

Kollektív gerjesztések

Tartalom

- Rotáció
- Tehetlenségi nyomatékok
- Nagy spinű állapotok és „back bending”
- Vibrációs állapotok és óriásrezonanciák
- Összegszabály

1

Egyes atommagok alakja deformált lehet

- 1) Eltűnik a gömbszimmetria → rotációs gerjesztések lehetnek
- 2) Deformálhatóság → vibrációs gerjesztések lehetőségei

Rotáció

Klasszikus fizika → egy gömb is foroghat
 Kvantumfizika → csak nem-gömbszimmetrikus foroghat



Rotátor: $E = \frac{\hbar^2}{2\theta} \vec{I}^2$ ← tehetlenségi nyomaték

Teljes perdület: $\vec{J} = \vec{I} + \vec{j}$ ← valencia nukleon (nem forgás!)

$J^2 = I^2 + j^2 + 2(\vec{I} \cdot \vec{j})$ ↑ törzs forgása

$\langle \vec{I} \cdot \vec{j} \rangle = 0$, mivel I merőleges a szimmetriatengelyre, és j precesszál körülötte.

Azaz: $\langle I^2 \rangle = \langle J^2 \rangle - \langle j^2 \rangle = J(J+1) - j(j+1)$

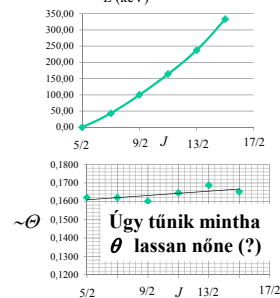
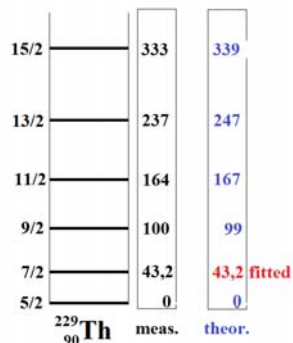
2

A rotációs gerjesztésekre tehát:

$$E = \frac{\hbar^2}{2\theta} [J(J+1) - j(j+1)]$$

Alapállapotban $I = 0$, amiből adódik, hogy $J = j$

Rotációs gerjesztésnél I növekszik, és így kapjuk: $J = j+1, j+2, \dots$



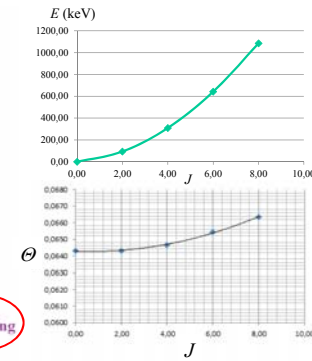
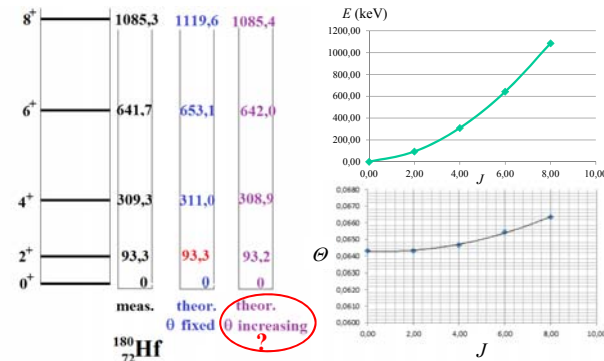
$$\theta = \frac{\hbar^2}{2E} [J(J+1) - j(j+1)]$$

3

A rotációs gerjesztésekre kaptuk:

$$E = \frac{\hbar^2}{2\theta} [J(J+1) - j(j+1)]$$

Páros-páros atommagokra a paritás megmaradása miatt csak $J = j+2, j+4, \dots$ fordulhat elő, és természetesen $j=0$ alapállapotban.



4

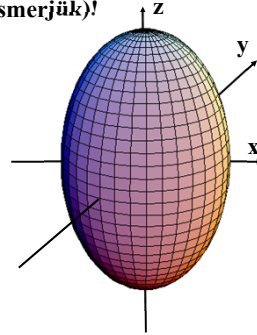
Ilyen módon θ mérhető!

Persze számítható is az atommag alakjából $\rho(\mathbf{r})$
(ezt a mag kvadrupólus momentumából ismerjük!)

$$\theta_{\text{theor}} = \int \rho(\mathbf{r}) r^2 \cdot d^3\mathbf{r} = \frac{2}{5} MR^2 \left(1 + \frac{\epsilon}{3}\right)$$

Nagy meglepetés: $\theta_{\text{meas}} \ll \theta_{\text{theor}} ???$

**Másik rejtély, hogy miért változik (nő)
ahogy J növekszik ???**



5

Magyarázat (Aage Bohr):

Az atommagok „szuperfolyékonyak” – a pár-kölcsönhatás miatt (mint a Cooper-párok szupravezetőkből)



Aage Bohr
1922-2009
Nobel-díj 1975

Rotáció: nem merev testként, inkább mint egy „felületi hullám”

