

Mag- és neutronfizika 9. előadás

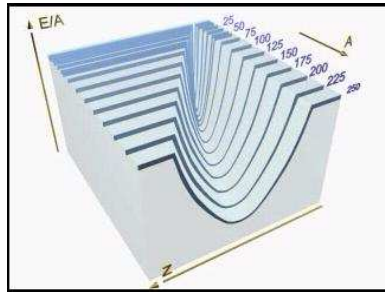
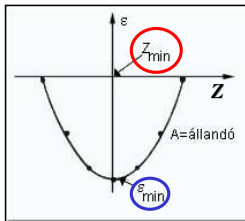
Emlékeztető: Atommagok kötési energiája (Weizsäcker)

$$B = b_V A - b_F \cdot A^{2/3} - b_C \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} - b_A \cdot \frac{(N-Z)^2}{A} + b_P \cdot \delta \cdot A^{-3/4}$$

$$\varepsilon = \frac{E}{A} = -\frac{B}{A} \quad (\text{egy nukleon átlagos energiája})$$

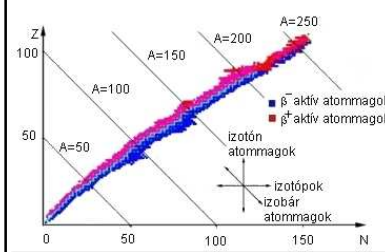
(energia = - kötési energia)

Az A = konstans metszetek parabolák!



1/22

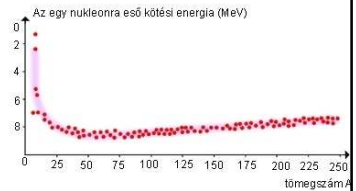
Atommagok „energiavölgye”: $\varepsilon(N, Z)$



Z_{\min} helye az (N, Z) „térképen” a kék és lila tartomány határán van

Ennek segítségével értettük meg a radioaktív bomlásokat!

Az egy nukleonra eső kötési energia a tömegszám függvényében



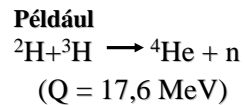
ε_{\min} a tömegszám (A) függvényében

Ennek segítségével lehet megérteni az atomenergia felszabadítását!

2/22

Az atomenergia felszabadításának két útja:

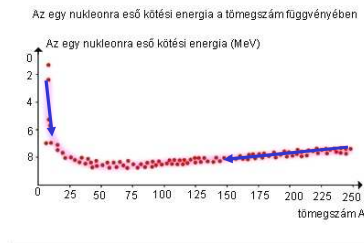
Fúzió (angolul: fusion)
(kis magokból nagyobbak)



Fúziónál:

- nagy energianyereség/nukleon (~ 2 ... 5 MeV/nukleon)
- kevés nukleon (~ 2 ... 5),
Összességében ~ 2 – 18 MeV

Maghasadás (angolul: fission)
(nagy magokból kisebbek)

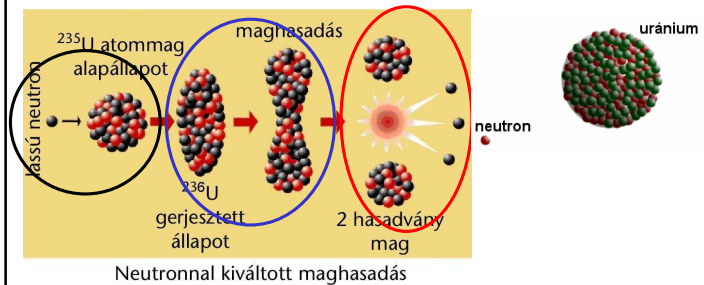


Maghasadásnál:

- kis energianyereség/nukleon (~0,85 MeV/nukleon)
- sok nukleon (~235),
Összességében ~ 200 MeV

3/22

A maghasadás folyamata



- 1) Az atommag gerjesztett állapotba jut (pl. neutron elnyelésekor)
- 2) Alakja deformálódik, befűződik
- 3) Két részre hasad, közben néhány neutron is kilép

Egyes nagyon nehéz atommagok spontán is elhasadnak, nincs szükség gerjesztésre. Ilyenkor az 1) lépés elmaradhat.

