Mag- és neutronfizika

2. előadás

Emlékeztető:

1) Az atommagok protonokból és neutronokból állnak.

Jelölés: ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ ← **vegyjel** **Pl.** $\boxed{{}^{197}_{79}\mathrm{Au}}$

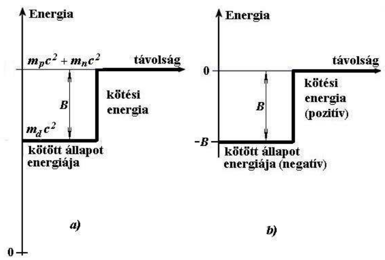
Ahol Z **a protonok száma,** $A=Z+N$ **nukleonszám (tömegszám),** N **a neutronok száma.**

2) Atommagok mérete

$$R = r_0 \cdot A^{1/3}$$

3) Energia és kötési energia

Energiaskála nullpontja!

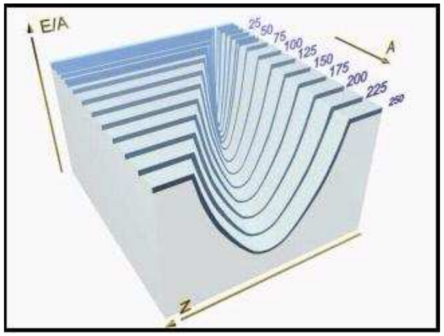


4) Félempirikus kötési energia (Weizsäcker-féle) formula

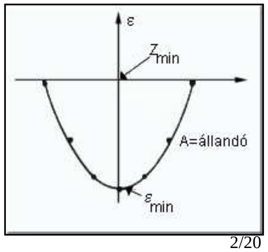
„Energiavölgy”

$$\boxed{B = b_V A - b_F \cdot A^{2/3} - b_C \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} - b_A \cdot \frac{(N-Z)^2}{A} + b_P \cdot \delta \cdot A^{-3/4}}$$

$\varepsilon = E/A = -B/A$ **(egyetlen nukleon átlagos energiája)**

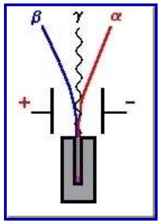


Az A **= konstans metszetek parabolák!**



Radioaktív bomlások:

- **α – részecskék:** $\boxed{{}^{4}_{2}\mathrm{He}}$ **atommagok**
- **β – részecskék: nagy energiájú elektronok**
- **γ - sugárzás: elektromágneses (fotonok)**



Atommagok átalakulnak egymásba

megmaradó mennyiségek

- **energia (*E* = *mc*² figyelembe vételével)**
- **nukleonszám (*A*)**
- **elektromos töltés (atommag:** $+Ze$**, elektron:** $-e$ **)**

Energiamegmaradás

$a \longrightarrow b + c + \ldots$ $\boxed{M_a \cdot c^2 = M_b \cdot c^2 + M_c \cdot c^2 + \ldots + Q}$

A bomlás energia-feltétele: $Q > 0$**, azaz** $M_a > M_b + M_c + \ldots$

Q **a bomláskor „felszabaduló” energia (a keletkezett részecskék mozgási energiájának formájában jelenik meg)**

Megmaradó mennyiségek

- **energia (*E* = *mc*² figyelembe vételével)**
- **nukleonszám (*A*)**
- **elektromos töltés**

1) α – bomlás: ${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A-4}_{Z-2}Y$

nukleonszám-megmaradás ($A = 4 + A - 4$)

töltés-megmaradás ($Z = 2 + Z - 2$)

***X* neve: anyamag, *Y* neve: leánymag**

2) béta-bomlások

a) Negatív béta-bomlás: ${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + e^- + \tilde{\upsilon}$

$\left(e^- = {}^{0}_{-1}e\right)$

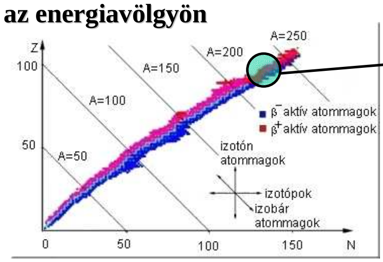
elektron antineutrínó

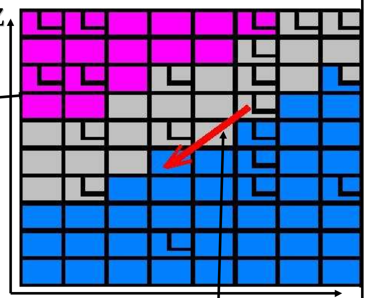
b) Pozitív béta-bomlás: ${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + e^+ + \upsilon$

