiségek jelentése: időegységre eső beütésszám (intenzitás). Ha bevezetjük az $n = N/T$ jelölést, akkor a fenti képlet az $n_V = n_1 \cdot n_2 \cdot \Delta t$ alakra is írható. A szakirodalomban gyakran ezt az alakot találjuk.

A 2021. évi Országos Szilárd Leó Fizikaverseny szimulációs fordulójának feladatai

1) Feladat Ismerkedjünk meg a programmal! (Lásd külön, a program kezelése útmutatót!) **(0 pont)**
2) Feladat Egy tetszőlegesen választott beállítás mellett vizsgáljuk a blendék hatását a beütésszámokra! Próbáljuk meghatározni, hogy a beütésszám a blende méretének milyen függvénye szerint változik! **(3 pont)**
3) Feladat Állítsuk be az asztalt 90 fokra, és a blendék méretét állítsuk maximumra! Scanneljük végig a beteget az *Autoscan#1* gombbal! Ez után állítsuk a blendék méretét 2,2 cm-re, és scanneljük végig a beteget az *Autoscan#2* gombbal (az asztal helyzetén ne változtassunk)! Hasonlítsuk össze a két mérési adathalmazt a *Grafikonok* táblán! A jegyzőkönyvbe írjuk le a tapasztalatainkat és az ebből fakadó következtetéseinket! **(5 pont)**
4) Feladat A fenti tapasztalatok alapján állítsuk be az általunk legmegfelelőbbnek ítélt blende méreteket, valamint az *Időzítés* értékét! A különböző szögbeállításoknál behúzott segédvonalak segítségével **határozzuk meg a betegben lévő rákos gócok koordinátáit**! **(10 pont)**
5) Feladat Határozzuk meg a berendezésben lévő koincidencia áramkör Δt koincidencia ablakát (felbontási idejét)! Ne felejtsük el, hogy egy adat megadásához az adat bizonytalanságának megadása is hozzátartozik! **(5 pont)**

   (*Útmutató*: válasszunk olyan helyzeteket, amikor biztosak vagyunk abban, hogy valódi koincidenciák nem lehetnek, és az így mért N_V, N_1, N_2 és T értékek segítségével határozzuk meg a Δt felbontási időt a fenti képlet alapján. Néhány ilyen mérésből pedig ezek átlagát és szórását is meghatározhatjuk). Ésszerű módon válasszuk meg az *Időzítés* értékét!

6) Feladat Amikor úgy gondoljuk, hogy készen vagyunk, ne felejtsük el elmenteni az eredményeinket az *Adatmentés* főmenü pont segítségével!! Ilyenkor a program az éppen aktuális – véglegesnek tekintett – konfigurációt elmenti a kódunkról elnevezett mappába (ez a programot is tartalmazó mappának egy almappája). A zsűri ennek segítségével tudja visszaállítani a végleges konfigurációnkat, ezt is vizsgálja a pontozáskor, ezért ezt a lépést kötelező megtenni. Ha a zsűri számára további információt is szeretnénk adni (pl. a megoldás valamely közbenső állapotáról), akkor lehetőség van arra, hogy egy képernyőképet elmentsünk (ez nem kötelező). Ezt az egér jobb gombjával a grafikonokra kattintva tehetjük meg. Ilyenkor a diagnosztikai asztal képe, valamint a három grafikon képe is elmentésre kerül. FIGYELEM! Mind az adatmentés, mind a képernyőkép fájl nevét a program a kódunkból képezi (hogy be lehessen azonosítani). Ezért csak egyetlen adatmentési és egyetlen képernyőkép-fájl elmentésére van lehetőség. Ismételt mentéskor az előzőleg mentett fájl átíródik! (Ez a pont az Interneten elérhető verzióra nem vonatkozik. Ott másképpen működik az adatmentés!)
7) Feladat Készítsünk jegyzőkönyvet a mérésről! (**2 pont** a rendezettségre, olvashatóságra stb.) A jegyzőkönyv készülhet papíron, vagy elektronikusan a számítógépen lévő valamelyik program (pl. Word, Excel, Notepad stb.) segítségével. Ha papíron készült a jegyzőkönyv, azt fényképezzük le és töltsük fel a „Tanterem" megfelelő helyére. Mindenképpen másoljuk ki a program által létrehozott, eredmény-fájljainkat tartalmazó, a kódunkról elnevezett könyvtár teljes tartalmát egy pen-drive-ra. Ha elektronikusan készítettük a jegyzőkönyvet (és/vagy egyéb fájlokat), akkor azokat is adjuk hozzá a pen-drive-hoz (a fájlnév egyértelműen azonosítsa a kódunkat), vigyük át a tanári számítógépre, és onnan töltsük fel az egész anyagot a „Tanterem" megfelelő helyére.