4/22

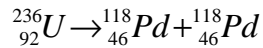
A maghasadás reakciójának felírása:



A hasadványok összetételét (Z,A) nem lehet pontosabban megadni, mert a maghasadás ilyen szempontból is véletlenszerű !!
(Emiatt nem egész szám a kibocsátott neutronok **átlagos száma**)

A hasadványok tömegeloszlása:

Szimmetrikus hasadás lenne:

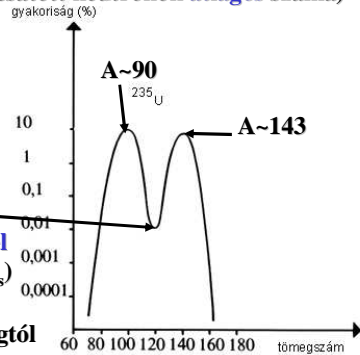


Az ábra szerint A~120 körüli hasadvány keletkezése

~1000-szer kevésbé valószínű

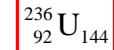
A hasadás nagy valószínűséggel **aszimmetrikus!** ($^{235}\text{U} + n_{\text{termikus}}$)

Az eloszlás függ a hasadó anyagtól és a neutronok energiájától is!

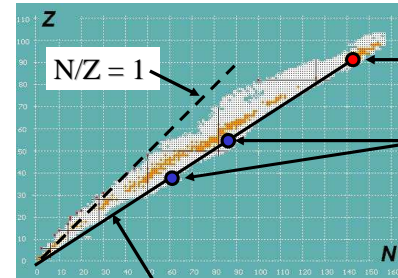


5/22

Maghasadás az (N,Z) „térképen”



$$N/Z = 144/92 = 1,56$$



Innen indul ($N/Z \sim 1,56$)
(stabil mag)

Ide jutunk, ha marad az
 $N/Z \sim 1,56$
(aszimmetrikus hasadás)

$N/Z = 1,56$

Stabilhoz képest
NEUTRONGAZDAG
magok

Erősen radioaktív (β^- bomló)
hasadási termékek

Neutronkibocsátás
szükségszerű ($\bar{\nu} \sim 2,4$)

6/22

Megértettük tehát, hogy maghasadáskor

- **szükségszerű** neutronok kibocsátása
- **erősen radioaktív termékek** jönnek létre

A maghasadás energia-mérlege ($^{235}\text{U} + n$)

A hasadási termékek kinetikus energiája	168 MeV (82,0 %)
Hasadási neutronok által elvitt energia	5 MeV (2,4 %)
Prompt γ -kvantumok által elvitt energiája	7 MeV (3,4 %)
Hasadási termékek β-részcsekéi által elvitt...	8 MeV (3,9 %)
Hasadási termékek γ-sugárzása által elvitt...	7 MeV (3,4 %)
Hasadási termékek β-bomlásakor kibocsátott antineutrínók által elvitt energia	10 MeV (4,9 %)

ÖSSZESEN

205 MeV (100%)

7/22

Példa: tegyük fel, hogy az ^{236}U atommag a következőképpen hasad: $^{236}\text{U} \longrightarrow ^{90}\text{Kr} + ^{143}\text{Ba} + 3n$

Próbáljuk meg kiszámítani, hogy milyen „távol” van egymástól a két hasadvány, amikor már csak Coulomb-erők hatnak. Tegyük fel, hogy az összes mozgási energiájuk 168 MeV.