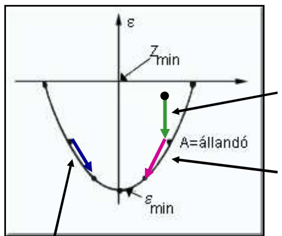
pozitron neutrínó

c) Elektron befogás : (K-befogás) ${}^{A}_{Z}X + e^- \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \upsilon$

Radioaktivitás: vándorlás az energiavölgyön







α-bomlás
$Z \rightarrow Z-2$
$N \rightarrow N-2$

γ–bomlás

pozitív β-bomlás,
ill. elektronbefogás

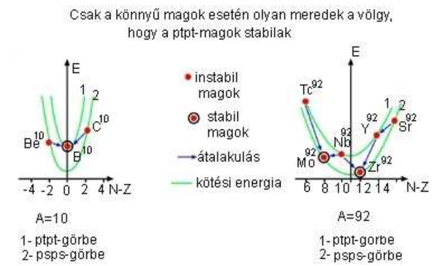
negatív β-bomlás

Érdekesség:

a ^{40}K, ^{92}Nb stb. atommagok negatív β-bomlással ($Z \rightarrow Z+1$), de elektronbefogással is ($Z \rightarrow Z-1$) bomlanak! Hogy lehet ez?

Az ok: a párenergia

A = konst. metszet parabola
de páros A kétféleképpen
is lehet: $(A = Z + N)$
páros Z + páros N (mélyebb)
ptlan Z + ptlan N (magasabb



Ez az oka annak is, hogy csak 4 db. stabil páratlan-páratlan atommag van: ^{2}H, ^{6}Li, ^{10}B, ^{14}N.
(Az első négy páratlan számnak megfelelően)

Exponenciális bomlástörvény felezési idő, aktivitás (1)

Egy radioaktív anyagban lévő aktív atommagok N száma csökken, hiszen elbomlanak: $N(t)$ csökkenő függvény.

Legyen $(\lambda \cdot \Delta t)$ annak a valószínűsége, hogy egyetlen atommag Δt idő alatt elbomlik !
Ekkor N atommagból $N \cdot \lambda \cdot \Delta t$ bomlik el Δt idő alatt.
Az atommagok számának megváltozása (csökkenése) tehát:
$\Delta N = -N \cdot \lambda \cdot \Delta t$.

Ebből kapjuk: $\dfrac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda \cdot N(t)$ $\quad \Delta t \longrightarrow 0$ **határátmenetben:**

$\dfrac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N(t)$ **Ennek megoldása:** $\boxed{N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}}$

Ez az exponenciális bomlástörvény

λ **neve: bomlásállandó**
fizikai jelentése: időegységre eső bomlási valószínűség

Exponenciális bomlástörvény, felezési idő, aktivitás (2)

Felezési idő:

Az a T idő, amely alatt a kezdeti atommagszám a felére csökken. azaz

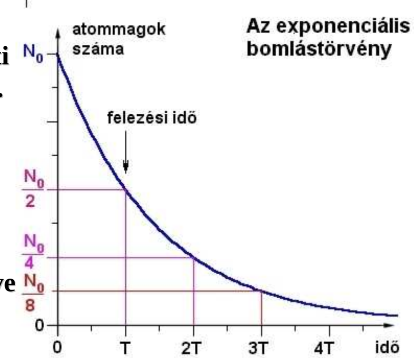
$$N(T) = N_0 \cdot e^{-\lambda T} = \frac{N_0}{2}$$

A második egyenletből kapjuk:

$$e^{\lambda T} = 2$$

Mindkét oldal logaritmusát véve

$$\boxed{T = \frac{\ln 2}{\lambda}}$$



Aktivitás:

Időegység alatt bekövetkezett bomlások száma: $A = -\dfrac{dN}{dt}$

Felhasználva a korábbi egyenletet kapjuk: $\boxed{A(t) = \lambda \cdot N(t)}$

A radioaktív bomlás statisztikus folyamat!
(időegységre eső bomlási valószínűséggel λ írjuk le)