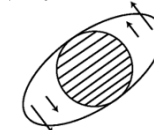
Merev testnél: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \rightarrow \text{rot } \vec{v} = 2\vec{\omega}$

Szuperfolyékony: nincs belső súrlódás $\rightarrow \text{rot } \vec{v} = 0$

a „közepe” áll, csak a felszín forog

$\text{rot } \vec{v} = 0$ -ből következik:

$\vec{v} = \text{grad } \varphi$ (sebesség potenciál)



A folyadék összenyomhatatlan: $\text{div } \vec{v} = 0$

Ezekből a sebesség potenciál kiszámítható: $\varphi = \omega \frac{A^2 - B^2}{A^2 + B^2} yz$

Ebből $\vec{v} = \text{grad } \varphi$ alapján a sebességmező meghatározható.

6

A perdület: $\vec{I} = \frac{M}{\hbar} \int \rho(\vec{r}) [\vec{r} \times \vec{v}] d^3\vec{r}$

A forgási energia: $E = \frac{1}{2} M \int \rho(\vec{r}) \cdot v^2(\mathbf{r}) d^3\vec{r}$

Ebből a kettőből: $E = \frac{\hbar^2}{2\theta} \vec{I}^2 \rightarrow \theta$ meghatározható

Eredmény: $\theta_{\text{wave}} \propto \theta_{\text{rigid}} \epsilon^2 \ll \theta_{\text{rigid}}$

Aage Bohr, Ben Mottelson: $\theta_{\text{wave}} \leq \theta_{\text{final}} \approx \theta_{\text{observed}} \leq \theta_{\text{rigid}}$

jó leírást adtak, a pár-korrelációk figyelembe vételével!

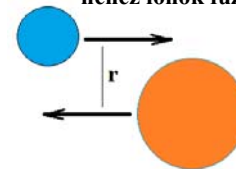
Nobel-díj 1975: A. Bohr, Mottelson, Rainwater

„...for the discovery of the connection between collective motion and particle motion in atomic nuclei and the development of the theory of the structure of the atomic nucleus based on this connection.”

7

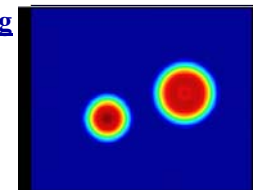
Nagy spinű állapotok és back bending

Nagy spinű állapotok létrehozása:
nehéz ionok fúziójával



$$\vec{I} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Mivel p nagy, nagy perdületű állapotokat lehet létrehozni



Például: 100 MeV ^{16}O szórása $^{238}\text{U} \rightarrow 40 - 50 \hbar$

A mag forgási gerjesztési energiája: $E_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{2\theta} I(I+1)$

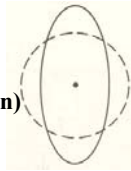
De ez csak a forgási energia! A mag más formában is tárolhat gerjesztési energiát (pl. deformáció, belső gerjesztések stb.)!

8

$\lambda=2$ vibráció: kvadrupólus

$$R(t) = R_0 + \sum_{\mu=-2}^2 \alpha_{2\mu}(t) Y_2^\mu(\vartheta, \phi) = R_0 + \alpha_{22} Y_2^2 + \alpha_{21} Y_2^1 + \alpha_{20} Y_2^0 + \alpha_{21} Y_2^{-1} + \alpha_{2,-2} Y_2^{-2}$$

$$= R_0 + \alpha_{20}(t) \cdot Y_2^0 = R_0 + \alpha_{20}(t) \frac{1}{4} \left(\frac{5}{\pi} \right)^{1/2} (3 \cos^2 \vartheta - 1)$$



mivel $\alpha_{2\mu} = 0$, ha $\mu \neq 0$ (megfelelő koord. rendszer esetén) (ellipszoid alaknál R csak a ϑ függvénye)

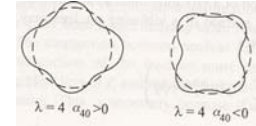
A felszín alakját $Y_2^\mu(\vartheta, \phi)$ -val írhatjuk le $\mu = \pm 2, \pm 1, 0$. Ellipszoid esetén $R = R(\vartheta)$ így $\mu = 0$.

A kvadrupólus vibráció kvantumát **kvadrupólus fonon**nak hívjuk: $J^\pi = 2^+$.

A legtöbb páros-páros atommagnál van alacsonyan fekvő $J^\pi = 2^+$ állapot, és a zárt héjak közelében második harmonikusok is láthatók $J^\pi = 0^+, 2^+, 4^+$.

Kvadrupólus óriásrezonancia (megfigyelve $A > 16$) $E \approx 63 \cdot A^{-1/3}$ MeV

$\lambda \geq 3$ vibrációk: oktapólus, hexadekapólus stb.

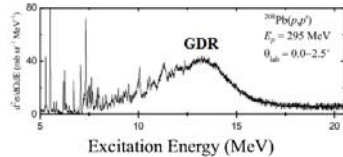


Oktapólus ($\lambda = 3$) módokat $J^\pi = 3$ is sok magnál megfigyeltek.