Megoldás:

A „szétszakadás” pillanatában csak Coulomb potenciális energiájuk van, ez alakul mozgási energiává:

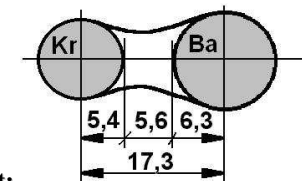
$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_1 Z_2 e^2}{d} = 168 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J} \quad \text{Itt } Z_1=36 \text{ (Kr)}, Z_2=56 \text{ (Ba)}$$

Ebből kapjuk: $d \sim 17,3 \text{ fm}$

A két mag sugara $R = r_0 \sqrt[3]{A}$
felhasználásával:

$$R_{\text{Kr}} = 5,4 \text{ fm}, R_{\text{Ba}} = 6,3 \text{ fm}$$

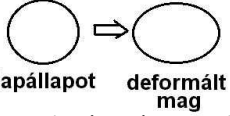
A „szétszakadás” geometriája tehát:



8/22

Hasadási gát

A maghasadás az atommag kis deformációjával **kezdődik**.
(deformációs paraméter: ε)



Mennyi energia kell ehhez?

Az energiaváltozást a Weizsäcker-képlet alapján vizsgáljuk:

$$B = b_V A - b_F A^{2/3} - b_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - b_A \frac{(N-Z)^2}{A} + b_P \delta \cdot A^{-3/4}$$

Deformáció során

- térfogat = állandó,
- aszimmetria, párosság = állandónak vesszük
- felület** \rightarrow nő $b_F A^{2/3} \Rightarrow b_F A^{2/3} (1 + a_F \cdot \varepsilon)$
- Coulomb-energia** \rightarrow csökken $b_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} \Rightarrow b_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} (1 - a_C \cdot \varepsilon)$
(protonok messzebb kerülnek)

9/22

Pontos számítások szerint az arányossági tényezők:

$$a_F \sim 0,025 \text{ és } a_C \sim 0,012.$$

Az energia megváltozása tehát:

$$\Delta E = \left(0,025 \cdot b_F \cdot A^{2/3} - 0,012 \cdot b_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right) \cdot \varepsilon$$

Ha $\Delta E < 0$, akkor akármilyen kis ε deformáció **energianyeréséges**,
a mag **spontán elhasad!**

$$\left(0,025 \cdot b_F \cdot A^{2/3} - 0,012 \cdot b_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right) < 0 \text{ -ből: } \frac{Z^2}{A} \geq \frac{0,025 \cdot b_F}{0,012 \cdot b_C} \approx 54$$

(mivel $b_F = 2,85 \cdot 10^{-12} \text{ J}$, $b_C = 0,11 \cdot 10^{-12} \text{ J}$)

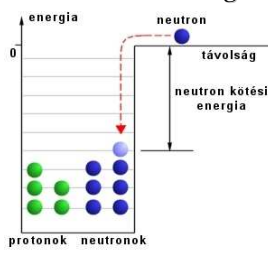
A nagy atommagoknál $Z/A \sim 0,39$, ezért $Z > 136$ esetén nincs a maghasadásnak „aktiválási energiája”. (Valójában már $Z \sim 110$ környékén olyan kicsi az aktiválási energia, hogy az atommagok alagúteffekttussal igen gyorsan, spontán elhasadnak)

A Periódusos Rendszernek a maghasadás miatt van vége!!!

10/22

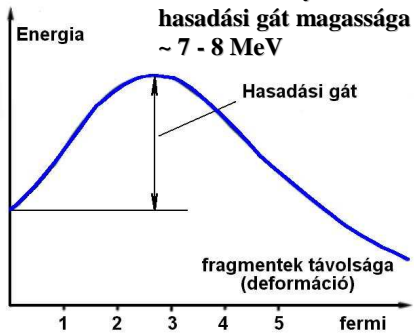
$Z < 136$ esetén tehát kis deformációkhoz energia befektetése szükséges ($\Delta E > 0$) \rightarrow **hasadási gát**

Hogyan képes lassú (kis energiájú) neutron elhasítani a ^{235}U magot?



A neutron **kötési energiája** fedezi a hasadás aktiválási energiáját!

