

Szórás kísérletek

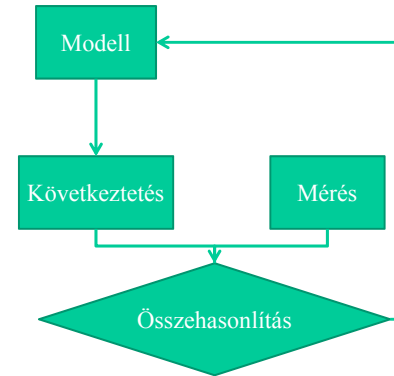
Tartalom

- Mikrofizikai kísérletek metodikája
- Klasszikus szórás kísérlet és a differenciális hatáskeresztmetszet
- Kvantummechanikai szórás: parciális hullámok módszere
- Kvantummechanikai szórás: Born közelítés és DWBA

1

Szórás kísérletekből származik a legtöbb információ

Mikrofizikai kísérletek „prototípusa”: Rutherford kísérlet

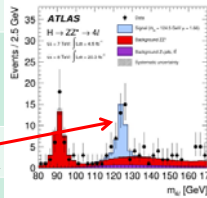


2

Szórás kísérletekből származik a legtöbb információ

A Higgs felfedezése is lényegében Rutherford metodikáján alapult

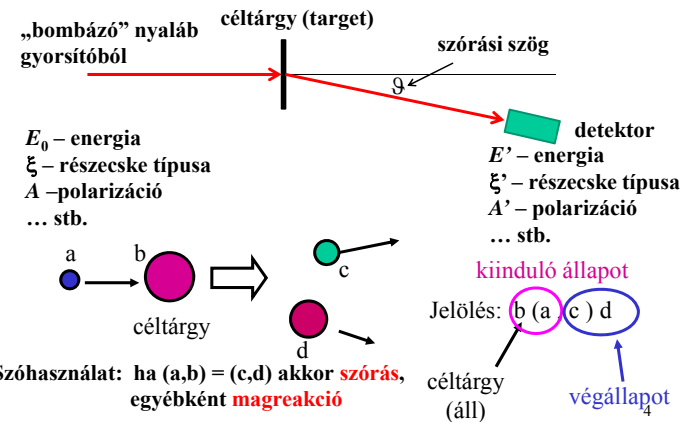
	Rutherford	CERN
Modell	Thomson-modell	Standard modell
Elméleti következtetés	Az atom pozitív töltésű, nagy tömegű része ~ 10 ⁻¹⁰ m sugarú	Lennie kell még egy skalár bozonnak (Higgs)
Kísérleti várakozás	alfa-részek nem szóródnak vissza aranyföliáról	számítógéppel szimulált spektrumok (Higgs nélkül)
Kísérleti tapasztalat	alfa-részek egy része visszaszóródott	Megjelent egy új csúcs a spektrumban
Felfedezés	atommag	Higgs-részecske



3

Szórás kísérletekből származik a legtöbb információ

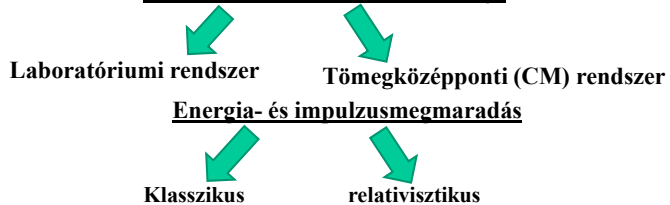
„Klasszikus”, álló céltárgyas szórás kísérletek



Szórások

Ha a végállapotú atommagok alapállapotban maradnak, akkor **rugalmas**, egyébként **rugalmatlan** szórás

Reakciók és szórások kinematikája



Használni kell, ha vannak részecskék, melyekre $\frac{E}{m_0 c^2} \ll 1$ nem teljesül. (pl. foton, neutrínó, nagy energiájú részecskék... stb.)

Könnyű, de hosszadalmas számolások, esetenként bonyolult eredmény

$$E' = f(E_0, \xi, \xi', \vartheta, E_x, \dots)$$

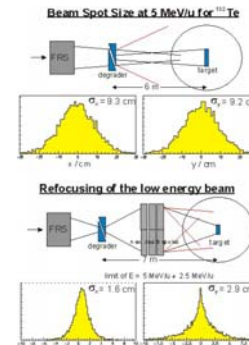
5

Kísérletileg meghatározható: differenciális hatáskeresztmetszet

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\text{a } d\Omega \text{ térszögbe másodpercenként szóródott részecskék száma}}{\text{a nyaláb áramsűrűsége}}$$

egyetlen szórócentrumról!