- **Egy adott atomra vonatkozólag nem lehet megmondani, hogy pontosan mikor bomlik el.**
- **Az exponenciális bomlástörvény csak nagyszámú részecske esetén használható.**

Annak a valószínűségét, hogy egy a aktivitású forrásban t idő alatt pontosan k db bomlás történjen a Poisson-eloszlás adja meg ($t << T$, azaz a forrás aktivitásának csökkenését elhanyagoljuk):

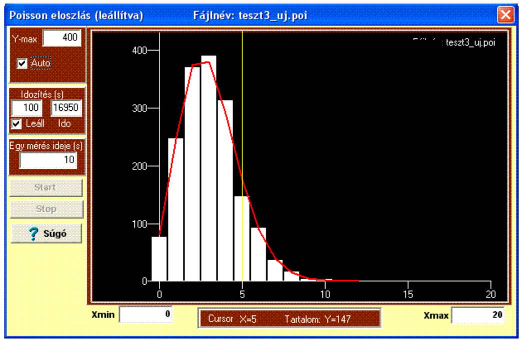
$$\boxed{P(k,at) = \frac{(at)^k}{k!} e^{-at}}$$

A Poisson-eloszlás

$$\boxed{P(k,at) = \frac{(at)^k}{k!} e^{-at}}$$

k várható értéke: $<k> = a \cdot t$

k szórása: $\sigma_k = \sqrt{a \cdot t}$



Ha $N = a \cdot t$ a várható beütés-szám, akkor ennek a szórása:

$$\boxed{\sigma_N = \sqrt{N}}$$

Bomlási sorok:

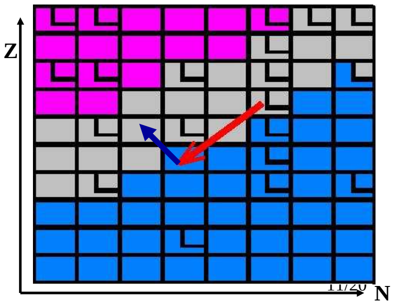
Nagy tömegszámú atommagok bomlása során újabb radioaktív atommagok jönnek létre. Ezek tovább bomlanak, amíg végül stabil atommagot nem kapunk.

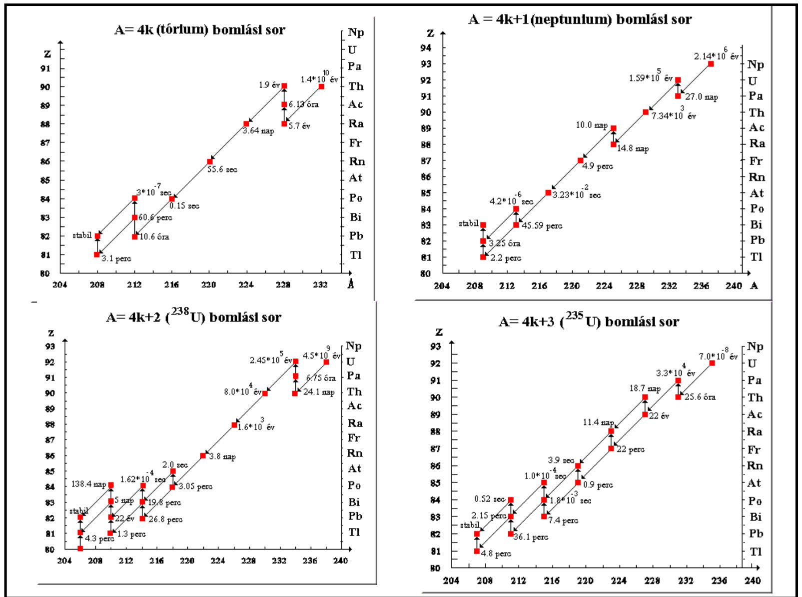
A bomlások közül egyedül az α-bomlás változtatja meg a tömegszámot: néggyel csökkenti.
Következmény: a bomlási sor minden elemének tömegszáma néggyel osztva ugyanannyi maradékot ad!