11/22



Az urán környékén a hasadási gát magassága $\sim 7 - 8 \text{ MeV}$

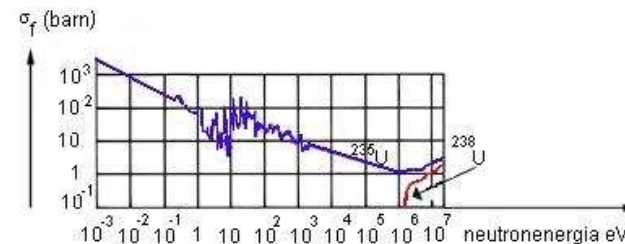
Párenergia fontossága:

$^{235}\text{U} + n$ -ből páros-páros mag lesz (^{236}U) \rightarrow nagyobb Q

$^{238}\text{U} + n$ -ből páratlan-páros mag lesz (^{239}U) \rightarrow kisebb Q

Emiatt $^{235}\text{U} + n$ **kis energiájú neutronnal** is elhasad,

$^{238}\text{U} + n$ -nál **küszöbenergia** van ($\sim 0,8 \text{ MeV}$)



^{235}U és ^{238}U hasadási hatáskeresztmetszetének függése a neutronenergiától

12/22

Hasadási neutronok

Láttuk: stabil magokhoz képest **túl sok a neutron** a maghasadás után \longrightarrow **szükségszerű neutronok kibocsátása**
 A kibocsátott neutronok száma nem állandó, egy várható érték körül ingadozik. Gauss-eloszlással jól közelíthető.

A várható érték függ a neutron energiájától, és a hasadó magtól is.

Félérték-szélesség: $\sim 2,5$ (nem függ a magtól)

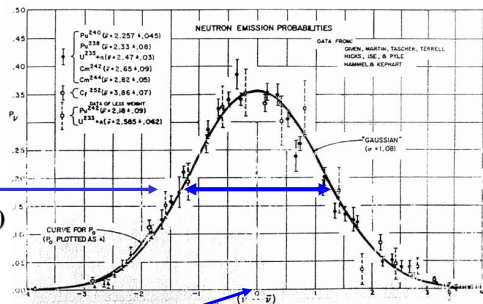


Figure 13.7 Distribution of fission neutrons. Even though the average number of neutrons $\bar{\nu}$ changes with the fissioning nucleus, the distribution about the average is independent of the original nucleus. From J. Terrell, in *Physics and Chemistry of Fission*, Vol. 2 (Vienna: IAEA, 1965), p. 3.

Várható érték: $\nu = 2,43$ ($^{235}\text{U} + n_{\text{th}}$ hasadásánál)

13/22

Neutronok időbeli megjelenése

(a maghasadás pillanatához viszonyítva)

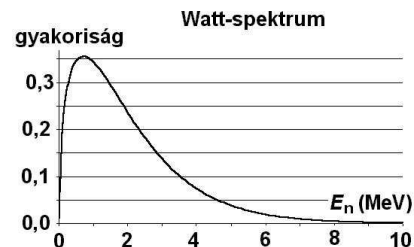
a) Prompt (azonnali) neutronok

A neutronok legnagyobb része a maghasadás „pillanatában” kilép. Ezek a prompt (azonnali) neutronok ($t < 10^{-16}$ s).

Átlagenergiájuk ~ 2 MeV

Energia-eloszlás: „Watt-spektrum”

$$N(E_n) \sim 0,484 \cdot e^{-E_n/E_0} \cdot \sinh \sqrt{2 \frac{E_n}{E_0}}$$



($E_0 = 1$ MeV)

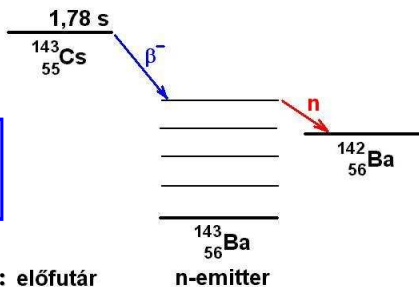
14/22

b) Késő („delayed”) neutronok

Láttuk: stabil magokhoz képest **túl sok a neutron** a maghasadás után \longrightarrow **nagy neutronszámú hasadványok** jönnek létre
 Ezek mind β^- -bomlók.

Néhány esetben előfordul, hogy a β^- - bomlás után olyan mag jön létre, amely neutronbomló \longrightarrow **késő neutron**

Egy lehetséges példa:
 (A neutron 1,78 s felezési idővel lép ki!)