Definíció: $\frac{dR}{d\Omega} = N \cdot j \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}$
 differenciális reakciósebesség áramsűrűség (fluxus)
 céltárgy magok száma



Probléma:

Beam-spot nem homogén, azaz a nyaláb áramsűrűsége nem állandó, és azt sem tudjuk, hogy hány céltárgymagot érint!

Hogy mérhető akkor?

6

A detektor C beütésszáma t idő alatt:

$$C_{det} = \varepsilon \cdot \frac{dR}{d\Omega} \cdot \Delta\Omega \cdot t = \varepsilon \cdot N \cdot j \cdot t \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \Delta\Omega$$

detektálási hatásfok detektor térszögfaktora mérési idő

Tegyük fel, hogy a céltárgy vastagsága homogén, és legyen ρ a felületegységre eső atommagok száma, azaz: $\rho = \frac{dN}{dA}$

Ekkor a homogén esetre érvényes $N \cdot j$ helyébe lép:

$$\int \frac{dN}{dA} \cdot j \cdot dA = \rho \cdot \int j \cdot dA = \rho \cdot I \leftarrow \text{áramerősség (részecskeszám/idő)}$$

Azaz: $C_{det} = \varepsilon \cdot N \cdot j \cdot t \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \Delta\Omega = \varepsilon \cdot \rho \cdot I \cdot t \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \Delta\Omega$

Van még egy probléma: a nyaláb áramerőssége általában ingadozik (időfüggő). Azaz $I \cdot t$ helyébe $\int I(t) \cdot dt$ kell írjunk. Viszont: $\int I(t) \cdot dt = N_{nyaláb}$ azaz, a nyaláb összes részecskéinek száma a mérés ideje alatt!

7

Mivel a nyaláb részecskéi általában elektromosan töltöttek, ha a töltésük Ze , akkor $\int I(t) \cdot dt = \frac{Q}{Z \cdot e}$ ahol Q a beérkezett összes töltés.

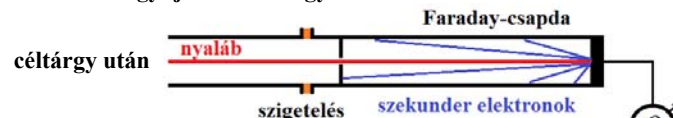
Végül kapjuk: $C_{det} = \varepsilon \cdot \rho \cdot \frac{Q}{Z \cdot e} \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \Delta\Omega$

Mérni kell tehát C_{det} és Q , és ismerni kell ε , ρ , $\Delta\Omega$, valamint Z . De ez utóbbiak a kísérlet felépítése során ismertek.

C_{det} mérése triviális (a detektor összes beütésszáma a mérés alatt).

De hogyan mérjük Q -t (összes töltés)?

Össze kell gyűjteni a céltárgyra esett összes bombázó részecskét!



Itt feltételeztük, hogy a céltárgyon szóródott részecskék száma elhanyagolható, azaz a nyaláb legnagyobb része tovább ment, és a Faraday-csapdában ért véget.

8

$$C_{\text{det}} = \varepsilon \cdot \rho \cdot \frac{Q}{Z \cdot e} \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \Delta\Omega$$

1/cm² sterad
cm²/sterad

Például:

A kísérletben 12 mg/cm² grafitártyát használunk céltárgynak, és a A = 150 mm² felületű detektor R = 10 cm-re van a céltárgytól.

12 mg grafitban van 6·10²⁰ szén atommag, ezért ρ = 6·10²⁰ (1/cm²).

A detektor térszöge pedig: $\Delta\Omega = \frac{A}{R^2} = \frac{150 \text{ mm}^2}{(100 \text{ mm})^2} = 0,015 \text{ sterad}$

9

Néhány fontos differenciális szórási hatáskeresztmetszet

a) Rutherford-szórás

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) = \left(\frac{Z \cdot Z' \cdot e^2}{4E} \right) \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \leftarrow \text{CM. szórási szög}$$

↑
CM. mozgási energia

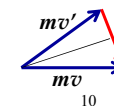
Érvényes: spin nélküli részecskék szóródására pontszerű Coulomb potenciálon

b) Mott-szórás

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) = (2 \cdot Z \cdot Z' \cdot e^2)^2 \cdot \frac{W}{(q \cdot c)^4} \left(1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right), \text{ ahol } q = 2 \cdot mv \cdot \sin \frac{\vartheta}{2}$$

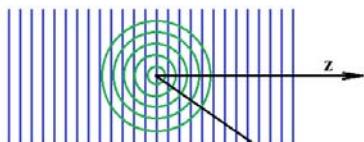
és W a teljes relativisztikus energia.