Óriásrezonanciák kísérleti megfigyelése

Többnyire (rugalmatlan) szórás kísérletekben

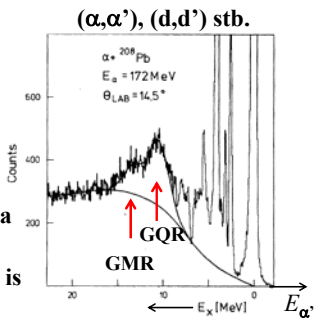
Dipólus óriásrezonancia (p, p'), (e, e'), (γ, p) stb.



https://inspirehep.net/record/1242152/files/DCS_TST.png

Kvadrupólus (GQR) és monopólus (GMR) óriásrezonancia

Több különböző vibrációs módot is megfigyeltek már kísérletileg.



Morsch, Sükösd et al. Phys Rev. C 22 (1980) 489.

Mikor nevezünk egy rezonanciát óriásnak?

Összegszabály

Az atommag gerjesztése

A kvadrupólus operátor: $\hat{Q} = \hat{r}^2 \hat{Y}_2(\Omega)$

A lehetséges kvadrupólus gerjesztések: $|q\rangle = \hat{Q} |0\rangle$

Általában $|q\rangle$ nem sajátfüggvénye a

Hamilton operátornak, sőt, még nem is normált!

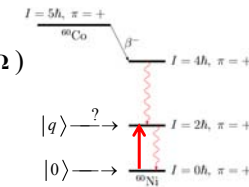
De kifejtethető a Hamilton operátor sajátfüggvényei szerint!

Ha $\{|\phi_f\rangle\}$ egy teljes, normált sajátfüggvény rendszer, akkor

$$|q\rangle = \sum_f c_f |\phi_f\rangle \text{ szorozzuk ezt meg } \langle \phi_i |$$

$$\langle \phi_i | q \rangle = \sum_f c_f \langle \phi_i | \phi_f \rangle = \sum_f c_f \delta_{i,f} = c_i$$

$$|q\rangle \text{ akkor normálható, ha } \sum_i |c_i|^2 = \sum_i |\langle \phi_i | q \rangle|^2 = S < \infty$$



Összegszabály (folyt.)

Végül kapjuk:
$$\sum_f |\langle \phi_f | \hat{Q} | 0 \rangle|^2 = S$$

Ez a **Thomas-Kuhn összegszabály**.

Itt \hat{Q} bármely multipólus operátor lehet (nemcsak kvadrupólus)

Jelentősége, hogy **elméletileg** meghatározható egyszerű feltevésekkel!

Például a dipólus operátorra:

$$\sum_f |\langle \phi_f | D | 0 \rangle|^2 \propto \int \sigma_D(E) dE = \frac{2\pi e^2 \hbar^2}{mc} \cdot \frac{NZ}{A} \approx 60 \frac{NZ}{A} \text{ [MeV}\cdot\text{mb]}$$

Mit jelent az összegszabály fizikailag?

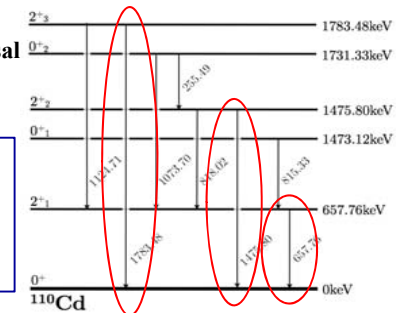
$$|\langle \phi_i | q \rangle|^2 = |\langle \phi_i | \hat{Q} | 0 \rangle|^2 \sim \text{milyen erősen lehet a } \langle \phi_i | \text{ állapotot gerjeszteni az alapállapotból a } \hat{Q} \text{ operátorral}$$

17

Összegszabály (folyt.)

Ugyanazzal a multipolaritással sokféle gerjesztés lehetséges!

Az összegszabály leírja az összes lehetséges (bármely energiájú) gerjesztés erősségének összegét az adott multipólus operátorra



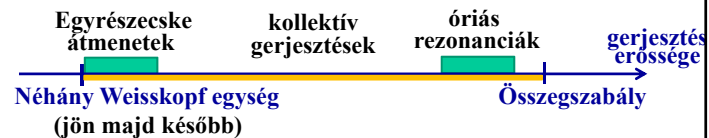
$$\frac{|\langle \phi_i | \hat{Q} | 0 \rangle|^2}{S} \leq 1$$
 leírja egyetlen gerjesztett állapot hozzájárulását az összegszabályhoz (pl. %-ban kifejezve)

18

Összegszabály (folyt.)

Ha csak egyetlen $\langle \phi_i |$ állapot járulna hozzá S -hez, akkor ez az állapot 100%-ban „kimerítené” az összegszabályt.

Elektromágneses gerjesztések erősségének rendszerezése



Óriásrezonanciának azokat a nagy energiájú vibrációs gerjesztéseket nevezzük, amelyek nagy százalékban (>60%) kimerítik az adott multipolaritáshoz tartozó összegszabályt.

19