Sok ilyen bomlás van, különböző felezési idők, különböző hozamok

Figyeljünk az elnevezésekre: előfutár

n-emitter

15/22

A késő neutronokat 6 csoportra bontják (felezési idő szerint)

	E_n (MeV)	T_i (s)	β_i (%)	Tipikus előfutárok
1	0,25	56	0,020	^{87}Br , ^{142}Cs
2	0,56	23	0,143	^{88}Br , ^{137}I
3	0,43	6,2	0,128	^{89}Br , ^{138}I
4	0,62	2,3	0,255	^{94}Kr , ^{139}I , ^{143}Cs
5	0,42	0,6	0,074	^{140}I , ^{145}Cs
6	0,51	0,2	0,030	^{87}As , ^{143}Xe

Összesen: $\beta = 0,65\%$

Késő neutron hányad:

$$\beta = \frac{(\text{késő } n)}{(\text{összes } n)} \sim \frac{(\text{késő } n)}{(\text{prompt } n)}$$

A késő neutronok időbeli megjelenése a hasadás után:

$$N(t) = \sum_{i=1}^6 \beta_i \cdot e^{-\ln 2 \cdot \frac{t}{T_i}}$$

Szerepük nagyon fontos a láncreakció szabályozásában!!

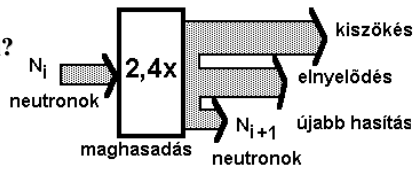
16/22

Lánreakció neutronokkal

„Neutron-háztartás”

Mi történhet egy neutronnal?

- Kiszökik a reaktorból
- Elnyelődik
- Maghasadást okoz



Neutron „generációk”

$N_1, N_2, N_3, \dots, N_i, N_{i+1}, \dots$

N_i az i -edik generációban **maghasadást okozó** neutronok száma

Neutron sokszorozási tényező: $k_{eff} = \frac{N_{i+1}}{N_i}$ (definíció)

Ha $\begin{cases} k_{eff} < 1, & \text{a lánreakció csökkenő („szubkritikus”)} \\ k_{eff} = 1, & \text{a lánreakció stacionárius („kritikus”)} \\ k_{eff} > 1, & \text{a lánreakció növekvő („szuperkritikus”)} \end{cases}$

17/22

A lánreakció időbeli lefolyása

Kiindulás: $k_{eff} = \frac{N_{i+1}}{N_i}$

Azonos átalakítással: $k_{eff} - 1 = \frac{N_{i+1}}{N_i} - 1 = \frac{N_{i+1} - N_i}{N_i} = \frac{\Delta N}{N_i}$

Két neutron-generáció között eltelt idő: $\Delta t = \ell$ (generációs idő)

A két egyenlet szorzata: $\Delta t \cdot (k_{eff} - 1) = \ell \cdot \frac{\Delta N}{N}$

Ebből kapjuk: $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \left(\frac{k_{eff} - 1}{\ell} \right) \cdot N$

$\Delta t \rightarrow 0$ határátmenet után $\frac{dN}{dt} = \left(\frac{k_{eff} - 1}{\ell} \right) \cdot N(t)$

Ez egy differenciálegyenlet, amelynek megoldása:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{\left(\frac{k_{eff} - 1}{\ell} \right) t}$$

18/22

Nyilván $k_{eff} = 1$ esetén $N(t) = N_0 = \text{konstans}$,

$k_{eff} > 1$ esetén $N(t)$ az időben **exponenciálisan nő**,

$k_{eff} < 1$ esetén $N(t)$ az időben **exponenciálisan csökken**.