FÜGGELÉK

A véletlen koincidenciák számának elméleti meghatározása

Elektromos jelek „egybeesését” – koincidenciáját – elektronikus „ÉS” áramkör segítségével lehet megvalósítani. Ez olyan digitális áramkör, amelynek legalább két (vagy több) bemenete van, és egyetlen kimenete. A kimeneten akkor és csak akkor jelenik meg jel, ha valamennyi bemenetén egyszerre van jel. Az esetünkben két jel egybeesését keressük, tehát egy két-bemenetű ÉS áramkörről van szó. Jelöljük ennek a két bementét *Bemenet#1* és *Bemenet#2*-vel! A koincidencia „időablakának” hosszát pedig jelöljük Δt -vel[2]. Ez azt jelenti, hogy az áramkör akkor tekinti „egyszerre” érkezőnek a két jelet, ha a köztük lévő időtartam rövidebb, mint Δt .

A két detektorra jutó jelsorozatról feltételezzük, hogy véletlenszerűek, és egymástól teljesen függetlenek (nincsenek „valódi” koincidenciák).

Határozzuk meg most, hogy vajon mennyi véletlen koincidencia várható *T* idő alatt, ha a *Bemenet#1*-re N_1, a *Bemenet#2*-re pedig N_2 jel érkezett *T* idő alatt? Feltesszük, hogy $T >> \Delta t$ (a koincidencia-időablak hosszához képest nagyon hosszú ideig mérünk, azaz sok jel érkezik ennyi idő alatt).

Tekintsük a *Bemenet#1* jelsorozatát! Minden egyes jel „megnyit” egy Δt hosszúságú „ablakot” a koincidencia áramkörben, amelyen belül ha érkezik jel a *Bemenet#2*-re, akkor koincidenciajelet kapunk a kimeneten. *T* idő alatt összesen tehát $N_1 \cdot \Delta t$ ideig lesz „nyitva” ez a lehetőség. (Nyilván $N_1 \cdot \Delta t < T$, különben a *Bemenet#1* állandóan „nyitva” lenne, és bármikor jönne jel a *Bemenet#2*-re, az koincidenciát okozna.) Mivel a *Bemenet#2*-re véletlenszerűen jönnek jelek, ezért annak a valószínűsége, hogy **egyetlen** jel véletlenül éppen egy ilyen nyitott időpillanatban érkezzen és koincidenciát okozzon, a két időtartam hányadosa: $\frac{N_1 \cdot \Delta t}{T}$. Mivel azonban *T* idő alatt a Bemenet#2-re N_2 jel jön, ezért a koincidenciák várható száma: $N_V = N_2 \cdot \frac{N_1 \cdot \Delta t}{T}$. Osszuk végig mindkét oldalt *T*-vel, és megkapjuk a fenti képletet: $\frac{N_V}{T} = \frac{N_1}{T} \cdot \frac{N_2}{T} \cdot \Delta t$.

A képletből azonnal látszik, hogy a két bemenet (N_1 és N_2) szerepe teljesen szimmetrikus, tehát ugyanezt az eredményt kaptuk volna akkor is, ha nem a *Bemenet#1* jelsorozatából indultunk volna ki.

A fenti meggondolás abban az esetben érvényes, ha biztosak vagyunk abban, hogy a két jelsorozat nem korrelált (véletlenszerű). Érdemes végiggondolni azt is, hogy mi történik akkor, ha vannak valódi koincidenciák is. Ennek végiggondolását azonban az olvasóra bízzuk.

[2] Nyilván „pontosan egyszerre” érkezést $(\Delta t = 0)$ detektáló áramkör nemcsak hogy gyakorlatilag megvalósíthatatlan, de nem is lenne hasznos, hiszen elektronikus zajok miatt az elektronikus impulzusoknak mindig van egy kis időbeli „remegése” is. Az angol nyelvű szakirodalom ezt „jitter”-nek hívja.