Emiatt négy különböző bomlási sort különböztetünk meg:

$A = 4k$, $A = 4k+1$,
$A = 4k+2$, $A = 4k+3$

Az α-bomlásokat β-bomlások (és ezeket γ-bomlások) követik, hogy a sor követni tudja az energiavölgy hajlását.





Radioaktív egyensúly
Tekintsünk egy mindössze 3 tagból álló radioaktív „családot”:
1 ⟶ 2 ⟶ 3, legyenek a bomlási állandók: λ_1 és λ_2.
Az egyes atommagok száma $N_1(t)$, $N_2(t)$, $N_3(t)$.
Az atommagok számának változását leíró egyenletek:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 \cdot N_1(t) \qquad \text{(csak bomlik)}$$

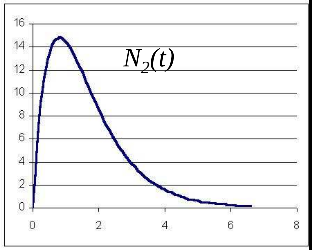
$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 \cdot N_2(t) + \lambda_1 \cdot N_1(t) \qquad \text{(bomlik és keletkezik az előzőből)}$$

$$\frac{dN_3}{dt} = +\lambda_2 \cdot N_2 \qquad \text{(csak keletkezik a megelőzőből)}$$

Az első egyenlet megoldása már ismert: $N_1(t) = N_{10} \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t}$

13/20

A további egyenletek megoldásához kezdeti feltételt adunk:
$N_{20} = 0$ **és** $N_{30} = 0$, **azaz kezdetben nincs semmi a „2” és a „3” anyagból.**



A megoldás (levezetés a gyakorlaton):

$$N_2(t) = N_1(0)\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

(ha $\lambda_1 \neq \lambda_2$).

A „2” izotóp aktivitása:

$$a_2(t) = \lambda_2 \cdot N_2(t) = a_1(0)\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

Ezt egy kicsit átírhatjuk, felhasználva, hogy $a_1(t) = a_1(0) \cdot e^{-\lambda_1 t}$

$$a_2(t) = a_1(t)\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}\right)$$

14/20

$$\boxed{a_2(t) = a_1(t)\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}\right)}$$

Speciális esetek:

1) Ha $\lambda_2 > \lambda_1$, akkor elegendően hosszú idő után az exponenciális elhanyagolhatóan kicsiny lesz $a_2(t) \approx a_1(t)\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$ **, amiből**

$\frac{a_2(t)}{a_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \text{konst.}$**, azaz időtől független!**

Ezt nevezzük átmeneti egyensúlynak.

2) Ha $\lambda_2 >> \lambda_1$, akkor teljesül az átmeneti egyensúly feltétele, de a nevezőben λ_1-et elhanyagolhatjuk λ_2 mellett, és kapjuk:

$\frac{a_2(t)}{a_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2} = 1$ **Másképpen:** $a_1(t) = a_2(t)$

Hasonlóan belátható, hogy egy sok elemű bomlási sorban is elegendően hosszú idő után $a_1(t) = a_2(t) = a_3(t) = \ldots$, ha λ_1 sokkal kisebb, mint a többi bomlásállandó.
Ezt nevezzük szekuláris egyensúlynak.

15/20

Szekuláris egyensúlyban tehát $a_1(t) = a_2(t) = a_3(t) = \ldots$

Ebből $a(t) = \lambda \cdot N(t) = \frac{N(t)}{T}\ln 2$ **felhasználásával azonnal adódik:**

$$\frac{N_1(t)}{T_1} = \frac{N_2(t)}{T_2} = \frac{N_3(t)}{T_3} = \ldots$$

Ezt másképpen felírva kapjuk:

$$\boxed{N_1(t) : N_2(t) : N_3(t) \ldots = T_1 : T_2 : T_3 : \ldots}$$

Szavakban: szekuláris egyensúlyban lévő bomlási sorban az egyes tagok anyagmennyiségeinek aránya a felezési idők arányával egyezik meg.

Ez lehetőséget ad hosszú felezési idők meghatározására (pl. ^{238}U felezési ideje 4,5 milliárd év.)