A változás gyorsaságát a $\left(\frac{k_{eff} - 1}{\ell} \right)$ kifejezés adja meg **Prompt** neutronoknál

a generációs idő $\ell \sim 10^{-4}$ s

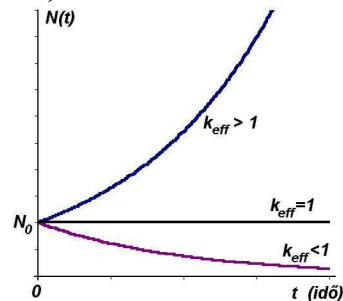
Példa:

Tegyük fel, hogy $k_{eff} = 1,001$

A neutronszám (és a reaktor teljesítményének) változása

1 s alatt:

$$\begin{aligned} N(1) &= N_0 \cdot e^{\frac{1,001-1}{0,0001}} = \\ &= N_0 \cdot e^{10} = 22026 \cdot N_0 \end{aligned}$$



Nem szabályozható! (prompt-kritikus)

19/22

A késő neutronok generációs ideje a prekursor β -bomlás felezési idejével meghosszabbodik \longrightarrow akár több sec hosszú is lehet!

A késő neutronok szerepe: **megnövelik az effektív generációs időt!**

A rendszer akkor szabályozható, ha a késő neutronok nélkül $k_{eff} < 1$

Emiatt gondoskodni kell, hogy mindig $k_{eff} < 1 + \beta = 1,0065$

Reaktivitás: $\rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}}$ (definíció)

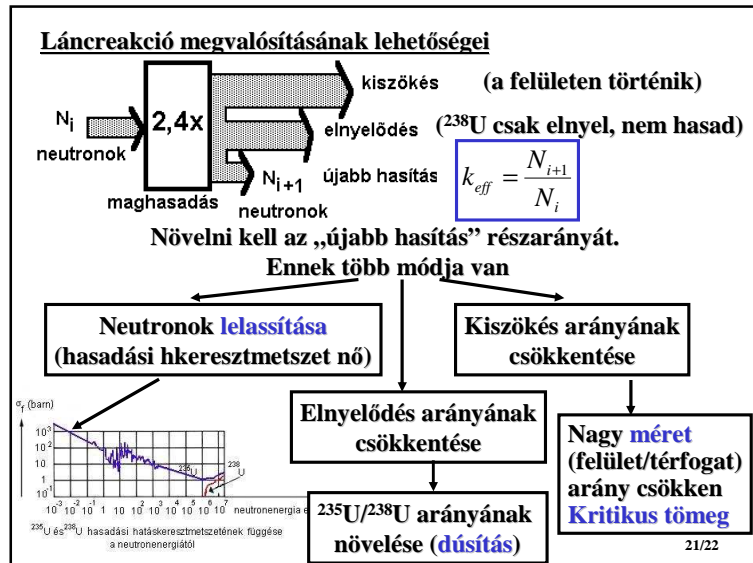
Prompt-kritikus rendszerre: $k_{eff} = 1 + \beta$, ezért a reaktivitása:

$$\rho = \frac{1 + \beta - 1}{1 + \beta} \approx \beta \quad (\text{Mivel } 1 + \beta = 1,0065 \sim 1)$$

A reaktivitás későneutron-hányadhoz viszonyított egysége a **\$ (dollár)**.

$$1 \$ \text{ a reaktivitás, ha } \frac{\rho}{\beta} = 1$$

20/22



Neutron-lassításra olyan anyag jó, amelynek

- **tömegszáma kicsi** (egy ütközésben sok energiát tud átvenni),
- **neutron-szórási hatáskeresztmetszete nagy,**
- **neutron-abszorpció**s (elnyelési) hatáskeresztmetszete kicsi.

Az ilyen anyag neve: **moderátor**.

Legjobb moderátor a **nehésvíz** és a tiszta **grafit** (szén)

A **könnyűvíz**ben a hidrogén el is nyeli a neutronokat

sugárzásos befogással: $^1\text{H} + n \longrightarrow ^2\text{H} + \gamma$

Az önfenntartó lánreakció megvalósíthatósága:

Üzemanyag (dúsítás)	Neutronlassító (moderátor)
Természetes urán (0,71% ^{235}U)	Nhésvíz, tiszta grafit
3-5%-ra dúsított urán	Könnyűvíz
>40%-ra dúsított urán (>90%)	Nem kell moderátor (atomfegyver)

Fontos megjegyezni: a moderátor SEGÍTI a lánreakciót!

22/22