Érvényes: elektronok (1/2 spin) szóródására spin nélküli, pontszerű céltárgy Coulomb terében.



10

Kvantummechanikai szórás (ismétlés)



$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k \cdot z$$

detektor

A teljes állapotfüggvény:

$$\psi_r(\vec{r}) = \left(e^{ikz} + f(\vartheta) \cdot \frac{e^{ikr}}{r} \right)$$

Összefüggés a kísérletileg mérhető mennyiséggel:

↑ bejövő síkhullám ↑ kifutó gömbhullám

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\vartheta)|^2$$

11

Kvantummechanikai szórás (ismétlés)

Parciális hullámok módszere

Alapötlet: írjuk fel a befutó síkhullámot ki- és befutó gömbhullámok összegeként.

$$e^{ikz} = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \cdot i^l j_l(kr) P_l(\cos \vartheta) \quad (\text{matematikai azonosság})$$

A szórócentrumtól elég távol

$$j_l(kr) \cong \frac{\sin\left(kr - \frac{1}{2}l \cdot \pi\right)}{kr} = \frac{i}{2k} e^{i\frac{l\pi}{2}} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) - \frac{i}{2k} e^{-i\frac{l\pi}{2}} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right)$$

~ befutó gömbhullám ~ kifutó gömbhullám

Tehát

$$e^{ikz} = \sum_{l=0}^{\infty} G_{be}(l) + G_{ki}(l) \quad \text{ahol } G_{be}(l) = (2l+1) \cdot \frac{i^{(2l+1)}}{2k} \cdot \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) \cdot P_l(\cos \vartheta)$$

12

Kvantummechanikai szórás (ismétlés)

A síkhullámot felbontottuk: $e^{ikz} = \sum_{l=0}^{\infty} G_{be}(l) + G_{ki}(l)$

Mi történik a szóró potenciál „bekapcsolása” után?
A kifutó hullámok módosulnak.

$$\psi_T(\vec{r}) = A \sum_{l=0}^{\infty} G_{be}(l) + \eta_l \cdot G_{ki}(l) = A \left(e^{ikz} + f(\vartheta) \frac{e^{ikr}}{r} \right)$$

↑
általában
komplex

Innen összehasonlítással kapjuk: $f(\vartheta) = \frac{i}{2k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \cdot (1-\eta_l) P_l(\cos \vartheta)$

Azaz $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) = \left| \frac{i}{2k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \cdot (1-\eta_l) P_l(\cos \vartheta) \right|^2$

Rugalmas szórásnál az amplitúdó nem, csak a fázis változik,
azaz $|\eta_l| = 1$

13

Kvantummechanikai szórás (ismétlés)

A parciális hullám felbontás jelentősége: **kis energiák** esetén csak néhány parciális hullám járulékát kell figyelembe venni. Pl. lassú neutronok (~ 1 keV alatt) csak s-hullámú ($l=0$) szórást mutatnak \rightarrow izotróp szórás kép.

Born közelítés (vázolva)

Nagy energiák esetén nagyon sok parciális hullám járulékát kellene figyelembe venni. Más utat kell keresni.

Nagy energiáknál viszont a szóró potenciál hatása kicsi az energiához képest: $V \ll E$. Ilyenkor perturbáció számítást lehet végezni.

A Fermi-féle arany szabály szerint az átmeneti valószínűség

$$W(k, k') = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \psi_f | V | \psi_i \rangle \right|^2 \rho_{vég}$$

14

Kvantummechanikai szórás (ismétlés)

$$W(k, k') = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \psi_f | V | \psi_i \rangle \right|^2 \rho_{vég}$$

Nagy energiáknál a perturbálatlan kezdő és végállapot is síkhullám, azaz $\langle \psi_f | \sim e^{-ik'r}$ és $|\psi_i\rangle \sim e^{ikr}$, emiatt végül

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m^2}{4\pi^3 \hbar^4} \left| \int V(r) e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}} d^3\mathbf{r} \right|^2$$

Torzított hullámú Born közelítés (vázolva)

(Distorted Wave Born Approximation DWBA)

Ha a be- és a kifutó hullámok helyére nem síkhullámokat teszünk, hanem figyelembe vesszük a potenciál (vagy egyes komponenseinek, pl. a Coulomb-potenciálnak) torzító hatását, a torzított hullámú Born-közelítést kapjuk.

energia \rightarrow
parciális hullámok DWBA Born-közelítés

15