16/20

Radioaktív kormeghatározás:
Radioaktív izotóp bomlási tulajdonságait felhasználva következtetünk a minta életkorára.
Ismerni kell a „kezdeti" arányt!
Kormeghatározásra használt leggyakoribb izotópok:

Izotóp	Felezési idő	Gyakoriság (stabilhoz képest)
^{3}H (trícium)	12,262 év	$1 \cdot 10^{-18}$
^{14}C (radiokarbon)	5568 év	$2 \cdot 10^{-12}$
^{40}K	$1,3 \cdot 10^{9}$ év	$1,19 \cdot 10^{-4}$
^{87}Rb	$5 \cdot 10^{10}$ év	0,278
^{238}U	$4,51 \cdot 10^{9}$ év	0,992739
^{235}U	$7,04 \cdot 10^{8}$ év	0.007204
^{232}Th	$1,39 \cdot 10^{10}$ év	1.0

Olyan kort (időt) lehet legpontosabban meghatározni, amely az illető izotóp felezési idejének nagyságrendjébe esik.

Geológiai kormeghatározások (10 millió év – néhány milliárd év)
- viszonylagos
- abszolút

Viszonylagos kormeghatározások (nem nukleáris módszerek)
- paleontológiai (kövült ősmaradványok üledékes kőzetekben)
- földtani szelvényben történt elhelyezkedés alapján

Abszolút kormeghatározások (nukleáris módszerek)
- Rubídium-stroncium (Rb-Sr) módszer
- Ólom-hélium módszer (Th, vagy uránsor alapján)
- Kálium-argon módszer (K-Ar)

Rubídium-stroncium módszer: $^{87}Rb \xrightarrow{\beta^-\ 50\ \text{Mrd év}} {}^{87}Sr$

$\frac{^{87}Sr}{^{87}Rb}$ **arányból lehet a kőzet életkorára következtetni**

Ólom-hélium módszer: a radioaktív bomlási sorok alapján.
- ^{238}U –ból lesz végül ^{206}Pb. Közben 8 db α-bomlás következik be.
- ^{232}Th-ból ^{208}Pb lesz. Közben 6 db α-bomlás következik be
- ^{235}U-ból ^{207}Pb lesz. Közben 7 db α-bomlás következik be

Ezek miatt a kőzetben hélium halmozódik fel.

***Nehézségek*:**
- nehezen lehet szétválasztani az ólomizotópokat egymástól
- általában mindhárom sor együttesen van jelen
- a sorok mindenütt áthaladnak a Rn (radon) valamely izotópján ez nemesgáz, könnyen megszökhet, a sor „megszakad".

Kálium-argon módszer (T = 1,3 Mrd év)

$^{40}K \longrightarrow {}^{40}Ca$ (88%)

$^{40}K \longrightarrow {}^{40}Ar$ (12%)

Mérni kell a $\frac{^{40}Ca}{^{40}K}$, és $\frac{^{40}Ar}{^{40}K}$ **arányokat.**

***Nehézségek*:**
- ^{40}Ca igen gyakori, nemcsak a ^{40}K bomlásából keletkezik
- ^{40}Ar nemesgáz, ezért elszökhet.

Radiokarbon módszer: (T = 5568 év)
A ^{14}C a kozmikus sugárzás hatására folyamatosan keletkezik.
Egyensúlyi koncentrációja (CO_2) a levegőben $^{14}C/^{12}C = 1,2 \cdot 10^{-12}$
Ez épül be a növényekbe és állatokba is az anyagcsere folyamán.
Amikor az élőlény elpusztul, az anyagcsere megszűnik, a ^{14}C utánpótlása leáll, csak bomlik.
Itt t a halál óta eltelt idő, T a felezési idő.

$$\frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C)} = 1,2 \cdot 10^{-12} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Tríciumos módszer: (T = 12,26 év)
A ^{3}H a kozmikus sugárzás hatására folyamatosan keletkezik.
Egyensúlyi koncentrációja (H_2O) a levegőben $^{3}H/^{1}H = 1 \cdot 10^{-18}$
A felszíni vizekben ez a koncentráció megőrződik.
A felszín alatti vizek korát a trícium-koncentráció alapján meg lehet határozni.
(Elpusztult élőlények korát nem lehet meghatározni vele mert a H-csere folytatódik a környezettel a halál után is)

$$\frac{N(^{3}H)}{N(^{1}H)} = 1 \cdot 10^{-18} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$